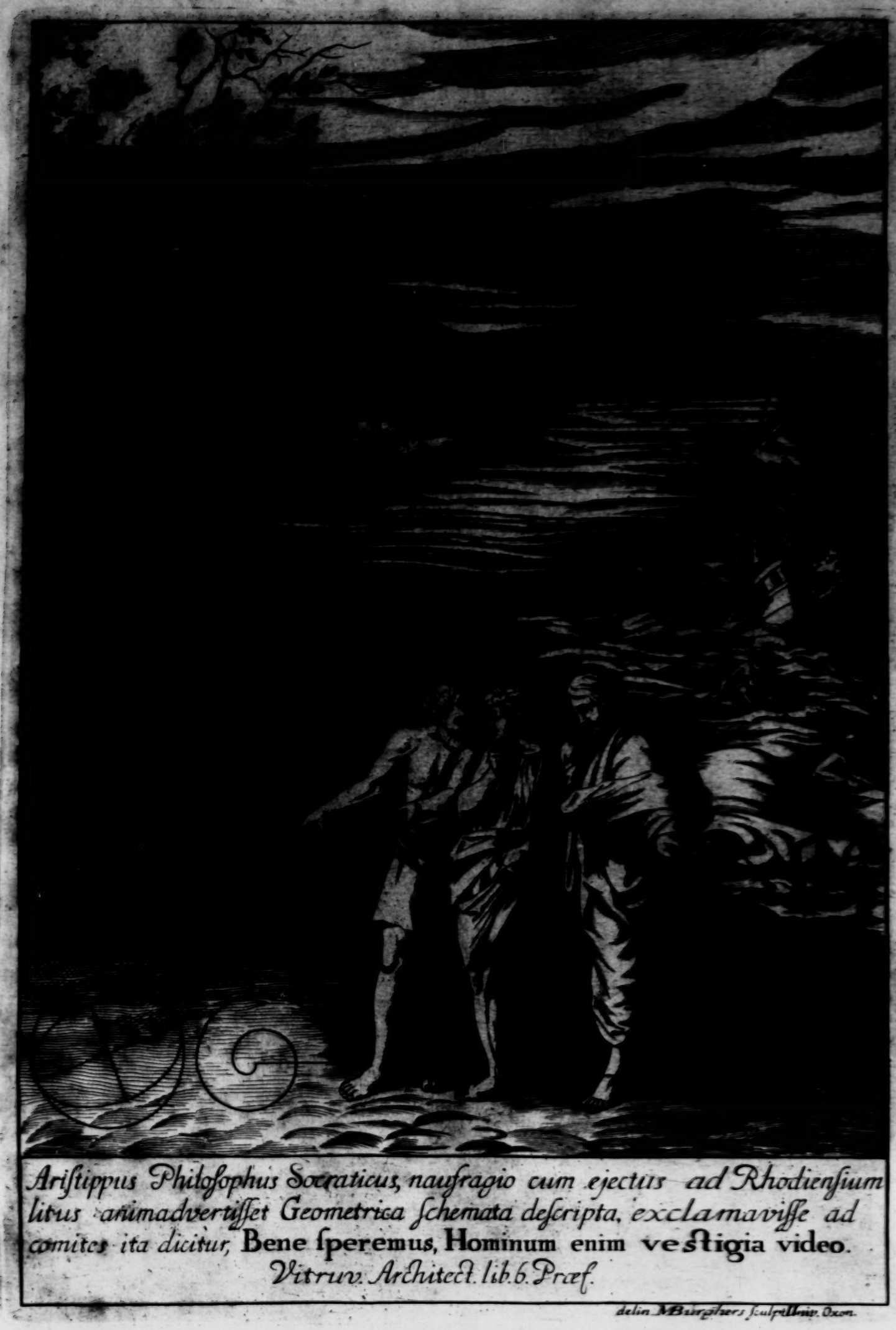


Aristippus Philosophus Socraticus, naufragio cum ejectus ad Rhodiensium litus animadvertisset Geometrica Schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur, **Bene speremus, Hominum enim vestigia video.**
Vitruv. Architect. lib. 6. Præf.

delin. M. Burghers Sculpsit Univ. Oxon.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

QUÆ SUPERSUNT OMNIA

CUM

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIIS.

EX RECENSIONE

JOSEPHI TORELLI, VERONENSIS,

CUM NOVA VERSIONE LATINA.

ACCEDUNT

LECTIONES VARIANTES EX CODD. MEDICEO ET PARISIENSIBUS.



OXONII,

E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO.

M DCC XCII.

LECTORI.

QUID *in Archimede recenſendo præſtiterit* TORELLUS, *quæ ratione et modo opus ſuum inſtituerit, ipſius Præfatio luculenter demonſtrat. Eam quidem conſcribebat ille, dum labores ſuos ad finem perducendos, et Editionem ſuam cito in lucem prodituram propiori jam ſpe præcipiebat, quam tamen, morte interveniente, ne prelo quidem commiſit. Interceſſerat illi jam antehac (ex conſilio et hortatu præcipue* Philippi Comitis STANHOPE, *harum literarum Cultoris ſummi ac Patroni) cum Curatoribus Preli Clarendoniani apud* Oxonienſes *de hac ipſa re commercium; neque gravata eſt* Academia Oxonienſis *in patrocinium ſuum recipere quod Euclidi et Apollonio ſuo velut cognationis jure tertium Opus accederet. Rem ea potiſſimum de cauſa abruptam quod* TORELLUS *nolebat Editionis ſuæ curam e manibus ſuis dimittere poſt mortem ejus renovabat* Alberto Albertini *ejus Teſtamenti Curator. Cum enim vidit tanti operis edendi ſumptum intra privati hominis facultates non cadere, arbitrabatur ſe non aliter et publicæ utilitati et amici ſui famæ rectius conſulturum eſſe, quam ſi illud, prout ipſi olim* TORELLO *viſum fuerat,* Academiæ Oxonienſis *fidei commendaret. Omnem itaque Editionis apparatum quem* TORELLUS *ſumma cum cura conquiſiverat, et induſtria plane admirabili digeſſerat, ultro Academiæ dono dedit, illud tantum rogans, ut ea in lucem, quamprimum fieri poſſet, proferretur. Figuras etiam Mathematicas huic operi deſtinatas, ſumptibus Academiæ comparandas eſſe procuravit. Quæ itidem negotia omni ope ſua adjuvit V. Cl.* JOHANNES STRANGE *ex Anglia eo tempore ad Venetos Legatus, qui ut inchoati fuerat olim conſilii particeps, ita ne in irritum evaderet, ſedulo elaboravit. Denique, quod felix fauſtumque ſit, Viri Doctiſſimi eximium opus lubenter excepit* Academia Oxonienſis, *et ad ejus mentem, non tantum quoad ea quæ Schedæ ejus accuratiſſime deſcripta exhibuerunt, viz. operum Archimedis ſeriem, Textus recenſionem, Verſionem Latinam, et * Lectionum Varietatem, &c. ſed etiam quoad Typos et Editionis formam, omnia componi voluit. In manus itaque, Lector, tibi jam tradimus ipſiſſimam* TORELLI *Editionem, qualem ipſe, dum in vivis agebat, eam in publicum proferre deſtinaverat.*

Acceſſit autem Appendicis *loco Auctarium unum atque alterum;*

1mum. "*Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones De iis quæ in humido vehuntur.*"

Illum qui prius extitit Commandini *Commentarium* TORELLUS *certe in ſuæ Editionis cenſum non retulerat. Etenim* Commandini *hujuſce Tractatûs Editionem præ manibus habens, textum recenſuit et multis in locis emendavit, Commentarium ne uno quidem in loco. Schemata Mathematica quæ textui illuſtrando inſerviant, ligno incidenda procuravit, omiſſis iis quæ Commentarii in uſum requiruntur, numero ſex et viginti; ea inſuper non incidenda eſſe nota qua in hunc finem utebatur in Margine appoſita indicavit; denique ſi in hoc aut illo ſchemate literæ nonnullæ non textus ſed ſolius Commentarii gratia interjectæ fuerint, eas omnes calamo in tranſverſum ducto delevit.*

* Vide TORELLI Præfationem, p. xvi.

Ex hiſce indiciis ſatis comparet Torellum Commandini *Commentarium in ſuam Editionem non recepturum fuiſſe, nimia ut videtur ejus prolixitate commotum. Novum de ſuo nondum excogitaverat. Aliquo autem commentario opus eſſe ſatis liquet, cum pro cognitis ſumantur neceſſe eſt in iſto Archimedis tractatu Parabolæ affectiones nonnullæ, quæ neque per ſe conſtant, neque apud Archimedem aut Apollonium alibi demonſtrantur. In ſupplementum igitur operis* Torelliani, *hunc quem in Appendicem retulimus, de ſuo ſuffecit* Abramus Robertſon *A.M. ex Æde Chriſti, cui etiam ab Academia tota hujus Editionis adminiſtrandæ et preli corrigendi cura demandata eſt.*

Sequitur 2do. Varietas Lectionum ex Codicibus Mediceo et quatuor Pariſienſibus.

De Mediceo Vir Cl. A. M. Bandinius, *cujus opera in inſtituenda hac Collatione uſi ſumus, hæc habet.*

" *Eſt Codex meo quidem judicio valde inſignis, ſcriptus nitidiſſime in membrana, in 4to. majori,*
" *ſæculo* xiii, *eoque potius ineunte, quam exeunte, ſine ullis accentibus, et cum ſpiritibus valde raris,*
" *iiſque vetuſto more formatis, ut in variantibus ipſis, ubi ipſi inciderunt, videre eſt; charactere*
" *interdum ita complexo, ut unico calami ductu, duæ, vel tres voces ſimul conjungantur, quod in*
" *præpoſitionibus, ut plurimum, uſu venit: ſcribit enim επιθατερα pro επι θατερα; διατου pro*
" *δια του, &c. Habet præterea nexus quoſdam, quales in aliis Codicibus non ita facile obvii fiunt,*
" *videlicet ⁄ pro ὲϛὶν, ‖. pro εἰσὶν, ·ϟ· pro εἶναι, ῳ pro ἔϛω, ῶ pro ἔϛωσαν, ϡ pro ἔϛαι, ϟ⁄ pro*
" *τουτεϛιν, ὴ pro ἴσον, αλλ̓ pro αλλ̓ ὃν, ʒ pro πρὸς, &c. Titulos librorum exhibet charactere pæne*
" *quadrato exaratos, et ſchemata accuratiſſime delineata. Denique, quod præcipuum eſt, ex optimo*
" *exemplari defluxiſſe crediderim.*"

Quod Codicum etiam Pariſienſium Variantibus Lectionibus Editionem noſtram locupletavimus, lubenter profitemur non minima ex parte deberi illuſtrium Virorum benevolentiæ Hon^mi Georgii Comitis Gower, *et illius qui exteris apud Regem Gallicum negotiis uno vel altero abhinc anno præfectus eſt, Ill^mi* Comitis de Montmorin. *Nam ut noſter ille Magnæ Britanniæ Regis in Galliam Legatus, nihil antiquius habuit quam ut votis* Academiæ Oxonienſis, *quam et ipſe non ita pridem ornarat, omni ope ſua obſecundaret, ita et alterum, ubi de finibus doctrinæ proferendis agebatur, conſilii ſui adjutorem facillime nactus eſt; qui itaque ad Archimedem illuſtrandum eum Codicum uſum, qui vel commodus eſſet quam maxume, ut erat tunc temporis munus ejus atque auctoritas, humaniſſime ſuppeditari voluit.*

Hi Codices ii ſunt, qui in Bibliothecâ Regiâ numeris 2359, 2360, 2361, 2362 *deſignantur, qui etiam in ejuſdem Catalogo ita recenſentur.*

2359. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur*
- 1mo. *Archimedis de Sphæra et Cylindro libri duo.*
- 2do. *Idem de Circuli Dimenſione.*
- 3^tio. *Idem de Conoidibus et Sphæroidibus.*
- 4to. *Idem de Lineis Spiralibus.*
- 5to. *Ejuſdem de Planis Æquiponderantibus libri duo.*
- 6to. *Ejuſdem Pſammites, ſeu de numero arenæ.*
- 7mo. *Ejuſdem Quadratura Parabolæ.*
- 8vo. *Eutocius Aſcalonita in Archimedis libros duos de Sphæra.*
- 9no. *Idem in Circuli Dimenſionem.*
- 10mo. *Idem in libros duos de Planis Æquiponderantibus.*

Is Codex duorum librariorum manu diverſa, ſæculo decimo ſexto exaratus videtur. Quædam et a tertio librario ſcripta ſunt.

2630. *Codex*

2360. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur Archimedis, et Eutocii tractatus supra memorati.*

Is Codex, e vetere quodam Alberti Pii, Carpensis, *exemplari quod penes* Georgium Vallam *antea fuerat, descriptus fertur. Nec abs re fuerit huc afferre, quæ de eximio illo antiquitatis monumento memoriæ prodidit* Gulielmus Philander *ad Lib.* 9. *Vitruvii cap.* 3. "*Hæc ego,* "*inquit, scripseram, cum beneficio* Rodolphi Pii, Carporum Cardinalis, *facta est mihi copia videndi* "*exscribendique (curante id Mæcenate meo) Archimedis de Sphæra et Cylindro cum enarratione* "*Eutocii volumen, ornamento futurum augustissimæ illi et instructissimæ Bibliothecæ, quam tu, toto* "*orbe terrarum maximis sumptibus conquisitis omnium disciplinarum et linguarum libris, Francisce* "*Regum potentissime et Christianissime, ad Fontem Bleeium sive Fontembellum aut Callirrhoen* "*dicere mavis, instituisti: Id volumen Georgii Vallæ fuerat, in quo præter linguæ Doricæ pro-* "*prietatem et omissionem spirituum atque accentuum, quæ in legendo nonnihil exhibuerunt difficul-* "*tatis, occurrunt subinde syllabarum et dictionum notæ, quæ ne a Græcis quidem ipsis satis agnos-* "*cuntur.*" *E quibus verbis nostrum hunc Codicem a* Philandro *exaratum non temere conjicias* *.

2361. *Codex chartaceus, Fonteblandensis, quo præter Archimedis et Eutocii opera, de quibus supra, continetur Heronis liber de mensuris. In fine capita duo, unum de ponderibus, alterum de mensuris, quæ incertum est an et ipsa ad librum Heronis pertineant. Præfixus index Græcus, manu*

* *Hujusce Codicis Epigraphe sic se habet,*

Ταῦτα ἐξεγράφη ἀπὸ τῦ ἀντιγράφυ ἐκείνυ παλαιοτάτυ ὃ πρότερον κτῆμα ὂν τῦ Γεωργίυ τῦ βάλλα ὕστερον τῦ ἐνδοξοτάτυ ἄρχοντος Ἀλβέρτυ τῦ καρπαίυ ἐγένετο· ὃ μὲν ἀντιγράφον ὡς εἰρήκαμεν παλαιότατον ὂν πλεῖστα δὲ καὶ ἀμέτρητα ἔχον ἀσάφειαν ἐκ τῶν σφαλεισμάτων· ἅτε ἀνεμβλήτοις χερσὶ μὴδὲ σαφηνίσασθαι μεθαμῶς· περὶ δὲ τὰς καταγραφὰς πολλῶν ὄντων καὶ ἄλλων ἁμαρτημάτων ταῦτα ὧν εὐκολότερα τὰ ὑπογεγραμμένα· τοιχεῖα δηλαδὴ ἀντὶ τοιχείων

χ ἀντὶ τῦ κ ϗ ἀνάπαλιν	π ἀντὶ τῦ ρ ϗ ἀνάπαλιν	ξ ἀντὶ τῦ ξ ϗ ἀνάπαλιν
θ ἀντὶ τῦ β ϗ ἀνάπαλιν	α ἀντὶ τῦ λ ϗ ἀνάπαλιν	

ὧν δὲ ἐν τῦ αὐτῦ ἀντιγράφυ καὶ τίνα ἴδια χαρακτηρίσματα σύντομίας χάριν τῆς ἐν τῇ γραφείᾳ· τὰ δέ·

πρε.

ους· οἷον τους.

και· ἀλλως ς· και.

ης οἷον της.

ἴσαι· ἷς ἴσους· ἷ· ἴσων· καὶ τἄλλα ὡσαύτως· ἵ· ἴσας· ἵ· ἴσων.

ων· οἷον των.

ουν.

εστιν· εσται· εσαι· εσαι· ι· αι· οιον· και· φερεσθι· φερεσθαι.

εἶναι· ἢ ὕτως . εἶναι.

εισιν.

ἶν· και ην· ὡς ιχυῶ· ἐχουσιν· και τὴν.

ον· ὡς τον.

ως· οἷον πως.

ἀν· μουσαν· ας· τας.

ος· οἷον ουτος· ουτος.

ου· οἷον του.

πάντων δὲ πυκνότατα ἦν ταδί.

πρὸς· ἐκείσθωσαν· προσκείσθωσαν.

οὕτως.

γὰρ.

γίνεται.

ἄρα.

ἴτω· καὶ ἕ· ἴτωσαν.

οτι· σ· οτι· καὶ σ. ὅτι· ἄλλο δὲ ἐτύγχανεν ὂν ἄνευ προσῳδίας· εἰ μὴ ἐν ὀλίγοις χάριν διαφορᾶς.

Ex horum signorum convenientia cum iis quos in Codice Mediceo observavit Bandinius, facilis est conjectura utrumque ab eodem exemplari defluxisse, cujus rei etiam fidem facit, quod Variæ Lectiones in utroque fere eædem sunt.

Constantini

Conſtantini Palæocappæ; *præfixus item index Latinus, manu Auveri. — Ibidem folio verſo deſcripti verſus Claudiani, in Archimedis ſphæram, ibidem et manu quoque eadem, præfatio brevis* Georgii Armeniaci *.

Is Codex manu Chriſtophori Auveri, *ſumptibus vero* Georgii Armeniaci *anno Chriſti* 1544 *exaratus eſt.*

2362. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo continentur Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra.*

Is Codex ſæculo decimo ſexto exaratus videtur.

* *Ita ſcilicet præfatur Librarius,*

Ne te offendat, ſtudioſe lector, hunc Authorem citra ullam ipſius commendationem aut præfationem aliquam videre: ita prima folii facies in veteri exemplari unde hoc deſcriptum eſt, vetuſtate conſumpta et extrita fuit, ut ne Archimedis quidem nomen agnoſci potuerit: nec tum aliud Romæ reſtabat quo reſtitui hoc συγγραμμα poſſet. Carebat in univerſum et ſpiritus et accentus omni nota; reliquis partibus integrum et abſolutum, niſi quod ἔμπροσθεν de menſuris poſtremi folii ſecunda pagina itidem ut Archimedis penitus obliterata fuerit. Quo tamen commendatione ejuſmodi Authoris etiam Gallia lætaretur, malui potius quoquo modo ejus tibi copiam meo ſumptu fieri, quam Mathematices amatoribus in hac parte mea culpa videri negligentior.

Ad finem Codicis ſubjicitur Epigraphe quæ ſequitur,

Τὸν ἐπιδηκι τούτω τῶ συντάγματι Χριτοφόρος ὁ αὐέρος γεγμανὸς τῆ πρώτη ἡμέρα τοῦ χιλιοστοῦ πενταχοσιοστοῦ καὶ τεσσαρακοστοῦ πεντάτου, Δαπανήματι τῦ εὐσεβεστάτου τῶ ἡουβέων ἐπισκόπου γυμνγίου ἀρμαξακοῦ τότι πρὸς παῦλον τὸ τρίτου τῆς ἁγίας ἐκκλησίας τὸν διάκονον οἰκουμένης ἐν τῆ ῥώμη παρὰ Φραξκίσκω τῦ κιλτῶν βασιλέως ἐπικυμασμάνος προσέυνετω· :——

DABAMUS EX ÆDIBUS CLARENDONIANIS
JUNII 22, MDCCXCII.

ELENCHUS

ELENCHUS OPERUM.

PAG.

Clementis Sibiliati de Vita ac Studiis Joſephi Torelli Veronenſis Commentarium. i

Præfatio Joſephi Torelli. xi

ARCHIMEDIS

De Planorum Æquilibriis Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 1

Quadratura Paraboles. 17

De Planorum Æquilibriis Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 35

De Sphæra et Cylindro Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 63

De Sphæra et Cylindro Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 131

Circuli Dimenſio, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 203

De Helicibus. 217

De Conoidibus et Sphæroidibus, cum Torelli Commentario in Prop. 12. 257

Arenarius. 319

De iis quæ in Humido vehuntur Liber Primus. 333

De iis quæ in Humido vehuntur Liber Secundus. 339

Lemmata. 355

Opera Mechanica, ut cujuſque mentio ab antiquis Scriptoribus facta eſt. 363

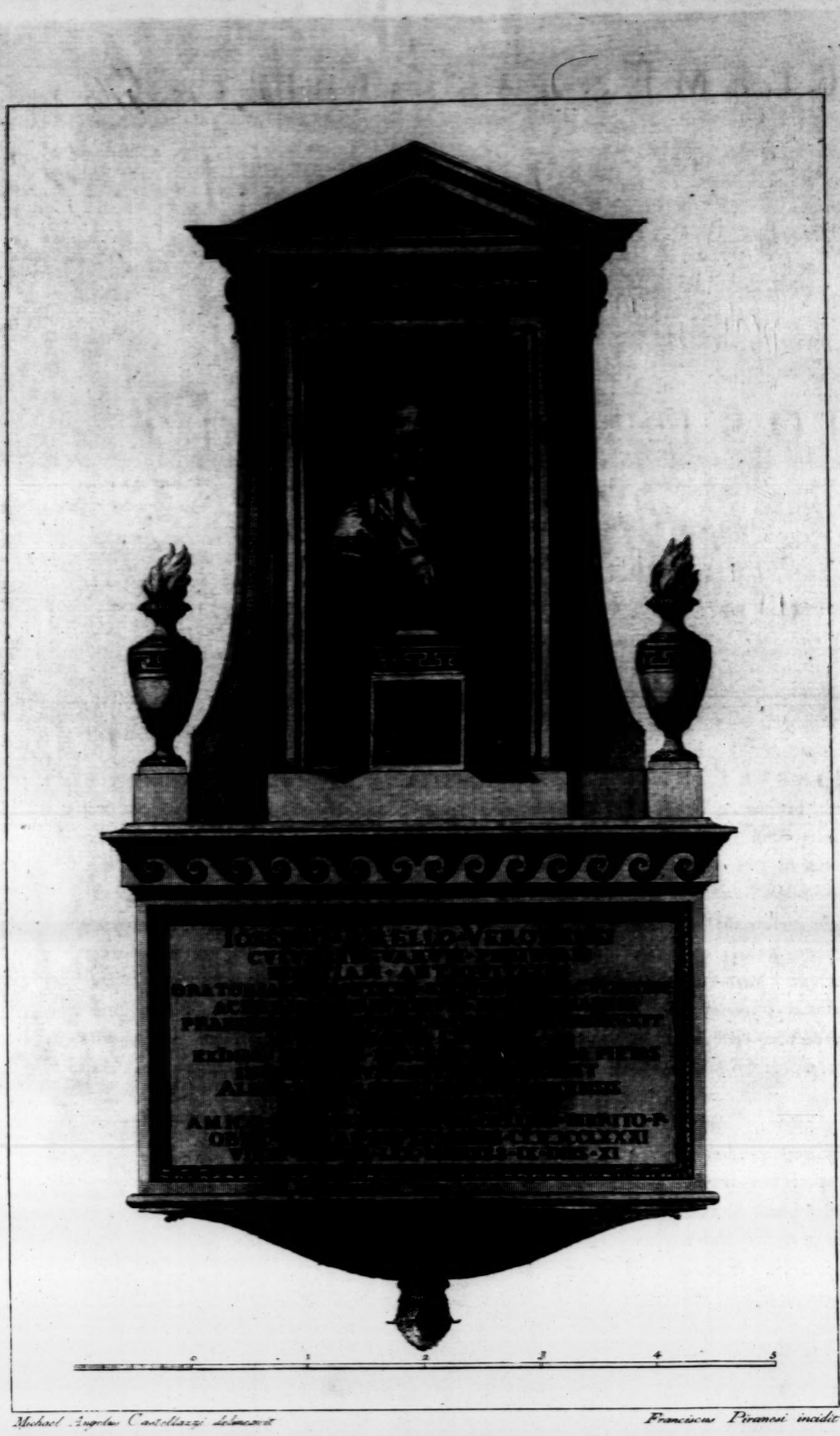
APPENDIX.

Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones de iis quæ in Humido vehuntur. 373

Lectiones Variantes Codicis Florentini. 379

Lectiones Variantes Codicum Pariſienſium. 421





Michael Angelus Cantalupi delineavit

Franciscus Piranesi incidit

CLEMENTIS SIBILIATI,

IN PATRIO PATAVINO LYCEO

RHETORIS AC PHILOLOGI,

DE VITA AC STUDIIS

JOSEPHI TORELLI

VERONENSIS

COMMENTARIUM.

PERVETUS querela eſt, et ab Homeri ætate ad noſtram uſque fermunculis propagata, Mundi ſeneſcentis vitio et ineluctabili diſſolvendi ſui neceſſitati obviam euntis debilitari ſenſim omnia, Naturamque effœtam viribus minores imbecillioreſque fœtus in dies progignere tum corporum tum animorum. Eos, qui talia venditent, aut inconſiderati judicii accuſandos cenſeo, qui opinionem vix dignam auribus anicularum temere imbiberint, aut malevoli ingenii, qui priſcorum ſæculorum atque hominum prædicatione, ætatis, qua vivunt felicitati, et eorum, quibuſcum vivunt, gloriæ tacite obtrectent. Nam cum aſpectabilem hanc cœli terræque molem eadem, quæ condidit, divina virtus ac ſapientia per univerſas infuſa partes conſervet, ſingulares quidem res ſibi invicem ſuccedentes ortæ occidunt, et auctæ decreſcunt, at in ſua ſe per veſtigia circumagens rerum ordo retro ſublapſus referri nequit, nec fatiſcere Natura communis, quam divina illa fatigari neſcia virtus ſuſtinet, et immutabili prorſus æternitate tuetur. Sed multo minus languorem ac ſenium hominum ingeniis obrepere exiſtimemus, cum animi firmiſſimo atque immortali naturæ robore ſepti, temporum viciſſitudinibus obnoxii eſſe non poſſint, cum temporis ſint expertes. Conticeſcant igitur paſſim jactatæ voces defeciſſe hac noſtra ætate Philoſophos, Juriſconſultos, Mathematicos, Medicos, Oratores, quorum tam uberem ſegetem præteritæ ætates effuderint. Nam præter quam quod præpoſteræ mentis eſt breviſſimam ætatem hanc, quam fugientes veluti prætervehimur, cum omnibus retro actis ſæculis conferre, ſi quid noſtris temporibus detrimenti cepit literaria res, non inde cauſa arceſſenda, quod nobis Natura defuerit, ſed quod nos ipſi Naturæ deſimus, ejuſque dona aut fruſtremur nihil agendo, aut aliud agendo intervertamus. Quocirca præter alias cauſas, quas docti viri attulerunt, hoc etiam nomine magnam iis habendam gratiam arbitror, qui non

unius aut alterius tantum eminentiſſimi ingenii, ſed multorum virorum ſcientia, aut literis, aut ingenua arte aliqua præſtantium elogia ſcriptis tradiderunt, ac tradere porro perguut. Quos inter Angelus Fabronius, Piſanæ Academiæ Moderator, vitas Italorum noſtra aut avorum noſtrorum memoria doctrina excellentium duodecim adhuc voluminibus cedro linendis perſecutus, retruſas Italas opes ac veluti complicatas eduxit, evolvit, et in oculis totius Europæ defixit, nunquamque interituram nominis ſui famam cum eorum, de quibus ſcripſit, immortalitate communicavit. Hiſtoricorum quippe voce ac fide hominum virtus ac ſcientia anguſto circumſcripta loco, breviſſimæque hominum vitæ alligata protenditur latius, ac diutiſſime prorogatur, efficiturque ut defendat numerus, refutetque immerito illatam Naturæ injuriam, quaſi novis malignius conſultum voluerit quam antiquis. Quæ ſane cogitatio menti occurſans, acriores volenti ſtimulos admovet, ut quædam de Josephi Torelli vita, ſtudiis, moribus, ſcriptis proloquar, ut qui non diu vixit, nec unquam e patriis Laribus pedem extulit, fato functus in longinquas terras nominis ſui commendatione, dum bonæ loquentur literæ, excurrat.

Veronam pernobilem Venetorum Urbem, et natura ſoli cælique adſpirante præſtantium ingeniorum ſine intermiſſione fœcundam ſortitus eſt Patriam Josephus Torellus, qui honeſto prognatus genere anno 1721, tertio nonas Novembris, in vitam ingreſſus eſt. Patrem habuit Lucam Torellum, qui mercaturam faciebat, quam artem ignobilem nemo dixerit, niſi qui luxu ac deſidia nobilitatem metitur. Matrem nactus eſt Antoniam Albertiniam, Venetam mulierem egregie cordatam ac priſci moris, in quam mox vicaria patris quoque cura conceſſit, cum illum immatura mors familiæ ac filiolo ſuſtuliſſet. Ingeminato igitur officii munere, maternamque facilitatem paterna gravitate roborans, piis doctiſque viris, quos Somaſchos dicimus, alendum, primiſque literarum rudimentis imbuendum tradidit, dein Ballerinis Fratribus plenius erudiendum concredidit, qui præ ſumma, qua pollebant ſapientia, ſpectatis pueritiæ velut auſpiciis, ac tanquam ſervato cœlo ſpem reliqui temporis præcipientes morigeram Matrem cohortati ſunt, ut in Athenæum Patavinum quam primum mitteret, ac nihil non ſibi de ejus ingenio ac diligentia polliceretur. Florebat tunc quoque Gymnaſium hoc noſtrum magnorum Doctorum copia ac celebritate, quam nunc etiam male feriatorum voculæ adaugent, non ut illos, reor, nihil jam ſenſuros demereantur, ſed ut inducta comparatione præſentibus detrahant. Id ipſum, me puero, jactari conſuevиſſe commemini, nempe illos qui ſuperiore ætate ſcholas rexiſſent ingenio ac ſcientia anteſtetiſſe iis ipſis, quos Torellus et ego tunc temporis audiebamus. Venit ille, atque in toto quadriennii ſpatio perdius ac pernox in ſtudiis evigilavit, nulla ut ei temporis particula vacaret ab auditione, lectione, ſcriptione, commentatione; tantumque diligentiæ tribueret, ac ſi non maxima ingenio, quod illi magnum inerat, gratia habenda videretur. Una diſcendi cupiditas in locum aliarum cupiditatum omnium immigraverat, quibus reſtinctis aut conſopitis, nil mirum ſi integerrima quoque vitæ innocentia inter æquales præcelleret, feſtinataque maturitate non longe abeſſet ab Anteceſſorum gravitate atque prudentia. Hinc hi certatim illum non laudare ſolum, ſed etiam parentum inſtar omnibus officiis complecti, cum illo verſari familiariter, de arte, quam profitebantur, ſermones ſerere, acroaſes, quas publice eſſent habituri, domi prælegere; quod inter cæteros Cl. Morgagnium conſuevиſſe compertum eſt, atque adeo libros in lucem edere ejuſdem nomini nuncupatos, quod præſtitit doctiſſimus idemque elegantiſſimus Hercules Dandinus Pandectarum Interpres, quo potiſſimum Duce in Juriſprudentiæ caſtris Torellus ſtipendia merebat. Non ita tamen ampliſſimæ huic Diſciplinæ ſe totum addixerat, quin verſatili, ut erat, ac multivolo ingenio ad alias quoque partitis vicibus applicaret ſeſe, et eo quidem fructu, ut de quacumque ſermo incidiſſet in ea una ſeparatim elaboraſſe judicaretur. Doctoris titulo et inſignibus auctus, Patriæ atque amantiſſimæ Parenti redditus, cum extremus atque unicus familiæ

ſuæ ſupereſſet, juris plane ſui iiſque fortunæ bonis inſtructus, quibus abuti ad vitæ mollitiem ac vitiorum illecebras potuiſſet, Ithacenſium exemplo non cera ſed ratione ſibi obturatis auribus Sirenios ſcopulos, ad quos fere ſeſe juventus omnis allidit, quam velociſſimo curſu prætervavigavit, ſeque totum in ſtudia bonarum Artium abdens et otium malorum peſſimum effugit, et animum multiplici doctrinarum ac virtutum ſupellectile locupletavit. Ac illud ſtatim deliberatum habens, ut uberes animo excepti ſatus ad pleniorem frugem feliciter adoleſcerent, redintegrare inſtituit et acrius urgere literarium curriculum, quod ſe plane abſolviſſe cenſent plerique adoleſcentuli, ubi eos laurea atque annulus honeſtaverint; quaſi vero hæc complementa ſint non invitamenta laboris et gloriæ. Cum autem nullam artem factitare decreviſſet, nullique addictus ſcholaſtico muneri cogitare atque agere rem aliam ex alia quotidie pro lubitu poſſet, non ab ingenio inſtitutoque ſuo receſſit, ſed curas cogitationeſque in multa ſubinde diſpertiit, fructuoſe et laudabiliter tamen, quoniam ea firmiſſima præjecerat fundamenta, eos ſubſtraverat ſcanſiles gradus, quibus non appoſitis, vel neglectis, inædificata deinceps ſtudiorum moles labatur et corruat neceſſe ſit. Quibus exemplis non utinam ſcateret ætas hæc noſtra, quæ ſeſe φιλοσοφάστρα venditat, qua homines paſſim primorum elementorum rudes, quive nullum doctrinæ genus obtinent, aut ipſum tantum lacinia, in tutelam ſeſe ac fidem Encyclopedici alicujus Lexici recipientes in immenſo vadoſoque ſcientiarum atque artium veluti ſalo jactantur potius quam navigant. Quamvis autem Juriſperiti nomen exercitationemque defugeret, non tamen utriuſque juris ſtudio nuncium remiſit, imo nonnulla de Legibus ad Tullianam lucernam elucubrarat, neſcio quo fato dolendo certe intercepta. Hebreæ Linguæ, Græcæ, Latinæ, Italæ multum temporis ac vigiliarum impertiit, duabus illis prioribus ut eas probe intelligeret, duabus reliquis, ut ad uſum ſcriptionemque transferret. His adjecit Gallicam, Hiſpanam, Anglam, at hanc eo perfectius perdidicit quo lubentius. Ut enim Britannos homines maxime diligebat, ita Scriptores perdite amabat, et pervolutabat aſſidue; e quorum lectione præter vim proprietatemque ſermonis, mentis quoque ac pectoris excelſitatem roburque eliciebat gentem præ ſe ferens libertati natam et imperio. Imo pruriebat ei animus denuo reddendi hetruſcis carminibus Miltoni epicum poema, ut Rollianæ interpretationis labeculis ac σφαλμάσι mederetur, idque jam inchoarat loca quædam ſelectiora carptim decerpens tum ad ſpecimen reliqui operis, tum fortaſſe ut quam ſimillimo munere remuneraretur Miltonum ipſum, qui ut Italæ nationis amiciſſimus, ita noſtratis linguæ apprime callens aliquot olim Dantis atque Areoſti eminentiora loca anglicis verbis numeriſque reddiderat. Ethicen, Metaphyſicen atque adeo diſceptatricem Theologiam cognitam habere voluit, non amore magis quam more ductus, cum in ea incidiſſet tempora, quibus concertationes de jejunio, de uſura, de magica arte, de probabilitate in moribus regundis Veronæ vigebant, ſeu potius dixerim, graſſabantur. Hiſtoriam priſcorum hominum ac populorum ſibi prope vectigalem fecerat, facem ubique præferentibus Chronologia, Geographia, et Arte Critices. Quam artem, qua ſuppoſititia a genuinis, interpolata ab integris, optima a ſequioribus internoſcuntur, ſecum circumtulit conſiliariam et adminiſtram, ad alias quoque diſciplinarum provincias obeundas, ut citius quis illi reliqua ingenii ornamenta denegaſſet, quam limatum acerrimumque judicium non conceſſiſſet. Muſicen non leviter attigit, non quidem ut caneret ipſe aut pſalleret, ſed ut totam canendi pſallendique rationem, quam plerique ſenſu tantum percipiunt, ipſe intellectu etiam ſequi et aſſequi poſſet. Probabat ille tamen in vocum nervorumque modis non tinnulos ſed graves, non ſubſultantes inerrantibus numeris, ſed in varietate eodem ſemper redeuntes, non aurium tenus vim terminantes ſuam, ſed illabentes in ima pectoris, cienteſque modo hos affectus, modo illos, pro ut res ipſa poſcat, aut poeſis præeundo imperet. Quod ſane genus, ut ita dicam, eloquens, flexanimum naturæ ac veritati conſonum

Pata-

Patavii proxime a Tartinio et Vallotio, Venetiis a Benedicto Marcello omnium vere Coryphæo laudabiliter uſurpatum nunc jam in deſuetudinem ac tantum non in faſtidium ſenſim abit, ut Platonis dicto adſtruatur fides, inflexis moribus muſicen immutari. In Pictura eruditis ejus oculis ſtudio atque uſu adjutis vel ipſimet artifices, Cignavolus in primis, plurimum tribuebant, rogatoque ſententiam de graphicæ ſervata fide, de colorum harmoge, de tabulæ pretio, de auctoris nomine, eam licet modeſte ac circumſpecte prolatam paſſim harum rerum amatores excipiebant ſine provocatione. Ipſe quoque domi, non quidem lautam ſupellectilem, quam opulentioribus relinquebat, ſed ſpecimen aliquod inſignium quarumdam tabularum collegerat, incipiens ab ea ætate, qua e Græcia velut extorris ars iſthæc Italo affini cœlo benignius ſuſcepta vivere vitam cœpit priore illa ſua fortaſſe potiorem. Harum unam percaram ſibi non magni moduli quidem at permagni artificii, quæ coloris ac luminis hilaritate ac flore quodam humanam ſortem egreſſæ pulchritudinis adjeciſſe aliquid etiam videtur earum, quas pictas exhibet, ſacrarum imaginum religioni, quæque a me viſa ſemel habitat adhuc in oculis, vivens dono dedit Chirographo ſuo ſe mortuo repoſcendam Jacobo Wrightio elegantiorum artium cultori, et Britannici Regis nomine apud Venetos Legato. Hic enim biennium una cum lectiſſima conjuge, liberalibus et ipſa ſtudiis patrio more innutrita, Veronæ commoratus, eam ſe perdidiſſe crediderat diem, quæ non viſo auditoque TORELLO ſibi præterfluxiſſet, eidemque hoſpitalem teſſeram in patriam redux dimidiam reliquerat, dimidiam ſecum abſtulerat. Architecturam vero eo coluit accuratius, quo utiliorem pernoverat tum rei privatæ tum publicæ. Cum enim ſuperiores artes duæ voluptati potiſſimum oculorum atque aurium lenocinentur, ſine iis conſiſtere humana ſocietas poteſt, hac ſublata non poteſt, niſi forte malimus ad Numidum mapalia, aut Troglodytarum ſpecus redire. Nec antiquariorum ſolertem peritiam neglexit, ſed numiſmatum, gemmarum, ſiglarum, toreumatum, anaglyphorum, aliorumque quibus Cimeliarchia decorantur, ac præcipue literatorum lapidum, ſatis ſe gnarum pro re nata perhibebat; ac vix ulla monumentis aut ſimulachris Veronæ ponebatur inſcriptio, quam non ille compoſuiſſet, aut ab aliis compoſitam non ſaltem penſitaſſet. Documentorum porro genus omne conditam condendamve patriam urbem, ad hæc uſque tempora bono in lumine collocantium, non quidem percurſum et quaſi memoria decantatum habebat, ex immortali præſertim Veronæ illuſtratæ opere, ſed ſuis inſuper qua vendibilibus conjecturis, qua firmioribus argumentis ita roborarat et cogitatione ſepſerat, ut de quacumque re aut fando audita, aut oculis repente oblata conſuleretur ea ex tempore promeret, quæ videri poſſet recentiſſime meditatus. Itaque nullus vir Regius, aut Tethrarcha peregre Veronam proficiſcebatur qui non ad ſe TORELLUM acciri juberet, eoque Myſtagogo uti cuperet ad viſenda et recognoſcenda ſingularia ornamenta ejus Urbis, in qua ubicumque incedimus in aliquam hiſtoriam veſtigium ponimus. Nec TORELLUS indonatus abibat, ſed ita tamen ut non ipſe eorum monilibus ditior, quam ipſi ejus alloquio diſcederent ornatiores.

Verumtamen ſi hoſpitia ſibi quæſivit in aliis, in Mathematicis et in humanioribus ſtudiis domicilium, quaſique tabernaculum vitæ poſuit. Quæ duæ cum inter ſe natura atque inſtituto minimum congruant, ſeu potius confligant, bicipiti, ut ita dicam, ingenio præditus ſit oportet qui præclare utrique alterna vice operam navare velit, ne ſi facultas altera tranſverſa incurrat in alteram utraque interturbetur. Animorum quippe vis, non ſecus ac corporum, aut adverſis alliſa motibus diffluit, aut obliquis alio detorta debilitatur. Torellus unus e pauciſſimis habendus, qui geometrarum adductam et ſupercilioſam gravitatem cum Muſarum Charitumque amœnitate conjungeret, eademque dextera modo circinum modo plectrum ſcite tractaret. Quos autem in Mathematica ſcientia (quam ſibi ea etiam de cauſa commendari dicebat, quod non, ut diſciplinæ fere omnes, magnam bibliothecam

thecam poſtulet, ſed paucis quibuſdam principiis innixa non magis in Urbe quam in agris commodiſſime coli poſſit) quos, inquam, in ea quantoſque mentis acumine ac laboris ſedulitate progreſſus fecerit, inconſultus ſum ſi multis conor oſtendere, cum Archimedeum hoc illius evigilatum opus ante oculos omnium interque manus verſetur. Quid enim ſponſore interpoſito opus ei ſit, qui repræſentata re fidem exſolvit ſuam? Quanquam ſponſionem jam fecit, dedítque voluntatis ac judicii prærogativam antequam in lucem ederetur ea ipſa, quæ in lucem edit humaniſſima ac doctiſſima natio, de qua tot jam revolutis ſæculis iterum dici queat exactior Matheſis in Britannia reperta, atque inde in Galliam aliaſque gentes tranſlata eſſe non quidem exiſtimatur ſed plane cernitur. Manſuetiores porro literas nec cura leviore et longiore etiam intervallo, toto ſcilicet vitæ decurſu in deliciis habuit, ad quas non doctus ſed factus, non inſtitutus ſed imbutus videbatur. Inerat enim illi acerrimus ſenſus a natura, teſtis ac index exquiſitiſſimus pulchritudinis, quo tanquam conſiliario intus admonente, quid venuſtum, quid turpe, quid ſincerum, quid non, et ſagaciter odorabatur et tuto arripiebat. Inficiabatur enim ille uſu atque induſtria novum, quem Natura non indiderit, parari poſſe ſenſum veri ac pulchri, ſed tantum quem illa dederit, poſſe ſtudio atque exercitatione corroborari. Ut autem in Geometricis antiqua recentibus præoptavit, ſic in amœnioribus artibus veterem eloquentiæ formam ſibi unam propoſuit, in quam intuens in eaque defixus ad ejus imaginem mentem et calamum dirigeret, eamque injuria annorum atque hominum veluti tabulam vaneſcentem vetuſtate iiſdem, quibus fuerat, coloribus renovaret. Oderat quippe illorum (libertatemne dixerim an licentiam?) qui conſpiratione facta de ſpatio curriculoque majorum deflectentes, aliam ſibi quamdam inuſitatam viam munierunt, ad quos frequens juventus adhinnit in nova omnia maxime prona, quæque nacta quos admiretur eorum effici ſe quam ſimillimam geſtit. Eos item, qui ut in veſtitu cæteroque beatioris vitæ cultu, ſic in literis nil elegans putant niſi Sequana advectum, igni et aqua interdici oportere dictitabat, igni, ut arbitror, Apollineo et aqua Hippocrenæa. Ac ſi quandoque in Gallica præſertim poeſi perſtringenda modum exceſſit, ferendus hercle magis quam ii quibus ſuccenſebat, quique in extremum e regione poſitum ruunt exemplo pejore quam errato. In eo quidem laudabo nunquam quod, ne leviculos offenderet, graves interdum et ſucci plenos ejus gentis libros tranſmiſit, atque inde libanda eruditio ſi frugifera ipſi futura erat, defuit, ſin minus, abfuit. Sic ea etiam carmina et orationes vel digito attingere detrectabat, quas aut parum emendata dictio inficeret, aut nimium conquiſita effœminaret, vel ſi quando curioſitate aut officio compulſus legeret, ſtatim ſumebat in manus veterem aliquem oratorem aut poetam, ut optima lectione diluret quidquid externæ labis forte inhæſiſſet. Quidni autem improbaret abnormem dicendi formam ac diſſimilem ſuæ, qui in apta ſibi ac perfecta paranda claſſicorum imitatione tantopere elaboraverat, cum alius quiſque ſuam maxime probet quamvis ab archetypo auctorum principum deſciſcentem? Ac ſi inter meticuloſam imitationem et effrænem libertatem non viſus eſt admittere plures interjectos et utrinque reductos gradus, parcendum in hoc ſemel homini geometræ non diſcedenti ab arte ſua, quæ inter immenſum curvarum numerum unam tantum atque unicam rectam lineam agnoſcit. In latine ſcribendo, in quo ſe valde amabat, nihil ejus dictione purius, nitidius, caſtigatius ad unguem. Illum ego unum ex triariis latinæ legionis apud noſtros Italos non jocoſius quam verius appellitare conſueveram, qui, modo quidpiam ſcriberet, refelleret ipſa re captioſas Alembertii concluſiunculas negantis poſſe quenquam mortalium tam ſero natum non improprie, incallide, invenuſte Romulidum uti lingua. Qui doctiſſimus quidem homo, at homo tamen, videri poſſit tanquam alter Hermagoras a TULLIO notatus, non quid ars, ſed quid ipſe poſſet expoſuiſſe. Neque tamen noſter hic aut difficultatem diffitebatur,

aut laborem defugiebat. Alienus quippe ab oſcitanti eorum ſecuritate, qui linguam hanc libris tantum ſuperſtitem adhibentes, memoriola unice confiſi quidquid ſtilum ſubierit cartis illinunt, limæque parcunt magis quam famæ ſuæ, lente ac prope moroſe excutiebat omnia, delebat, retractabat, ad eum tamen modum ut anxia iſthæc accuratio uni ſibi, non legentibus innoteſceret. Teſtis eſto hæc ipſa Archimedis interpretatio, in qua æſtimanda ea ne nos cogitatio prætervolet Romanos olim non, ſicuti Græcos, in mathematicis diſciplinis fuiſſe verſatos, notionibuſque pluribus deeſſe apud illos appellationes, ut oporteat transferre aut circumire, quod operoſioris induſtriæ eſt, quam quivis non auſus idem aſſequi poſſit conjectura. Sed næ ego ineptus, qui hæc recinam iis, apud quos hæc in lucem prodit editio, quique in hac re percipiende ſuo non alieno palato ſapiunt, ac tantum abeſt ut Latiali linguæ voce unquam aut ſcriptis oblatraverint, ut eam populis olim omnibus jura dantem, boni etiam ominis cauſa, tanquam Statores Joves ſartam tectam in ſuis Inſulis retinuerint, ac deinceps, quod bene vertat, ſint retenturi. Hetruſca autem lingua ſive quid ſolutum, ſive ligatum numeris pertexeret, ita ſtilum ſuum ad eorum, qui XIV aut XVI ſæculo floruere, exemplaria conformabat, ut non quidem eorum æmulus, ſed unus omnino ex ipſis judicaretur. Imo prætermiſſo nomine, ne annorum quidem auctoritas ejus ſcriptis fuiſſet defutura. Attamen in verſibus pangendis, ſi quid video, lenes ac teretes Franciſci Petrarchæ modos cum paulo hiantibus et ſcrupoſis Joannis Caſæ numeris temperabat. In proſa autem oratione ex Boccacio et Davanzato frontibus adverſis ſecum invicem collidentibus, tertium quoddam ſibi ſtili genus conflaverat ſcriptorem redolens utrumque ac neutrum. Non pauca varii argumenti, quorum Elenchum in calce dabimus, ſermone utroque publici juris fecit, quorum pleraque ſi vitilitigatorum leviſſima capita libellos potius quam libros vocitent, proindeque minoris faciendos ducant, velim pauliſper advertant non eum fuiſſe TORELLUM qui ſeſe ſtudiis mancipaſſet ut ex muneris functione alios opime erudiret, ſed ut ſe ipſum honeſto in otio jucunda veri ac pulchri contemplatione diſtrictum occupatumque teneret. Quanquam ſi quis attente illius etiam opellas legat ac penſitet, mehercule intelliget, quemadmodum longa non ſunt quibus nihil adimi, ita nec brevia, quibus nihil addi queat, contracta velut in arctum artis majeſtate, ac ubertate rerum; nec illum ingenii ſterilitate, ſed dedita opera maluiſſe litare Muſis thure aut farre cum potuiſſet hecatombe. Nihil profecto factu proclivius homini tam ingenioſo, tam navo, tam erudito ac ſeſquipedalia volumina concinnare mole quidem non virtute majora, in tanta præſertim hujus ſæculi proſtantium doctrinarum nundinatione.

Periclitari quoque ingenium voluit in transferendis Græcorum Latinorumque carminibus, cumque apud Quintilianum, puto, legiſſet græca diſcere cupienti ab Æſopo incipiendum, fabellas ejus omnes, quas vel ipſe Socrates fertur olim verſibus illigaſſe, latinas fecit. Qua in re ſi quis illum actum egiſſe dixerit, rogandus eſt ut TORELLIANAS prius cum alienis conferat, ac ſi appareat ab aliis elegantius fuiſſe converſas, tum vero hoc quidquid eſt ſive laboris, ſive induſtriæ, ſive exercitationis contemnat. Mox Theocritum Italo Cœlo, ſeu potius ſuo, utpote Syracuſanum reſtituit, ac illud ſimplex munditiis molle ac facetum paſtoritii ſermonis genus tam belle retulit, ut non minus ipſe cum Theocrito, quam hetruſca lingua cum græca de copia, proprietate, concinnitate decertet. Nec de latinis Poetis bene mereri neglexit, ac inter alia Epithalamium Catulli tribulis ſui de nuptiis Pelei ac Thetidos, nuncupatum a Cæſare Scaligero divinæ Æneidos veſtibulum; ac Plauti Comœdiam, cui titulus Pſeudolus, de qua tantopere auctor ipſe, TULLIO teſte, ſibi plaudebat, in Hetruſcos numeros ac modos ita convertit, ut eandem aleam ſubire volentibus proximum tantummodo a primo locum reliquerit. Attamen nuperrime Neapolitanus homo ſuam fabu-

fabularum Plautinarum interpretationem evulgaturus, memoratis aliis qui in eodem ſtadio deſudarunt, hanc TORELLI indictam præteriit; non auſim dicere ne contentione facta in dubium laudis diſcrimen adduceretur, ſed quod ad ejus manus non fuerit allapſa. Dolenda quippè vice in hoc bonarum artium librorumque e prælis indies prodeuntium commercio, minus propemodum a noſtro diviſos orbe Britannos experimur, quam Taurini populi Tuſcos, Tuſci Calabros. Italiæ ſiquidem tot regnatæ Principibus, quaſique in partes diſciſſæ deſit Urbs caput, in quam velut in commune centrum ductæ ab extremitate omni lineæ concurrant; optandumque foret ut quemadmodum olim in terra Græcià πολιτικοὶ, ita literarii nobis ſuppeterent Amphictyones, qui e ſingulis provinciis adlecti in aliquem ſtatum locum convenirent diſceptaturi de communibus ſtudiis, ſuaſque interim allaturi eruditas opes ac alienas reportaturi. Redditi item ab illo duo priores Æneidum Libri tam pari ac gemina (ita me Dii ament!) verborum conformatione, numerorum conſenſu, ac toto corporis inceſſu habituque cum exemplari concinunt, ut in eos optime quadret Virgilianum illud de Laride Thymbroque gemellis fratribus Æneid. l. 10. v. 390.

---------- ſimillima proles
Indiſcreta ſuis gratuſque *legentibus* error.

Ut autem in literarum profeſſione, ſic in vivendi ratione tota priſcæ virtutis retinentiſſimus fuit, cumulavitque ſcientiam ſapientia, ut decebat eum, cujus animus aſſidue inter veterum ſcripta, nempe inter mores incorruptos et candidos verſabatur. Homo vere frugi, quique temperantia modeſtiaque ſua adverſus ſæculi luxum certaret, ornatumque vitæ in ſimplici cultu et condecentia poſitum vellet. Avitæ religioni citra ſuperſtitionem addictiſſimus, propoſiti cum judicio tenax, ſervantiſſimus æqui et videbatur et erat, quique etiam ſublatis legibus eamdem ſemper probitatis conſtantiam retinuiſſet. Pudiciſſima illi non oratio ſolum ſed vita, quam expertem thalami duxit, quo ſolutior expeditiorque Minervæ ſacris operaretur, quam non ſine cauſa innuptam Virginem, ut etiam Muſas, Mythologi commenti ſunt. Facillimi ad eum aditus, et ex ejus congreſſu nemo non alacrior et eruditior redibat, quorum alterum æquabilem morum ſuavitatem, alterum lubentem communicationem doctrinæ prodebat. In amicitiis colendis obſequens et firmus quam maxime. Non longe abiero a memet ipſo. Is enim vix dum ephebus inito mecum Patavii amicitiæ fœdere in eo tam firmiſſime ſtetit, nulla ut alia toto vitæ curſu inter me ac illum interceſſerit contentio præter unam, uter alterum vinceret benevolentia ac fide. Teſtor ſexcentas illas epiſtolas noſtrarum ſententiarum et cogitationum conſcias, quas ſervo ſervaboque dum vivam, quaſque oculis identidem uſurpans redivivam ejus imaginem, inerrantemque veluti ſpiritum haurire mihi videor, jacturamque tam cari capitis aliquantiſper lenire. In quibus præter animi ſenſa capit me etiam mirifice accurata ſermonis integritas urbanitaſque Attico ſapore perfuſa, atque adeo manus ipſa, quæ compoſitiſſimas nitidiſſimaſque literulas tam belle exarabat, ut nil propius abeſſet a typorum ſimilitudine. Ut autem gloriolam ex leviſſimis honoris inſignibus collectam contempſit, ita ſolidam ac veram appetiit tanquam honeſtiſſimam mercedem virtutis; invidiæque omnis ac maledicentiæ non expers modo ſed inſcius illud affecutus eſt, ut in tanta ſemidoctorum colluvie invidiam viciſſim et obtrectationem effugeret, ſummiſque ac infimis juxta carus eſſet. Cariſſimus certe fuit Scipioni Maffeio, quocum communicare ſolebat cogitata et conſilia omnia, ac viciſſim ille ſua cum TORELLO multum licet natu minore, permutatione plane diſſimili atque illa Diomedis cum Glauco; cum hic utrinque non χρύσια χαλκείων ſed aurum auro rependeretur. Veronenſes reliquos memoratu alioqui digniſſimos, a quibus nullum illi amoris atque exiſtimationis teſtimonium defuit, invitus prætereo, ne ſi omnes percenſeam, longa, ſin paucos excerpam, odioſa futura ſit oratio mea. Præſertim cum Maffeius multigena illa doctrina ſua non

non tam ſingulos provocet, quam unus ferme exhibeat univerſos. Ex Venetis Patriciis duos tantum commemorabo, qui tamen et ipſi inſtar erunt plurimorum. Hieronymum Aſcanium Juſtinianum Equitem, qui jam tum a Prætura Veronæ præclare geſta Josephum Torellum affini tantum virtute animorum conciliatricula ſibi commendatum in clientelam ultro recepit, nec decedens ea unquam propenſioris animi officia intermiſit, quæ abſentem abſenti reddunt. Vir et ipſe hæreditario velut jure mitiorum graviorumque diſciplinarum cognitione utiliumque linguarum facultate anteferendus plurimis, poſthabendus nemini, ſed quo haud facile invenias quempiam compoſitum magis in doctrinæ ſuæ diſſimulatione. Benevolum quoque habuit et aliquandiu etiam Veronæ ſtudiorum ſocium in legendis præſertim philoſophorum Græcorum libris Angelum Quirinum, ad quod epulum uterque Conviva ſymbolam ſuam largiter conferebat. Quanta enim Senàtor hic doctrina, eloquentia, ac pulcherrimarum artium acerrimo ſenſu polleat cum multa teſtantur, tum in primis Alticheriana Villula, in qua extruenda ornandaque talis ſeſe ubique exſerit ſibi inſtans induſtria, eruditus ſapor, intelligenſque judicium, ut inde tota plane heri ſui mens animuſque pelluceat. Defatigarer equidem numerando ſi exteros quoque percenſere fatagam genere aut ingenio aut utroque nobilitatos, quibus aliqua cum eo conjunctionis neceſſitudo interceſſit. Sed tacitus præterire nullo modo poſſum Philippum Stanhopium τὸν μακαρίτην proxime ſublatum ex oculis, non ex animo bonorum omnium atque ſapientum; Davidem Stormontium ſummatem Virum, quem nominare laudare eſt; Archiepiſcopum Cantuarienſem ingenio ac virtute dignitati quam ſuſtinet prorſus parem, qui unam atque eandem eſſe putantes literariam Rempublicam in omnia pertinentem loca, iiſque tantum quibus terrarum orbis finibus contentam, Italo homini atque operi adeo impenſe patrocinati ſunt, ut Conterraneo ſuo non potuiſſent impenſius. Quos ſane arbitror una cum reliquis Civibus dictum illud in ore habere Ducis Carthaginienſis apud Ennium, at ſalubriore ſententia.—Scientias qui provehat erit mihi Albione natus quiſquis erit. Sed merita præ cæteris commemoratione fraudandus non eſt Joannes Strangius Nationis ſuæ Orator apud Venetos, Naturæ interpres apud omnes, cujus gratia et auctoritas nunquam Torello defuit, quem vivum perſpectiſſima benevolentiæ teſtificatione honeſtaverat. Nihil autem honorificentius quam probari ac diligi ab eo Viro, quem qui Plinium Britannicum appellet, is ſciat latine ſe non oratorie locutum. Quanquam et Itali, Patavini in primis, ſuum vindicant, qui Euganeis collibus diu ac ſedulo perluſtratis multa ac nova naturalis hiſtoriæ arcana deprehendit ac patefecit, eamque primus rem acu tetigit, quam vix unus aut alter e noſtris divinando tantum olfecerat*. Ac ut olim M. Tullius, detecto Archimedis ſepulcro, gloriatus eſt Syracuſanos ejus cives illud fuiſſe ignoraturos niſi ab homine Arpinate didiciſſent, nunc jure ſibi plaudat Strangius Patavinos ignoraturos fuiſſe montium ſuorum γένεσιν καὶ ἀνατομὴν, niſi Tameſi advectus homo intento digito commonſtraſſet. Tantis igitur fultus meritis et patrociniis quæ non Torellus ampliſſima munia tum ad quæſtum, tum ad dignitatem non quidem ad alienæ petitionis occaſionem intercipere, aut precibus efflagitare, ſed nutu ipſo non aſſequi potuiſſet? Sed meruiſſe contentus cupidioribus, aut egentioribus relinquebat, tum quia nihil illi dulcius beatiſſimo Patriæ ſolo, penatibus, zotheculis ſuis, tum quia ne Attalicis quidem conditionibus divelli ſe paſſus eſſet a grandævæ ac valetudinariæ Matris convictu adſpectuque, cui ſic viventi aſſedit, ſic morienti illacrimatus eſt, ut ejus in illam amor titulo res digna ſepulchri habita ſit. Sed quam ille parenti optimæ, Patria amantiſſimo Civi luctum mæroremque retribuit, cum ille vigenti adhuc ætate ac viri-

* Videſis Alberti Fortis Italicam Diſſertationem Intorno la vera ſituazione delle Iſole Elettridi degli Antichi. Tomo I. dé Saggi Scientifici e Letterari dell' Academia di Padova 1786: in qua nominatiſſimus ille naturalis Hiſtoricus, et quidem Patavinus, ea de Cl. Strangio rata facit, quæ hic ego obiter attigi.

bus

bus brevi acutoque morbo correptus pie conſtanterque naturæ conceſſit. Cadaver funebri pompa elatum, delatumque ad Divæ Anaſtaſiæ. Monumentum illi extructum e marmore, cujus in faſtigio locata ſtatua, vivæ perſimilis, ex gypſea larva in ipſo demortui ore efficta, cum inſcriptione quam legere eſt in baſi ipſiuſmet monumenti, quod hic quoque lineari pictura ex vero fictum conſpicitur. Cæterum Albertus Albertinius inſtitutus hæres, cujus magna et copioſa mercatura non parum alitur Veronenſe Commercium, artemque ipſe ſuam nobilitate animi, cultuque ingenii condecorat, nihil omnino prætermiſit eorum, quæ viſa ſunt e re ad proferendam obſignandamque affinis ſui, at arctius amici, gloriam nunc jam in tuto poſitam, mutuata a nunquam deſituro Archimedis nomine conſociatione immortalitatis. Ac parum ſe feciſſe ratus ſi imaginem tantum corporis daret, animi quoque effigiem qualemcumque hanc a me non nolente obtinuit. Canonicorum Collegium, quorum ſelectiſſimæ Bibliothecæ libros ſuos omnes ſupremis tabulis legaverat, nunquam intermorituram accepti beneficii memoriam cum perenni conteſtataque largitoris laude extare voluit, tanquam alienis quoque ſcriptis poſterorum educatoris. Philarmonicorum perilluſtris Academia Sodalem ſuum optime meritum ſolemni ſtataque die publica oratione ornandum decrevit. Eam habuit atque edidit Eques Hieroſolymarius Hyppolitus Pindemontius Veronenſis Venetuſque Patritius, cujus ſpectata eloquentiæ ac doctrinæ laus ſola pietate erga extinctum ſuperata eſt, quem præceptoris atque adeo parentis ſe habuiſſe loco grato animi ſenſu commemoravit, plaudente Verona tota, ac JOSEPHI TORELLI nomen in album immortalium ſuorum civium referri jubente. Quo adjecto illorum non tam numerum, quam pondus augeri ſenſit.

OPERA EDITA.

Lucubratio Academica, ſive Somnium Jacobi Pindemontii &c. Patavii ex Typographia Seminarii. 1743.

Animadverſiones in Hebraicum Exodi librum et in Græcam LXX Interpretationem. Veronæ. 1744. Typis Seminarii.

De principe Gulæ incommodo, ejuſque remedio, Libri duo. Coloniæ Agrippinæ. 1744.

De probabili vitæ morumque regula. Coloniæ. 1774.

De rota ſub aquis circumacta Epiſtola. Veronæ. 1747.

Li due primi Canti dell' Iliade (di Scipione Maffei) e li due primi dell' Eneide di Giuſeppe Torelli tradotti in verſi Italiani. Verona per Dionigi Ramanzini. 1749.

Gli ſteſſi due canti dell' Eneide riſtampati ſoli lo ſteſſo anno per lo ſteſſo Ramanzini.

Scala dè Meriti a capo d' anno Trattato Geometrico. Verona 1751 per Agoſtino Carattoni.

De Nihilo Geometrico Libri 2. Veronæ. 1758. Typis Auguſtini Carattoni.

Lettera intorno a due paſſi del Purgatorio di Dante Alighiero. Ib. 1760.

Della Denominazione del corrente anno volgarmente detto CIↃIↃCCLX in Bologna per Lelio della Volpe.

Il Pſeudolo. Comedia di Accio Plauto in verſi Italiani, e ſi aggiunge la traduzione d'alcuni Idilli di Teocrito e di Moſco. Firenze. 1765.

Inno a Maria Vergine nella Feſtività della ſua Concezione. Verona. 1766.

Lettera a Miladi Vaing-Reit premeſſa al libro che ha per titolo XII lettere Ingleſi, con altra lettera all' Autore della ſuddetta. Verona. 1767.

Elegia di Tommaſo Gray, Poeta Ingleſe in un Cimetero Campeſtre in verſi italiani rimati. Verona. 1776.

Geometrica. Veronæ. 1769.

Demonſtratio antiqui Theorematis de motuum commixtione. Veronæ. 1774.

Lettera ſopra Dante contro il Signor di Voltaire. Verona per gli Credi di Marco Moroni. 1781

Poemetto di Catullo ſu le Nozze di Peleo e Tetide, ed un Epitalamio dello ſteſſo. ivi. 1781.

OPERA INEDITA.

Æſopi Fabulæ ex græco in latinum verſæ et illuſtratæ.

Teocrito tradotto in verſi toſcani.

Elementi d' Euclide tradotti nell' idioma italiano.

Elementorum Proſpectivæ Libri duo, propediem in lucem exituri.

PRÆFATIO

JOSEPHI TORELLI.

QUICUNQUE Geometriæ ſtudium via et ratione inſtituit, illud fere ab antiquis Auctoribus exorditur, atque in eorum ſcriptis perlegendis prima ingenii rudimenta ponit. Qui enim Analyſin ſtatim amplectitur, quod plerumque fit, poſthabita Syntheſi aut neglecta, idem facit atque ille, qui labyrinthum ſine filo ingreditur, ac ſe variis viarum flexibus implicat nullum exitum habituris. Neutonum quidem accepimus queri de ſe ipſo aliquando ſolitum, quod perlecto nondum Euclide ea diligentia, quæ adhiberi in tanto Auctore debuerat, ad Carteſium alioſque propera quadam cura deſcendiſſet. Neque enim ignorare poterat, aut diſſimulare volebat vir, vel ex hoc ipſo ſummus, quia ingenuus, quid ſibi ad ſummam laudem deeſſet. Et ſane, ut magnus vir ille ſit, qui obſcura et involuta arcana arte detegit, major tamen eſſe videbitur, ſi quæ detexit, ea noverit certa ratione demonſtrare. Qui vero, quod unus aliquis affirmaverit, id ita eſſe ſine ulla probatione credit, præpoſtere agit; dum id homini tribuit, quod unice rationi tribuendum eſt. Non ſum neſcius, quæ antiqui pertractarunt, eadem a recentioribus pertractata eſſe, et quotidie pertractari; ſed, abſit dicto invidia, labore prorſus irrito. Si enim Euclides, ut de hoc uno loquar, aliqua in parte peccat, cur non redarguis? Sin autem in omnibus ſibi conſtat, cur eadem mihi aliis verbis proponis? At quædam ſcilicet recentiores detorquent, invertunt, immutant. Ita quidem exiſtimo: ſed tamen dum hoc faciunt, quid, quæſo, aliud agunt, quam ut ſarcinatores imitentur, qui fœminarum veſtes quotannis refingunt, ut eas ad ſæculi mores accommodent? De brevitate autem, quam tantopere jactant, quod dicunt, id nihil eſt; cum breve nihil dici debeat, quod ſine explicatione aliqua intelligi nequit, et minus perſpicue traditur. Quæ cum ita ſint, optime illi mihi de Geometria meriti eſſe videntur, qui in antiquis Auctoribus emendandis illuſtrandiſque operam poſuerunt. Cum autem Euclides, et Apollonius eo, quo debuerant, cultu, jampridem in lucem prodierint, reliquus erat Archimedes, ordine quidem tertius, dignitate vero, ſi ſuum cuique pretium ſtatuatur, facile princeps.

Natus fertur Syracuſis anno altero Olympiadis CXXIII; hoc eſt ab U. C. CCCCLXVI; utique ſi habenda fides eſt Joanni Tzetzæ, qui annum ætatis ſuæ LXXV ipſum exceſſiſſe tradit. Ortus autem eſt genere nobiliſſimo, utpote qui Hieronis Syracuſarum Regis, teſte Plutarcho, propinquus fuit. Nam quod eum Cicero Lib. V. Tuſcul. Quæſt. humilem homunculum vocat, id nihil officit; quoniam ibi cauſſæ ſervit, et ut Dionyſium deprimat, Archimedem, quem illi præfert, oratoria arte proſternit. Niſi forte illud veriſimilius videtur

Archi-

Archimedem Hieronis propinquum fuiſſe, quatenus is materno genere inferior erat; quippe ejus mater ſervili loco nata fuerat. Cum ingenio eſſet admodum acri, Geometriæ ſtudio ab ipſa pueritia ſeſe dedit. Mox adulta ætate profectus eſt in Ægyptum; quod tum facere Græci fere omnes ſolebant, ut Ægyptiorum Sapientiam, quæ maxima ferebatur, percipe-rent. Erat tum in iis regionibus Conon unicus cœli Syderumque ſpectator, quem ſibi Archimedes familiariſſimum fecit, tantoque in honore habuit, ut unum ſibi ſuorum operum indicem deligeret. Itaque et vivum omni officiorum genere excoluit, et mortuum, haud ſecus quam mater unicum filium, eluxit. Præclarum ibi ingenii ſui documentum dedit aggeribus extructis, cochleaque inventa, cujus ope exundantis Nili fluminis aquas exprimeret. Alias præterea regiones adiit, atque in iis aliquandiu commoratus eſt. Tandem reverſus a longa peregrinatione domum ſe recepit, atque ibi libros magna ex parte compoſuit, qui adhuc extant, quique otium et quietem hominis minime peregrinantis requirere videntur. Tanto autem animi ardore in meditando fuiſſe traditur, ut cibi interdum ac ſomni, aliorumque, quæ corpori curando neceſſaria ſunt, obliviſceretur! Quin etiam cum in balneum deſcenderet, figuras in foco deſcribere ſolebat, corpuſque, ſi quando ungeretur, notis digito interſtinguere. Atque hinc factum eſt, ut vana etiam de illo crederentur, Sirenen quamdam familiarem habuiſſe, quæ ipſum voce cantuque perpetuo deliniret. Interim accidit anno ab U. C. DXL, ut Marcellus Conſul Syracuſas obſideret; quo maxime tempore, qualis quantuſque Vir Archimedes eſſet, cognitum eſt. Nam patriam ſuam adverſus Romanos hoſtes menſes octo unica arte defendit, atque ita defendit, ut ii confecti labore ac tædio ab ejus oppugnatione abſiſterent; tantum in uno viro præſidii fuit. Sed cum ea tandem Dianæ feſto dolo capta eſſet, et a militibus diriperetur, ipſe formis intentus, quas in pulvere deſcripſerat, ab ignaro milite quis eſſet, interfectus eſt. Ægre id Marcellus tulit, ejuſque ſepulturæ curam habuit, et conquiſitos propinquos a militari licentia prohibuit. Sepultus eſt ad portas Agragianas, atque ejus monumento columella impoſita, quod ille propinquis et amicis mandaverat, in qua inerat ſphæræ figura et cylindri; adjectis ſenariis verſibus, quibus quæ ipſius ſphæræ ad cylindrum proportio eſſet, declarabatur. Quod monumentum M. Cicero, cum prætor in Sicilia eſſet, ignoratum a Syracuſanis, ut ipſe ait, exciſis vepribus et dumetis, quibus undique veſtiebatur, detexit. Porro cum plures in Græcia Philoſophi ingenii atque doctrinæ laude floruerint, nemo unquam tantam ſibi apud poſteros nominis celebritatem peperit. Cum enim plurimos antiquitas celebraverit, hunc potiſſimum divinis prope laudibus extulit; quas ſi quis perſequi velit, ut longam ac moleſtam, ita non neceſſariam rem ſuſcipiet. Nam ille, meo judicio, fruſtra laudatur, cujus opera extant, unde ſua cuique commendatio venit. Quamvis autem nonnulla Archimedis opera temporis injuria interciderint, tamen plurima eaque nobiliſſima ad nos pervenerunt.

Quæ cum ego animadverterem nondum ea cura edita eſſe, quæ tamen in libris levium quoque Scriptorum, pro ſæculi hujus felicitate, ponitur, operæ pretium me facturum exiſtimavi, ſi in iis operam meam qualemcunque diligentiamque collocarem. Itaque duo mihi propoſui, quæ potiſſima habenda ſunt: primum ut ea emendarem; deinde vero emendata latino ſermone fideliter, et, quantum argumenti ratio pateretur, eleganter etiam exprimerem. Quorum poſtremum me facile præſtare poſſe credebam, ſi primum illud ex voto ſucceſſiſſet. Hoc autem arduum maxime videbatur, quod antiquiſſimus quiſque Scriptor corruptiſſimus fere ſit; præſertim ſi de rebus minime obviis pertractaverit. Cum enim Amanuenſes in iis ipſis tam multa peccent, quæ perſpicua ſunt, quanto plura peccabunt in illis, quæ obſcura natura ſua caligine quadam obducuntur? Illud tamen occurrebat, cum quæcunque Archimedes ſcripſit, ea certa ratiocinatione demonſtraverit, me in iis, quæ forte depravata eſſent, emendandis haud dubiis conjecturis inniti poſſe. Qua cogitatione erectus

Archi-

Archimedis libros, quam poſſem, diligentiſſime recognoſcendos ſuſcepi, uſus editione Baſileenſi An. MDXLIV, quæ ab antiquo codice ſingulari fide deſcripta cum fuerit codicis ipſius loco habenda eſt. Nam qui eam adornavit Thomas Venatorius Vir doctus ac diligens nihil ſibi ne in iis quidem licere voluit, quæ manifeſto corrupta eſſent, et abſque ullo errandi periculo corrigi poſſent. Ac primum librorum ordo immutandus fuit, ut ille antecederet, qui tempore prior eſſet; deinde cæteri ſequerentur, ut ab Auctore quiſque ſuo conſcripti ſunt, et alter ab altero pendet. Itaque eos ita diſpoſui, ut primum locum teneant libri duo de Planorum Æquilibriis, libro de Quadratura Paraboles interjecto; deinde duo libri ſuccedant de Sphæra et Cylindro, eoſque libellus de Circuli Dimenſione excipiat; mox ſubjiciatur liber de Helicibus, atque huic proximus ſit liber de Conoidibus et Sphæroidibus; denique agmen claudat liber, qui Arenarius inſcribitur. Libri autem duo de iis, quæ in humido vehuntur, itemque alius, qui Archimedis, ut aliqui credunt, Lemmata continet, ſeorſum poſiti ſunt, quod Græce ſcripti non extent, neque certo ſtatui poſſit qui potiſſimum locus iiſdem tribuendus ſit. Cæterum librum de Paraboles Quadratura ponendum eſſe ante libros duos de Sphæra et Cylindro colligitur ex epiſtola horum alteri præmiſſa, in qua Archimedes ad Doſitheum familiarem ſuum ita ſcribit: *πρότερον μὲν ἀπεγράψαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσχεμμένα γράψαντες αὐτῶν ἀπόδειξιν· ἐπεὶ ὅτι πᾶν τμῆμα, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἑπτάπλευρόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δὲ τινῶν προπεπόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις· ἃ ἐστὶ τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.* Hic autem liber medius interponendus erat inter duos de Planorum Æquilibriis; quoniam ab eorum altero lucem accipit, alteri ipſe præbet. Quod ſi quis quærat cur libris de Sphæra et Cylindro libellus de Circuli Dimenſione appoſitus ſit, hic ſciat præcipua theoremata, quæ in iis demonſtrantur, uſui non eſſe, niſi Circuli Dimenſio habeatur. At vero quo ordine duo libri ponendi ſint, alter de Helicibus, alter de Conoidibus et Sphæroidibus, epiſtola docet primo illi præmiſſa, in qua poſtquam Archimedes theoremata recenſuit, quæ in poſtremo hoc continentur, ait: *τέτων δὲ αἱ ἀποδείξις ὕστερον τοῦ ἀποσταλλονται.* Quod autem ad librum attinet, qui Arenarius inſcribitur, ut eum recte prætuleris duobus libris, quos modo diximus, ita aliis, qui eos antecedunt, poſtponendus eſt.

Jam diſpoſitis eo ordine, quem ſupra memoravi, Archimedis libris, nihil prius mihi faciendum putavi, quam ut ſingulos attente perlegerem, et a librariorum mendis, ſi quæ eſſent, repurgarem. Et multa ſane occurrerunt, eaque non parvi momenti, quæ medicam manum requirerent. Nam voces aliæ corruptæ erant, aliæ confuſæ, aliæ ex duabus pluribuſve compoſitæ, aliæ contra in duas pluresve diviſæ, quæ neque ipſæ per ſe, neque ſimul conjunctæ quidquam ſignificabant. Quid quod integræ ſententiæ interdum deerant, eæque ejuſmodi, ut non paucis verbis, ſed aliquibus periodis conſtarent. Non tamen animum deſpondi, cum cogitarem nihil eſſe tam arduum, quod perfici ab homine non poſſit, ubi ſtudium ac diligentiam adhibeat. Atque illud primum quæſivi num quis forte in Archimedis libris emendandis operam poſuiſſet. Cumque inveniſſem fuiſſe aliquos, et quidem præcipuos Commandinum, Rivaltum, Barrowium, Walliſium, hos omnes conſului, et quid unuſquiſque præſtitiſſet diligenter conſideravi. Quamvis autem omnes optime de Archimede meriti ſint, tamen Walliſius tantum præſtat, ut huic uni multo plus, quam cæteris omnibus debeatur. Itaque cum adjutoribus in paucis quibuſdam ſim uſus Commandino, Rivalto, et Barrowio, unum Walliſium in Circuli Dimenſione, atque Arenario ſecutus ſum. Quod quamvis ſuo loco confeſſus ſim, ut virum ingenuum decet, tamen hic quoque profiteri placet, ne quis forte putet, pro ea, quæ ſæculum tenet, carpendi omnia libidine, me aliena pro meis venditare voluiſſe. Illud etiam percommode accidit, quod latina Archimedis verſio quam Joannes

Cremonenſis olim conſenuerat, Nicolai V. Pontificis juſſu cum deſcripta diligenter fuiſſet a Joanne Regiomontano, qui eam ab amicis acceperat, paulo poſt Baſileam tranſmiſſa, atque una cum Archimede edita eſt. Cum enim Cremonenſis codice uſus ſit aliquanto emendatiore, quam ſit Baſilienſis, nonnulla quæ in hoc depravata erant hujus Verſionis ope emendavi; plura etiam emendaturus, ſi quantum ille Græcam linguam, tantum Geometriam calluiſſet. At ubi hæc Verſio defecit, defecit autem in pluribus, ingenio et conjecturâ uſus ſum, quæ ut in cæteris lubrica eſt atque incerta, ita in iis ſtabili veſtigio ingreditur, quæ non hominis arbitrium, ſed veritas regit ac moderatur. Hac potiſſimum duce Archimedem totum in integrum reſtitui; ut nihil jam ſit in ejus ſcriptis, quod hominem Geometriæ peritum morari poſſit; ſi locum unum excipias, quem ſuſpicor mendoſum eſſe; ſed ideo non attigi, quod nihil de eo explanati habeam. Is eſt in epiſtola præmiſſa libro de Helicibus, in qua poſtquam theoremata ordine expoſuit, quæ ſcripta in quodam Cononis libro repericbantur, tria quædam excipit, quæ ſejuncta ab aliis erant, eaque ut falſa traducit. Hæc autem theoremata hujuſmodi ſunt. Primum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem." Alterum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eandem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus." Tertium: "Si ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro, ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur." Credamuſne præcipuum illud theorema Cononem ignoraſſe, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui in ipſa ſunt? Ex quo alterum ſponte fluit; cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. At contra Archimedes affirmare videtur non modo illud theorema Cononem inveniſſe, ſed alia etiam plurima, quibus longe Geometriæ fines amplificaverit. Hoc autem ſi non ignorabat, quomodo in librum ſuum referre potuit prima duo, quæ modo attulimus, theoremata, quæ ſimul componi nequeunt? Nam primum, quod ſtatuit majus ſegmentum ad minus rationem habere ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem, concludit hæc ſegmenta rationem habere ejus duplam, quam habet majus ſegmentum diametri ad minus. Atqui hoc manifeſte pugnat cum altero theoremate, quod ponit, majus ſegmentum ad minus eamdem, quam majus diametri ſegmentum ad minus, rationem habere. Quid quod Archimedes ipſe initio epiſtolæ, quam memoravimus, duo tantum theoremata falſa eſſe pronuntiat, et tamen paulo poſt tertium quoque recenſetur? Libet ipſa ejus verba hic afferre, ut ego illa, cum corruptiſſima eſſent, emendavi. *Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο πρὰ τοῦ ἐν αὐτῷ εἰμὶν χωρισμένα, τέλος δὲ ἀποδεδόμενα· ὅτι μὲν γὰρ τὰ μέρη μείζονα ἐρίσκων, ἀπέδειξεν δὲ αὐτῶν ἰσάκις ἐκφέροντες ἐλεγχόμενα, εἰ καὶ ὑπολαμβάνοντες ἐρίσκων τὰ ἀδύνατα.* Quid ergo dicendum eſt? Non aliud profecto, quam ſecundum theorema interpoſitum a quopiam temere eſſe, cum Archimedes primum, tertiumque tantummodo attulerit; atque ideo rejici debere. Sed quoniam hæc ſuſpicio nunc mihi primum oborta eſt, neque ea eſt adeo gravis, ut homines ad ambigendum proniores movere queat, eam integram relinquendam eſſe, nihilque omnino immutandum cenſui. Cæterum hac uno loco excepto reliquos omnes conjiciendo emendavi, ut nullus jam ſit, qui negotium legenti facceſſere poſſit. Quod cum dico de iis loquor, quorum ſententia depravata erat. Nam ubi ea integra eſſet, loquendi modos, ſi qui forte minus proprii occurrerent, retinui: quos dum aliqui plus æquo fidentes in antiquis ſcriptoribus

bus emendare volunt, corrumpunt. Exemplum rei hujus in Thucydide habemus, qui cum ſcripſiſſet: ὃ ἐνθυμηθέντες, ἢ πατρίς τις παρὰ πρεσβυτέρου αὐτὰ μαθὼν, ἀξιοῦτω τοῖς ὑμετέροις ἡμᾶς ἀμύνεσθαι repertus eſt qui dictionis novitate, ἀναλογίᾳ Græci vocant, offenſus, pro ἀμύνεσθαι, legendum conferet ἀμύνασθαι. Quod monet Vetus Scholiaſtes hiſce verbis: ἀμύνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ἀμύνασθαι. Μόνος δὲ Θουκυδίδης ἐνταῦθα κέχρηται τῇ ἀναλογίᾳ τῆς λέξεως, ὡς καί τινας ἀναλόγως τὸν γράφειν, ἢ γράφειν ἀμύνεσθαι. Οἷα ἔστι δέ. Quamvis autem quæcunque ego emendavi et correxi adeo certa ſint ut omnia fere præſtare audeam; ea tamen ita in contextum recepi, ut quæ loco moviſſem in extremam quamque paginam rejicerem. Atque id eo conſilio feci, ut præſens cuique ſit de induſtria noſtra judicium; et ſi qua forte minus arrideant, quid ipſe melius præſtare poſſit, ſtatim experiatur.

Illud quoque curandum mihi erat, qui Archimedem emendandum ſuſceperam, ut ipſum in Sicilia natum educatumque patrio ſermone loquentem exhiberem, Civemque patriæ ſuæ quodammodo reſtituerem. Itaque cum libri de Sphæra et Cylindro Attica dialecto conſcripti circumferantur, detrahenda iis erat peregrina veſtis, propriaque induenda; ut non modo res, ſed verba etiam ipſa, quibus explicantur, Archimedis eſſent. Quod enim Walliſius ſuſpicatus eſt, hos etiam libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe ea dialecto, quæ propria Siciliæ erat, id ego certiſſimo argumento confirmavi; cum locum quemdam obſervaverim, qui Attice in illis expreſſus cum ſit, in Eutocii commentario Dorice exprimitur. Reperitur hic locus in definitionibus libro primo de Sphæra et Cylindro præmiſſis, atque eſt hujuſmodi: τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κώνος τέμνει, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Qui in Eutocii Commentario ad ſecundam Propoſitionem libri ſecundi de Sphæra et Cylindro ita effertur: τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδὰν σφαῖραν κώνος τέμνῃ τὰν κορυφὰν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τᾶς ἐντὸς τοῦ κώνου hoc autem pacto emendandus eſt: τομεά δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ τὰν κορυφὰν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Quod autem de duobus libris de Sphæra et Cylindro, idem de Circuli Dimenſione judicari debet. Quis porro Doricam dialectum in hiſce libris immutaverit, incertum eſt. Certe Eutocius Aſcalonita non immutavit, quod tamen docti aliqui Viri exiſtimarunt, qui tunc id facere debuerat, cum commentarios in eoſdem libros conſcripſit. Utcunque res habeat, cum illud certum ſit, hoſce libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe eadem dialecto, qua reliqui conſcripti ſunt, conſtitueram Atticos loquendi modos abjicere, iiſque Doricos ſubſtituere, qui Archimedis ingenio, quod proprium cuique ſcribenti eſt, maxime convenirent. Sed cum Amici, quibus ego plurimum tribuo, dehortarentur ne id facerem, quod moleſtiſſima res eſſet, neque adeo neceſſaria, ut ab ullo magnopere deſideraretur; omnem de ea cogitationem depoſui, partemque oneris mihi detrahi libenter paſſus ſum. Quoniam vero ii quoque libri, qui Dorice ſcripti ad nos pervenerunt, puri putique Dorici non ſunt, ſed plures Atticiſmos admixtos habent, ſatis habui hos diligenter repurgare, abjectiſque, quæ peregrina ſunt, proprio ornatu decoros producere. Hoc tamen ipſum haud ſatis fidenter feci, quod ſcriptor quilibet, ſive antiquus, ſive recentior, ut propriam dialectum in pluribus ſervet, quædam tamen interdum aliis indulget. Thucydides quidem inter cætera habet ἀφόρητος, et ἰθαμίτα, pro ἀφόρητος, et ἰθαμίτη; quorum alterum Ionice, alterum Dorice dictum eſt, ut recte obſervavit vetus Scholiaſtes. Quod ſi Attico homini licuit quædam Dorico more inflectere, quidni licuerit Siculo quædam contra inflectere more Attico? Præterea Græcæ linguæ dialecti adeo cognitæ perſpectæque nobis non ſunt, ut quid proprium cujuſque ſit, quid commune habeant, certo ſtatui poſſit. Quam multa enim habet Ionica dialectus, ut cæteras omittam, quæ Doricæ conveniunt! Legimus

gimus ſane apud Herodotum τὴ, pro ἡ; ἕλκω, pro οἷ ἕλκω; ἄν, pro ἐάν; μέζων, pro μείζων; aliaque hujuſmodi, quæ Dores hoc prorſus pacto pronuntiant. Quid quod Dorica lingua non una eademque eſt, ſed pro variis regionibus, in quibus fuerit, varia ſibique diſſimilis. "Aliter enim," ut Corinthus ait, "Cretenſes loquuntur, aliter Rhodii, aliter Argivi, aliter Lacedæmonii, aliter Syracuſii, et Siculi." Poſtremo hæc lingua ne in una quidem regione ſibi conſentit; quod etiam in iis linguis fieri videmus, quæ noſtris temporibus vigent. Itaque in Cretenſium quorumdam populorum decretis, quæ non ita pridem edidit Edmundus Chiſhullius, leginus τᾷ, et τῷ; ἀπὸ, et ἀπώς; πρὸ, et πρός; ἄμμι, et ἄμιν; διαλέγω, ſive διαλέγη, et διαλέγηται. Quibus adde ἰόντας, et ἴοντα; ζημίας, et ἀζήμιαν; πυρός, et πίμπτων; aliaque hujuſmodi, quæ brevitatis gratia prætermitto. Quæ cum ita ſint, quamvis multa in Archimedis libris occurrant, quæ Dorica non ſunt, et aliter alibi ſcribuntur; tamen nihil fere immutavi, ratus ſatius eſſe ſpuria aliqua retinere, quam germana rejicere. Nam illud præterea occurrebat, Siculos omnium Græciæ populorum peſſime locutos; atque ideo mirum non eſſe ſi parum ſibi conſtabant, neque eamdem ſemper in iisdem vocabulis pronuntiationem retinebant. Eorum linguam Plautus duobus hiſce verſiculis oblique perſtringit.

Atque adeo hoc argumentum Græciſſat; tamen
Non Atticiſſat, verum Siciliciſſitat.

Hiſce perfectis, reliquum erat ut codex aliquis manu deſcriptus conquireretur, cum quo Baſileenſis conferri poſſet, ut ejus auctoritate, quæ conjiciendo emendaveram, confirmarem. Cum igitur certior factus eſſem membranæum codicem, quem maxime cuperem, Venetiis in D. Marci Bibliotheca aſſervari, curavi ut ſtatim examinaretur; quæque varia in eo eſſent, miſſis levioribus et inanibus, deſcriberentur. Qua in re operam mihi ſuam pollicitus eſt, cumulateque præſtitit Vir Græcis Latinisque litteris apprime exceltus Antonius Zanettius ejuſdem Bibliothecæ Cuſtos. Verum quod jamdiu animo inſederat, parum in codicibus præſidii eſſe, ſi ipſe proprio judicio uti neſcias, id verum eſſe experientia didici; cum quæ in codice Baſileenſi corrupta erant, ea fere omnia corruptiora in Veneto reperta ſint. Et ſane cum codices deſcribi ſoleant alius ab alio, nulluſque ſit tam antiquus, qui non a pluribus pendeat, neceſſe eſt omnes mendoſos eſſe; dum aliena incurioſe tranſcribimus, veteribuſque vitiis, quæ humanæ naturæ imbecillitas eſt, nova ſemper adjungimus. Non tamen pœnituit codicem illum conſuluiſſe. Nam quædam etiam in eo emendate perſcripta erant, quibus eorum nonnulla, quæ ipſe conjiciendo ſuppleveram, ſi omnino conſentirent, confirmavi; aut, ſi qua ex parte diſcreparent, perpolivi ac retexui. Quin etiam varias ex eo lectiones excerpſi, eaſque, ut optima quæque viſa eſt, extremo margini adſcripſi; rejectis illis, unde nullus eſt uſus, ſed inanis quædam diligentiæ oſtentatio.

Emendatis Archimedis libris, quod primum mihi propoſueram, reſtabat alterum facilius illud quidem, ſed longe moleſtius, ut ſingulos e Græco in latinum ſermonem converterem. Quod cum Joannes Cremonenſis jampridem fecerit, et poſt illum magna ex parte Federicus Commandinus, videbor fortaſſe aliquibus ſi non inutilem, certe non neceſſarium laborem ſuſcepiſſe. Quibus reſpondendum eſt, Cremonenſis verſionem contemnendam non eſſe, ſi temporum illorum ratio habeatur, quibus confecta fuit: at vero in hac tanta litterarum luce, quando nihil niſi perfectum abſolutumque hoc in genere ferri poteſt, nullius eſſe pretii. Nimirum ille Vir Græcis litteris mediocriter imbutus parum admodum peritus fuit latini ſermonis, et, quod caput eſt, Geometriæ; ut vix mediocris Archimedis interpres, nedum optimus, haberi poſſit. Quorum unum cum adeo certum ſit, ut probatione non egeat, placet alterum exemplo, quod primum mihi occurrit, confirmare. Petitionum, quas primo libro de Sphæra et Cylindro Archimedes præ-

præmiſit, hæc una eſt: τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἡ ἐπίπεδον τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς ταύτας· ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἡτιοῦν ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπίπεδα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην. Quam ego petitionem ita verti: "aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliquâ quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur." Quid Cremonenſis? "Aliarum vero ſuperficierum, et eoſdem terminos habentium, ſi in plano terminos habeant, eas eſſe inæquales. Ubi autem ambæ in eaſdem partes cavæ fuerint, et vel altera tota contineatur ab altera, aut alteram earum ab altera ſuperficie, et plano eoſdem cum illa terminos habente, aut ejus partem quidem comprendi conſtet, partem vero communem habere, et comprenſam eſſe comprendente minorem." Itane vero bone interpres? Quæ ſententia una eſt, hanc tu in duas dividis: atque id adeo inepte facis, ut altera falſa ſit, altera autem nulla. Quod ſi tam fœde lapſus eſt in re facili atque obvia; quod tamen et Rivalto contigit; quid ab illo expectandum eſt in difficilioribus, in quibus Viri etiam acuti interdum falluntur? Ad Commandinum quod attinet, Græcas quidem Latinaſque litteras optime calluit; ſed non omnes Archimedis libros convertit, ſive longi laboris tædio, ſive peculiari quodam litterarum fato, quo ſit ut nihil fere perfectum abſolutumque ab uno homine habeatur. Neque enim numerantur inter libros a Commandino converſos libri duo de Sphæra et Cylindro, aliique item duo de Planorum Æquilibriis, quos tamen ille vidit, et in libro de Paraboles Quadratura pluries laudavit. Cum igitur hi libri neceſſario interpretandi mihi eſſent, cæteros quoque interpretari placuit, ut una in omnibus oratio ac ſtilus appareret. Neque enim inertiæ crimen effugiunt qui Græcum aliquem Auctorem edituri onus inter amicos partiuntur, et cum plura ſint ejus opera, ſuum cuique vertendum tradunt. Illud etiam accedit, quod quamvis plurima Commandinus egregie interpretatus ſit, aliqua tamen ſecus, atque debebat, accepit; præſertim in Arenario, quod codice uſus ſit valde mendoſo, in quo nonnulla adeo depravata erant, quemadmodum ipſe teſtatur, ut qualia eſſent divinandum ipſi fuerit; neque tamen aſſecutus ſit. Quæ omnia cum corrigenda eſſent, liberque ipſe quibuſdam in locis veluti retexendus, fieri non poterat quin aliqua in illum ſtili varietas induceretur, quæ maxime fugienda eſt. Nihil enim æque offendit paullo delicatiores aures, quam multiplex ſcribendi genus; ut ille tolerabilior videatur qui æquabili ſtilo utitur, licet minus eleganti, quam qui elegantiſſimo, ſed vario ſibique diſſimili. Porro Commandinus quamvis latini ſermonis naturam probe noverit, atque ideo omnia fere ad optimæ ætatis conſuetudinem exprimat, verba tamen habet, verborumque compoſitiones, quæ latinæ non ſunt. Quarum exempla non affero, quod invidioſa res ſit; cum præſertim ſciam in Geometra elegantiam, ſi afferat, probari; ſi non afferat, non valde requiri.

Hactenus de Græcis Archimedis libris: nunc pauca quædam de duobus illis dicenda ſunt, qui περὶ ὀχουμένων inſcripti temporis injuria interciderunt. Hos latine quondam redditos in vetuſto quodam codice reperit Nicolaus Tartalea, deſcriptoſque diligenter aliquatenus emendavit; non tamen eodem tempore, ſed ſpatio aliquo, ut videtur, interpoſito. Primus enim utrumque Venetiis in vulgus emiſit Trojanus Curtius An. MDLXV, nempe viceſimo ſecundo poſtquam Tartalea eorum alterum ibidem edidit. Neque vero dubium eſſe poteſt quin libri iſti Archimedi aſcribi debeant, cum eos Strabo non modo memoret, ſed propoſitionem etiam afferat, quæ in eorum primo poſita ſecundo loco eſt. Verba ejus hæc ſunt, quibus Eratoſthenem irridet, quod Archimedis ſententiam de humidi

natura atque forma non probaverit: ὁ δὲ ἄτυπος ἁβὸς ἐστιν, ὥστε ἡ μὴ μαθηματικὸς ἂν οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιωῖ δόξαν, ἄτε φησὶν ἐκεῖνος ἐν τῆς περὶ τῶν ὀχημάτων, ποτὲ ὑγρᾷ καθιστάντες καὶ μένοντες τὴν ὑπόθεσιν σφαιρικὴν εἶναι. Huc etiam afferri solet Pappi auctoritas; sed ea incertior est, quam ut cum Strabonis auctoritate conferri possit. Quamvis enim ipse quoque Archimedis ὀχήματα memoret, tamen incertum est quid eo nomine intelligat; num opus, quod hoc titulo habemus, an quædam hydraulica, quæ melius etiam cum Heronis spiritalibus conjungi videntur. Verba Pappi hæc sunt: καλῶσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ καὶ τοὺς θαυματοποιοῦς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς Ἥρων πνευματικῶν· οἱ δὲ διὰ ὑδρίας, καὶ σπάρτου ἐμψύχων τινήτων δυνάμεων μιμεῖσθαι, ὡς Ἥρων αὐτομάτους, καὶ ζυγίους· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχημάτων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχημίους. Cæterum cum Commandinus in libros, quos memoravimus, eodem fere tempore incidisset, quo illos Tartalea invenit, egregiam in iis operam insumpsit. Nam orationem, quæ barbara plerumque erat, expolivit, menda correxit, loca mutila redintegravit, duasque, quæ deerant, Propositiones proprio Marte explevit: ut qui hosce libros cum prioribus illis conferat a Tartalea emendatis facile intelligat quantum vir viro præstet. Itaque cum cæteris addendi essent, unum Commandinum secutus sum; nisi quod eorum titulum aliquantulum immutavi, et quos ille de iis, quæ in aqua vehuntur, ego de iis, quæ vehuntur in humido, inscripsi: propterea quod Græcum verbum ἐχεῖσθαι latissime patet, vehique generaliter significat. Porro licet Commandinus talia ac tanta in iis præstiterit, qualia quantaque ea sunt, quæ memoravimus, aliquem tamen industriæ nostræ locum reliquit. Nimirum Propositio altera libri secundi hujusmodi est, ut eam edidit Trojanus Curtius. "Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quam hemiolium ejus, quæ usque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in gravitate, demissa in humido, ita ut basis ipsius non tangat humidum, posita inclinata non manet inclinata, sed recta restituetur." Quæ hoc pacto a Commandino elegantius exprimitur. "Conoidis rectanguli recta portio, quando axem habuerit minorem quam sesquialterum ejus, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate, demissa in humidum, ita ut ipsius basis humidum non contingat, et posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur." Vides Propositionem utramque convenire, nisi quod conditio de axis magnitudine immutata est, quæ in illa quidem jubetur data quadam recta major esse, in hac autem minor. Et recte quidem Commandinus animadvertit verbum majorem mendosum esse; sed illud retinere debuit, non in minorem mutare; addita tantum negativa particula non, quæ facile, in Græco præsertim exemplari, excidere potuit. Quæ emendatio, licet exigua videatur, tamen tanti est, ut Propositio illa, nisi hæc recipitur, vera quidem sit, sed parte sui mutila atque trunca. Quod enim Archimedes de recto conoide pronuntiat, id verum est, sive ejus axis minor sit recta, quam diximus, sive eidem sit æqualis: quorum utrumque τὸ, "non major," comprehendit. Quod cum adeo perspicuum sit, ut cuivis vel legenti appareat, non modo Commandinus, sed ne Barrowius quidem animadvertit: ne quis veterum scripta reparare cupiens animum despondeat, omniaque sibi prærepta a prioribus existimet.

Sunt qui existiment Archimedem librum scripsisse præter illos, quos memoravimus, qui Lemmata vocaretur, quod conjectæ in illum essent quædam Propositiones, quæ ipsæ per se starent, viamque difficilioribus sternerent. Hic autem liber ad nostram usque ætatem pervenit, quemadmodum ipsi volunt, non Græco sed Arabico sermone conscriptus, studio atque opera Thebitii Ben-Koræ Geometræ apud Arabas in primis clari, qui tamen liberioris interpretis munere functus est. Sed egregie meo quidem judicio, falluntur, dum sibi persuadent, aut persuadere aliis volunt librum aliquem Archimedis hoc titulo unquam fuisse. Cujus institutum hoc est, ut omnia suo loco demonstret, et si quid interdum, ne orationis filus abrumpatur, omittit, in fine statim subjiciat. Hinc solemnis ejus clausula, quasique con-

contrita: τῶν ἐπὶ τέλει δεχθήσεται. Quod autem Eutocius vetuſtum quemdam librum memorat, in quo duo quædam Archimedis theoremata continebantur, id levius eſt, quam ut refelli debeat. Neque enim totum librum, ſed partem ipſius aliquam Archimedi tribuit; idque non affirmate, ſed dubitatione aliqua injecta. Ait enim: τῶν μέντοι ζητουμένων ἔχειν τὴν ὑπόθεσιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλου Δωρίδα γλῶσσαν ἀπίστως, καὶ τῆς συνήθους τῷ ἀρχαίῳ τῶν προγεγραμμάτων ἑρμηνείᾳ ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ἀθρόαν κάτω τομὴν ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς ὅτι τὸ ἐν τῷ τέλει ἐπεγγεγραμμένον ὑπερχόμενος γράφεσθαι. Præterea vetus ille liber, cujuſcunque tandem fuerit, diverſus longe erat ab illo, quem nobis Arabum diligentia ſervavit. Neque enim continet duas illas Propoſitiones, de quibus Eutocius loquitur, pluresque contra habet, quæ in mathematicis Pappi collectionibus leguntur. Quin Propoſitio omnium prima Pappi ipſius eſt, qua Apollonii doctrinam de contactibus illuſtrare nititur. Quocirca credideṛim varias in eum librum Propoſitiones congeſtas eſſe, quæ maxime illuſtres circumferebantur, quæque periculum erat ne intercidẹrent, niſi in unum colligerentur. Cum autem Archimedis nomen paucis quibuſdam adſcriptum eſſet, illud ad omnes tranſlatum eſt; atque ita clarior unius fama, quod fere fit, multorum memoriam obliteravit. Cæterum quædam in eo libro Propoſitiones occurrunt, quæ Archimedis ingenium præ ſe ferre videntur; cujuſmodi ſunt quæ ad Arbeli dimenſionem pertinent: idque me potiſſimum impulit, ut cæteris Archimedis libris hunc quoque adjungerem. Cujus Arabicum exemplar libenter edidiſſem, quod Florentiæ in Bibliotheca Palatina aſſervatur, quo major mihi apud eruditos gratia quæſita eſſet, ſi obtinere potuiſſem ut illud Veronam transferrem. Neque enim vitæ meæ ratio permiſit ut ego me illuc conferrem, diſjectis vinculis, quibus aliquot jam annos intra domeſticum limen cohibeor. Sed cum duæ latinæ libri hujus Verſiones eodem fere temporis articulo confectæ ſint, altera a Joanne Gravio, altera ab Abrahamo Ecchellenſi, poſtremam hanc prætuli, in quam operam contulit Joannes Alphonſus Borrellus, quæ doctis Viris valde probatur. Una res offendit, quod is non contentus Propoſitiones expreſſiſſe, quæ ſolæ in pretio habendæ, ut Græcorum hominum, erant, ſcholia etiam adjecit Arabi cujuſdam Auctoris cognomento Almochtaffi, Viri ſocordis, ejuſque Artis, quam profitebatur, minus periti. Quæ ego partim non neceſſaria, partim etiam inepta, ne cum ſolidis inania conjungerem, prætermiſi. Duas autem Propoſitiones, quas ille affert ex Abuſahal Alkuhi, ideo rejeci, quod propoſitum mihi eſſet nihil edere, quod non e Græcis fontibus ductum ſit. Et quoniam Propoſitio quædam eſt, quæ generalibus verbis concepta peculiariter demonſtratur, quod quidem tribuendum videtur Arabo interpreti, qui Græci Auctoris mentem non aſſecutus argumentationem, quæ forte interciderat, minus recte ex ingenio ſupplevit; hanc ego de integro demonſtravi, ingreſſus viam, quæ mihi ut facilior, ita elegantior viſa eſt.

Et in his quidem quæſita aliqua mihi eſt ſive ingenii, ſive induſtriæ laus. Quod nunc ſubjiciam, hominem oſtendit magis diligentem quam ingenioſum, qui nullum Auctoris ſui monumentum obſcurum eſſe patitur. Nimirum cum intellexiſſem plura Opera Mechanica confecta ab Archimede fuiſſe, omnia diligenter conquiſivi, atque in unum collegi, ne iis quidem omiſſis, quæ nomine tenus nota ſunt. Nam mirum illud navigium, quod Hiero Rex Syracuſarum conſtruxit, Archiæ cuidam Corinthio, non Archimedi tribuendum eſt: quippe ille Architectus, hic præſes inſpectorque ejus operis fuit. Hæc autem opera ita referre placuit, ut a Græcis, Latiniſque Scriptoribus memorata ſunt; ſelecto inter multos antiquiſſimo quoque, niſi ſi recentior aliquis accuratior pleniorque in deſcribendo fuiſſe viſus eſt. Quod dum feci, non tam aliorum auctoritati, quam fidei meæ conſulere volui: ne cum quædam narrarem, quæ fidem prorſus excedunt, ea ipſe præſtare viderer. Quis enim non inter aniles fabulas referat, quod aliqui tradunt, Archimedem hoſtium naves,

injectis

injectis earum proris ferreis manibus, ſuſtuliſſe, aut portum ſubeuntes comburentibus ſpeculis incendiſſe? Quod tamen poſtremum, cum neque Polybii, neque veteris ullius Scriptoris auctoritate firmetur, facile refutaveris. Et ſane quod ſpeculum fabricari potuit ea magnitudine, ut exceptos ſolis radios in tantam longitudinem jaceret? Qui ſi eo pertingere potuiſſent, quo intendebantur, nullum tamen inde navi periculum fuiſſet, quod ſua ipſa agitatione vitaret. Hoc tamen ipſum ſeu falſo creditum, ſeu in majus auctum, e celebritate viri originem duxit. Et magna illum ac mirifica præſtitiſſe dicas, cui incredibilia affingebantur. Neque vero prætermittendum aliquid erat quod Archimedis nomine celebraretur. Itaque ea quoque ſubjicere oculis volui, quæ aut incerta in aliquibus Bibliothecis latent, aut minime dubia nobis longa ætas corrupit. Hæc autem deſcripta e Græca Joannis Fabricii Bibliotheca poſtremo loco poſita ſunt.

Jamque videbar ſuſcepto labori finem impoſuiſſe, cum occurrit animo fore pleroſque, qui Eutocii commentarios deſiderent Aſiatici hominis, et explanandi arte inſignis. Hic oriundus Aſcalone nobili Paleſtinæ urbe ante annos floruit mille circiter et ducentos; utpote qui præceptore uſus eſt Iſidoro Mileſio Architecto in primis claro, qui Juſtiniano imperitante una cum Anthemio Tralliano ſuperbum illud D. Sophiæ templum extruxit. Inter commentarios quos in Archimedem conſcripſit duo illi maxime celebrantur, quibus divinum opus de Sphæra et Cylindro illuſtravit. Quorum alter longe quidem uberrimus plurimi faciendus eſt, in quo varii modi traduntur, quibus veteres Geometræ celebre illud problema de cubo duplicando expedire conati ſunt. Deſcribuntur autem in illo plures machinæ perquam ingenioſæ, quarum, quæ ingenioſiſſima eſt Eratoſthenis, parum ab illa differt, quam in tertio Geometriæ libro Carteſius proponit. Quod quidem ſilentio libens præteriiſſem, niſi ejus fama hoc in genere laboraret; objectumque ei eſſet, quod gloriam ſibi ex aliorum inventis interdum quæſierit. Sed illud in primis jucundum eſt plura Geometrarum ſcripta cognoſcere, quorum pleraque interciderunt, nempe Philonis, Dioclis, Spori, Menechmi, Eudemi, Architæ, Eratoſthenis, Nicomedis, Heronis, quorum poſtremus librum de fornicatis parietibus, teliſque fabricandis compoſuit. Quod dum reputo ſatis mirari non poſſum Græcorum diligentiam, qui de rebus omnibus quantumvis exiguis ſcribebant, modo ad neceſſarios vitæ uſus utiles eſſent. Præterea quædam in hoc commentario verba occurrunt, ut levia quoque attingam, quibus Græcam linguam locupletaveris, cujuſmodi ſunt σωληνίζομαι, ἀγωνικίδες, et κίρκινος; quod poſtremum non Græcum ſed latinum hucuſque habitum eſt. Qui autem Commentarius proxime ſequitur in Circuli Dimenſionem vel ideo in pretio habendus eſt, quod ex eo colligitur quam difficilis atque implexa Græcorum Logiſtica fuerit. Cujus Artis præcepta complexus eſt Pappus duobus primis collectionum ſuarum libris hauſta fortaſſe a Magno, cujus λογιſτικὰ Eutocius memorat. Nam Græci ad numeros exprimendos alphabeti litteras adhibebant, non habita, ut hodie fit, ratione loci, in quo collocantur; quæ cum variæ eſſent atque multiplices haud mediocrem vel exercitatiſſimo computatori moleſtiam afferebant. Neque vero contemnendi ſunt commentarii quibus libros de Planorum Æquilibriis Eutocius expoſuit: quamquam in iis, ut verum fatear, levia quædam nimia cura perſequitur, gravioribus, quod interpretum vitium eſt, ſilentio tranſmiſſis. Nam propoſitio ſexta libri primi prætermiſſa ab eodem eſt, quæ tamen omnium potiſſima, utpote quæ principium demonſtrat, cui mechanica ars tota innititur, vitio aliquo laborare videtur. Quo factum eſt, ut docti aliqui viri ſuſpicati ſint Opus iſtud Archimedis non eſſe; licet nulla ſatis firma ratione permoti. Nam cæteræ propoſitiones ſolidiſſimæ ſunt; et hanc ipſam concutias facilius, quam evertas. Ipſe etiam ſtilus Archimedis eſt, qui ſemet ipſum horum

horum librorum auctorem prodit, dum in eorum altero Propositione V. librum de paraboles quadratura citat his verbis: δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμήματα ἐπίτριτα ὄντα τῶν τριγώνων. Num ita loqui solet qui aliena memorat? Verum hoc obiter. Illud dolendum est, quod neque isti commentarii, neque cæteri, quos memoravimus, uno in Circuli Dimensionem excepto, digni habiti sint, in quibus aliquis ingenii vires exerceret. Nam præterquam quod hominum diligentia æmulatione intenditur, minus in iis laborandum est, quæ ipse primus non attingas; quando aliena facilius correxeris, quam ipse tua proposueris. Itaque major prope cura adhibenda mihi fuit in Eutocio, quam in Archimede ipso recognoscendo; quamvis ille, ut recentior, ita incorruptior aliquanto ad nos pervenit. Atque hæc causa fuit, cur Archimedem in Eutocii domo conquirerem, ubi melius quandoque, quam in propria habitabat. Quod si qua sententia cum eadem utrobique sit verbis aliquibus discrepat, id ex editionum varietate repeti debet. Quando enim Eutocius suos commentarios confecit editione usus est longe optima, quam præceptor ejus Isidorus Milesius recognoverat, ut ipse monet his verbis, quæ in fine cujusque commentarii subjecit: Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, ἐκδοθὲν παρεγγυωμένου τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ. Cæterum illud non tam in Archimede quam in Eutocio expertus sum, quam arduum ac difficile sit Græcorum monumenta latinis litteris tradere. Nam Romani eloquentiæ studio unice dediti, quod in Republica maxime viget, Geometriam, cæterasque fere disciplinas contemnebant, quasi eæ homini ingenuo minus convenirent. Hinc fit, ut si quid de rebus hujusmodi scribendum sit, nullum fere auctorem habeas, quem imitere. Quo major mihi gratia habenda est eximio hujus ætatis scriptori Jacobo Facciolato Patavino, quem ego unum per litteras consului, quoties aliquid incidit, quod sine summa Latinæ linguæ peritia expediri non posset. Nec ille pro sua erga me benevolentia, licet graviſſimis occupationibus districtus, quærenti mihi unquam defuit. Nam ut est humaniſſimus, colendisque amicitiis in primis natus nihil antiquius ducit, quam quos maxime caros habet opera atque consilio juvare.

Utinam vero Eutocius omnia Archimedis opera exposuisset eadem cura atque diligentia, qua pauca quædam expositi, quæ memoravimus: quod illi facere per otium licuit, cum admodum adolescens libros de Sphæra et Cylindro interpretatus sit, ut ex ejus epistola apparet ad Ammonium Sophistam. Sed unus fortasse aliquis exorietur, qui incœptum ab eodem opus absolvet, aut, quod optabilius est, de integro instituet, præcipuus ingenio atque doctrina, iisque omnibus adjumentis instructus, sine quibus res tanta perfici nequit. Nam majus quiddam est, quam quod vulgo creditur, commentarios in Archimedem pro rei dignitate conscribere; idque cum omni tempore, tum præsertim ætate hac, quando ea, quæ maxima olim habebantur, ut levia despicimus. Quotus enim quisque hodie petat, modo non in ipso Geometriæ limine hæserit, ut si qua Propositio paulo obscurior in Archimede occurrit, ea sibi explicetur, demonstratisque, quæ ille consulto omisit, in sua quasi principia resolvatur? Hoc, quod quis in Euclide, Apollonio, Theodosio, aliisque cum laude præstiterit, supervacuum in Archimede est, qui non tyronibus, sed viris exercitatis legendus proponitur. Illud potius quærendum esset, quænam fuerit methodus illa prorsus admirabilis, qua tantus Geometra usus est ad ea detegenda, quæ hodie calculi integralis ope eruuntur. Neque enim valde diversa fuisse videtur ab illa, quam primus invenit Bonaventura Cavalerius, fuoque illo volumine tradidit, quod "Geometriam indivisibilibus continuorum promotam" nuncupavit. Sane Archimedes si quando demonstrare vult, quæ figuræ ad figuram proportio sit, sive ea plana fuerit, sive solida, utramque in plures particulas aut parallelogrammas, aut cylindraceas dividit, easque invicem componit cum singulas, tum omnes simul sumptas, ut quod verum est inde eliciat. Quod ubi factum ab illo vidisses, quantu-

lum erat particulas illas animo usque adeo minuere, dum collectæ in unum totas figuras exæquare viderentur! Atqui hoc præcipuum fundamentum est, cui Cavalerius methodum suam superstruxit. Quid vero si Archimedes docuit, qua ratione eæ particulæ, quotcunque tandem fuerint, in unam summam colligantur? Nimirum huc faciunt Propositiones X, et XI libri de Helicibus; et II ac III libri de Conoidibus et Sphæroidibus. Illud porro animadvertendum esset, quantum Archimedes et Cavalerius inter se conveniunt, tantumdem a se invicem dissentire. Cum enim uterque figuram, de qua quæritur, in plures particulas dividat, ex quibus figura alia componitur, Archimedes quidem de una ex altera ita conjicit, ut singulas seorsum consideret; Cavalerius autem idem de utraque statuit, quod sibi persuadeat eas tandem aliquando in unum coalescere. Itaque cum idem uterque eadem via quærat, longe diversis principiis utitur. Neque enim Archimedes statuit, aut statuere unquam potuit, componi lineam ex punctis, superficiem ex lineis, solidum ex superficiebus; quod utique absurdum erat cogitasse. Atque hoc manifestum est ex V propositione libri de Conoidibus et Sphæroidibus, in qua cum hoc sibi demonstrandum proposuisset, ellipsin ad circulum majori ejus diametro inscriptum eamdem rationem habere, quam minor ejus diameter ad majorem, argumentationem instituit, quæ eo demum exit, ut colligatur eamdem illam rationem intercedere inter duas lineas, quæ a quovis puncto communis diametri ad ellipsis et circuli ambitum, ad rectos angulos, ducuntur. Quidni ergo Archimedes ita concluserit? Atqui linearum, quas diximus, priores quidem ellipsin componunt, posteriores vero circulum; et ut omnes præcedentes ad omnes sequentes; ita se habet una præcedens ad unam sequentem. Igitur ellipsis ad circulum eamdem rationem habet, quam minor ejus diameter ad majorem. Hoc argumento recentior aliquis Geometra utatur, non Archimedes, aut alius quispiam ex antiquis, qui valde metuunt ne ab Euclide ferulis vapulent. Quippe recta linea ab eo definitur sine latitudine longitudo: ex quo sequitur infinitas numero lineas, cum alia super aliam cadat, unam tantum lineam efficere. Quod si rectam lineam ipse definieris longitudinem cum insecabili quadam latitudine, præterquam quod quid hoc sit concipi non potest, in aliam haud minorem difficultatem incides. Nam si inæquales hujusmodi rectæ componantur, serratam quamdam figuram constituent, non continuo et æquabili orbe comprehensam.

Atque hinc occasio arripienda esset, quæ sese sponte offert, excutiendi celebris illius sive principii, sive petitionis, cui uni calculus differentialis, atque integralis innititur, duas quasvis magnitudines æquales esse, quæ quantitate differunt adeo exigua, ut minor alia proponi nequeat. Quod quidem manifeste pugnat cum notione illa, quam animis insitam de æqualitate habemus. Ea enim æqualia esse concipimus, quarum differentia nulla est. Jam vero si quantitas infinitesima, ita vocant, exigua illa quidem est, sed tamen aliqua, qui, quæso, fieri potest, ut duæ magnitudines, quas inter hujusmodi quantitas intercedit, æquales omnino sint? Nam de monte quod dicitur, quem ideo depressiorem non censeas, quod granum arenæ ejus vertice decesserit, id nihil ad rem facit. Quippe in Geometria quod exquisitissimum est quæritur; ita ut si ejus montis altitudo Geometrica ratione dimetienda sit, ne illud quidem arenæ granum negligi debeat. Porro eo etiam diligentius quærendum de infinitesimis quantitatibus esset, quod quidam contendunt easdem receptas fuisse ab antiquis Geometris, quod falsissimum est. Cum enim Euclides docet, datis inæqualibus duabus magnitudinibus, fieri posse, ut a majore magnitudine pars quædam alia atque alia abscindatur, ita ut, quæ pars ejus relinquitur, minore proposita magnitudine minor sit, quid aliud ostendit, quam nullam esse majoris illius magnitudinis partem, ultra quam progredi abscindendo nequeas? Ita ille maxime infensus eorum placitis invehitur, quo præsertim nituntur. At mihi recentiores Geometræ ideo decepti esse videntur, quod principia quædam atque elementa quæsierint in magnitudine mathematica haud secus quam in

physica

physica quæri solent. Quasi vero eadem sit magnitudinis utriusque natura, et non potius longe diversa, cum altera concervatione fiat, altera motu; ita ut quæ illius elementa sint, animo saltem concipias; quæ vero hujus, ne fingere quidem possis. Nimirum cum unum idemque solidum superficiei motu gignatur, sive celerior is sit, sive tardior, quæ tandem illius solidi elementa erunt? An pro diversitate motus ea quoque diversa censenda sunt? Ita fiet, ut plura ac prorsus infinita unius magnitudinis elementa sint; quod utique est absurdum. Atque hinc vetus illa quæstio de divisione continui, quæ magna animorum contentione diu multumque in scholis agitata est, minimo negotio expeditur. Nam continuum, quod vocant, aut Physicum est, aut Mathematicum. Si Physicum est, illud ita dividas, ut consistere tandem cogaris: sin autem Mathematicum, progredieris dividendo quousque velis; neque ulla erit pars adeo exigua, quæ animo dividi in partes alias atque alias non possit. Scilicet illud disjunctione partium disjici nequit, quod non earum compositione compingitur; et ibi elementa frustra quæruntur, ubi nulla sunt. Quod cum dico duo hæc continua mente et cogitatione sejungo; ne quis forte objiciat mathematicum in physico concipi, quatenus scilicet id est quantum, et propterea idem de utroque pronuntiari debere. Neque vero quidquam agunt, qui infinitesimas quantitates rejicientes, momenta quædam earum loco Geometriæ inferunt; eaque ita vocant, quod concipiantur momento temporis finitæ magnitudinis fluxu oriri. Si enim momenta hæc vires suas fluendo explicant, non aliud sunt quam ipsæ, quas rejiciunt, infinitesimæ quantitates: sin autem nituntur, neque tamen ultra tendunt, novum vocabulum frustra inducitur, dum id, quod nihil est, momentum appellatur. Quid ergo est? Inquiet aliquis. Num recentiorum calculum despicis, cujus usus in Geometria tam longe lateque patet? Imo vero valde suspicio, atque inter maxima superioris ætatis inventa refero, quo nihil majus non modo ab homine expectari, sed ne voto quidem præsumi potuerit. Hoc unum contendo, falso illum fundamento inniti: ut suspicari liceat non jam constituto principio calculum inventum, sed invento calculo tum demum constitutum principium fuisse. Et ad calculum differentialem quod attinet, illud mihi certum expleratumque est in definiendis contingentibus, et maximis minimisve, quas illi infinitesimas quantitates vocant, has esse merum nihilum. Merum autem nihilum dico, quod nihilum relatione in Geometria, meo quidem judicio, nullum sit. Quod vero attinet ad calculum integralem, cujus ope curvæ lineæ in rectas transmutantur, et superficies ac solida ad quadratum, et cubum rediguntur, quantitates illæ, quæ characteristicæ vocantur, aliquid quidem sunt, sed furtim calculo supputantur. Quid ergo mirum si calculi isti recte procedunt; quando nihil impendii fit, sive quod nihil est abjicias, sive quod est aliquid ultro retineas. Ex quo illud etiam apparet merum calculi integralis commentum esse, duas quasdam rectas concipere infinite proximas, quæ figuræ elementum constituant; quod eodem res cadat quocunque tandem intervallo distent. Atque hæc adeo perspecta mihi sunt in curvis omnibus tam algebraicis, quam mechanicis, ut ea, ubi opus fuerit, demonstrare possim.

Nunc autem pauca quædam non tam explicare, quam proponere libet, quæ occurrerunt animo cum Archimedem attente perlegerem, quæreremque num, quæ sibi recentiores Geometræ subsidia analyticæ artis quæsierunt, ipse, ut aliqui volunt, admiserit. Ego enim contra sentio, quod videam ea quoque illum rejicere, quæ minus dura videntur; puta figuram quamlibet curvam sumi posse pro polygono eidem inscripto, quod infinita numero latera habeat. Quod cum tamquam verum ponatur communi recentiorum Geometrarum consensu, tantum abest ut Archimedes illud probet, ut ideo concludat spatia quædam parabolæ segmento inscripta, quotcunque tandem fuerint, segmento ipso minora esse, quod ea polygono cuidam æqualia sint. Et sane concipi nequit polygonum

in

in curvam figuram abire, quin duæ res prorſus diverſæ in tertiam quamdam coaleſcant. Alia ſiquidem ſpecies nobis animo obverſatur cum circulum, et alia cum polygonum dicimus, quæ non tam re, quam ratione ſecernuntur. Porro id polygonum, quod in circulum tranſmutatur, cujus tandem naturæ eſſe debet? Num ternarius illud numerus metietur, an quaternarius; denique alius quiſpiam numerus primus, vel compoſitus? Neque enim demonſtras cur potius circulus fiat id polygonum, cujus latera a ternario, quam cujus a quaternario, aut alio quovis multiplicantur. Præterea abſurdum eſt concipere, quod infinitum eſt, id factum aliquando eſſe. Neque enim id eſt infinitum, cujus aliquis eſt finis. Cæterum non negaverim polygona, quæ curvis figuris inſcribi ſolent, magno ſæpe adjumento eſſe ad ea detegenda, quæ figuris ipſis conveniunt, quæque alio modo erui ſine magno labore non poſſent. Nam Archimedes ipſe paraboles quadraturam invenit, polygono quodam ejuſdem ſegmento inſcripto, cujus ea erat natura, ut minus continuo eſſet quam ſeſquitertium trianguli eamdem ac ſegmentum baſim atque altitudinem habentis quantitate quadam, quæ magis magiſque minueretur, quo plura polygonum latera haberet, propiuſque ad ſegmentum ipſum accederet. Hoc autem polygonum parabolæ analogum recte vocaveris. Cujus generis polygona cum infinita ſint, pro diverſa curvarum natura, quærendum de iis diligenter eſſet; unde maximi in Geometriam fructus redundarent. Plurimum enim ſcire refert, quotieſcunque polygonum figuræ alicui inſcribis, utrum analogum eidem ſit; ne in graviſſimos errores incidas, eaque te inveniſſe credas quæ fieri nullo modo poſſunt. Cujus rei exemplum hic afferre libet ex figura quadam petitum polygoni ſpeciem referente circuli quadranti inſcripta, cujus ope aliquis fortaſſe ſibi perſuaſerit ſe circuli quadraturam deteriſſe. Hoc autem tribus propoſitionibus explicabitur, quarum prima hæc ſit.

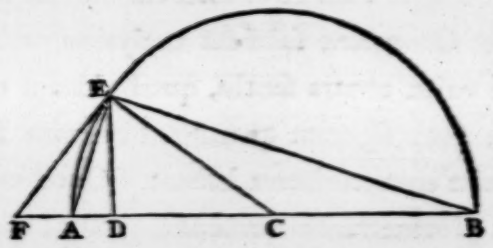
1. Si fuerint rectæ quotcunque æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum exceſſus ſit æqualis minimæ; et aliæ item rectæ multitudine quidem unâ illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes rectæ, quarum unaquæque maximæ eſt æqualis, duplæ erunt omnium rectarum ſeſe invicem excedentium, dempta earum maxima.



Hujus autem demonſtratio ex appoſita figura manifeſta eſt. Ex qua ſequitur, ſi minores rectæ, quas diximus, cum poſterioribus conjungantur, tunc triplas illarum fore.

2. Si recta linea circulum in quolibet puncto contigerit, et ab eodem recta ducatur ad diametrum normalis, duæ rectæ, quarum prima inter normalem, et contingentem, altera inter normalem, et diametri extremum, quod ad partes contingentis eſt interjicitur, proportionales erunt duabus rectis, quarum prima interjicitur inter normalem, et extremum diametri, quod eſt ad partes contingenti contrarias, altera inter normalem, et centrum; ita ut, quæ ſunt ad diametri extrema, ſecum invicem non conferantur.

Sit circulus A E B, cujus diameter A B, et centrum C. Contingat autem circulum A E B in puncto E recta E F; ducaturque a puncto E recta E D ad diametrum A B normalis. Dico, ut F D ad A D, ita ſe habere B D ad D C.

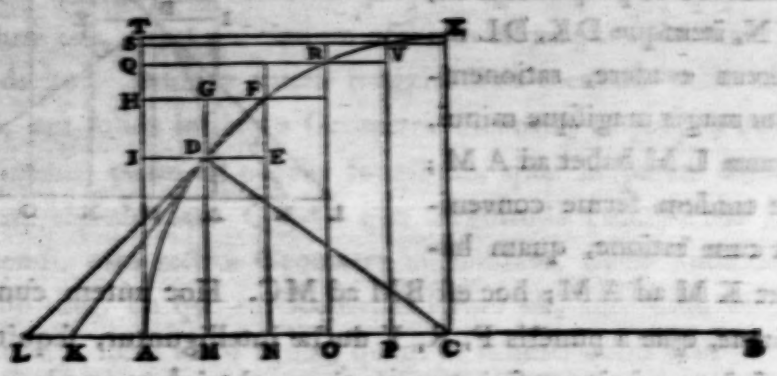


Ducantur enim rectæ A E, C E, B E. Quoniam igitur angulus A E B rectus eſt, ut E D ad A D, ita ſe habet B D ad E D. Se habet

habet autem, ut FD ad ED, ita etiam ED ad DC; quoniam angulus FEC ipse quoque est rectus. Se habet igitur, aequa proportione, ut FD ad AD, ita BD ad DC. Quod oportebat demonstrare.

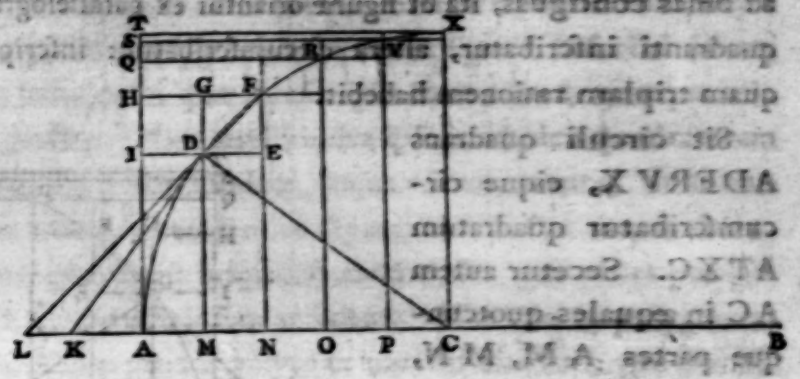
3. Si circuli quadranti quadratum circumscribatur; sectaque alterutra ejus basi in aequales quotcunque partes rectis ad basim ipsam normalibus, quae quadrantis circumferentiam in partes totidem secent, ducantur ad ea puncta, in quibus eadem secatur, rectae aliae basi parallelae; producanturque rectae, quas primo, quasque secundo loco diximus, ad binas contiguas, ita ut figurae oriantur ex parallelogrammis compositae, quarum altera quadranti inscribatur, altera circumscribatur: inscripta ad circumscriptam majorem quam triplam rationem habebit.

Sit circuli quadrans ADFRVX, eique circumscribatur quadratum ATXC. Secetur autem AC in aequales quotcunque partes AM, MN, NO, OP, PC rectis ad ipsam AC normalibus MD, NF, OR, PV; ducanturque ad puncta D, F, R, V rectae ID, HF, QR, SV ipsi AC parallelae, et producantur MD, ID ad HF, NF, aliaeque item eodem modo; ita ut oriantur figurae, altera quidem MDFRVX, altera vero IDFRVX. Dico figuram MDFRVX ad figuram IDFRVX majorem rationem habere quam triplam.



Jungantur enim puncta D, F recta DF, quae producta cum diametro in puncto L concurrat. Ducatur autem a puncto D recta DK quadrantem contingens; et jungatur DC; ponaturque CB ipsi AC aequalis. Et quoniam parallelogramma DN, HD aequiangula sunt, rationem inter se invicem habebunt, quae ex laterum rationibus componitur. Itaque ut parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD ita se habet cum DE ad DG, sive EF, tum DM ad DI, sive AM. Ut autem DE ad EF, ita se habet LM ad MD. Ut igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD, ita se habet cum LM ad MD, tum DM ad AM; hoc est parallelogrammum LMD ad parallelogrammum AMD; hoc est LM ad AM. Quae enim parallelogramma sub eadem altitudine sunt, ea sese invicem habent ut bases. Habet autem LM ad AM majorem rationem, quam KM ad AM; hoc est BM ad MC. Quippe demonstratum est quatuor hasce rectas proportionales invicem esse. Habet igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD majorem rationem, quam BM ad MC. Eodem modo demonstrabitur, parallelogrammum FO ad parallelogrammum QF majorem rationem habere, quam BN ad NC; et parallelogrammum RP ad parallelogrammum SR majorem, quam BO ad OC; et parallelogrammum VC ad parallelogrammum TV majorem, quam BP ad PC. Igitur omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV majorem rationem habent, quam omnes BM, BN, BO, BP ad omnes MC, NC, OC, PC. At vero BM aequalis est duabus BC, CM; et BN duabus BC, CN; et BO duabus BC, CO; et BP duabus BC, CP. Itaque quaedam sunt rectae aequaliter sese invicem excedentes BC, CM, CN, CO, CP, quarum excessus minimae CP aequalis est; et aliae item rectae multitudine quidem una illis minores, magnitudine vero aequales unaquaeque maximae BC, quae cum primis illis

illis conjunguntur. Omnes igitur BM, BN, BO, BP triplæ erunt omnium CM, CN, CO, CP. Demonſtratum autem eſt omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV majorem rationem habere, quam omnes BM, BN, BO, BP ad omnes MC, NC, OC, PC. Igitur omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC, hoc eſt figura inſcripta, ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV, hoc eſt figuram circumſcriptam, majorem habent rationem, quam tria ad unum; hoc eſt majorem quam triplam. Quod oportebat demonſtrare.



Jam qui appoſitam figuram inſpicit ſtatim intelligit, quo plures in partes ſecatur AC eo propiores DM, FN, itemque DK, DL invicem evadere, rationemque magis magiſque minui, quam LM habet ad AM; ut tandem ferme conveniat cum ratione, quam habet KM ad AM; hoc eſt BM ad MC. Hoc autem cum in aliis quoque rectis contingat, quæ a punctis F, R, V ductæ intelliguntur, ſequitur rationem figuræ quadranti inſcriptæ ad circumſcriptam continuo ad triplam accedere; ut ea demum inter quadrantem ipſum, et quadrati ſegmentum intercedere videatur. Quod ſi ita res haberet ſequeretur quadratum quod circulo circumſcribitur circuli eſſe ſeſquitertium; atque ideo ejus circumferentiam diametri eſſe triplam; quod omnino fieri non poteſt. Demonſtravit enim Archimedes, cujuſlibet circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc parte quadam excedere, quæ minor quidem eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis. At vero perperam de circulo conjicitur ex figura eidem inſcripta, quæ nihil cum circulo ipſo commune habet.

Contra autem eſt in polygono, quod Archimedes parabolæ inſcribit, quod licet parabola numquam fiat (eſt enim abſurdum) cum illa tamen arcta quadam ſocietate conjungitur. Atque id polygonum exprimitur ſerie quadam magnitudinum, quæ proportione quadrupla, eademque continua, ſeſe invicem excipiunt. Cujus ſeriei colligendæ ratio ea nobis ab Archimede traditur, quæ vera germanaque eſt, et totius rei naturam explicat. Cum enim nos doceat omnes has magnitudines in unum collectas ſeſquitertias eſſe maximæ, ſi tertia minimæ pars iiſdem adjiciatur, neque tamen earum numerum definit, facile intelligitur partem hanc tertiam non aliud eſſe, quam parabolæ ſegmenta, quæ una cum polygono parabolam totam componunt. Itaque ſi qua ſeries colligenda ſit, opus non eſt, ut ea concipiatur infinitis numero terminis conſtare, quod tamen recentiores præcipiunt; ita ut poſtremus prope ad nihilum redigatur, ideoque negligi poſſit. Nam ipſe quoque in ſummam redigendus eſt, et quantitas adhuc quædam addenda, quæ reliqua eſt magnitudinis pars, unde ſeries oritur, et dividenda uſque et uſque eſſet. Redit autem integrum, ſi quæ pars ablata fuerit, eidem rurſus accedat. Quid quod etiam Recentiores eam ipſam quantitatem ſpecie abjiciunt, revera ſupputant. Nimirum ea in formula colligendis ſeriebus inſtituta negative ponitur: et quæ quantitas ſigno negativo notatur, ſi notetur poſitivo, evaneſcit.

Porro ex his omnibus colligitur eaſdem fere methodos Veteres adhibuiſſe, quibus nunc utimur, niſi quod eas ſolidioribus fundamentis ſuperſtruxere. Scilicet ſeveriora ejus ætatis ingenia nihil tamquam principium admittebant, quod non ſtatim ipſo naturæ lumine verum eſſe appareret. Nunc autem quædam proponuntur, quæ adeo obſcura ſunt atque incerta, ut

qui

qui liberaliſſime agere velit, pronuntiare debeat, quod in antiquis indiciis fieri ſolebat, non liquere. Quotus enim quiſque infiniti naturam perſperit, cujus nulla notio ſatis clara atque diſtincta impreſſa in animis noſtris quaſique conſignata a natura fuit? Neque vero ipſi per nos acquirere potuimus, cum totus hic mundus aſpectabilis, et quidquid in eo manu tangimus, oculis videmus, ſenſu aliquo modo percipimus, ſuis finibus coerceatur. Quod dum reputo minus miror viros etiam acutiſſimos, quoties de infinito locuti ſunt, hallucinatos eſſe, multaque prodidiſſe, quæ partim inania ſunt, partim etiam abſurda. Quid enim abſurdius excogitari potuit, quam circuli circumferentiam, ſi infinitus ille fiat, in rectam lineam tranſmutari? Nonne infinitus circulus æque ſecum ipſe pugnat, atque cum infinito finitum? Et recta fieri qui poteſt linea, cujus ea natura eſt, ut in orbem redeat? Quæ cum ita ſint affirmare non dubitaverim infinitum propria ſignificatione acceptum a Geometria omnino rejiciendum eſſe, cujus præcipuum officium eſt magnitudines metiri; ex quo etiam Geometria dicitur. Infinitæ autem magnitudinis menſura nulla eſſe poteſt. Quæ enim ſuperficies, aut ſolida infinita a Geometris dicuntur, ea proprie infinita non ſunt; niſi quatenus infinita etiam eſt pedalis longitudo, quæ in partes dividi poteſt nullo finito numero comprehendendas. Quod ſi qua magnitudo concipienda ſit ultra quodvis intervallum extendi, eam rectius Geometra indefinitam, quam infinitam vocaverit. Nam qui aiunt infinitum, de quo in Geometria ſermo eſt, infinitum abſolute non eſſe, ſed relatione tantum, nihil aliud agunt, quam ut infiniti nomine abutantur, et quod infinitum non eſt, id infinitum eſſe dicant. Cujus definitio hæc una afferri poteſt: infinitum id eſt, quod nullos habet fines. Quocirca ſi quis conſiderare voluerit quid infinitum ſit, notiones ejus omnes ex allata definitione eruet, diligenterque cavebit ne cum ulla re finita illas communicet; unde maximi errores ſequerentur. Hoc autem quomodo fieri debeat præclare nobis Plato demonſtravit in Parmenide, ubi poſtquam unum cum Zenone id eſſe definiit, quod non plura; quid unum ſit hac ſignificatione acceptum, et quid inde ſequatur, inquirit. Atque id tanto ingenii acumine exequitur, quanto nemo unquam mortalium de re ſubtiliſſima diſputavit: ut quantus is in aliis libris cæteros Philoſophos, tantum in hoc ſe ipſum ſuperaſſe videatur. Cæterum cum infinitum magnitudine concipi nequeat, ne infinitum quidem parvitate concipies. Scilicet alterum majus eſt, quam ut animo recipi poſſit; alterum minus, quam ut retineri. Quamquam primum illud a Geometris aliquo modo exprimitur unitatis nota per nihilum diviſa; neque uſu caret ſi tempore et loco adhibeatur.

Hæc aliaque hujuſmodi, quid enim ſingula percurram? explicanda illi eſſent, qui novos in Archimedem commentarios conſcribendos ſuſciperet. Nulla enim utilior aut jucundior comparatio eſſe poteſt, quam quæ inter Veteres, et Recentiores inſtituitur; præſertim cum minime invidioſa res ſit, quos longa ætas æmulationi exemerit, etiam ſupra verum extollere. Sed ne illa quidem ſilentio prætereunda, quæ cum ante annos bis mille Archimedes propoſuerit, ſuperiore demum ætate ut nova tradita ſunt. Et de magnitudinibus quidem colligendis quid ille præceperit ſupra dictum eſt, ſi eæ proportione Geometrica, eaque continua deinceps ponantur. Illud quoque nos docuit, quomodo magnitudines colligi debeant, quæ pro ratione numerorum deinceps imparium ſeſe invicem conſequuntur. At hoc facere quicunque noverit plures ſuperficies, ac ſolida minimo negotio quadrabit. Et ut a Geometricis ad Phyſica tranſeamus, celebris illa poſitio de corporum gravitate Archimedi debetur, qua finguntur duo, aut plura gravia ad terræ ſuperficiem agi ſecundum lineas rectæ illi parallelas, quæ a communi eorundem gravitatis centro ad terræ centrum ducitur. Cum enim vera poſitio hæc eſſet, qua Archimedes ipſe quandoque utitur, gravia ad terram deprimi ſecundum lineas, quæ in ipſius

terræ

terræ centro coeant, altera illa conficta eſt, quo facilius præcipua quædam de gravitate theoremata eruerentur. Et ſane ſi quis primum illud ponat, deinde quærat quam lineam grave deſcribat, quod in plagam aliquam projiciatur, difficillimam rem ſuſceperit. Neque vero alterum jure rejeciſſe videbitur, quando duæ lineæ, quæ non niſi dimenſo longiſſimo intervallo invicem concurrunt, parallelarum naturam aliquo modo ſequuntur. Ad hæc ſi quis machinas tractorias conſideraverit, quæ noſtris temporibus propoſitæ ſunt, facile intelliget omnes fere ab Archimedis Helice, aut Triſpaſto ductas fuiſſe. Quin etiam lanx illa a Galilæo excogitata, cujus ope detegitur, ubi illam in aqua demerſeris, num qua maſſa è pluribus metallis conflata fuerit, et quota cujuſque pars in ea ſit, uni Archimedi tribuenda eſt. Profecto lancem neſcio quam in hunc uſum ab Archimede comparatam Priſcianus deſcribit, aut quicunque Auctor fuerit libelli de ponderibus, et menſuris. Nam Vitruvius rem exequitur craſſa Minerva; ut potius vulgi opinionem, quam veritatem ſecutus eſſe videatur. Verum de his hactenus.

Id quoque oneris alius quiſpiam Archimedis explanatori injunxerit, ut ejus nomen adverſus quoſdam tueatur, qui illud ſi non obſcurare, certe perſtringere conati ſunt. Neque enim defuerunt qui quædam ejus ſcripta, firmiſſimis licet demonſtrationibus ſubnixa, oppugnarent. Sed mihi ea cura inanis videtur, quæ in iis propugnandis impenditur, quæ ſemel vera eſſe certiſſimis argumentis cognoveris. Quem enim eorum moveant, qui Archimedis Circuli Dimenſionem probe aſſecuti ſint, quæ adverſus illam Joſephus Scaliger impetu magis, quam ratione fudit? Et hæc ipſa ab Hadriano Romano, aliiſque uſque ad faſtidium refutata ſunt. Quoniam vero duo omnino cum ſint demonſtrandi modi, quorum alter directus, alter non directus vocatur, Archimedes poſtremo hoc plerumque utitur; idque ei a pleriſque vitio datum eſt; pauca quædam de illo dicenda eſſent. Et illi quidem, qui priorem modum ſecundo ita præferunt, ut illum certum ac germanum, hunc fallacem ſpuriumque eſſe dicant, non ſatis mihi utriuſque naturam perſpexiſſe videntur. Uterque enim æque plana ac ſimplici via ingreditur, quando alter verum ex vero, alter falſum ex falſo colligit. Ea autem veri, falſique natura eſt, ut neutrum ſibi contraria gignat. Enimvero duo illi modi hoc præſertim inter ſe differunt, quod alter per vera progreditur, quæ ſingula vera eſſe, cognito primo, intelliguntur; alter per falſa, quæ falſa eſſe tum demum apparet, cum de poſtremo conſtiterit. Id quoque modus directus commodi habet, quod in primo vero acquieſcit, unde cætera fluunt; dum falſa omnia non directus percurrit, quæ uni alicui vero contraria ſunt. Hæc tamen duo omnino eſſe poſſunt in Geometria, in qua magnitudines invicem comparantur. Quæ enim proportio inter duas quaſdam magnitudines intercedit, ea ſi non ſit propoſitæ alicui proportioni æqualis, aut major ipſa erit, aut minor. Quorum unum verum cum ſit, neceſſe eſt duo reliqua eſſe falſa. Quocirca prior ille modus clarior quidem altero, et expeditior; non autem certior, aptiorve ad demonſtrandum judicari debet. Præterea animadvertendum eſt, verum quodcunque dicitur, niſi ſimplex illud ſit, ex pluribus veris componi, quæ ſingula cum veris aliis ejuſdem generis cognatione quadam conjunguntur, et ſeſe invicem alterum ex altero manifeſtant. Ex quo fit duas omnino eſſe veri inveſtigandi vias, quarum altera verum ipſum ex propriis ſibi veris aperit, altera de uno vero ex aliis veris ſimilibus conjicit. Quare ſi demonſtrandum aliquid fuerit, quod quis priore via invenerit, modo directo; ſin autem quod poſteriore, non directo commode utetur. Quippe aliud eſt principium a principio recto ordine ducere; aliud de uno principio ex principio alio, quod cum ipſo conveniat, conjecturam facere. Ut autem exemplo aliquo manifeſta res fiat, quando Archimedes de circuli area quæſivit, quota ea eſſet detexit non tam ex natura ipſius circuli, quam ex natura polygonorum, quæ eidem inſcripſit, circumſcripſitque. Itaque cum demonſtrare voluit, quem-

libet

libet circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cujus unum latus eorum, quæ circa rectum angulum sunt, circumferentiæ, alterum radio æquale fuerit, argumentatione utitur, unde absurda conclusio sequitur. Quæ quidem argumentatio præterquam quod necessaria est, vel ideo in pretio haberi debet, quod miros quosdam suppeditat concludendi modos. Quis enim unquam sibi persuasisset de duobus spatiis colligi posse, alterum altero majus futurum, si eo minus fuerit; aut contra futurum minus, si eodem fuerit majus? Ego tamen huc rem deduxi, cum duo quædam rectangula figuræ cuidam inscriberem, eaque æqualia invicem esse contrariis duabus positionibus demonstrarem. Quod non jactantia refero, sed quia conclusiones hujusmodi vel apud antiquos Geometras rarissimæ sunt; quas inter ea Euclidis maxime celebratur, qua de duobus quibusdam numeris colligit, alterum alterum ideo metiri, quod non metiatur.

Et hæc quidem obscura natura sua obscuriora etiam fiunt, quod pressius dicantur: quæ tamen alius fortasse fusius explicabit, qui eam curam suscipiet, quam ego libens abjeci, aut in tempus aliud distuli. Cum enim duo potissimum in Græco Auctore præstanda sint; primum ut emendetur, latineque reddatur; deinde vero illustretur; quod prius ordine, id etiam tempore esse debebat. Quoniam vero experientia didici quanta vel in facilioribus rebus Typothetarum negligentia fit, veritus ne in difficillima gravius peccarent, præsidium ab amicis quæsivi, adjuncto mihi inter cæteros adjutore Joanne Francisco Seguierio Nemausensi, Viro in primis docto atque industrio. Huic uni potissimum referendum est, quod ne illa quidem neglecta sunt, quæ exigua quidem videntur, sed plurimum, ut ipse ait, typographicam artem commendant, chartarum nitor, typorum elegantia, denique optima cujusque rei dispositio atque forma. Mira siquidem est Viri ejus solertia; dum maximas res minimasque eadem ferme cura exequitur. Geometricas figuras, et encarpa, quibus librorum capita finesque ornantur, ligno elegantissime incidit egregius artifex Antonius Belemius Anconitanus. Cæterum editio hæc, qualis demum cunque sit, paucis admodum in pretio erit. Quantæ enim operæ est Græca monumenta a librariorum mendis repurgare, latinoque sermone fideliter exprimere! Scilicet editor veteris cujusque scriptoris hodie despicitur, quantamcunque diligentiam in eo emendando adhibuerit, nisi illum commentariis subinde illustret, et dimidia saltem sui parte auctum, aliena propriis coacervando, in lucem emittat. Itaque ille mihi judex optandus est, qui quod hoc fit, Archimedem pro dignitate edere, suo pondere æstimet, Geometriæ peritus, Græcisque litteris animo, non ore tenus exercitus. Hic si mihi contingat, laudatorem equidem malim, sed et benevolum accusatorem admonitoremque æquo animo feram. Cæteros non moror, qui specie boni, non bono ipso capiuntur, plurisque ea faciunt, quæ videntur, quam quæ sunt. Quorum ego judicium nec æquum expecto, nec iniquum magnopere reformido.

ARCHIMEDIS

DE PLANORUM

ÆQUILIBRIIS LIBRI DUO;

LIBRO DE QUADRATURA PARABOLES INTERJECTO.

LIBRO DE QUADRATURA PARABOLES INTERPRETE.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΟΥ

DE QUADRATURA

ARCHIMEDIS

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
(UT PLERIQUE CREDUNT)
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER PRIMUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

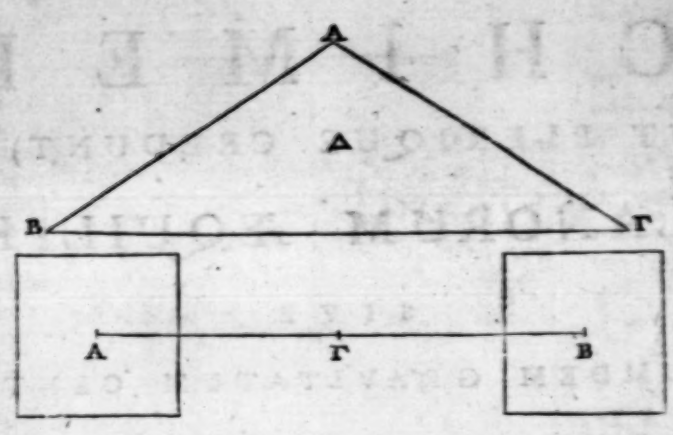
ΑΙΤΟΥΜΕΘΑ τὰ ἴσα βάρια ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων [a] ἰσορροπεῖν· τὰ δὲ ἴσα βάρια ἀπὸ τ̄ ἀνίσων μακέων μὴ [b] ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ [c] ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Αἶκα βαρέων ἰσορροπόντων ἀπό τίνων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τ̄ βαρέων ποτιτεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ [d] προστέθη. Ὁμοίως ἢ κ̓ αἶκα ἀπὸ τοῦ ἑτέρω τῶν βαρέων [e] ἀφαιρεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἀφ̓ ὃ ἒκ ἀφῃρέθη. Τῶν ἴσων κ̓ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ̓ ἄλλαλα, κ̓ τὰ κέντρα τῶν βαρέων [f] ἐφαρμόζειν ἐπ̓ ἄλλαλα. Τῶν δ̓ ἀνίσων, ὁμοίων δ̓, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως [g] ἔσμεν κείμενα. Ὁμοίως δ̓ λέγομεν σαμεῖα κεῖσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ̓ ὧν ἀπὸ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι [h] ποιοῦντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς. Αἶκα μεγέθεα ἀπὸ τίνων μακέων ἰσορροπέοντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσειν. Παντὸς σχήματος, οὗ ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ἦ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς ἔμεν [i] δεῖν τοῦ σχήματος.

PETIMUS æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari: æqualia vero gravia ſuſpenſa ab inæqualibus longitudinibus non librari, ſed verſus illud propendere, quod a majore longitudine ſuſpenditur. Si gravibus a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſis, ac libratis, eorum alteri aliquid adjiciatur, ea non amplius librari; ſed verſus illud propendere, cui aliquid adjectum eſt. Quin etiam pariter, ſi a gravium altero aliquid auferatur, ea non amplius librari, ſed verſus illud propendere, a quo nihil ablatum eſt. Æqualium, et ſimilium figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, centra quoque gravitatum ſibi invicem convenire. Inæqualium vero, et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita eſſe. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quoque ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt. Si magnitudines a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſæ librentur, eas quoque, quæ ipſis æquales ſunt, ab iisdem longitudinibus ſuſpenſas librari. Cujuſlibet figuræ, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus ſit, centrum gravitatis intra figuram ipſam eſſe oportere.

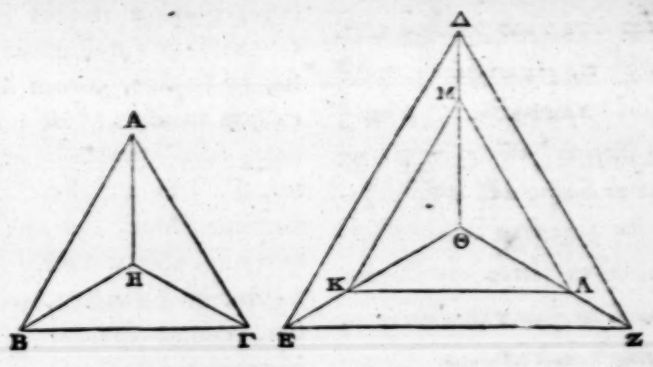
[a] ἰσορρόπων. [b] ἰσορρόπων. [c] ῥέπων. [d] Sic MS. [e] ἀφῃρθῆ τί. [f] ἐφαρμόζει. [g] In MS. hiatus eſt, et ἔμεν vel ἔσται deeſt in pluribus locis. [h] ποιοῦντι. [i] In MS. δεῖν deeſt.

EUTOCII COMMENTARII.

MOMENTUM, quod dicitur, nobiliſſime Petre, commune quoddam genus gravitatis atque levitatis eſſe docet cum Ariſtoteles, tum, qui Ariſtotelem ſequitur, Ptolemæus. Timæus autem apud Platonem ait, momentum omne a gravitate proficiſci; quippe levitatem privationem eſſe exiſtimat. Quorum quidem ſententiæ colligi poſſunt ab iis, qui Matheſeos ſtudio delectantur, ex Ptolemæi libro de Momentis, ex Phyſicis Ariſtotelis, ex Platonis Timæo, atque ex iis, qui in hæc commentarios ſcripſerunt. Archimedes autem hoc in libro, centrum momenti unius plani illud eſſe exiſtimat, a quo ſuſpenſum finitori parallelum manet: centrum vero momenti, ſive gravitatis, duorum, pluriumve planorum eſſe illud, a quo ſtatera ſuſpenſa manet finitori parallela. Nimirum ſit triangulum ABΓ, atque in ejus medio punctum aliquod Δ, a quo ſuſpenſum finitori parallelum maneat. Conſtat utique partes trianguli ABΓ invicem libratum iri, ita ut earum nulla magis quam alia verſus finitorem propendeat. Pariter appenſis ad ſtateram AB magnitudinibus A et B, ſi ea a puncto Γ ſuſpenſa partes habeat A, B, quoque invicem librentur, manebit utique finitori parallela. Atque erit centrum ſuſpenſionis magnitudinum A, B punctum Γ.



Optime autem videtur Geminus illud de Archimede dixiſſe, communes ſententias ipſum petitiones vocare. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari, communis ſententia eſt; et cætera. Quæ quidem omnia iis manifeſta ſunt, qui animum pauliſper adverterint. Æqualium autem et ſimilium, inquit, figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, et centra gravitatum ſibi invicem conveniunt. Omnes ſiquidem partes omnibus invicem conveniunt partibus. Inæqualium vero et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita erunt. Intelligantur enim, ut in ſubjecta figura, triangula ABΓ, ΔEZ inæqualia et ſimilia: et centrum gravitatis trianguli quidem ABΓ ſit punctum H; trianguli vero ΔEZ, punctum Θ: junganturque AH, HB, HΓ, ΔΘ, ΘE, ΘZ. Dico rectas, quæ a punctis H, Θ junguntur, angulos in æquas invicempartes ſecare. Fiat enim ut EZ ad BΓ, ita EΘ ad ΘK; et ZΘ ad ΘΛ; et ΔΘ ad ΘM: junganturque MK, KΛ, ΛM. Erit ſane triangulum KΛM ſimile triangulo ΔEZ. Quoniam enim ut EΘ ad ΘK, ita ſe habet ΘZ ad ΘΛ; parallela utique eſt EZ ipſi KΛ. Pariter parallela eſt cum MK ipſi ΔE, tum ΛM ipſi ΔZ. Propterea triangulum ΔEZ ſimile eſt triangulo KΛM: ideoque ut ΔE ad MK, ita ſe habet EZ ad KΛ, et ΔZ ad MΛ. Ponitur autem propter triangulorum ABΓ, ΔEZ ſimilitudinem, ut ΔE ad AB, ita ſe habere EZ ad BΓ, et ΔZ ad AΓ. Æquales ſunt igitur rectæ ABΓ rectis MKΛ: ideoque ſingulæ cum ſingulis conveniunt. Itaque triangulum ABΓ æquale idemque ſimile eſt triangulo KMΛ: et, quod conſequitur, centrum alterius ABΓ cum alterius MKΛ centro conveniet. Porro cum ſibi invicem conveniant puncta H, et Θ, itemque rectæ ABΓ, et MKΛ; convenient utique ſibi invicem rectæ cum AH, BH, ΓH, tum MΘ, KΘ, ΛΘ; æqualeſque angulos ad puncta



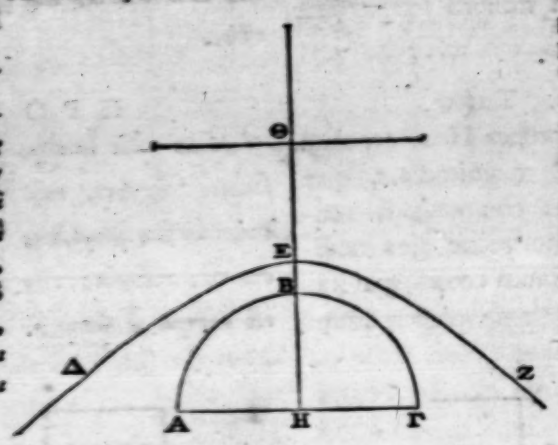
Θ ſunguntur, angulos in æquas invicempartes ſecare. Fiat enim ut EZ ad BΓ, ita EΘ ad ΘK; et ZΘ ad ΘΛ; et ΔΘ ad ΘM: junganturque MK, KΛ, ΛM. Erit ſane triangulum KΛM ſimile triangulo ΔEZ. Quoniam enim ut EΘ ad ΘK, ita ſe habet ΘZ ad ΘΛ; parallela utique eſt EZ ipſi KΛ. Pariter parallela eſt cum MK ipſi ΔE, tum ΛM ipſi ΔZ. Propterea triangulum ΔEZ ſimile eſt triangulo KΛM: ideoque ut ΔE ad MK, ita ſe habet EZ ad KΛ, et ΔZ ad MΛ. Ponitur autem propter triangulorum ABΓ, ΔEZ ſimilitudinem, ut ΔE ad AB, ita ſe habere EZ ad BΓ, et ΔZ ad AΓ. Æquales ſunt igitur rectæ ABΓ rectis MKΛ: ideoque ſingulæ cum ſingulis conveniunt. Itaque triangulum ABΓ æquale idemque ſimile eſt triangulo KMΛ: et, quod conſequitur, centrum alterius ABΓ cum alterius MKΛ centro conveniet. Porro cum ſibi invicem conveniant puncta H, et Θ, itemque rectæ ABΓ, et MKΛ; convenient utique ſibi invicem rectæ cum AH, BH, ΓH, tum MΘ, KΘ, ΛΘ; æqualeſque angulos ad puncta

---

j μηγίδων. k ἐπισκεπτομένους. l αἱ AH, HΓ, BΓ, ΔE, ΘE, ΘZ. m ὅτως ἡ EΘ, &c. Hæc et ſequentia uſque ad Ἔσαι ex MS. n ὡς ἡ HΘ πρὸς ΘK.

M, K, Λ τὰς ἐν τῷ ΑΒΓ τετράγ· ὅτι ἐν τῷ ΔΕΖ. Αἱ αὐταὶ γὰρ ἔσονται καὶ ἐπὶ τοῦ Θ ἐπί τι τὰ M, K, Λ, καὶ ἐπὶ τὰ Δ, Ε, Ζ ἐπιζευγνύμεναι.

Παντὸς χρώματος, οὗ ἡ ἐπίπεδος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς τοῦ σχήματος. Τέσσαρες γραμμαὶ τυγχάνουσιν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι γραφικαί, ἃς ἐγράψαμεν ἡμεῖς ἐν τοῖς περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἐπειδὴ δὲ τὸ χρῶμα τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ἔχει τὴν περίμετρον, πάντα τὰ μέρη τὰ ἐντὸς ἐντὸς ἔχει, καὶ τὰς γωνίας· ὥστε καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς ἔχει τοῦ χρώματος. Ἐπεὶ γὰρ πάντα χρώματος τὸ κέντρον τοῦ χρώματος ἐντός ἐστι, καὶ ἐπὶ πάντα ἐπὶ τὰς περιφερείας. Ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τοῦ χρώματός ἐστι τὸ Η· ἐπὶ δὲ τῶν ΔΕΖ ὑπερβολῶν, τὸ κέντρον τοῦ χρώματος ἐκτός ἐστι, καθ' ὃ αἱ διάμετροι ἀλλήλαις συμπίπτουσιν, ὡς ἔχει τὸ Θ. Εἴρηται γὰρ τοῦτο ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν. Ὅμοιον δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ χρώματός ἐστι, καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΕΖ τὸ κέντρον τοῦ βάρους, ἀφ' οὗ ἐὰν ἐπιζευχθῇ τὸ χρῶμα παράλληλον ἐστι τῇ ἐπιζευχθείσῃ, ἐντός, ἐπὶ τὰς περιφερείας. Εἰ γὰρ ἔσται ἐπὶ τῆς περιφερείας, ἢ ἐκτός, ῥέψει ἐπὶ θάτερα· ὅπερ οὐκ ὑπάρχει.



Τούτων δὲ ὑπαρχόντων,

M, K, Λ efficient iis, qui in triangulo ΑΒΓ, atque ideo etiam iis, qui in triangulo ΔΕΖ sunt. Eædem siquidem sunt rectæ, quæ a puncto Θ ad puncta cum M, K, Λ, tum Δ, Ε, Ζ junguntur.

Cujuslibet figuræ, cujus ambitus ad easdem partes cavus sit, centrum gravitatis intra figuram ipsam esse oportet. Quas cavas ad easdem partes lineas vocet, perspicue dictum a nobis est in iis, quæ libro de sphæra et cylindro præmisimus. Quoniam autem figura, cujus ambitus ad easdem partes cavus est, omnes partes plani, ipsosque angulos intus habet; constat centrum quoque gravitatis eandem intus habere. Et sane in figuris quibusdam figuræ ipsius centrum extra ipsam est; in quibusdam vero, in ipso ambitu. Nam in semicirculo quidem ΑΒΓ centrum figuræ est punctum Η; in hyperbola vero ΔΕΖ, punctum Θ, quod extra ipsam est; ubi nimirum diametri invicem concurrunt. Hæc siquidem dicta sunt in secundo libro Conicorum Apollonii Elementorum. At figuræ cum ΑΒΓ, tum ΔΕΖ centrum gravitatis, nempe id punctum, a quo figura suspensa finitori parallela manet; intra ambitum est. Si enim in ambitu aut extra ambitum esset, versus alterutram partem figura propenderet; quod non ponitur.

His autem positis,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπίοντα βάρεα, ἴσα ἐστί.

Εἴπερ γὰρ ἄνισα ἐστίν, ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ μείζονος τὴν ὑπεροχήν, τὸ λοιπὸν οὐκ ἰσορροπήσουσι· ἐπειδὴ ἰσορροπίοντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφῄρηταί τι. Ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεα ἰσορροπίοντα, ἴσα ἐστί.

PROP. I. THEOR.

Quæ gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur, æqualia sunt.

Si enim inæqualia fuerint, ablato ab eorum majore excessu, quæ reliqua sunt non librabuntur; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid est. Quare gravia, quæ ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur, æqualia sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα, οὐκ ἰσορροπήσουσι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

Ἀφῃρήσθω γὰρ τὰς ὑπεροχὰς ἰσορροπησόντων· ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπίοντι. Πεπιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφῃρημένου ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον· ἐπὶ ἰσορροπίοντων τῷ ἑτέρῳ [1] ἐπετέθη τι.

PROP. II. THEOR.

Inæqualia gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa, non librantur, sed versus eorum majus propendent.

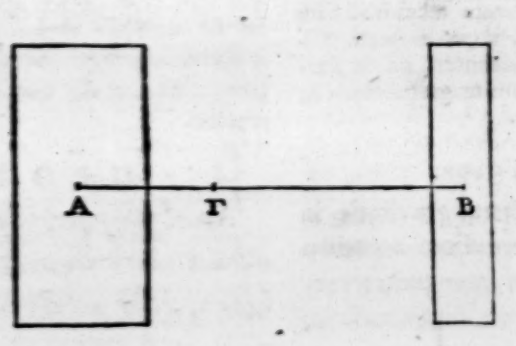
Ablato enim excessu, librabuntur; quoniam æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur. Itaque adjecto, quod ablatum fuerat, versus majus propendent; id enim gravium, quæ librantur, alteri adjectum est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησόντων, ἡ [2] τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ Α, Β, καὶ [3] ἔστω μεῖζον τὸ Α· καὶ ἰσορροπέσθω ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μακέων. Δεικτέον ἐστὶ ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ.

[4] Μὴ γὰρ ἔστω ἐλάττων. Ἀφῃρήσθω ἢ τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Β· ἐπειδὴ ἰσορροπήσουσιν ἀπὸ Γ ἐπὶ



Sint inæqualia gravia Α, Β, quorum majus Α; eaque a longitudinibus ΑΓ, ΓΒ suspensa librentur. Oportet demonstrare, minorem esse ΑΓ quam ΓΒ.

Neque enim fit minor: ablatoque excessu, quo Α excedit Β; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid

[1] ἐν τοῖς περιμέτροις. [2] τὸν περιζάμετρον. [3] τὸ ΑΒΓ. [4] τοῦ βάρους. [5] ἰσοῦται. [6] ἐστιλάβη. [7] τὸ μεῖζον ἀπὸ, ex MS. [8] ἔστω μεῖζον τὸ Α, ex MS. [9] μὴ γὰρ ἔστω, ex MS.

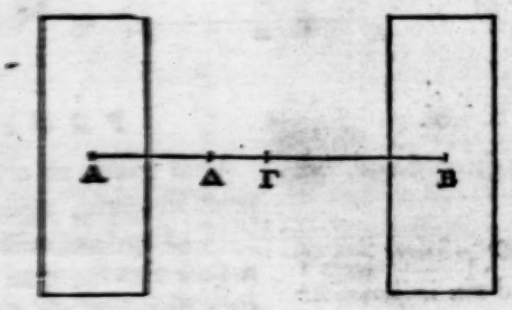
est; propendent versus B. Non autem propendent. Sive enim æquilis est ΓA ipsi ΓB, librabuntur. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus suspensa librantur. Sive ΓA major est quam ΓB, propendent versus A. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa non librantur; sed versus illud propendent, quod a majore longitudine suspenditur. Quocirca minor est ΓA quam ΓB. Illud autem manifestum est, quæ gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa librantur, inæqualia esse; et quidem majus, quod a minore longitudine suspenditur.

μὲ ἀφήρηται, ῥέψει ἐπὶ τὸ B. Οὐ ῥέψει δέ. Εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἀ ΓA τῷ ΓB, [a]ἰσορροπήσουσι. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μοχλίων ἰσορροπέουσι. Εἴτε μείζων ἀ ΓA τὰς ΓB, ῥέπει ἐπὶ τὸ A. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μοχλίων οὐκ ἰσορροπέουσι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μοχλίου. Διὰ δὴ ταῦτα, ἐλάσσων ἐστὶν ἀ ΓA τῆς ΓB. Φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μοχλίων ἰσορροπέοντα, ἄνισα ἐστὶ, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

PROP. IV. Theor.

Si æquales duæ magnitudines idem centrum gravitatis non habuerint; magnitudinis, quæ ex utriusque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum rectæ ejus medium, quæ harum magnitudinum centra gravitatis conjungit.

Sit magnitudinis quidem A centrum gravitatis punctum A; magnitudinis vero B punctum B: junctaque recta AB in duas æquas partes in puncto Γ secetur. Dico magnitudinis, quæ ex utriusque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis esse punctum Γ.



Si enim non est punctum Γ, sit magnitudinis, quæ ex utriusque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis punctum Δ; si quidem fieri potest. Quod enim in ipsa AB sit, antea demonstratum est. Quoniam igitur punctum Δ centrum gravitatis est magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur, apprehenso puncto Δ, librabuntur. Igitur magnitudines A, B a longitudinibus AΔ, ΔB suspensæ librantur. Quod fieri non potest. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus suspensa non librantur. Constat igitur punctum Γ centrum gravitatis esse magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἶκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος [a]ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένα μεγέθεος [b]κέντρον ἔσται τᾶ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνύσας τ' [c]μεγεθέων τὰ κέντρα τ' βάρεος.

Ἔστω τοῦ μὲν A κέντρον τοῦ βάρεος τὸ A, τοῦ δὲ B τὸ B. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἀ AB τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τ' μεγεθέων συγκειμένα μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A, B μεγεθέων συγκειμένα μεγέθεος κέντρον τᾶ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς AB, προδέδεικται. Ἐπεὶ ὦν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένα μεγέθεος, κατεχομένα τοῦ Δ ἰσορροπήσει. Τὰ ἄρα A, B μεγέθεα [d]ἰσορροπέοντι ἀπὸ τῶν AΔ, ΔB μοχλίων· ὅπερ ἀδύνατον. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μοχλίων οὐκ ἰσορροπέοντι. Δῆλον ὦν [e]ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένου μεγέθεος.

EUTOCIUS.

Centrum gravitatis punctum Δ; si quidem fieri potest. Quod enim in ipsa AB sit, demonstratum est. Dictum est enim paulo supra, duarum magnitudinum centrum gravitatis esse id punctum, a quo suspensa statera partes habeat, quæ invicem librentur, ita ut finitori parallela maneat. Quare duarum magnitudinum A, B centrum gravitatis est in ipsa AB.

[f]Κέντρον τοῦ βαρεῖ τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ὄξιν ὅτι τᾶς AB, δέδικται. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι δύο μεγεθῶν κέντρον ἐστὶν, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον ὁ ζυγὸς ἰσορροπεῖται ἔχει τὰ μέρη, παράλληλον μένων τῷ κείζοντι. Ὥστε οὖν ἐπὶ τᾶς AB ἐστὶ τὸ κέντρον τῶν A, B μεγεθῶν.

PROP. V. Theor.

Si trium magnitudinum centra gravitatis in directo fuerint posita; et magnitudines æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur,

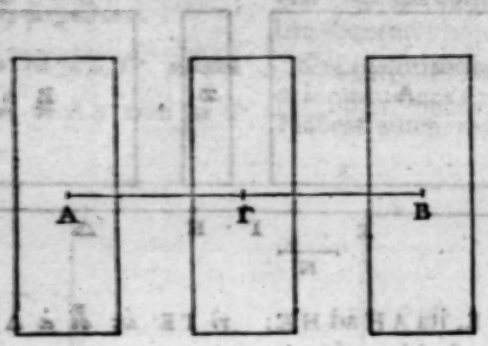
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Αἶκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐόντι· τᾶ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένα μεγέθεος κέν-

[a] ἔστω ῥέψει. [b] ἰσορροπησοῦντι τὰ χαῖρ. [a] ὅτι. [b] deest. [c] μεγεθῶν, et sic etiam posthac. [d] ἰσορροπησοῦντι. [e] ὅτι τὸ Γ, ex MS. [f] ἔστω κέντρον τᾶ βάρεος, &c.

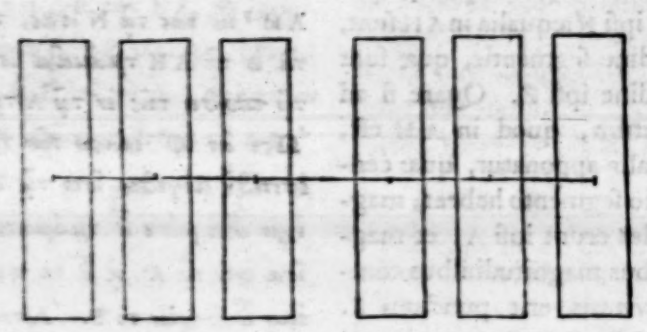
ᾗ ἰσοῦται τὸ βάρος τὸ [a] σαμεῖον, ὃ καὶ [b] τὸ μέσα αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ A, B, Γ· κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρους, τὰ A, B, Γ, σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα. Ἔστω δὲ τὰ τὸ A, B, Γ ἴσα. Καὶ αἱ AΓ, ΓB ἴσαι [i] εὐθεῖαι. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἁπάντων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Γ σαμεῖον.



Ἐπεὶ γὰρ τὰ A, B μεγέθη ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἰσορροπίας τοῦ βάρους τὸ Γ σαμεῖον. Ἐπεὶδὴ ἴσαι εἰσὶν αἱ AΓ, ΓB. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρου τοῦ βάρους τὸ Γ σαμεῖον. Δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ἐξ ἁπάντων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἰσορροπίας τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσα κέντρου ἐστὶ τοῦ βάρους.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁπόσων καὶ τῶν τυχόντων μεγεθῶν τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐπ' εὐθείας εἰσὶ κείμενα, ἄλλα τοσαῦτα ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθους ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι, αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν, ἴσαι εἰσὶν, τοῦ ἐξ ἁπάντων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους κέντρον [k] ἰσορροπίας ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσα αὐτῶν κέντρου ἐστὶ τοῦ βάρους.



Ἄλλα δὴ ἄρτια ἐόντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθη, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν [*] ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐόντι, τοῦ ἐξ ἁπάντων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους κέντρον [l] ἰσορροπίας ἔσται τοῦ βάρους τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς διαζευγνύσας τὰ κέντρα τοῦ βάρους τῶν μεγεθῶν, ὡς ὑπεγράφημεν.

centrum gravitatis erit id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Sint tres magnitudines A, B, Γ: centra vero gravitatis earumdem puncta A, B, Γ in directo poſita. Ac ſint tum magnitudines A, B, Γ, tum rectæ AΓ, ΓB ſibi invicem æquales. Dico magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

Quoniam enim magnitudines A, B æqualem gravitatem habent, centrum gravitatis earumdem erit punctum Γ. Rectæ enim AΓ, ΓB æquales ſunt. Eſt autem etiam magnitudinis Γ centrum gravitatis punctum Γ. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Hinc autem manifeſtum eſt, ſi quotcunque magnitudinum multitudine imparium centra gravitatis in directo fuerint poſita; ſi quidem quæ a media magnitudine æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint, quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore id punctum, quod et earum mediæ centrum gravitatis eſt.

Sin autem multitudine pares fuerint magnitudines: et centra gravitatis earum in directo fuerint poſita; earumque mediæ, et quæ utrinque a mediis æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur, æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum rectæ ejus medium, quæ magnitudinum centra gravitatis conjungit; prorſus ut in figura, quæ infra deſcripta eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθη ἰσορροπίσει ἀπὸ μηκέων ἀντιπεπονθότως τοῖς αὐτοῖς λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Ἔστω σύμμετρα μεγέθη τὰ A, B, ὧν κέντρα τὰ A, B· καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ EΔ· [m] καὶ ὡς τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ ΔΓ μᾶκος πρὸς τὸ ΓE μᾶκος. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A, B συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ Γ.

PROP. VI. Theor.

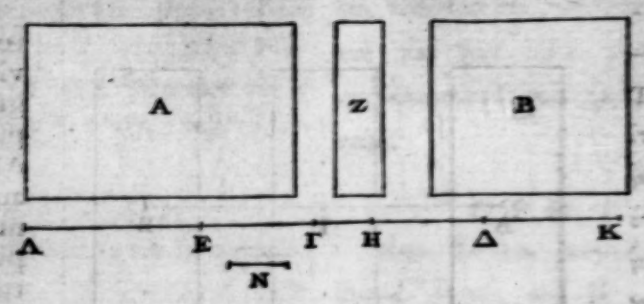
Commenſurabiles magnitudines ſuſpenſæ a longitudinibus eamdem cum ipſis rationem reciprocantibus librantur.

Sint commenſurabiles magnitudines A, B, quarum centra A, B: ſit autem longitudo aliqua EΔ: et ut magnitudo A ad magnitudinem B, ita ſe habeat longitudo ΔΓ ad longitudinem ΓE. Oportet demonſtrare, magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

[a] σαμεῖον, ex MS. [b] τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον. [i] εὐθεῖαι deeſt. [k] ἰσοῦται τοῦ βάρεος &c. Hæc et ſequentia uſque ad literam [l] deſunt. [m] καὶ ἔστω ὡς τὸ.

[*] Forte deſit καὶ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ μέσου.

Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet Δ Γ ad Γ E; A vero ipſi B commenſurabilis eſt; ideo etiam Γ Δ ipſi Γ E, hoc eſt recta rectæ, eſt commenſurabilis. Quare rectarum E Γ, Γ Δ communis aliqua menſura eſt. Itaque ea ſit N: ponaturque rectæ quidem E Γ æqualis utraque Δ H, Δ K; rectæ vero Δ Γ æqualis E Λ. Et quoniam æqualis eſt Δ H ipſi Γ E, æqualis eſt etiam Δ Γ ipſi E H. Quare etiam Λ E eidem E H æqualis eſt. Dupla eſt igitur Λ H ipſius Δ Γ; et H K ipſius Γ E. Quare N utramque Λ H, H K, metitur; quoniam metitur etiam dimidiam utramque. Et quoniam ut A ad B, ita ſe habet Δ Γ ad Γ E; et ut Δ Γ ad Γ E, ita Λ H ad H K: utraque enim utriuſque dupla eſt: ideo etiam ut A ad B, ita ſe habet Λ H ad H K. Quam multiplex autem eſt Λ H ipſius N, tam multiplex ſit A magnitudinis Z. Ut igitur Λ H ad N, ita ſe habet A ad Z. Ut autem K H ad Λ H, ita ſe habet B ad A. Igitur, ex æqua proportione, ut K H ad N, ita ſe habet B ad Z. Quare æque multiplex eſt K H ipſius N, et B ipſius Z. Demonſtrata autem eſt etiam A ejuſdem Z eſſe multiplex. Quare Z communis utriuſque A, B menſura eſt. Itaque ſi Λ H ſecetur in ſegmenta ipſi N æqualia; itemque A in ſegmenta æqualia ipſi Z; quæ ſegmenta magnitudine ipſi N æqualia in Λ H ſunt, æqualia erunt multitudine ſegmentis, quæ ſunt in A æqualia magnitudine ipſi Z. Quare ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in Λ H eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales erunt ipſi A; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum E. Omnes enim pares multitudine ſunt; eo quod Λ E ipſi H E æqualis eſt. Pariter autem demonſtrabitur, et ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in K H eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales fore ipſi B; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum Δ. At hercle A quidem ad punctum E; B vero ad punctum Δ appoſitum eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines ſibi invicem æquales in directo poſitæ, quarum centra gravitatis æquo a ſe invicem intervallo diſtant, eædemque multitudine pares. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum rectæ ejus medium, in qua mediarum magnitudinum centra ſunt. Quoniam vero æquales ſunt Λ E ipſi Γ Δ, et E Γ ipſi Δ K; tota etiam Λ Γ toti Γ K æqualis eſt. Quare magnitudinis, quæ



Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτω τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΕ· τὸ δὲ Α τῷ Β σύμμετρον· καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓΕ σύμμετρον, τετύχηται δὲ αὐτῶν καὶ τὸ αὐτό· ὥστε τῶν ΕΓ, ΓΔ ἐστί τινα κοινὸν μέτρον. Ἔστω δὴ τὸ Ν· καὶ κείσθω τῇ μὲν ΕΓ ἴσαι ἑκατέρα τῶν ΔΗ, ΔΚ· τῇ δὲ ΔΓ ἴσα ἡ ΕΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ ΔΗ τῇ ΓΕ, ἴσον καὶ τὸ ΔΓ τῷ ΕΗ. Ὥστε καὶ τὸ ΛΕ ἴσον τῷ ΕΗ. Διπλασία ἄρα ἑκατέρα τῶν ΔΓ, ΕΗ τῆς ΛΕ. Διπλασία ἄρα ἑκατέρα τῶν ΔΗ, ΗΚ τῆς ΔΓ, ἡ δὲ ΗΚ τῆς ΓΕ. Ὥστε τὸ Ν καὶ ἑκατέραν τῶν ΔΗ, ΗΚ μετρεῖ· ἐπειδήπερ καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Α ποτὲ τὸ Β, οὕτως ἡ ΔΓ ποτὲ τὴν ΓΕ· ὡς δὲ ἡ ΔΓ ποτὲ τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΔΗ ποτὲ τὴν ΗΚ. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ Α ποτὲ τὸ Β, οὕτως ἡ ΔΗ ποτὲ τὴν ΗΚ. Ὁποσαπλασίων δή ἐστιν ἡ ΔΗ τῆς Ν, τοσαυταπλασίων [a] ἐστω καὶ τὸ Α τοῦ Ζ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ ποτὲ Ν, οὕτως τὸ Α ποτὲ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΚΗ ποτὲ ΔΗ, οὕτως τὸ Β ποτὲ Α. Δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ ΚΗ ποτὲ Ν, οὕτως τὸ Β ποτὲ Ζ. Ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἡ ΚΗ τῆς Ν, καὶ τὸ Β τοῦ Ζ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ Ζ καὶ τὸ Α [c] πολλαπλάσιον ὄν. Ὥστε τὸ Ζ τῶν Α, Β κοινὸν ἐστὶ μέτρον. Διαιρεθείσας δὴ τὰς μὲν ΔΗ [b] εἰς τὰς τῇ Ν ἴσας, τοῦ δὲ Α εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα, τὰ ἐν τῇ ΔΗ τμήματα ἰσομεγέθη τῇ Ν, ἴσα ἐστὶ τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ Α τμήμασιν ἴσοις οὖσι τῷ Ζ. Ὥστε ἂν ἐφ' ἑκάστου τῶν τμημάτων τῶν ἐν τῇ ΔΗ ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ, τὸ κέντρον ἔχον βάρεος ἐπὶ μέσου τοῦ τμήματος, πάντα μεγέθη ἴσα ἐντὶ τῷ Α· καὶ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἔσται βάρεος τὸ Ε. Ἀρτιά τε δή ἐστὶ τὰ πάντα τῷ πλήθει, διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὴν ΛΕ τῇ ΗΕ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἂν ἄρτια ἐφ' ἑκάστου τῶν τμημάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ, κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμήματος, πάντα μεγέθη ἴσα ἔσεται τῷ Β, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου [d] κέντρον τοῦ βάρεος ἔσεται τὸ Δ. [e] Ἀλλ' ἦν τὸ μὲν Α ἐπικείμενον κατὰ τὸ Ε, τὸ δὲ Β κατὰ τὸ Δ. Ἔσαι δὴ μεγέθη ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' ἀδύτους κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων [f] διέσχε συγκείμενα, ἄρτια τῷ πλήθει. Δῆλον ἦν ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἡ διχοτομία τῆς ἀδύτου τῆς ἐχούσης τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι εἰσὶν ἡ μὲν ΛΕ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΕΓ τῇ ΔΚ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΛΓ ἴση τῇ ΓΚ. Ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέν-

[a] ἴσῳ καὶ τὸ. [b] πολλαπλάσιον ex MS. [c] εἰς τὰς Ν. [d] μέτρον. [e] Ἀλλ' deeſt. [f] διέσχαι ex MS.

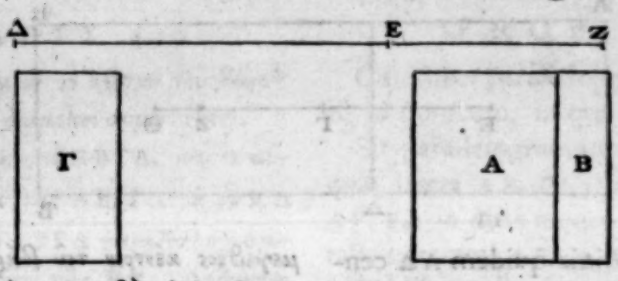
ἧρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ, ἰσορροπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſt punctum Γ. Igitur appoſitis Α quidem ad punctum Ε, Β vero ad punctum Δ, in puncto Γ librabuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Καὶ τύπῳ ἄρα ἀσύμμετρα ἰσορροπησοῦσι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦσι καὶ μακέων [t]ἀντιπεπονθότων τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

Ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ· μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ. Ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ [u]ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μᾶκος. Λέγω ὅτι τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε.



Εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ πεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ, τῷ Γ πεθέντι ἐπὶ τὸ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ Γ, ἢ ἐλάσσον. [v]Ἔστω μεῖζον. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ μείζων ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν· ὥστε τὸ λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α [w]ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἃ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, ἀκ ἰσορροπησοῦντι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, πεθέντος τοῦ μὲν Α ἐπὶ τὸ Ζ, τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Δ. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ εἰ τὸ Γ μεῖζόν ἐστιν, ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ ΑΒ.

If enim ΑΒ, et Γ non librantur, altera quidem appoſita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ; aut major eſt ΑΒ ipſa Γ, quam ut librari poſſit, aut non eſt. Sit major ΑΒ: et auferatur ab eadem minus exceſſu, quo major eſt ipſa ΑΓ, quam ut librari poſſit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit. Quoniam igitur commenſurabiles ſunt magnitudines Α, Γ, minoremque rationem habet Α ad Γ, quam ΔΕ ad ΕΖ; hæ ſuſpenſæ a longitudinibus ΔΕ, ΕΖ non librabuntur, altera quidem appoſita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ. Eadem autem ratione non librabuntur, etiam ſi Γ ipſa ΑΒ major fuerit, quam ut librari poſſit.

EUTOCIUS.

[x]Ἤτοι μεῖζόν [y]ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν, ἢ ἐ. Τούτου τοῦ ῥητοῦ δεῖ ἀκοῦσαι, οὐχ' ὡς μείζονος ὑπάρχοντος πάντως τοῦ ΑΒ μεγέθους τοῦ Γ, ἀλλὰ μείζονος ὑποκειμένου, ἢ κατὰ τὸν ἰσορροπίαν. Δυνατὸν γὰρ ἐστὶ, καὶ [z]ἔλαττον μέγεθος [a]τῶν μείζονος μείζονα ἔχειν τὸν ῥοπὸν, διὰ τὸ μῆκος τοῦ ζυγοῦ, μεῖζον ὂν πάνυ καὶ ἄνισον ποιῶν τὸν λόγον. [b]Ὥστε καὶ ἀφῃρῆσθαι ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, [c]ἃ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν· ὥστε λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Δεῖ, φησὶν, ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ ΑΒ μέγεθός τι τὸ Β, ὃ ποιεῖ λοιπὸν τὸ Α τῷ Γ σύμμετρον, καὶ μεῖζον τὸ Α τοῦ Γ ἢ κατὰ τὸν ἰσορροπίαν. Τοῦτο δὲ δυνατὸν ποιεῖν, ἀπὸ τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τοῦ δεκάτου τῶν στοιχειώσεων Εὐκλείδου εἰρημένων, καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν.

Aut major eſt ΑΒ ipſa Γ, quam ut librari poſſit, aut non eſt. Verba hæc ita intelligenda ſunt, ut magnitudo ΑΒ non omnino quidem major quam Γ eſſe dicatur; ſed ſolum major, quam ut librari poſſit. Fieri enim poteſt, ut minor magnitudo majore momento cieatur quam major; idque propter ſtateræ longitudinem, quæ major quod ſit, inæqualem proportionem efficiat. Et auferatur ab eadem ΑΒ minus exceſſu, quo major eſt ipſa Γ, quam ut librari poſſit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit. Oportet, inquit, auferre ab ΑΒ magnitudinem aliquam Β ejuſmodi, ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit, et adhuc major ipſa Γ, quam ut librari poſſit. Hoc autem fieri poteſt per ea, quæ in principio decimi libri Elementorum Euclidis, et in tertio ſphæricorum Theodoſii tradita ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Αἴκα ἀπό τινος [d]* μεγέθεός τω μέγεθος ἀφαιρεθῇ, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τῷ λοιπῷ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος· ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος, καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ, ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος· καὶ

PROP. VIII. THEOR.

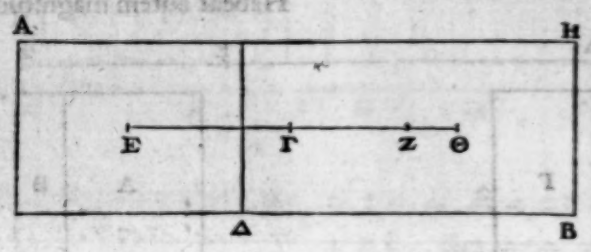
Si ab aliqua magnitudine magnitudo aliqua auferatur, quæ idem ac tota centrum non habeat; magnitudinis, quæ relinquitur, centrum gravitatis eſt: ſi recta producatur, quæ centra gravitatum tum totæ magnitudinis, tum ejus, quæ aufertur, conjungit, ad eaſdem partes, ad quas totæ magnitudinis centrum eſt; atque

[t] ἀντιπεποιθότων. [u] ὅτως ἴσω. [w] ποτὶ τὸ Γ Η. ἃ ΔΕ. [x] In MS. deeſt, ante Ἤτοι &c. Εἰς τὸ Ε, titulus, qui in Ed. Baſ. invenitur. [y] ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ. [z] τὸ ἔλαττον. [a] τᾶ. [b] ὥστε deeſt. [c] ἃ deeſt. [d] μεγέθιος ἀφαιρεθῇ τὶ μέγεθος.

* Rivaltus legit, ἀφαιρεθῇ τὶ μεγέθος.

abscindatur a recta producta, quæ ea, quæ diximus, centra conjungit, pars aliqua, ita ut ad rectam, quæ inter centra interjicitur, eamdem rationem habeat, quam gravitas magnitudinis, quæ aufertur, ad gravitatem magnitudinis, quæ relinquitur: centrum, inquam, gravitatis est rectæ ejus, quæ abscissa fuerit, terminus.

Sit magnitudinis alicujus AB centrum gravitatis punctum Γ: et auferatur ab AB magnitudo AΔ, cujus centrum gravitatis sit punctum E. Juncta autem EΓ, eademque producta, abscindatur ΓZ, quæ ad ΓE eamdem rationem habeat, quam magnitudo AΔ ad magnitudinem ΔH. Oportet demonstrare, magnitudinis ΔH centrum gravitatis esse punctum Z.



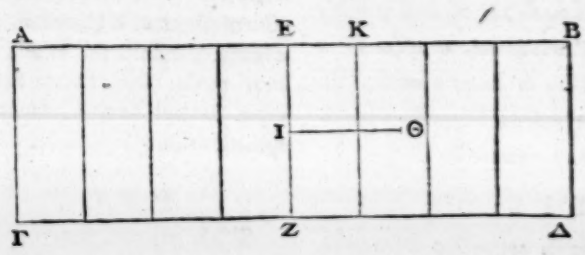
Neque enim sit punctum Z, sed, si fieri potest, punctum aliud Θ. Quoniam igitur magnitudinis quidem AΔ centrum gravitatis est punctum E; magnitudinis vero ΔH punctum Θ; jam magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus AΔ, ΔH componitur, centrum gravitatis erit in EΘ ita secta, ut ejus segmenta eamdem cum magnitudinibus ipsis rationem reciprocent. Quare punctum Γ in sectione ei, quam diximus, respondente non erit. Non est igitur punctum Γ centrum gravitatis magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus AΔ, ΔH componitur, hoc est ipsius AB. Est autem; quoniam esse ponebatur. Non est igitur punctum Θ centrum gravitatis magnitudinis ΔH.

PROP. IX. Theor.

Cujuslibet parallelogrammi centrum gravitatis est in recta, quæ opposita parallelogrammi latera in duas æquas partes secta conjungit.

Sit parallelogrammum ABΓΔ, cujus latera AB, ΓΔ in duas æquas partes secta conjungat EZ. Dico parallelogrammi ABΓΔ centrum gravitatis esse in EZ.

Neque enim ita res habeat; sed sit, si fieri potest, punctum Θ: ducaturque ΘI ipsi AB parallela. Quod si EB in duas æquas partes continuo secetur, relinquetur aliquando segmentum minus quam ΘI. Itaque secetur utraque AE, EB in segmenta ipsi EK æqualia: ducanturque a punctis, quæ in sectionibus sunt, rectæ ipsi EZ parallelæ. Dividetur utique totum parallelogrammum in parallelogramma uni KZ æqualia, et similia. Igitur parallelogrammis ipsi KZ æqualibus, et similibus sibi invicem convenientibus, centra quóque gravitatis eorumdem sibi invicem convenient. Atque erunt magnitudines quædam parallelogramma æquales



ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνύσης τὰς διχοτομίας τῶν καθ' ἑναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρῶν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Ἐπὶ δὴ τὴν διχοτομίαν τῶν ΑΒ, ΓΔ ἡ ΕΖ. Φαμὶ δὴ ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἔστιν ἐπὶ τῆς ΕΖ.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. Καὶ ἄχθω ἀπὸ τὴν ΑΒ ἡ ΘΙ. Τῆς δὴ ΕΒ διχοτομουμένης αἰεὶ, ἐναπολειφθήσεταί τι κατολειπόμενον ἐλάττων τῆς ΙΘ. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τῇ ΕΚ ἴσας· καὶ ἀπὸ τῶν καθ' τὰς διαιρέσεις σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὴν ΕΖ. Διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς παραλληλογράμμα τὰ ἴσα καὶ ὅμοια τῷ ΚΖ. Τῶν δὴ παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἀλλάλα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' ἀλλάλα πεσεῖται. Ἐστωσαν δὴ μεγέθεα τινὰ

[c] τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. [f] τὸ AB. [g] τὰ τμάματα. [h] ἀντιπέπτωκε μὲν, ex MS. [i] ὃν ἄρα [k] παραλληλογράμματα.

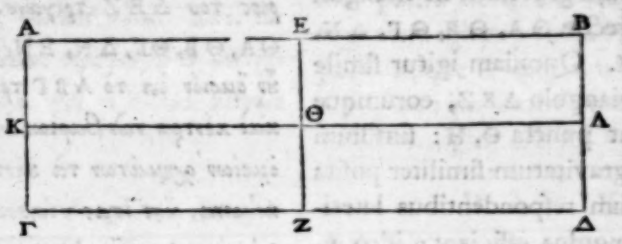
παραλληλόγραμμα, ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει. Καὶ τὸ κέντρα δὲ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα· καὶ τὰ μέσα ἴσα· καὶ πάντα τὰ ἑφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντὶ, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι. Τὸ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἔσται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς διαζευγνύσας τὰ κέντρα τοῦ [1] βάρεος τῶν μέσων χωρίων. Οὐκ ἐστὶ δὲ. Τὸ γὰρ Θ ἐκτὸς ἐστὶ τῶν μέσων παραλληλογράμμων. Φανερὸν ἔν, ὅτι διὰ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ipsi ΚΖ, et multitudine pares, quarum centra gravitatis in directo posita sunt. Adhuc vero æquales sunt cum ipsarum mediæ; tum cæteræ omnes, quæ utrinque a mediis æquo intervallo distant; denique rectæ, quæ inter centra interjiciuntur. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus hisce magnitudinibus componitur, centrum gravitatis est in recta, quæ mediarum centra gravitatis conjungit. Non est autem; quoniam punctum Θ extra media parallelogramma cadit. Manifestum est igitur parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis esse in recta ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἀ ΕΖ [m] δίχα τεμνέτω τὰς ΑΒ, ΓΔ· ἀ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ. Ἔστι δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ. Τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. Κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διάμετροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτοντι. Ὅπερ δέδεικται τὸ προπεθέν.



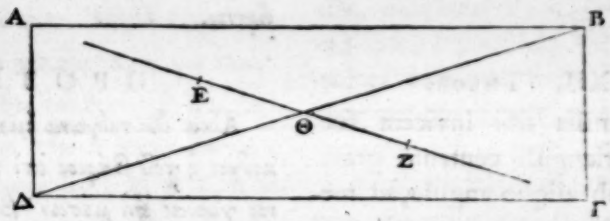
PROP. X. Theor.

Cujuslibet parallelogrammi centrum gravitatis est id punctum, in quo diametri concurrunt.

Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ; et in eo ΕΖ, quæ latera ΑΒ, ΓΔ; itemque ΚΛ, quæ latera ΑΓ, ΒΔ in duas æquas partes secet. Itaque parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis est in ΕΖ. Hoc enim demonstratum est. Eadem autem ratione est etiam in ΚΛ. Punctum igitur Θ centrum gravitatis est. Diametri autem parallelogrammi in punctum Θ concurrunt. Quare demonstratum est, quod proponebatur.

Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἀ ΔΒ. [n] Τὰ ἄρα ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ, καὶ ὅμοια ἀλλήλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. [o] Καὶ πεπιμάσθω δίχα ἀ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπειλάφθω ἀ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. Ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ [p] ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ [q] ΒΔΓ τρίγωνον, καὶ [r] τιθεμένας τᾶς ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ· ἐφαρμόσει καὶ ἀ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ· καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ ἔν γε τοῦ μὲν ΑΒΔ [s] τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ· δῆλον ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας· ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.

Licet autem hoc idem aliter demonstrare. Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ, cujus diameter ΔΒ. Triangula igitur ΑΒΔ, ΒΔΓ æqualia, et similia sibi invicem sunt. Quare hisce triangulis sibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem sibi invicem convenient. Sit trianguli ΑΒΔ centrum gravitatis punctum Ε. Secetur autem in duas æquas partes ΔΒ in puncto Θ; junctaque ΕΘ, eademque producta, sumatur ΖΘ ipsi ΘΕ æqualis. Itaque conveniente triangulo ΑΒΔ cum triangulo ΒΔΓ; et lateribus ΑΒ cum ΔΓ, et ΑΔ cum ΒΓ, conveniet recta ΘΕ cum recta ΖΘ, punctumque Ε cum puncto Ζ. Convenit autem etiam cum centro gravitatis trianguli ΒΔΓ. Quoniam igitur centrum gravitatis trianguli quidem ΑΒΔ est punctum Ε, trianguli vero ΔΒΓ punctum Ζ; constat magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis componitur, centrum gravitatis esse punctum medium rectæ ΕΖ; quod quidem est punctum Θ.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'

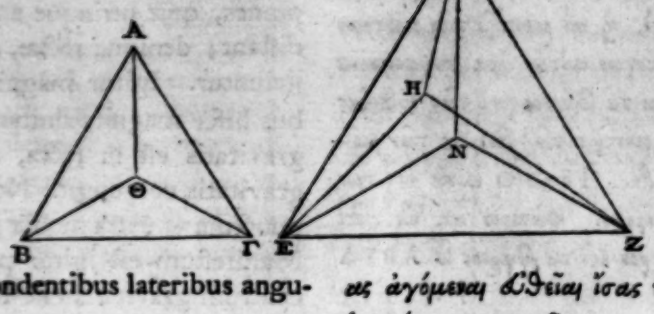
[t] Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλήλοις ᾖ, καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα πρὸς τὰ τρίγωνα,

PROP. XI. Theor.

Si duo triangula similia sibi invicem fuerint, et in his puncta similiter posita: horum autem

[l] βάρεος ex MS. [m] δίχα ex MS. [n] ἴσω ἀ ΔΒ τριγώνω ἴσα ἐντὶ, in MS. ἴσω ἀ ΔΒ τὰ ἄρα ΑΒΔ ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντι. [o] καὶ ἐπιζεύχθω. [p] ΑΒΓΔ. [q] ΑΔΓ. [r] τᾶς μὲν Α. [s] τριγώνου ex MS.

punctorum alterum trianguli, in quo eſt, centrum gravitatis ſit; alterum quoque punctum centrum eſt gravitatis ejus, in quo eſt, trianguli. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quæ ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt.



Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad EZ. Sint autem in iis, quæ diximus, triangulis puncta Θ, N ſimiliter poſita, quorum alterum Θ centrum gravitatis ſit trianguli ABΓ. Dico punctum quoque N centrum gravitatis eſſe trianguli ΔEZ.

Neque enim punctum N; ſed, ſi fieri poteſt, punctum aliud H centrum gravitatis ſit trianguli ΔEZ: jungunturque rectæ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Quoniam igitur ſimile eſt triangulum ABΓ triangulo ΔEZ, eorumque centra gravitatum ſunt puncta Θ, H: ſimilium vero figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita ſunt, ita ut æquales cum reſpondentibus lateribus ſingulos ſingulis angulos efficiant; ideo æqualis eſt angulus HΔE angulo ΘAB. Æqualis eſt autem angulus ΘAB angulo EΔN; eo quod puncta Θ, N ſimiliter poſita ſunt. Æqualis eſt igitur etiam angulus EΔH angulo EΔN, major minori. Quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt punctum N centrum gravitatis trianguli ΔEZ. Eſt igitur punctum N centrum gravitatis, quod diximus.

κοὴ τὸ ἓν σημεῖον τῦ, ἐν ᾧ ἐϛι, τριγώνε κέντρον ἢ τοῦ βάρεος· κ᾽ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐϛὶ τῦ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐϛι, τριγώνε. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ᾽ ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσας ποιῶντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

Ἔϛω δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔϛω ὡς ἡ AΓ ποτὶ ΔZ, ὕτως ἅπ AB ποτὶ ΔE, καὶ ἡ BΓ ποτὶ EZ. Καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κέμενα ἔϛω τὰ Θ, N ποτὶ τὰ ABΓ, ΔEZ τρίγωνα. Καὶ ἔϛω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τῦ ABΓ τριγώνε. Λέγω ὅτι κ᾽ τὸ N κέντρον βάρεός ἐϛι τοῦ ΔEZ τριγώνε.

Μὴ γὰρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατὸν, ἔϛω τὸ H κέντρον βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνε. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Ἐπεὶ ὃν ὅμοιόν ἐϛι τὸ ABΓ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐϛὶ τὰ Θ, H σαμεῖα· τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κέμενα, ὥϛε ἴσας ποιησουῖτι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς, [t] ἑκάϛαν ἑκάϛᾳ. [v]Ἴσα ἄρα ἀ ὑπὸ HΔE γωνία τᾷ ὑπὸ ΘAB. Ἀλλὰ ἀ ὑπὸ ΘAB γωνία ἴσα [u] ἐντὶ τᾷ ὑπὸ EΔN, διὰ τὸ ὁμοίως κεῖϑ᾽ τὰ Θ, N σαμεῖα· κ᾽ ἀ ὑπὸ EΔH γωνία ἄρα [w] ἴσα ἐϛὶ τᾷ ὑπὸ EΔN, ἀ μείζων τᾷ ἐλάϛονι, ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ὐκ ἔϛι κέντρον τῦ βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνε τὸ N σαμεῖον. [x]Ἔϛιν ἄρα τὸ N σαμεῖον, ὅπερ ἔδειϰτο.

PROP. XII. Theor.

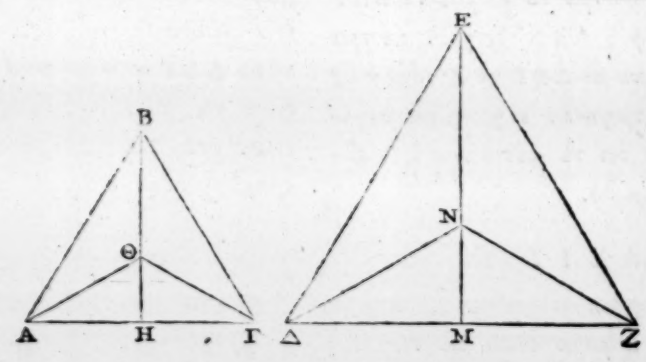
Si duo triangula ſimilia ſibi invicem fuerint; alterius autem trianguli centrum gravitatis ſit in recta, quæ ab aliquo angulo ad mediam baſim ducitur, alterius quoque trianguli centrum gravitatis erit in recta, quæ ſimiliter ducitur.

Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad ZE. Secta autem AΓ in duas æquas partes in puncto H, jungatur BH: ſitque centrum gravitatis trianguli ABΓ in BH punctum Θ. Dico trianguli quoque EΔZ centrum gravitatis eſſe in recta, quæ ſimiliter ducitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ΄.

Αἴχα δύο τρίγωνα ὅμοια ἐῶνλι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνε κέντρον ἢ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐϛὶ ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν [y] βάσιν ἀγομένα· κ᾽ τοῦ λοιπῦ τριγώνε τὸ κέντρον ἐϛεῖται ἔ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

Ἔϛω δύο τρίγωνα, τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔϛω ὡς ἡ AΓ ποτὶ ΔZ, ὕτως ἅπ AB ποτὶ ΔE, κ᾽ ἡ BΓ ποτὶ ZE. Καὶ τμαθείσας τᾶς AΓ δίχα κατὰ τὸ H, ἐπιζεύχθω ἡ BH· καὶ ἔϛω τὸ κέντρον τῦ βάρεος τῦ ABΓ τριγώνε ἐπὶ τᾶς BH, τὸ Θ. Λέγω ὅτι κ᾽ τῦ EΔZ τριγώνε κέντρον ἔϛὶ βάρεός ἐϛιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας εὐθείας.



[t] ἕκαϛον ἑκάϛῳ. [u] ἰϛὶ. [v] ἴσα deeſt. [x] In MS. hiatus eſt, ab ἄρα, uſque ad initium Propoſitionis ιβ΄. [y] τὰν βάσιν.

Τετμάσθω ἡ ΔΖ δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΕΜ· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΒΘ, οὕτως ἡ ΜΕ πρὸς ΕΝ. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐστι τῆς μὲν ΓΑ, ἡμίσεια ἡ ΑΗ· τῆς δὲ ΔΖ, ἡμίσεια ἡ ΔΜ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς ΔΜ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσί. Ἴσον τι ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΜΕ. Καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΔΜ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΕΜ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΒΘ, οὕτως ἡ ΜΕ πρὸς ΕΝ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΕΝ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσί. Εἰ δὲ τέσσαρα, ἴσα ἐστὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΝ. Ὥστε καὶ λοιπὴ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΝΔΖ γωνίᾳ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ [c] τῇ ὑπὸ ΕΖΝ. Ἡ δὲ ὑπὸ ΘΓΗ, τῇ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΘ τῇ ὑπὸ ΔΕΜ ἴσα. Ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΘΒΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΝΕΖ. * Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ πάντα ἐμείους κείσθω τὰ Θ, Ν σημεῖα [d] ποτὶ ἐμολόγως πλευράς, [e] καὶ ἴσας γωνίας ποιεῖ. Ἐπεὶ οὖν ἐμείους κείσθω τὰ Θ, Ν σημεῖα, καὶ ἔστι τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ.

Secetur ΔΖ in duas æquas partes in puncto Μ: et jungatur ΕΜ. Deinde fiat, ut ΒΗ ad ΒΘ, ita ΜΕ ad ΕΝ: et jungantur ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Et quoniam ipſius quidem ΓΑ dimidia eſt ΑΗ, ipſius vero ΔΖ dimidia ΔΜ; ideo ut ΒΑ ad ΕΔ, ita ſe habet ΑΗ ad ΔΜ: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Æqualis eſt igitur angulus ΑΗΒ angulo ΔΜΕ: et ut ΑΗ ad ΔΜ, ita ſe habet ΒΗ ad ΕΜ. Ut autem ΒΗ ad ΒΘ, ita ſe habet ΜΕ ad ΕΝ. Igitur etiam, ex æqua proportione, ut ΑΒ ad ΔΕ, ita ſe habet ΒΘ ad ΕΝ: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Quod cum ita ſit æqualis eſt angulus ΒΑΘ angulo ΕΔΝ. Quare reliquus etiam angulus ΘΑΓ æqualis eſt angulo ΝΔΖ. Eadem ratione æqualis eſt angulus quidem ΒΓΘ angulo ΕΖΝ, angulus vero ΘΓΗ angulo ΝΖΜ. Demonſtratus autem eſt etiam angulus ΑΒΘ æqualis eſſe angulo ΔΕΜ. Quare reliquus etiam angulus ΘΒΓ æqualis eſt angulo ΝΕΖ. Omnino autem hac ratione puncta Θ, Ν ad reſpondentia latera ſimiliter poſita ſunt, æqualeſque angulos efficiunt. Quoniam igitur puncta Θ, Ν ſimiliter poſita ſunt, punctumque Θ centrum eſt gravitatis trianguli ΑΒΓ, ideo punctum quoque Ν centrum gravitatis eſt trianguli ΔΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰς δοθείσας, ἃ ἐστιν ἐκ τῆς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὴν βάσιν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐν αὐτῷ ἡ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὴν ΒΓ βάσιν. Δεικτέον ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ.

Μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν ΒΓ ἤχθω ἡ ΘΙ. Ἀεὶ δὴ δίχα τεμνομένης τῆς ΔΓ ἔσται ποτὲ ἡ καταλειπομένη ἐλάσσων [f] τῆς ΘΙ. Καὶ δεδιχάσθω ἑκατέρα τῶν ΒΔ, ΔΓ εἰς τὰς ἴσας. Καὶ διὰ τῶν τομῶν παρὰ τὴν ΑΔ ἤχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ. Ἑστιν ἄρα καὶ αὐτὴ παρὰ τὴν ΒΓ. Τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεως, ἐπὶ τῆς ΤΣ· τοῦ δὲ ΚΞ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεως ἐπὶ τῆς ΤΥ· [g] τοῦ δὲ ΖΟ, ἐπὶ τῆς ΤΔ. Τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τῆς ΣΔ δοθείσης. Ἔστω δὴ τι Ρ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω παρὰ τὴν ΑΔ ἡ ΓΦ. Τὸ δὴ ΑΔΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὅμοια τῷ ΑΔΓ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΑ ποτὶ ΑΜ· διὰ τὸ ἴσας [h] εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt in recta, quæ ab ejus angulo ad mediam baſim ducitur.

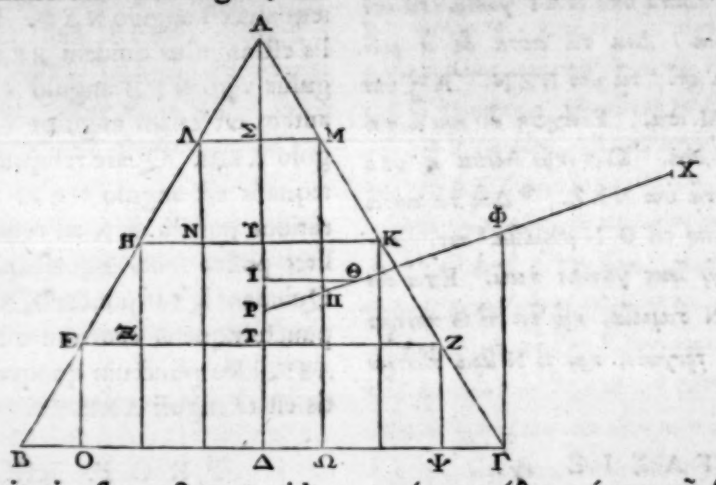
Sit triangulum ΑΒΓ, et in eo ΑΔ ad mediam baſim ΒΓ ducta. Oportet demonſtrare, in ΑΔ centrum gravitatis eſſe trianguli ΑΒΓ.

Neque enim ita res habeat; ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: ducaturque per id punctum ΘΙ ipſi ΒΓ parallela. Quod ſi ΔΓ in duas æquas partes continuo ſecetur, relinquetur aliquando ſegmentum minus quam ΘΙ. Itaque ſecetur utraque ΒΔ, ΔΓ in æqualia ſegmenta: et ducantur per ſectiones rectæ ipſi ΑΔ parallelæ: junganturque ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ; quæ quidem ipſi ΒΓ parallelæ erunt. Ac parallelogrammi quidem ΜΝ centrum gravitatis eſt in ΤΣ; parallelogrammi vero ΚΞ, in ΤΥ; denique parallelogrammi ΖΟ, in ΤΔ. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta ΣΔ. Hoc autem fit punctum Ρ: et jungantur ΡΘ, eademque producta, ducatur ΓΦ ipſi ΑΔ parallela. Itaque triangulum ΑΔΓ ad omnia triangula, quæ ipſi ΑΔΓ ſimilia ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ deſcribuntur, eam habet rationem, quam ΓΑ ad ΑΜ; eo quod ipſæ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam vero etiam triangulum ΑΔΒ

[a] καὶ τετμάσθω ἡ ΒΗ τρὶς ΒΘ. [b] αἱ ΒΘ, ΘΓ, ΔΗ, ΗΖ. [c] ἡ ΑΝ. [d] τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. [d] ποτὶ τὰς ὁμολόγως, [e] καὶ deeſt. [f] τῆς ΘΙΕ. [g] τοῦ δὲ ΖΘ. [h] εἶναι τὰς ΑΜ, ΜΖ, ΖΓ, ΚΖ.

* Malim, διὰ ταῦτα.

ad omnia triangula, quæ eidem ſimilia ab AΛ, AH, HE, EB deſcribuntur, eam habet rationem, quam BA ad AΛ; ideo triangulum ABΓ ad omnia, quæ diximus, triangula eam rationem habet, quam ΓA ad AM. Habet autem ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Ratio enim ipſius ΓA ad AM eadem eſt, quæ totius ΦP ad PH; eo quod triangula ſimilia ſunt. Habet igitur etiam triangulum ABΓ ad ea, quæ diximus, triangula majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Quare, etiam dividendo, parallelogramma MN, KΞ, ZO ad reliqua triangula majorem rationem habent, quam ΦΘ ad ΘP. Quæ igitur ratio eſt parallelogrammorum ad triangula, eadem fiat rectæ XΘ ad ΘP. Et quoniam magnitudo aliqua eſt ABΓ, cujus centrum gravitatis punctum Θ; aufertur autem ab eadem magnitudo, quæ ex parallelogrammis MN, KΞ, ZO componitur; ac magnitudinis, quæ aufertur, centrum gravitatis eſt punctum P; ideo magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex reliquis triangulis componitur, centrum gravitatis eſt in recta PΘ producta, abſciſſaque, quæ ad ΘP eam rationem habeat, quam magnitudo, quæ aufertur, ad magnitudinem quæ relinquitur. Punctum igitur X centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex reliquis triangulis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim in plano per punctum X recta ipſi AΔ parallela, triangula omnia ad eamdem partem ſunt; hoc eſt ad alterutram. Conſtat igitur, quod proponebatur.



τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν AΛ, AH, HE, EB ἀναγεγραμμένα ὅμοια τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ BA ποτὶ AΛ· τὸ ἄρα ABΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ ΓA ποτὶ AM. Ἀλλὰ ἀ ΓA ποτὶ AM, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἀ ΦP ποτὶ PΘ. [1]Ὁ γὰρ τᾶς ΓA ποτὶ AM λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὅλας τᾶς ΦP ποτὶ PΠ· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα. Καὶ τὸ ABΓ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἀ ΦP ποτὶ PΘ. [m]Ὥστε καὶ διελόντι τὰ MN, KΞ, ZO παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἀ ΦΘ ποτὶ ΘP. Γεγωνέτω ἐν ἐν τῷ τ παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἀ XΘ ποτὶ ΘP. Ἐπεὶ οὖν ἐστί [k]τι μέγεθος τὸ ABΓ, [l]οὗ τὸ κέντρον τᾶς βάρεος ἐστὶ τὸ Θ· καὶ ἀφῄρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τ MN, KΞ, ZO, [n]παραλληλογράμμων, καὶ ἔστι τᾶς ἀφῃρημένας μεγέθεος κέντρον τᾶς βάρεος τὸ P σαμεῖον· τοῦ ἄρα λοιπᾶς μεγέθεος τᾶς συγκειμένας ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τᾶς βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς [n]PΘ εὐθείας ἐκβληθείσας, καὶ ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὰν ΘP τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος πρὸς τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα X σαμεῖον κέντρον ἔστι τᾶς βάρεος τᾶς συγκειμένας μεγέθεος ἐκ τ περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ X εὐθείας παρὰ τὰν AΔ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐστί, τετέχθω ἐπὶ θάτερον μέρος. Δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

EUTOCIUS.

Junganturque EZ, HK, AM; quæ quidem ipſi BΓ parallelæ erunt. Quoniam enim æqualis eſt cum BO ipſi ΨΓ, tum ΔB ipſi ΔΓ; ut ΔB ad OB, ita ſe habebit ΔΓ ad ΨΓ: et dividendo, ut ΔO ad OB, ita ΔΨ ad ΨΓ. Ut autem ΔO ad OB, ita ſe habet AE ad EB: parallela enim eſt EO ipſi AΔ: et ut ΔΨ ad ΨΓ, ita AZ ad ZΓ. Ut igitur AE ad EB, ita etiam ſe habet AZ ad ZΓ. Parallela igitur eſt EZ ipſi BΓ. Idem de aliis quoque demonſtrabitur. Itaque triangulum AΔΓ ad omnia triangula, quæ ipſi AΔΓ ſimilia ab AM, MK, KZ, ZΓ deſcribuntur, eam habet rationem, quam ΓA ad AM; eo quod eæ rectæ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam enim triangula AΔΓ, AΣM ſimilia ſunt, rationem invicem habent ejus duplam, quam AΓ habet ad AM. Et quoniam nunc ponitur, AΓ quadruplam eſſe ipſius AM; triangulum AΔΓ rationem habet ad triangulum quidem

Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [o]αἱ EZ, HK, AM. Ἐσοῦνται δὴ αὖται [p]παρὰ τὰν BΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἡ BO τῇ ΨΓ, καὶ ἡ ΔB τῇ ΔΓ· ἔσται ὡς ἡ ΔB πρὸς OB, ἡ ΔΓ πρὸς ΨΓ· καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΔO πρὸς OB, ἡ ΔΨ πρὸς ΨΓ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔO πρὸς OB, [q]ἡ AE πρὸς EB· ἡ γὰρ EO παρὰ τὴν AΔ ἐστίν· ὡς δὲ ἡ ΔΨ πρὸς ΨΓ, ἡ AZ πρὸς ZΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ AE πρὸς EB, ἡ AZ πρὸς ZΓ. Παράλληλός ἐστιν ἄρα ἡ EZ τῇ BΓ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ αἱ λοιπαί. Τὸ δὴ AΔΓ τρίγωνον [r]ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν AM, MK, KZ, ZΓ ἀναγεγραμμένα, ὅμοια τῷ AΔΓ, τετάρτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ ΓA ποτὶ AM, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς εὐθείας. Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιά ἐστι τὰ AΔΓ, AΣM τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ AΓ πρὸς AM. Ἐπεὶ δὲ νῦν ὑπόκειται ἡ AΓ τᾶς AM τετραπλασίων, τὸ AΔΓ τρί-

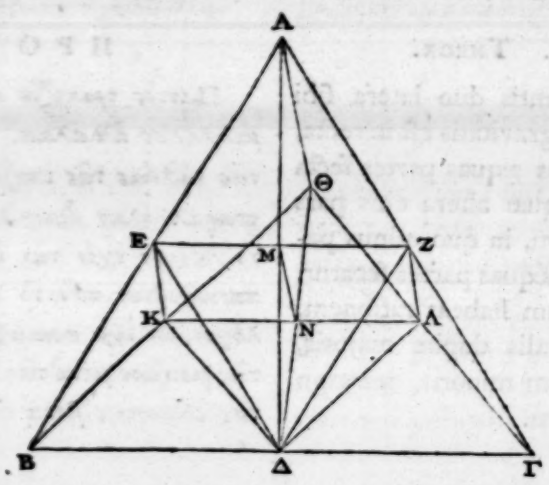
[1] ὁ γὰρ τᾶς ΓA ποτὶ AM μείζονα λόγον ἤπερ ἀ ΦP ποτὶ τὰ τρίγωνα καὶ τὸ ABΓ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον, ἤπερ ΑΦP ποτὶ PΘ. [m]Ὥστε καὶ διελόντι. MS. pro πρὸς ſemper habet dorice ποτὶ. [k] τι Ex MS. [l] οὕτως τὸ κέντρον. [n] παραλληλογράμμων. [n] EΘ. [o] αἱ EZH, KΛ. [p] περὶ τὰν BΓ. [q] ἡ AΘ. [r] πρὸς πάντα.

ΑΣΜ eamdem, quam XVI. ad I: ad omnia vero triangula, quæ ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, eamdem quam XVI ad IV. Itaque ut triangulum AΔΓ ad triangula, quæ ipsi AΔΓ similia ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, ita se habent eadem hæc triangula ad triangulum AΣM; hoc est ΓA ad AM. Similia enim cum sint, super iisdem basibus constituuntur: propterea æqualia sunt, et se invicem habent ut bases. Habet autem ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Ratio enim ipsius ΓA ad AM eadem est quæ ipsius ΦP ad PΠ. Si enim intelligantur PΦ, ΓΔ productæ esse, sibique invicem concurrere; se habebit utique, propter parallelas, ut ΦP ad PΠ, ita ΓΔ ad ΔΩ. Ut autem ΓΔ ad ΔΩ, ita se habet ΓA ad AM. Igitur ut ΓA ad AM, ita etiam se habet ΦP ad PΠ. Habet autem ΦP ad PΠ majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Habet igitur etiam ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Quod fieri non potest. Ducta enim in plano per punctum X recta ipsi AΔ parallela, centra omnia ad eandem partem erunt; hoc est ad alterutram. Propendent utique omnes magnitudines versus eam partem, neque invicem librabuntur: quod non ponitur. Ponitur enim parallelogrammorum centrum esse punctum P, triangulum vero, punctum X.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἀ ΑΔ ἐπὶ μέσην τὴν ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ· καὶ παρὰ τὴν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΒΑ τῇ ΖΔ· καί ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σημεῖον· καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σημεῖον. Ὁμοίως γὰρ ἐπὶ κέντρα τὰ Θ, Λ σημεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων ἐπιδήπερ πρὸς τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας πρὸς γωνίας. Φανερὸν γὰρ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σημεῖον. Ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσης τῆς ΚΛ εὐθείας· ἐπειδήπερ ἴσα ἐστὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα· καί ἐστι τῆς ΚΛ μέσον τὸ Ν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἀ ΒΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως ἀ ΒΚ[a] πρὸς ΘΚ· ὡς δὲ ἀ ΓΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως ἀ ΓΑ πρὸς ΑΘ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ἀ ΒΓ τῇ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπεζεύχθω ἀ ΔΘ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ ΒΔ πρὸς ΔΓ, οὕτως ἀ ΚΝ πρὸς τὴν ΝΛ. Ὥστε



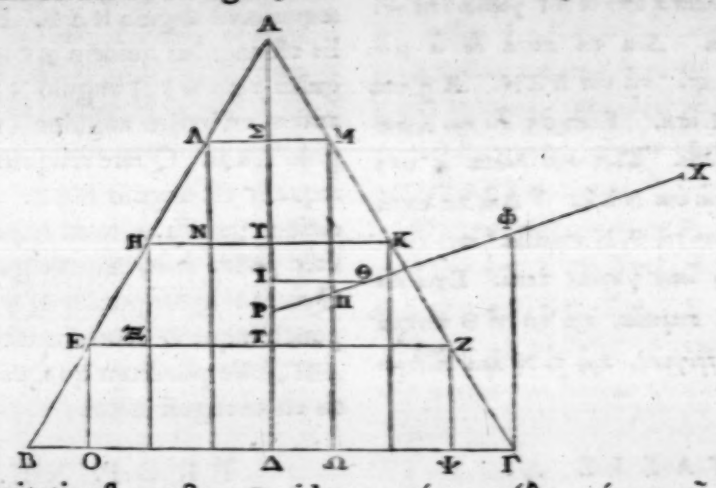
ALITER HOC IDEM.

Sit triangulum ABΓ: ducaturque AΔ ad mediam BΓ. Dico in AΔ centrum gravitatis esse trianguli ABΓ.

Neque enim ita res habeat, sed sit, si fieri potest, punctum Θ: et jungantur AΘ, ΘB, ΘΓ, itemque EΔ, ZE ad medias BA, AΓ. Porro ducantur EK, ZΛ ipsi AΘ parallelæ: junganturque KΛ, ΛΔ, ΔK, ΔΘ, MN. Et quoniam simile est triangulum ABΓ triangulo ΔZΓ, (eo quod BA ipsi ZΔ est parallela;) ac trianguli ABΓ centrum est gravitatis punctum Θ; ideo etiam trianguli ZΔΓ centrum gravitatis est punctum Λ. Puncta enim Θ, Λ in utroque triangulo similiter posita sunt; quod quidem manifestum est. Eadem autem ratione trianguli EBΔ centrum gravitatis est punctum K. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis EBΔ, ZΔΓ componitur, centrum gravitatis est in recta media KΛ; quoniam triangula EBΔ, ZΔΓ æqualia sunt: punctum autem ipsius KΛ medium est N. Ut enim BE ad EA, ita se habet BK ad ΘK: ut vero ΓZ ad ZA, ita ΓΛ ad ΛΘ. Quod cum ita sit, BΓ ipsi KΛ parallela est. Juncta autem fuit ΔΘ. Ut igitur BΔ ad ΔΓ, ita se habet KN ad NΛ. Quare magnitudinis,

[a] πρὸς ΕΝ. [b] βάσεως πρὸς ἄλλα. [c] πρὸς ΡΗ. [d] ἄρα deest. [e] τῇ μὲν παραλληλογράμμου. [f] ΑΔ. [g] πρὸς ΘΚ ex MS.

ad omnia triangula, quæ eidem ſimilia ab AΛ, ΛH, HE, EB deſcribuntur, eam habet rationem, quam BA ad AΛ; ideo triangulum ABΓ ad omnia, quæ diximus, triangula eam rationem habet, quam ΓA ad AM. Habet autem ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Ratio enim ipſius ΓA ad AM eadem eſt, quæ totius ΦP ad PH; eo quod triangula ſimilia ſunt. Habet igitur etiam triangulum ABΓ ad ea, quæ diximus, triangula majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Quare, etiam dividendo, parallelogramma MN, KΞ, ZO ad reliqua triangula majorem rationem habent, quam ΦΘ ad ΘP. Quæ igitur ratio eſt parallelogrammorum ad triangula, eadem fiat rectæ XΘ ad ΘP. Et quoniam magnitudo aliqua eſt ABΓ, cujus centrum gravitatis punctum Θ; aufertur autem ab eadem magnitudo, quæ ex parallelogrammis MN, KΞ, ZO componitur; ac magnitudinis, quæ aufertur, centrum gravitatis eſt punctum P; ideo magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex reliquis triangulis componitur, centrum gravitatis eſt in recta PΘ producta, abſciſſaque, quæ ad ΘP eam rationem habeat, quam magnitudo, quæ aufertur, ad magnitudinem quæ relinquitur. Punctum igitur X centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex reliquis triangulis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim in plano per punctum X recta ipſi AΔ parallela, triangula omnia ad eamdem partem ſunt; hoc eſt ad alterutram. Conſtat igitur, quod proponebatur.



τρίγωνον πρὸς πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΛ, ΛΗ, ΗΕ, ΕΒ ἀναγεγραμμένα ὅμοια τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΒΑ πρὸς ΑΛ· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα πῶν ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Ἀλλὰ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. [1]Ὁ γὰρ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὅλας τῆς ΦΡ πρὸς ΡΠ· διὰ τὸ ὅμοια εἶναι τὰ τρίγωνα. Καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Ὥστε καὶ διελόντι τὰ ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλόγραμμα πρὸς τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΘ πρὸς ΘΡ. Γεγωνέτω ὡς ἐν τῷ τ παραλληλογράμμων πρὸς τὰ τρίγωνα λόγῳ ἡ ΧΘ πρὸς ΘΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐστί [k]τι μέγεθος τὸ ΑΒΓ, [l]οὗ τὸ κέντρον τῆς βάρεός ἐστι τὸ Θ· καὶ ἀφῄρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τ ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ, [m]παραλληλογράμμων, οὗ ἔστι τῆς ἀφῃρημένης μεγέθους κέντρον τῆς βάρεως τὸ Ρ σαμεῖον τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθους τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τῆς βάρεός ἐστιν ἐπὶ τῆς [n]ΡΘ εὐθείας ἐκβληθείσας, καὶ ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὰν ΘΡ τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος πρὸς τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα Χ σαμεῖον κέντρον ἔστι τῆς βάρεως τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τ περιλειπομένων ὅπερ ἀδύνατον. Τὰς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΑΔ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐστὶ, τετέσθαι ἐπὶ θατέρου μέρος. Δῆλον ὧν τὸ προτεθέν.

EUTOCIUS.

Junganturque EZ, HK, ΛM; quæ quidem ipſi BΓ parallelæ erunt. Quoniam enim æqualis eſt cum BO ipſi ΨΓ, tum ΔB ipſi ΔΓ; ut ΔB ad OB, ita ſe habebit ΔΓ ad ΨΓ: et dividendo, ut ΔO ad OB, ita ΔΨ ad ΨΓ. Ut autem ΔO ad OB, ita ſe habet AE ad EB: parallela enim eſt EO ipſi AΔ: et ut ΔΨ ad ΨΓ, ita AZ ad ZΓ. Ut igitur AE ad EB, ita etiam ſe habet AZ ad ZΓ. Parallela igitur eſt EZ ipſi BΓ. Idem de aliis quoque demonſtrabitur. Itaque triangulum AΔΓ ad omnia triangula, quæ ipſi AΔΓ ſimilia ab AM, MK, KZ, ZΓ deſcribuntur, eam habet rationem, quam ΓA ad AM; eo quod eæ rectæ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam enim triangula AΔΓ, AΣM ſimilia ſunt, rationem invicem habent ejus duplam, quam AΓ habet ad AM. Et quoniam nunc ponitur, AΓ quadruplam eſſe ipſius AM; triangulum AΔΓ rationem habet ad triangulum quidem

Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [o]αἱ EZ, HK, ΛM. Ἐσονται δὴ αὗται [p]παρὰ τὰν BΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ BO τῇ ΨΓ, καὶ ἡ ΔB τῇ ΔΓ· ἔσται ὡς ἡ ΔB πρὸς OB, ἡ ΔΓ πρὸς ΨΓ· καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΔO πρὸς OB, ἡ ΔΨ πρὸς ΨΓ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔO πρὸς OB, [q]ἡ AE πρὸς EB· ἡ γὰρ EO παρὰ τὰν AΔ ἐστίν· ὡς δὲ ἡ ΔΨ πρὸς ΨΓ, ἡ AZ πρὸς ZΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ AE πρὸς EB, ἡ AZ πρὸς ZΓ. Παράλληλός ἐστιν ἄρα ἡ EZ τῇ BΓ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ αἱ λοιπαί. Τὸ δὴ AΔΓ τρίγωνον [r]ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν AM, MK, KZ, ZΓ ἀναγεγραμμένα, ὅμοια τῷ AΔΓ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓA ποτὶ AM, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς εὐθείας. Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιά ἐστι τὰ AΔΓ, AΣM τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ AΓ πρὸς AM. Ἐπεὶ δὲ τῶν ὑπεῖκεται ἡ AΓ τῆς AM τετραπλασίων, τὸ AΔΓ τρί-

[i] ὁ γὰρ τῆς ΓA ποτὶ AM μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΦP ποτὶ τὰ τρίγωνα καὶ τὸ ABΓ ὅλα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον, ἤπερ AΦP ποτὶ PΘ. Ὥστε καὶ διελόντι. MS. pro πρὸς semper habet dorice ποτὶ. [k] τι Ex MS. [l] οὗτος τὸ κέντρον. [m] παραλληλογράμμων. [n] EΘ. [o] αἱ EZH, KA. [p] περὶ τὰ BΓ. [q] ἡ AΘ. [r] πρὸς πάντα.

γωνον πρὸς τὸ ΑΣΜ λόγον ἔχει, ὃν ις΄ [a] πρὸς ιε΄· πρὸς ἃ ἄρα πάντα τὰ τρίγωνα, τὰ ἀπὸ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ λόγον ἔχει ὃν ις΄ πρὸς τέσσαρα. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν, ὡς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἴσα τῷ ΑΔΓ, οὕτως αὐτὰ τρίγωνα πρὸς τὸ ΑΣΜ· τουτέστιν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Ὅμοια γὰρ εἰσὶ καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων· καὶ διὰ τοῦτο ἴσα, καὶ εἰσὶ πρὸς ἄλληλα ὡς αἱ [b] βάσεις. Ἀλλὰ ἡ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. Ὁ γὰρ τῆς ΑΓ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΦΡ ποτὶ ΡΠ. Εἰ γὰρ νοήσειας ἐκβαλλομένας τὰς ΡΦ, ΓΔ, καὶ συμπιπτούσας· διὰ τὰς παραλλήλους, ἔσται ὡς ἡ ΦΡ [c] πρὸς ΡΠ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, ἡ ΦΡ πρὸς ΡΠ. Ἡ δὲ ΦΡ πρὸς ΡΠ μείζονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Καὶ ἡ ΓΑ [d] ἄρα πρὸς ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τῆς δὲ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΔΑ ἀγομένας ἐν τῷ ὁλοπλίῳ, ὁμοῦ τὰ αὐτὰ ἐσοῦνται πάντα τὰ κέντρα· τουτέστιν ὁμοῦ διάστημον μέρος. Καὶ ῥίψει δῆλον ὅτι ἐπ' ἐκείνῳ πάντα τὰ μεγέθη, ἢ ὐκ ἰσορροποῦσι· ὅπερ οὐκ ὑπόκειται. Ὑπόκειται δὲ κέντρον [e] τῶν μὲν παραλληλογράμμων τὸ Ρ, τῶν δὲ τριγώνων τὸ Χ.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἤχθω ἡ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

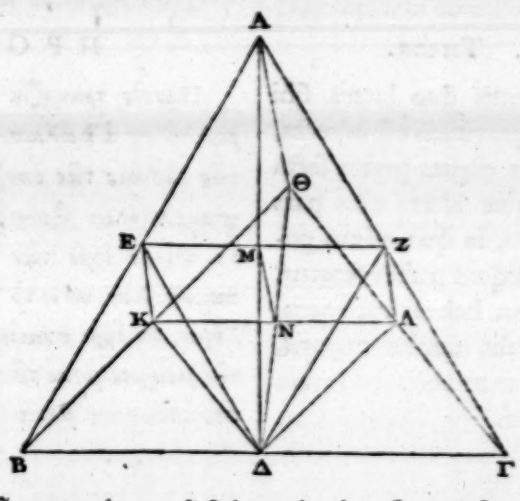
Μὴ γὰρ, ἀλλ,' εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ· καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἤχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τᾷ ΖΔ· καί ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον. Ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ [f] Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων· ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιοῦντι γωνίας. Φανερὸν δὲ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον. Ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα· καί ἐστι τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἡ ΒΚ [g] ποτὶ ΘΚ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἡ ΓΛ ποτὶ ΛΘ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ἡ ΒΓ τᾷ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπέζευκται ἡ ΔΘ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἡ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ. Ὥστε

ΑΣΜ eamdem, quam XVI. ad I: ad omnia vero triangula, quæ ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, eamdem quam XVI ad IV. Itaque ut triangulum AΔΓ ad triangula, quæ ipsi AΔΓ similia ab AM, MK, KZ, ZΓ describuntur, ita se habent eadem hæc triangula ad triangulum AΣM; hoc est ΓA ad AM. Similia enim cum sint, super iisdem basibus constituuntur: propterea æqualia sunt, et se invicem habent ut bases. Habet autem ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Ratio enim ipsius ΓA ad AM eadem est quæ ipsius ΦP ad PΠ. Si enim intelligantur PΦ, ΓΔ productæ esse, sibique invicem concurrere; se habebit utique, propter parallelas, ut ΦP ad PΠ, ita ΓΔ ad ΔΩ. Ut autem ΓΔ ad ΔΩ, ita se habet ΓA ad AM. Igitur ut ΓA ad AM, ita etiam se habet ΦP ad PΠ. Habet autem ΦP ad PΠ majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Habet igitur etiam ΓA ad AM majorem rationem, quam ΦP ad PΘ. Quod fieri non potest. Ducta enim in plano per punctum X recta ipsi AΔ parallela, centra omnia ad eandem partem erunt; hoc est ad alterutram. Propendent utique omnes magnitudines versus eam partem, neque invicem librabuntur: quod non ponitur. Ponitur enim parallelogrammorum centrum esse punctum P, triangulum vero, punctum X.

ALITER HOC IDEM.

Sit triangulum ABΓ: ducaturque AΔ ad mediam BΓ. Dico in AΔ centrum gravitatis esse trianguli ABΓ.

Neque enim ita res habeat, sed sit, si fieri potest, punctum Θ: et jungantur AΘ, ΘB, ΘΓ, itemque EΔ, ZE ad medias BA, AΓ. Porro ducantur EK, ZΛ ipsi AΘ parallelæ: junganturque KΛ, ΛΔ, ΔK, ΔΘ, MN. Et quoniam simile est triangulum ABΓ triangulo ΔZΓ, (eo quod BA ipsi ZΔ est parallela;) ac trianguli ABΓ centrum est gravitatis punctum Θ; ideo etiam trianguli ZΔΓ centrum gravitatis est punctum Λ. Puncta enim Θ, Λ in utroque triangulo similiter posita sunt; quod quidem manifestum est. Eadem autem ratione trianguli EBΔ centrum gravitatis est punctum K. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis EBΔ, ZΔΓ componitur, centrum gravitatis est in recta media KΛ; quoniam triangula EBΔ, ZΔΓ æqualia sunt: punctum autem ipsius KΛ medium est N. Ut enim BE ad EA, ita se habet BK ad ΘK: ut vero ΓZ ad ZA, ita ΓΛ ad ΛΘ. Quod cum ita sit, BΓ ipsi KΛ parallela est. Juncta autem fuit ΔΘ. Ut igitur BΔ ad ΔΓ, ita se habet KN ad NΛ. Quare magnitudinis,



[a] πρὸς ΕΝ. [b] βάσιις πρὸς ἄλλα. [c] πρὸς ΡΗ. [d] ἄρα deest. [e] τῶν μὲν παραλληλογράμμε. [f] ΑΔ. [g] ποτὶ ΘΚ ex MS.

quæ ex utriſque triangulis, quæ diximus, componitur, centrum gravitatis eſt punctum N. Eſt autem parallelogrammi AEΔZ centrum gravitatis punctum M. Quare magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta MN. Eſt autem trianguli ABΓ centrum gravitatis punctum Θ. Igitur MN producta tranſit per punctum Θ: quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt centrum gravitatis trianguli ABΓ in recta AΔ. In eadem igitur eſt.

τῶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ἀρχικῶν τριγώνων συγκειμένης μεγέθους κέντρον ἐστὶ τὸ βάρους τὸ N. Ἔστι δὲ καὶ τῶ AEΔZ παραλληλογράμμω κέντρον τὸ βάρους τὸ M σαμεῖον. Ὥστε τὸ ἐκ πάντων συγκειμένης μεγέθους τὸ κέντρον τὸ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς MN εὐθείας. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ ABΓ κέντρον τὸ βάρους τὸ Θ σαμεῖον. Ἡ MN ἄρα ἐκβαλλομένη περάσεται διὰ τοῦ Θ σαμείου· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ABΓ τριγώνου ἐκ ἔστιν ἐπὶ τῆς AΔ εὐθείας. Ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτῆς.

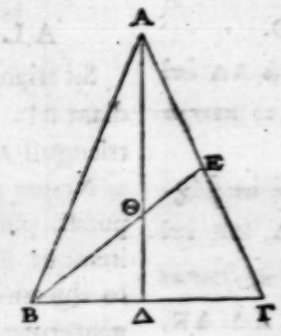
EUTOCIUS.

Puncta enim Θ, K, Λ ſimiliter in triangulis poſita ſunt. Cum enim AΘ, EK, ZΛ parallelæ ſint, angulos ſimiliter ſecant. Præterea anguli ΘΓZ, ΘBE iidem in omnibus triangulis ſunt; et reliqui etiam KBΔ, ΔΓΛ.

Ὅμοιον γάρ ἐστι κεῖσθαι τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις. Αἱ τε γὰρ AΘ, EK, ZΛ παράλληλοι ἴσας ἁμοίους ἀφαιροῦσι τὰς γωνίας. Καὶ αἱ ΘΓZ, ΘBE αἱ αὐταὶ οὖσαι, ἐν πᾶσι τοῖς τριγώνοις· καὶ λοιπαὶ αἱ KBΔ, ΔΓΛ.

PROP. XIV. THEOR.

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt id punctum, in quo quæ ab angulis trianguli ad media latera rectæ ducuntur, invicem concurrunt.



Sit triangulum ABΓ: ducaturque AΔ quidem ad mediam BΓ; BE vero ad mediam AΓ. Eſt utique trianguli ABΓ centrum gravitatis in utraque AΔ, BE. Hoc enim demonſtratum eſt. Quare punctum Θ (trianguli ejuſdem) centrum gravitatis eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

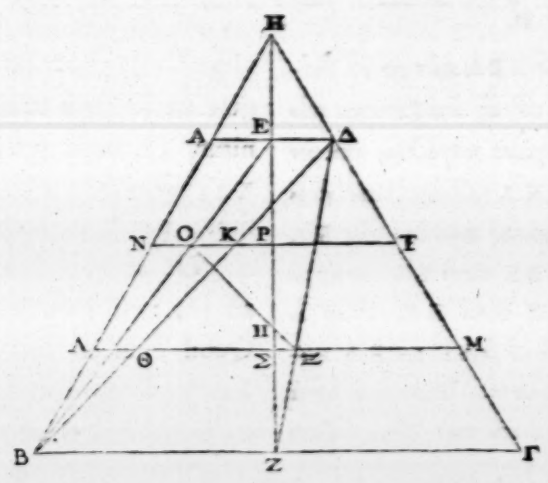
Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τὸ βάρους τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτουσι τῶ τριγώνου αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ABΓ· καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ A ἐπὶ μέσην τὴν BΓ ἡ AΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ B ἐπὶ μέσην τὴν AΓ. Ἔστι δὴ τοῦ ABΓ τριγώνου κέντρον τὸ βάρους ἐφ' ἑκατέρας τῶν AΔ, BE. Δείξομεν γὰρ τοῦτο. Ὥστε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρους ἐστίν.

PROP. XV. THEOR.

Cujuſlibet trapezii habentis duo latera ſibi invicem parallela centrum gravitatis eſt in recta, quæ parallela latera in duas æquas partes ſecta conjungit; ita diviſa, ut quæ altera ejus pars terminum habet id punctum, in quo minus parallelorum laterum in duas æquas partes ſecatur, hæc ad partem alteram eam habeat rationem, quam utraque hæc; æqualis duplæ majoris, una cum minore, ad duplam minoris, una cum majore parallelorum laterum.

Sit trapezium ABΓΔ habens latera AΔ, BΓ parallela: conjungatque EZ ipſa AΔ, BΓ ſecta in duas æquas partes. Ac trapezii quidem centrum gravitatis eſſe in EZ, manifeſtum eſt. Si enim rectas ΓΔH, ZEH, BAH produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Itaque trianguli HBΓ centrum gravitatis eſt in HZ. Eſt autem pariter trian-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνύσης τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμῆμα αὐτῆς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τῆς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἃ ἴσα τῆ διπλασίᾳ τῆς μείζονος μετὰ τῆς ἐλάσσονος, πρὸς τὰν διπλασίαν τῆς ἐλάσσονος μετὰ τῆς μείζονος τῶν παραλλήλων.

Ἔστω τραπέζιον τὸ ABΓΔ παραλλήλους ἔχον τὰς AΔ, BΓ· ἃ δὴ EZ ἐπιζευγνύτω τὰς διχοτομίας τῶν AΔ, BΓ. Ὅτι ἐν ἐπὶ τῆς EZ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ τραπεζίου, φανερόν. Ἐὰν γὰρ [a] ἐκβάλλῃς τὰς ΓΔH, ZEH, BAH, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἥξουσιν. Ἔσται [b] τὸ δὴ HBΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς HZ. Καὶ

[a] ἐκβάλλῃς τὰς ΓΔ, HZ, EK, BH.

[b] τὸ τοῦ HB.

ἡμείου [c] τῶ ΑΗΔ τριγώνου κέντρου τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς [d] ΕΗ. Καὶ λοιπὸν ἄρα τῶ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρους ἔσται ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἡ ΒΔ δίχα τμάθω οἷς τὸ Κ, Θ σαμείοις· καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν ΒΓ ἤχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ· ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἀ ΘΒ τᾶς ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ Θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει· ἄκται ἀ ΜΘ. Ἔστι δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ἡμμένου τριγώνου. [f] Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τὸ Ο σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ, τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ [g] τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΟΞ εὐθείας. Ἔστι δὲ τῶ ἡμμένου [h] τραπεζίου κέντρον τὸ βάρεος καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τὸ βάρεος τὸ Π σαμεῖον. Ἔχει δὴ ἁ ὅλη τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἀ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, ὅλως ἐντὶ ἀ ΒΓ ποτὶ ΑΔ· ὡς δὲ ἀ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, ὅλως ἀ ΠΡ ποτὶ ΠΣ. Καὶ ὡς ἄρα ἀ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, ὅλως ἀ ΡΠ ποτὶ ΠΣ. Ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τᾶς ΑΔ, ποτὶ δύο τὰς ΑΔ, μετὰ τᾶς ΒΓ, ὅλως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ, ποτὶ δύο τὰς ΠΣ, μετὰ τᾶς ΠΡ. Ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ, μετὰ τᾶς ΠΣ, συναμφότερός ἐστιν ἀ ΣΡΠ, [i] τετράκις ἀ ΠΕ. Δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ, συναμφότερός ἐστιν ἀ ΡΠΣ, τετράκις ἀ ΠΖ. Δέδεικται ἄρα τὸ προτεθέντα.

guli ΑΗΔ centrum gravitatis in ΕΗ. Igitur reliqui etiam trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis erit in ΕΖ. Jungatur ΒΔ, eademque ſecta in tres æquas partes in punctis Κ, Θ; ducantur per hæc puncta ipſi ΒΓ parallelæ ΛΘΜ, ΝΚΤ; junganturque ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ, ductaque fuit per punctum Θ baſi parallela ΜΘ. Eſt autem trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis etiam in ΔΖ. Quare punctum Ξ centrum gravitatis eſt ejus, quod diximus, trianguli. Eſt autem eadem ratione punctum Ο centrum gravitatis trianguli ΑΒΔ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis ΑΒΔ, ΒΔΓ componitur, quæ quidem trapezium eſt, centrum gravitatis eſt in recta ΟΞ. Eſt autem trapezii, quod diximus, centrum gravitatis etiam in ΕΖ. Quare trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſt punctum Π. Itaque triangulum ΒΓΔ ad triangulum ΑΒΔ eam rationem habuerit, quam ΟΠ ad ΠΞ. Sed ut triangulum quidem ΒΔΓ ad triangulum ΑΒΔ, ita ſe habet ΒΓ ad ΑΔ: ut vero ΟΠ ad ΠΞ, ita ΠΡ ad ΠΣ. Igitur etiam ut ΒΓ ad ΑΔ, ita ſe habet ΡΠ ad ΠΣ. Quare etiam ut duæ ΒΓ, una cum ΑΔ, ad duas ΑΔ, una cum ΒΓ, ita ſe habent duæ ΡΠ, una cum ΠΣ, ad duas ΠΣ, una cum ΠΡ. Sed duæ quidem ΡΠ, una cum ΠΣ, utraque eſt ΣΡΠ, hoc eſt ΠΕ. Duæ vero ΠΣ, una cum ΠΡ, utraque eſt ΡΠΣ, hoc eſt ΠΖ. Demonſtrata ſunt igitur, quæ proponebantur.

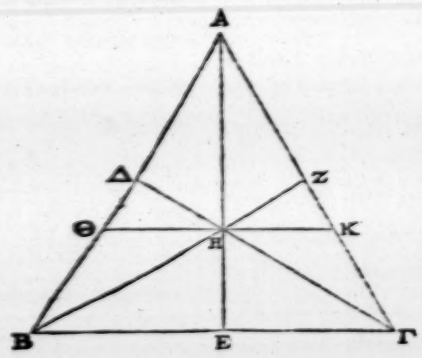
EUTOCIUS.

Ἐὰν γὰρ ἐκβάλωμεν τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἥξονται. Ἐκβαλλομένων γὰρ τῶν ΒΑΗ, ΖΕΗ, καὶ συμπιπτόντων ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η· καὶ ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐν τῷ αὐτῷ πεσεῖται. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΕΔ· καὶ δοιαδὴ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΒΔΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἀ ΒΘ τᾶς ΒΔ.

Si enim rectas ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Productis enim ΒΑΗ, ΖΕΗ, iiſdemque in puncto Η invicem concurrentibus, ipſa quoque ΓΔ ſi producatur, in eodem puncto concurret. Se habet utique ut ΒΗ ad ΗΑ, ita ΖΗ ad ΗΕ, et ΒΖ ad ΑΕ, et ΖΓ ad ΕΔ; et, quod conſequitur, ΓΗ ad ΗΔ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Η. Καὶ φανερὸν ὅτι πάντα τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις, ἃ ὅτι αἱ ὅπαι τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν ὑπερζευγνύμεναι λόγῳ τοῦ Η ἴσαι ποιοῦσι· ἵνα μὲν τοῦ αὐτοῦ πλείονα κέντρα ᾖ. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ ἴσαι ἔσαι καὶ τὰ τρίγωνα, ὧν κορυφὴ τὸ Η σημεῖον, βάσεις δὲ αἱ εἰρημέναι

Sit triangulum ΑΒΓ: et jungantur ab ejus angulis ad puncta, quæ latera in duas æquas partes ſecant, ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Centrum igitur gravitatis trianguli ΑΒΓ eſt punctum Η. Porro manifeſtum eſt, omnia triangula æqualia invicem eſſe, rectaſque, quæ ad puncta junguntur, latera in duas æquas partes ſecantia per punctum Η tranſire; ne plura ejuſdem trianguli centra gravitatis ſint. Quoniam vero rectæ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ æquales invicem ſunt, æqualia erunt et triangula, quorum vertex eſt punctum Η, et baſes, quas



[c] τῶ ΑΝΔ. [d] ΕΝ. [e] ἄκται ex MS. [f] διὰ τα αὐτὰ. [g] τραπέζιον ex MS. [h] τραπεζίω ex MS. [i] τετράγωνον deeſt.

diximus, rectæ. Quare triangulum AHB duplum eſt trianguli HBE; ideoque etiam AH dupla ipſius HE. Itaque ſi per punctum H ducatur ΘK ipſi BΓ parallela, dupla ipſius ΘB eſt AΘ. Hinc generaliter ſi unum trianguli latus ita ſecetur, ut quæ ejus pars ad verticem eſt dupla ejus ſit, quæ eſt ad baſim, et per id, quod ſumptum fuerit, punctum recta ducatur baſi parallela; erit utique in hac recta centrum gravitatis ipſius trianguli.

εὐθῖαι. Ὥστε διπλάσιόν ἐστι τὸ AHB τετράγωνον τοῦ HBE τετραγώνου· ὥστε καὶ ἡ AH τῆς HE. Ἐὰν δὲ διὰ τοῦ H παρὰ τὴν BΓ ἀχθῇ τις ἡ ΘK, διπλασία ἐστὶν ἡ AΘ τῆς ΘB. Ὥστε καθόλου ἐὰν μία τοιαύτη τετραγώνου τμηθῇ, ὥστε τὸ σχῆμα τῷ πρὸς μέρει διπλάσιον εἶναι τοῦ πρὸς τῇ βάσει, ἡ διὰ τοῦ λαμβάνοντος σημείου παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ βάσει ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἴσης τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ τριγώνου.

APXI-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS

QUADRATURA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

Ἀκούσας Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι λοιπὸς ἡμῖν ἐν φίλοις, τέην δὴ Κόνωνος γνώριμον γεγενῆθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον· ἄμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος οἴονται ἐλυπήθημεν, ὡς κὴ φίλος τῷ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστῷ τινός. Ἐπιχειρήσαμεν δὲ ἀποσεῖλαι τὸ γράψαντες, ὡς Κόνωνι γράφειν εἰωθότες ἡμεν, γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν ἐκ ἦν τεθεωρημένον, νυῖ δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται· πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδεικθέν. Τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν εὖν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλε τμάματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθυγράμμον ἴσον. Καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ὅλης εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκ τοῦ κέντρου τμᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες ἐκ ὑπαρχούσας λήμματος· διόπερ αὐτοὶ ὑπὸ τῶν πλείστων ἐκ εὐρισκόμενοι ταῦτα καλέγνωσθεν. Τὸ δὴ ὑπ' εὐθείας κὴ ὀρθογωνίε κώνε τμᾶς τμᾶμα περιεχόμενον εὐθεῖα τῶν πρώτων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπισάμεθα· ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας κὴ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τὴν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, κὴ

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

CUM audiſſem Cononem deceſſiſſe, qui amicorum unus adhuc mihi ſupererat, teque eo familiariter uſum, peritumque eſſe Geometriæ, dolui ſane morte viri amici, et in mathematicis diſciplinis plane admirabilis. Ad te autem mittere conſtitui, ut ad illum antea mittere conſueveram, unum ex Geometricis theorematibus, quod nemo adhuc cum attigerit, nunc ego demum contemplatus ſum: mechanicis illud quidem primum rationibus inventum, deinde vero etiam geometricis demonſtratum. Eorum ſane, qui ante nos geometriam excoluerunt, quidam tradere aggreſſi ſunt, qui fieri poſſit, ut dato ſive circulo, ſive circuli ſegmento æquale rectilineum ſpatium inveniatur. Deinde vero ſpatium quadrare conati ſunt, quod ſub totius coni ſectione, rectaque linea continetur, ſumentes ſibi lemmata non facile concedenda: quapropter illi a plurimis, ut qui hæc minime aſſecuti eſſent, reprehenſi ſunt. Nemo autem adhuc repertus, quod ego ſciam, qui ſegmentum quadrare conatus ſit, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur; quod nunc quidem confectum a nobis eſt. Etenim demonſtratur, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque

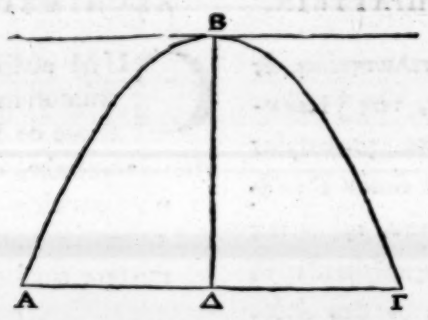
[a] αἰτημ.

altitudinem; ſumpto ad id demonſtrandum hoc lemmate: inæqualium ſpatiorum id quo majus excedit minus, ſibimetipſi aliquoties additum fieri poſſe, ut propoſitum quodlibet, definitumque ſpatium excedat. Uſi autem ſunt eodem hoc lemmate etiam geometræ, qui ante nos floruerunt. Quippe demonſtraturi circulos duplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere; ſphæras autem triplam: amplius vero, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem; itemque quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem; hæc, inquam, omnia demonſtraturi propoſito lemmati innixi ſunt. Contigit autem, ut unicuique horum, quæ diximus, theorematum non minor quam iis, quæ ſine hoc lemmate demonſtrata ſunt, fides adhibita ſit; pari fide nuper iis, quæ a nobis edita ſunt, conciliata. Itaque cum ejus theorematis demonſtrationes conſcripſerim, eas ad te mitto: ac primum quidem, quomodo mechanicis illud rationibus inventum ſit; deinde vero quomodo etiam geometricis demonſtratum. Præmittuntur autem et Conica Elementa, quæ ad illud demonſtrandum ſunt neceſſaria. Vale.

ὕψος ἴσον τῷ τμάματι· λαμβανομένῳ τοῦδε τοῦ λήμματος εἰς τὴν ἀποδειξιν αὐτοῦ, τῶν ἀνίσων χωρίων τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὴν συνιστάμενον πάντος [b] ὑπερέχον ᾧ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. Τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν [c] πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς [d] ἀλλήλας τῶν διαμέτρων· ἔτι δὲ καὶ πάσας πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ δὴ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ [e] κυλίνδρου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον· ὁμοίως τῷ προκειμένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγραφον. Συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον [f] τῶν ἄνευ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἄρτι δὲ εἰς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτων ἀναγομένων τῶν [g] ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδομένων. Ἀναγράψαντες ἐν αὐτοῖς τὰς ἀποδείξεις, ἀποστέλλομεν πρῶτον μέν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ Στοιχεῖα Κωνικὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν. [h] Ἐρρωσο.

PROP. I. THEOR.

Si rectanguli coni ſectio ſit ABΓ, et ſit recta quidem BΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero AΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit: erunt rectæ AΔ, ΔΓ ſibi invicem æquales. Quod ſi AΔ ipſi ΔΓ æqualis ſit, parallela erit AΓ rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit.

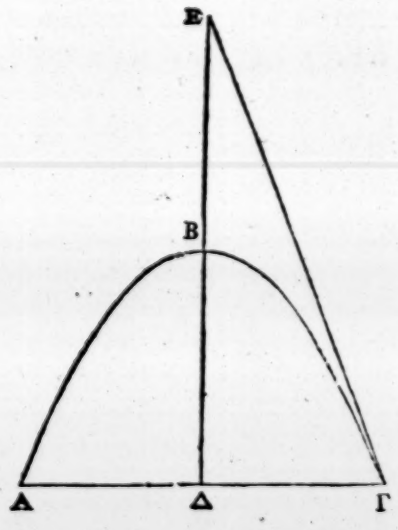


ΠΡΟΤ. α'.

Αἶχα ἡ ὀρθογωνίου κώνου [i] τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ [k] ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου [l] τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐστοῦνταν αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ' ἂν ἴσαι ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐστοῦνταν ἅπτι ΑΓ, ᾇ ἁ κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

PROP. II. THEOR.

Si rectanguli coni ſectio ſit ABΓ, et ſit recta quidem BΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero AΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit, contingatque recta ΓE coni ſectionem in puncto Γ: erunt rectæ ΔB, BE ſibi invicem æquales.



ΠΡΟΤ. β'.

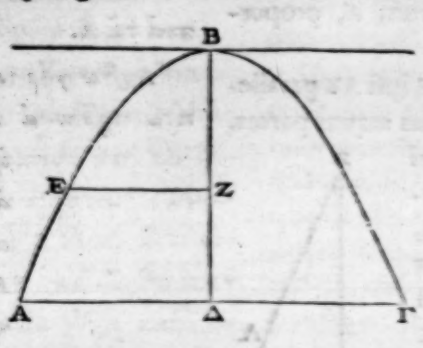
Αἶχα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἃ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ᾇ ἁ ΓΕ τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁπτοῦται κατὰ τὸ Γ· ἐστοῦνταν αἱ ΔΒ, ΒΕ ἴσαι.

[b] ὑπερέχει. [c] ποτὶ ἀλλάλους ex MS. [d] ἀλλάλας ex MS. [e] τῶν ἄνευ ex MS. [f] ὑπάρχων.
[g] τομᾶς ἐφ' ἃς ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ΒΔ. [h] ΑΓ. [i] τομᾶς, ἴσα ἄρα ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ καὶ ἴσα ἁ ΑΔ, παράλληλοι ἐσσοῦνταν αἴτι ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἶκα ἢ ὀρθογωνίε κώνε τομὰ ἀ ΑΒΓ, ἀ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἀ διάμετρος, καὶ ἀχθῶν τινὶς αἱ ΑΔ, [k] ΕΖ παρὰ τὰν καλὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τε κώνε τομᾶς· ἐστᾶτω ὡς ἀ ΒΔ [l] μάκες πρὶ τὰν ΒΖ, [m] οὕτως δυνάμει ἀ ΑΔ πρὶ τὰν ΕΖ.

Ἀποδέδεικται δὴ ταῦτα ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις.



PROP. III. Theor.

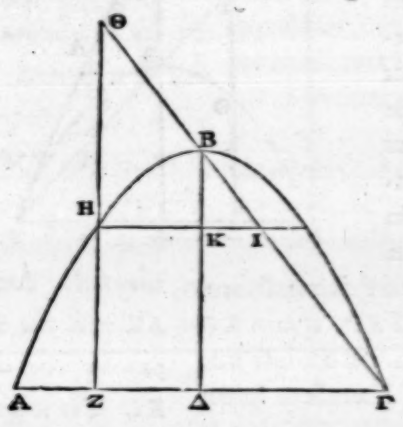
Si rectanguli coni ſectio ſit ΑΒΓ, et ſit recta ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, ducanturque rectæ quædam ΑΔ, ΕΖ rectæ illi parallelæ, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit: ut ΒΔ ad ΒΖ longitudine, ita ſe habebit ΑΔ ad ΕΖ poteſtate.

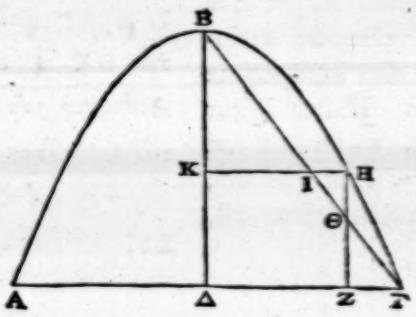
Hæc autem in Conicis Elementis demonſtrata ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ. Ἀ δὲ ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθῶ, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἀ ΒΓ εὐθεῖα προσβεβλήσθω. Εἰ δὴ καταχθείη τις ἄλλα ἀ ΖΘ παρὰ τὰν ΒΔ, τέμνουσα ἐκατέραν τᾶν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἀ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ, ὃν ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ.

Ἀχθῶ γὰρ [n] διὰ τοῦ Η παρὰ τὰν ΑΓ ἀ ΚΗ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΚ μάκες, οὕτως ἀ ΔΓ ποτὶ τὰν ΚΗ δυνάμει. Ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐστᾶτω ἄρα ὡς ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκες, οὕτως ἀ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυνάμει· ἴσαι γάρ ἐσιν αἱ ΔΖ, ΚΗ· καὶ διὰ τοῦτο, ὡς ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκες, [o] οὕτως ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει. Ἀνάλογον ἄρα ἐσὶν αἱ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ εὐθεῖαι. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἀ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἀ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. [p] Τᾷ δὴ ΔΓ ἴσα ἐσὶν ἀ ΔΑ. Δῆλον ὅν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἀ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.





PROP. IV. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ. Ducatur autem a media ΑΓ recta ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter; junctaque recta ΒΓ producatur. Quod ſi recta quædam alia ducatur ΖΘ ipſi ΒΔ parallela, quæ rectam utramque ΑΓ et ΓΒ ſecet: eamdem habebit rationem ΖΘ ad ΘΗ, quam ΔΑ ad ΔΖ.

Ducatur enim per punctum Η, ΚΗ ipſi ΑΓ parallela. Ut igitur ΒΔ ad ΒΚ longitudine, ita ſe habet ΔΓ ad ΚΗ poteſtate. Hoc enim demonſtratum eſt. Ut igitur ΒΓ ad ΒΙ longitudine, ita ΔΓ ad ΔΖ poteſtate: æquales ſunt enim ΔΖ, ΚΗ: ideoque, ut longitudine ΒΓ ad ΒΙ, ita poteſtate ΒΓ ad ΒΘ. Proportionales igitur ſunt rectæ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ. Quare eamdem habet rationem ΒΓ ad ΒΘ, quam ΓΘ ad ΘΙ. Ut igitur ΓΔ ad ΔΖ, ita ſe habet ΘΖ ad ΘΗ. Æqualis eſt autem ΔΑ ipſi ΔΓ. Conſtat igitur eamdem habere rationem ΔΑ ad ΔΖ, quam ΖΘ ad ΘΗ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἀ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἀ ΓΖ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, τὸν αὐτὸν λόγον ἀ ἀχθεῖσα τετμήσεται

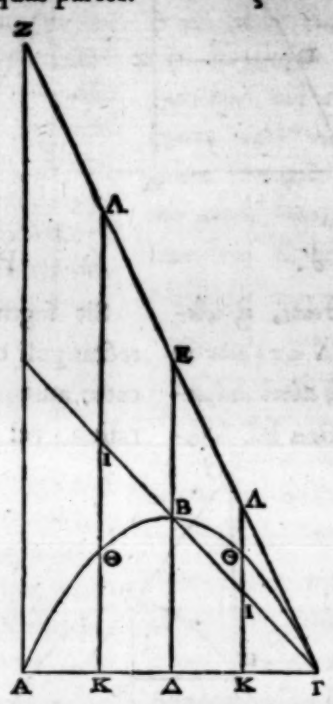
PROP. V. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: et ducatur a puncto Α diametro parallela recta ΖΑ, et a puncto Γ recta ΓΖ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Quod ſi recta quædam ducatur in triangulo ΖΑΓ ipſi ΑΖ parallela, quæ ducta eſt recta a rectanguli coni ſectione, recta

[k] ΕΖ ἐπιψαύσαν τᾶς τοῦ. [l] μάκει deeſt. [m] οὕτως deeſt. [n] διὰ τοῦ Ι. [o] οὕτως ἀ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαί· ὥς τι. [p] In hoc loco in MS. pauca deſunt.

vero AΓ ab ea, quæ ducta eſt, ſecundum eamdem rationem ſecabitur: quod autem ſegmentum ipſius AΓ ad punctum A eſt, id ſegmento ductæ rectæ, quod item eſt ad punctum A, proportione reſpondebit.

Ducatur enim recta quædam ΔE ipſi AZ parallela; et primo ſecet ipſam AΓ in duas æquas partes. Quoniam igitur rectanguli coni ſectio eſt ABΓ, ductaque eſt BΔ diametro parallela, æqualeſque AΔ, ΔΓ ſibi invicem ſunt; parallela erit AΓ rectæ illi, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto B contingit. Rurſus quoniam ΔE parallela eſt diametro, ductaque eſt a puncto ΓΓE, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto Γ contingit, ipſa autem ΔΓ rectæ illi parallela eſt quæ ſectionem eamdem contingit in puncto B; æqualis eſt EB ipſi BΔ. Quare eamdem habet rationem AΔ ad ΔΓ, quam ΔB ad BE. Si quidem igitur quæ ducta eſt recta ipſam AΓ in duas æquas partes ſecuerit, demonſtratum eſt quod proponebatur. Sin minus, ducatur recta quædam alia KΛ ipſi AZ parallela. Oportet demonſtrare, eamdem habere rationem AK ad KΓ, quam KΘ ad ΘΛ. Quoniam enim æqualis eſt BE ipſi BΔ, æqualis eſt etiam IΛ ipſi KI. Eamdem igitur rationem habet KΛ ad KI, quam AΓ ad ΔA. Habet autem etiam KI ad ΘK eamdem rationem, quam ΔA ad AK. Hoc enim in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Habet igitur eamdem rationem KΘ ad KΛ, quam AK ad AΓ. Quare eamdem rationem habet KΘ ad ΘΛ, quam AK ad KΓ. Demonſtratum igitur eſt, quod proponebatur.

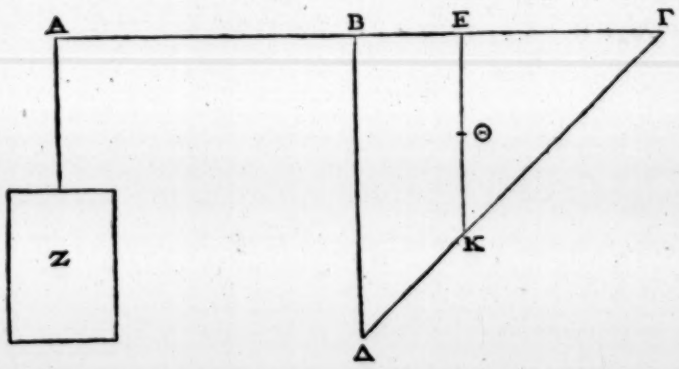


ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἃ ΑΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας· ὁμόλογον δὲ ἐστῶτι τὸ τμᾶμα τᾶς ΑΓ ποτὶ τὸ Α, τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τᾷ Α.

Ἄχθω γάρ τις ἃ ΔΕ παρὰ τὰν ΑΖ· καὶ τετμήτω πρῶτον ἃ ΔΕ τὰν ΑΓ δίχα. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἃ ΑΒΓ, καὶ ἠγμένα ἃ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι· ἐστῶται τᾷ ΑΓ παράλληλος ἃ κατὰ τὸ Β ἁπτομένα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Πάλιν ἐπεὶ σφᾶ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἃ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἃ ΓΕ ἄκται ἁπτομένα τᾶς τᾶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἃ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾷ κατὰ τὸ Β ἁπτομένα· ἴσα ἐστὶν ἃ ΕΒ τᾷ ΒΔ. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἃ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἃ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΕ. Εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἃ ἀχθεῖσα τὰν ΑΓ, δέδεικται. Εἰ δὲ μή, ἄχθω τις ἄλλα ἃ ΚΛ παρὰ τὰν ΑΖ. Δεικτέον ἔν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἃ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ, ὃν ἃ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἃ ΒΕ τᾷ ΒΔ, ἴσα ἐστὶ καὶ ἃ ΙΛ τᾷ ΚΙ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἃ ΚΛ ποτὶ τὰν ΚΙ, ὃν ἃ ΑΓ ποτὶ τὰν ΔΑ. Ἔχει δὲ καὶ ἃ ΚΙ ποτὶ τὰν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΚ. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ πρότερον. Ὡς ἄρα ἃ ΚΘ ποτὶ τὰν ΚΛ, ἔτως ἃ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΓ. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἃ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ, ὃν ἃ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ. Δέδεικται ἔν τὸ προτεθέν.

PROP. VI. Theor.

Intelligatur autem hoc, quod contemplandum proponitur, ſubjici oculis in plano ad finitorem recto: deinde ea, quæ ſunt ad eaſdem partes, ac punctum Δ, deorſum eſſe; et quæ ad contrarias, ſurſum. Triangulum autem BΔΓ ſit rectangulum, habens angulum, quod ad punctum B eſt, rectum, et latus BΓ dimidiæ ſtateræ æquale; utique ſi AB æqualis fuerit ipſi BΓ. Suſpendatur porro hoc triangulum a punctis B, Γ: ſuſpendaturque ſpa-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς'.

Νοείσθω δὲ τὸ, ὅτε ἐστὶ τὸ ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον, ὁρώμενον ἁπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς· ἔπειτα τὸ μὲν ἁπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ κάτω νοείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ ΒΔΓ τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ Β γωνίαν, καὶ τὰν ΒΓ πλαγιὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ζυγᾶς· δῆλον ὅτι ἴσας ἔσας τᾶς ΑΒ τᾷ ΒΓ. Κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ

[9] ποτὶ τὰν ΑΖ.

Ζ ἐκ τῆ ἑτέρᾳ μέρες τῆ ζυγῆ κατὰ τὸ Α· ᾗ ἰσορροπέτω τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α κρεμάμενον τῷ ΒΔΓ τριγώνῳ, ὕτως *ἐόντι ὡς νῦν κεῖται. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τῆ ΒΔΓ τριγώνε μέρος τρίτον εἶμεν.

Ἐπεὶ γὰ ὑπόκειται ἰσορρόπων [r] ὁ ζυγὸς, ἐστῶσα ἀ ΑΓ γραμμὰ παρὰ τὸν ὁριζοντα· αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾷ ΑΓ ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, [s] καθέτοι ἐστᾶσιν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Τετμάσθω δὴ ἀ ΒΓ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε ὥτως, ὥστε [t] διπλασίονα εἶμεν τὰν ΓΕ τᾶς ΕΒ· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΒ ἀ ΚΕ· καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τῆ δὴ ΒΔΓ τριγώνε κέντρον βάρες ἐςὶ τὸ Θ σαμεῖον. Δέδεικται γὰρ τῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Αἴκα ὦν τῆ ΒΔΓ τριγώνε, ἀ μὲν κατὰ τὰ Β, Γ κρέμασις λυθείη, κατὰ δὲ τὸ Ε κρεμάσθει †, μένει τὸ τριγώνιον, ὡς νῦν ἔχει. Ἕκασον γὰ τῶν κρεμαμένων ἐξ ἃ σαμείε καταχεσθὲν, μένει· ὥστε κατὰ τὸ τριγώνιον, ὡς νῦν ἔχει. Ἕκασον γὰ τῶν κρεμαμένων ἐξ ἃ σαμείε καταχεσθὲν, μένει· ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τότε σαμεῖον τῆ κρεμαχῆ, καὶ τὸ κέντρον τῆ βάρες τῆ κρεμαμένε. Δέδεικται ὦν καὶ τῦτο. Ἐπεὶ ὦν τὰν αὐτὰν ἔχει κατάχασιν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγὸν, ἰσορροπήσει ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. Ἐπεὶ δὲ ἰσορροπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Λ, τὸ δὲ ΒΔΓ κατὰ τὸ Ε, δῆλον ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσι· καί ἔςιν ὡς ἀ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, ὕτως τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Τριπλασία δὲ ἀ ΑΒ τᾶς ΒΕ. Καὶ τὸ ΒΔΓ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐςι τῆ Ζ χωρίε.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τριπλάσιον ᾖ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῆ Ζ χωρίε, ὁμοίως ἰσορροπήσει.

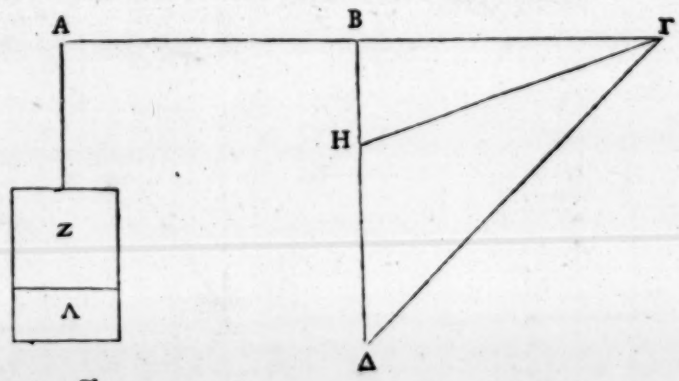
tium aliud Z ex altera ſtateræ parte a puncto A; ita ut ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A libretur ad triangulum ΒΔΓ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli ΒΔΓ.

Quoniam enim poſita eſt ſtatera librari, erit recta linea ΑΓ finitori parallela: quæ autem rectæ normales ducuntur ad ΑΓ in plano ad finitorem recto, he ad finitorem ipſum normales erunt. Itaque ſecetur recta linea ΒΓ in puncto Ε, ita ut ΓΕ dupla ſit ipſius ΕΒ: ducaturque ΚΕ ipſi ΒΔ parallela; eademque ſecetur in duas æquas partes in puncto Θ. Erit utique punctum Θ centrum gravitatis trianguli ΒΔΓ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi triangulum, quod quidem a punctis Β, Γ ſuſpenditur, ſolutum ab his a puncto Ε ſuſpendatur, manebit, ut nunc habet. Eorum enim, quæ ſuſpenduntur, a quo puncto ſuſpenduntur, ita ab eo unumquodque manet, ut centrum gravitatis ejus, quod ſuſpenditur; et punctum id, a quo ſuſpenditur, in normali recta linea ſit. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Et Quoniam igitur triangulum ΒΓΔ eodem modo ad ſtateram conſtituitur, ſpatium Z pariter librabitur. Et quoniam ſpatium Z, et triangulum ΒΔΓ librantur, alterum quidem ſuſpenſum a puncto Α, alterum vero a puncto Ε; conſtat eadem, et longitudines reciprocari: atque ut ΑΒ ad ΒΕ, ita ſe habere triangulum ΒΔΓ ad ſpatium Z. Tripla eſt autem ΑΒ ipſius ΒΕ. Triplum eſt igitur etiam triangulum ΒΔΓ ſpatii Z.

Manifeſtum præterea eſt, ſi triplum ſit triangulum ΒΔΓ ſpatii Z, eadem pariter librari.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Ἔςω πάλιν ζυγὸς ἀ ΑΓ γραμμὰ, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔςω τὸ Β· καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ ΓΔΗ τρίγωνον. Τὸ δὴ ΓΔΗ ἔςω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν ΔΗ, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐᾶσαν τᾷ ἡμισείᾳ τᾶ ζυγᾶ. Καὶ κρεμάσθω τὸ ΔΓΗ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσορροπὲς ἔςω τῷ ΓΔΗ τριγώνῳ, ὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τᾶ ΓΔΗ τριγώνε.



PROP. VII. Theor.

Sit rurſus recta linea ΑΓ ſtatera, cujus medium punctum Β: et ſuſpendatur a puncto Β triangulum ΓΔΗ. Triangulum autem ΓΔΗ ſit obtuſiangulum, baſim habens rectam ΔΗ, et altitudinem rectam dimidiæ ſtateræ æqualem. Suſpendatur porro triangulum ΔΓΗ a punctis Β, Γ: ſpatiumque Z a puncto Α ſuſpenſum libretur ad triangulum ΓΔΗ, ita ſe habens, ut nunc ponitur. Pariter demonſtrabitur ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli ΓΔΗ.

Κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τῆ Α, τρίτον μέρος ἐὸν τῆ ΒΓΗ τριγώνε. Ἰσορροπήσει δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ ΖΛ. Ἐπεὶ ὦν τὸ μὲν ΒΓΗ τρί-

Suſpendatur enim ſpatium quoddam aliud a puncto Α, quod quidem tertia pars ſit trianguli ΒΓΗ. Librabitur utique triangulum ΒΔΓ ad ſpatium ΖΛ. Quoniam igitur librantur triangulum

[r] ὁ ζυγὸς ΕΚΚΑ. [s] καθέτοις. [t] διπλάσιον αἰὶ μὲν τὰν.

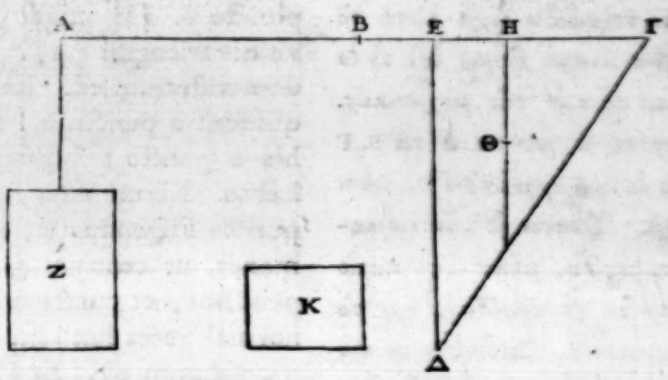
* Forte ἔχοντι † Sive κρεμαθῇ.

quidem BΓH ad ſpatium Λ; triangulum vero BΓΔ ad ſpatium ZΛ; et tertia pars eſt ſpatium ZΛ trianguli BΓΔ; conſtat triangulum ΓΔH ſpatii Z triplum eſſe.

γωνον ἰσοῤῥοπῆι τῷ Λ· τὸ δὲ BΓΔ τῷ ZΛ· καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ BΓΔ τὸ [a]ZΛ· φανερὸν ὅτι καὶ τὸ ΓΔH τρίγωνον τριπλάσιόν τοῦ Z.

PROP. VIII. Theor.

Sit ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Suſpendatur autem a puncto B triangulum rectangulum ΓΔE, habens angulum, qui ad punctum E eſt, rectum; ſuſpendatur, inquam, a ſtateræ punctis Γ, E: ſuſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΓΔE ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔE ad ſpatium K. Dico ſpatium Z triangulo quidem ΓΔE minus eſſe, ſpatio vero K majus.



Sumatur enim centrum gravitatis trianguli ΔEΓ, quod quidem ſit punctum Θ: ducaturque ΘH ipſi ΔE parallela. Quoniam igitur libratur triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, eamdem habet rationem triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, quam AB ad BH. Quare minus eſt ſpatium Z triangulo ΓΔE. Et quoniam triangulum ΓΔE ad ſpatium quidem Z eam habet rationem, quam BA ad BH; ad ſpatium vero K habet eam, quam BA ad BE; conſtat triangulum ΓΔE majorem rationem habere ad ſpatium K, quam ad ſpatium Z. Quare majus eſt ſpatium Z ſpatio K.

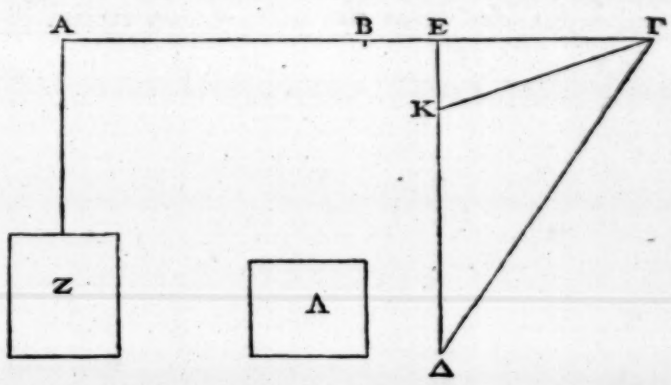
ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἔστω ζυγὸς ὁ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B. Καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ B τὸ ΓΔE τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὴν πρὸς τῷ E γωνίαν καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, E· τὸ δὲ Z χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ A· καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΓΔE τρίγωνον ἔστιν ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὰν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς τὸ K χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ Z χωρίον τοῦ μὲν ΓΔE τριγώνου ἔλαττον εἶναι, τοῦ δὲ K μεῖζον.

Λελάφθω γὰρ τοῦ ΔEΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, καὶ ἔστω τὸ Θ· καὶ ἡ ΘH ἤχθω παρὰ τὰν ΔE. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΓΔE τρίγωνον τῷ Z χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔE χωρίον πρὸς τὸ Z, ὃν ἡ AB πρὸς τὰν BH. Ὥστε ἔλαττόν ἐστι τὸ Z τοῦ ΓΔE. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς μὲν τὸ Z τὸν λόγον ἔχον τὸν αὐτόν, ὃν ἡ BA πρὸς τὰν BH· πρὸς δὲ τὸ K, ὃν ἡ BA πρὸς τὰν BE· δῆλον ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς τὸ K, ἢ πρὸς τὸ Z. Ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Z τοῦ K.

PROP. IX. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Triangulum autem ΓΔK ſit obtuſangulum baſim habens ΔK, et altitudinem EΓ. Suſpendatur autem hoc triangulum a ſtateræ punctis Γ, E. Suſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΔΓK ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔK ad ſpatium Λ. Dico ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſſe, triangulo vero ΔΓK minus.



Demonſtrabitur pariter ac ſuperior propoſitio.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

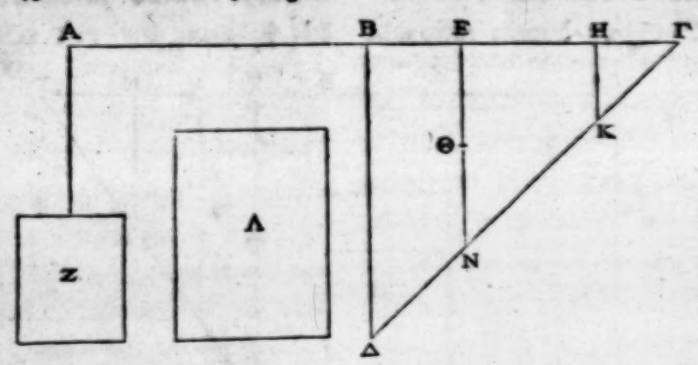
Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B. Τὸ δὲ ΓΔK τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔK, ὕψος δὲ τὰν EΓ. Καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, E. Τὸ δὲ Z χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΓK τριγώνῳ ἔστιν ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὰν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔK τρίγωνον πρὸς τὸ Λ. Φαμὶ δὴ τὸ Z τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ ΔΓΛ ἔλαττον.

Δειχθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

[a] τὸ ZA

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὴ ΒΔΗΚ τραπέζιον, τὰς μὲν πρὸς τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὴ ΚΔ πλευρὰν ἐπὶ τὸ Γ νεύουσαν. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἀ ΒΑ πρὸς τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΒΔΚΗ τραπέζιον πρὸς τὸ Λ χωρίον. Κεκρεμάσθω δὴ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸν Β, Η σαμείων κεκρεμάσθω δὴ καὶ τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΒΔΚΗ τραπεζίῳ, ὅτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ Λ.



Τετμάσθω γὰρ ἀ ΑΓ κατὰ τὸ Ε ὅτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἅ διπλασία τᾶς ΔΒ, καὶ ἀ ΚΗ πρὸς τὰν διπλασίαν τᾶς ΚΗ, καὶ τᾶς ΒΔ, τοῦτον [w] ἐχέτω μὲν ΕΗ πρὸς τὰν ΒΕ· καὶ διὰ τοῦ Ε παρὰ τὰν ΒΔ ἀχθεῖσα ἀ ΕΝ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τοῦ δὴ ΒΔΗΚ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Ἦν οὖν τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ Ε κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Η σαμείων λυθείη, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, δι' αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ χωρίῳ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ τὸ Ε κρεμάμενον, τῷ Ζ χωρίῳ κατὰ τὸ Α κρεμαμένῳ, ἐστάτω ὡς ἀ ΒΑ πρὸς τὰν ΒΕ, τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον πρὸς τὸ Ζ χωρίον. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον πρὸς τὸ Ζ, [x] ἤπερ πρὸς τὸ Λ· ἐπεὶ καὶ ἀ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὰν ΒΗ. Ὥστε ἔλασσον ἔσαι τὸ Ζ τοῦ Λ.

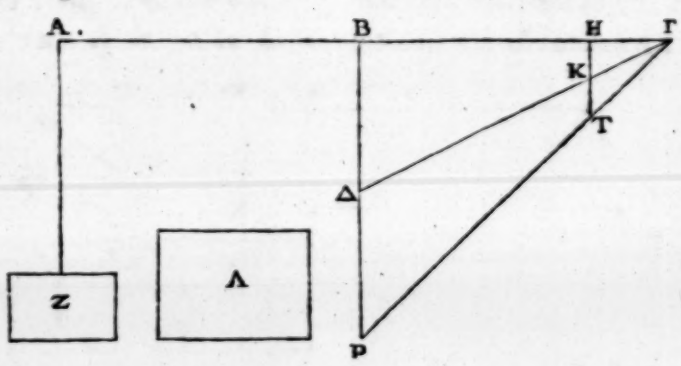
PROP. X. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΒΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΒΔΗΚ habens angulos, qui ad puncta Β, Η ſunt, rectos, et latus ΚΔ vergens ad punctum Γ. Quam autem rationem habet ΒΑ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΒΔΚΗ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΒΔΚΗ a ſtateræ punctis Β, Η: ſuſpendaturque etiam ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut libretur ad trapezium ΒΔΚΗ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Ζ minus eſſe ſpatio Λ.

Secetur enim ΑΓ in puncto Ε, ita ut rationem habet dupla ipſius ΔΒ, una cum ΚΗ, ad duplam ipſius ΚΗ, una cum ΒΔ, hanc habeat ΕΗ ad ΒΕ: ductaque per punctum Ε ΕΝ ipſi ΒΔ parallela ſecetur in puncto Θ in duas æquas partes. Trapezii igitur ΒΔΗΚ centrum gravitatis eſt punctum Θ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi trapezium ΒΔΗΚ ſuſpendatur a puncto Ε, ſolvaturque a punctis Β, Η; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Ζ. Quoniam igitur libratur trapezium ΒΔΗΚ a puncto Ε ſuſpenſum ad ſpatium Ζ ſuſpenſum a puncto Α; ut ΒΑ ad ΒΕ, ita ſe habebit trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ. Majorem igitur rationem habet trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ, quam ad ſpatium Λ; quoniam etiam ΑΒ ad ΒΕ majorem habet rationem, quam ad ΒΗ. Quare ſpatium Ζ minus erit ſpatio Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νεύσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ· καὶ ἀ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον πρὸς τὸ Λ. Τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπέζιον κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η, καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζίῳ, ὅτως ἔχοντι ὡς νῦν



PROP. XI. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΚΔΤΡ habens latera quidem ΚΔ, ΤΡ vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔΡ, ΚΤ normalia ad ΒΓ: atque incidat ΔΡ in punctum Β. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΔΚΤΡ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔΚΤΡ a ſtateræ punctis Β, Η; et ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut ſpatium Ζ libretur ad trapezium ΔΚΤΡ ita ſe habens, ut nunc

[w] τοῦτον ὃν ἔχει.

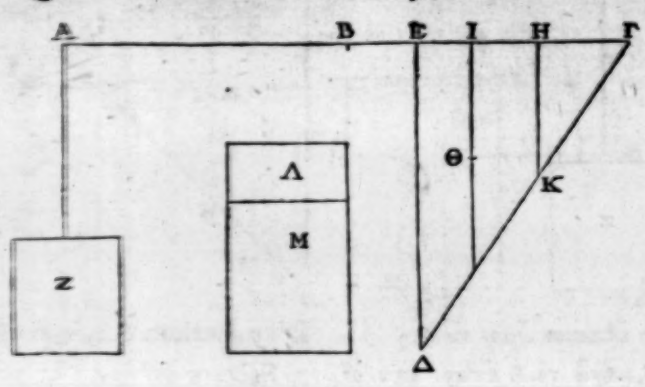
[x] ἤπερ πρὸς τὰν ΒΗ.

ponitur. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Z minus eſſe ſpatio Λ.

κεῖται. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ Z χωρίον τοῦ Λ.

PROP. XII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium ΔEKH habens angulos, qui ad puncta E, H ſunt, rectos; et latera KΔ, EH vergentia ad punctum Γ. Quam autem rationem habet AB ad BH, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium M: quamque habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔKEH a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z ſpatio quidem A majus eſſe, ſpatio vero M minus.



Sumatur enim centrum gravitatis trapezii ΔKEH; quod quidem ſit Θ. Sumetur autem pariter ac ſupra: ducaturque ΘI ipſi ΔE parallela. Itaque ſi trapezium ΔKEH ſuſpendatur a ſtateræ puncto I, ſolvaturque a punctis E, H; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Z. Quoniam igitur libratur trapezium ΔKEH a puncto I ſuſpenſum ad ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A; eamdem habebit rationem trapezium ad ſpatium Z, quam AB ad BI. Conſtat igitur trapezium ΔKEH ad ſpatium quidem Λ majorem habere rationem, quam ad ſpatium Z: ad ſpatium vero M minorem, quam ad ſpatium Z. Quare ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſt, ſpatio vero M minus.

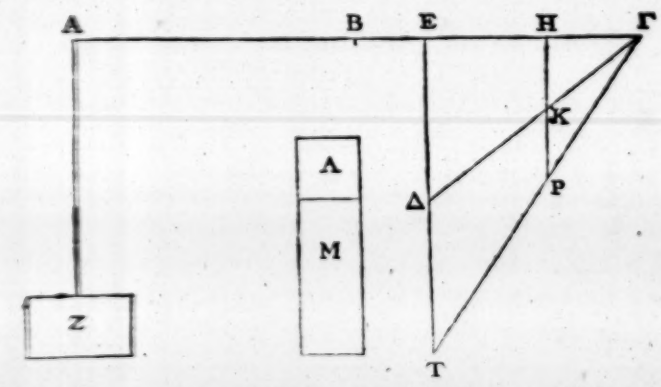
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ ΔEKH τραπεζοειδὲς ἔστω τὰς μὲν πρὸς τοῖς E, H σαμφοτέρως γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ KΔ, EH γραμμὰς πρὸς τὸ Γ νενύσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὴν BH, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπεζοειδὲς πρὸς τὸ M· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὴν BE, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπεζοειδὲς, πρὸς τὸ Λ. Κεκρεμάσθω δὴ τὸ ΔKEH τραπεζοειδὲς ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὲ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζοειδεῖ ἅτως ἐχόντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ Z [y] τοῦ Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ M ἔλασσον.

Ἐλάβομεν γὰρ τοῦ ΔKEH τραπεζοειδέος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος· ἔστω δὴ τὸ Θ. Λαφθήσεται δὴ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘI παρὰ τὰν ΔE. Ἂν δὴ τὸ τραπεζοειδὲς ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθήσεται κατὰ τὸ I, ἀπὸ δὴ τῶν E, H λυθῇ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Z, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ δὴ ἰσορροπεῖ τὸ τραπεζοειδὲς κρεμάμενον κατὰ τὸ I, τῷ Z κρεμαμένῳ κατὰ τὸ A, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον τὸ τραπεζοειδὲς ποτὶ τὸ Z, ὃν ἡ AB ποτὶ τὰν BI. Δῆλον δή, ὅτι τὸ ΔKEH [z] ποτὶ μὲν τὸ Λ μεῖζονα λόγον ἔχει, ἢ ποτὶ τὸ Z· ποτὶ δὲ τὸ M ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Z. Ὥστε τὸ Z, τοῦ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τοῦ δὲ M ἔλασσον.

PROP. XIII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium KΔTP habens latera quidem KΔ, TP vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔT, KP normalia ad BΓ. Suſpendatur porro trapezium ΔKTP a ſtateræ punctis E, H: ſuſpenduturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKTP ad



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, καὶ τὸ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ KΔTP τραπεζοειδὲς, ὥστε τὰς μὲν KΔ, TP πλευρὰς νενύσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὲ ΔT, KP καθέτους ἐπὶ τὰν BΓ. Κεκρεμάσθω δὴ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὲ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔKTP τραπεζοειδεῖ ἅτως ἐχόντι, ὡς νῦν κεῖται. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἡ AB πρὸς τὰν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKTP τραπεζοειδὲς πρὸς

[y] τοῦ μὲν Λ.

[z] ποτὶ μὲν τὸ Λ.

τὸ Α χωρίον· ἔν δὴ λόγῳ ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον πρὸς τὸ Μ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τὸ Ζ τοῦ μὲν Α μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

spatium Α: quamque habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat idem trapezium ad ſpatium Μ. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Ζ ſpatio quidem Α majus eſſe, ſpatio vero Μ minus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

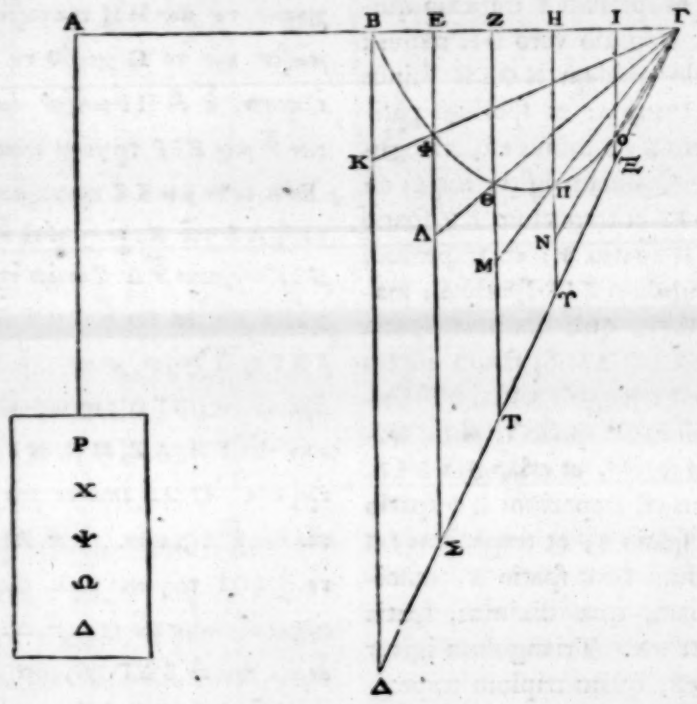
Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Ἔστω δὴ πρῶτον ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἡ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἡ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐστάτω δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. Διῃρήσθω δὴ ἡ ΒΓ εἰς τὰ τμάματα ὁπόσα ἔν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΓ καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἤχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνουσιν [a] αὐτὰ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ, τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον ἔμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΙΟΓ [b] τριγώνου, μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

Διάχθω γὰρ εὐθεῖα, ἡ ΓΒ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ· καὶ νοείσθω ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ ἐστάτω τὸ Β, καὶ κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ Β. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ [c] ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ· ἐκ δὲ τοῦ ἑτέρου μέρους ζυγοῦ κεκρεμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία κατὰ τὸ Α. Καὶ ἰσορροπείτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζίῳ, ἔτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Καὶ ἐπεί ἐστι τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ περιέχεται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται ἡ ΒΔ, [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἡ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἄκται δέ τις καὶ ἄλλα παρὰ τὰν διάμετρον ἡ ΣΕ· τὸν αὐτὸν ἔχει

PROP. XIV. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ. Sit autem primum recta ΒΓ ad rectos angulos diametro: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Erit utique triangulum ΒΓΔ rectangulum. Itaque ſecetur ΒΓ in ſegmenta quæcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ: ducanturque a ſectionibus diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ; junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΞΙΓ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΙΟΓ majus, quam triplum.

Producatur enim recta linea ΓΒ; et abſcindatur ipſi ΒΓ æqualis ΑΒ: intelligatur autem ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β, eademque ſuſpendatur a puncto Β. Suſpendatur autem etiam triangulum ΒΔΓ a ſtateræ punctis Β, Γ: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ. Ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΞΙΓ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΒΔΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Et quoniam ſegmentum eſt ΒΓΘ, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur: ducta autem eſt a puncto Β diametro parallela ΒΔ; et a puncto Γ, ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingit: ductaque præterea eſt alia quædam ΣΕ parallela item diametro;



[a] αὐτὰ. [b] τριγώνου. Ita ſe habet MS. [c] Pro ζυγοῦ, ſemper ζυγοῦ habet MS. [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπι.

eamdem habet rationem ΒΓ ad ΒΕ quam ΣΕ ad ΕΦ. Quare etiam ΒΑ ad ΒΕ rationem habet eamdem, quam trapezium ΔΕ ad trapezium ΚΕ. Pariter autem demonſtrabitur ΑΒ ad ΒΖ quidem eamdem habere rationem, quam trapezium ΣΖ ad trapezium ΑΖ; ad ΒΗ vero eamdem, quam trapezium ΤΗ ad trapezium ΜΗ; denique ad ΒΙ eamdem, quam trapezium ΤΙ ad trapezium ΝΙ. Quoniam igitur trapezium eſt ΔΕ habens angulos, qui ad puncta Β, Ε ſunt, rectos, et latera vergentia ad punctum Γ: libratur autem ſpatium quoddam Ρ ſuſpenſum a ſtateræ puncto Α ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut ΒΑ ad ΒΕ, ita ſe habet trapezium ΔΕ ad trapezium ΚΕ; ideo majus erit trapezium ΚΕ ſpatio Ρ. Hoc enim demonſtratum eſt. Rurſus trapezium quoque eſt ΖΣ habens angulos, qui ad puncta Ζ, Ε ſunt, rectos; et latus ΣΤ vergens ad punctum Γ: libratur autem ſpatium Χ ſuſpenſum a ſtateræ puncto Α ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut ΒΑ quidem ad ΒΕ, ita ſe habet trapezium ΖΣ ad trapezium ΖΦ; ut vero ΑΒ ad ΒΖ, ita trapezium ΖΣ ad trapezium ΛΖ; ideo etiam ſpatium Χ trapezio quidem ΛΖ minus fuerit, trapezio vero ΖΦ majus. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Eadem ratione et ſpatium Ψ trapezio quidem ΜΗ minus eſt, trapezio vero ΘΗ majus: et ſpatium Ω trapezio quidem ΝΟΙΗ minus eſt, trapezio vero ΠΙ majus: et ſpatium pariter Δ triangulo quidem ΞΙΓ minus eſt, triangulo vero ΓΙΟ majus. Quoniam igitur majus eſt trapezium ΚΕ ſpatio Ρ; et trapezium ΛΖ ſpatio Χ; et trapezium ΜΗ ſpatio Ψ; et trapezium ΝΙ ſpatio Ω; et triangulum ΞΙΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia majora eſſe ſpatio ΡΧΨΩΔ. Spatium autem ΡΧΨΩΔ tertia pars eſt trianguli ΑΓΔ. Triangulum igitur ΒΓΔ minus eſt quam triplum trapeziorum ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΞΙΓ. Rurſus quoniam minus eſt trapezium ΖΦ ſpatio Χ; et trapezium ΘΗ ſpatio Ψ; et trapezium ΙΠ ſpatio Ω; et triangulum ΙΟΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia minora eſſe ſpatio ΔΩΨΧ. Triangulum igitur ΒΔΓ majus quidem eſt, quam triplum trapeziorum ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ, et trianguli ΙΓΟ; minus vero, quam triplum eorum, quæ antea diximus.

λόγον ἃ ΒΓ πρὸς τὰν ΒΕ, ὃν ἃ ΣΕ πρὸς τὰν ΕΦ. Ὥστε καὶ ἃ ΒΑ πρὸς τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἴσχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπέζιον πρὸς τὸ ΚΕ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ἃ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν [c] ἴσχοισα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπέζιον πρὸς τὸ ΑΖ· πρὸς δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ πρὸς τὸ ΜΗ· πρὸς ἢ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ΤΙ πρὸς τὸ ΝΙ. Ἐπεὶ οὖν ἐσὶ τραπέζιον τὸ ΔΕ, τὰς μὲν πρὸς τᾷ ΒΕ σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ πλαγίας ἐπὶ τὸ Γ κλινούσας· ἰσοῤῥοπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ, κρεμάμενον ἐκ τᾶ ζυγᾶ κατὰ τὸ Α, ἴσως ἔχοντος τὸ τραπέζιον, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐσὶν ὡς ἃ ΒΑ πρὸς τὰν ΒΕ, ἴσως τὸ ΔΕ τραπέζιον πρὸς τὸ ΚΕ· μεῖζον ἄρα ἐσὶ τὸ ΚΕ χωρίον τοῦ Ρ χωρίου. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Πάλιν ἢ χ τὸ ΖΣ τραπέζιον, τὰς μὲν πρὸς τοῖς ΖΕ γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΣΤ πλαγίαν ἐπὶ τὸ Γ· ἰσοῤῥοπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τᾶ ζυγᾶ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, ἴσως ἔχοντι τῷ τραπεζίῳ, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐσὶν, ὡς μὲν ἃ ΒΑ πρὸς τὰν ΒΕ, ἴσως τὸ ΖΣ τραπέζιον πρὸς τὸ ΖΦ· ὡς δὲ ἃ ΑΒ πρὸς τὰν ΒΖ, ἴσως τὸ ΖΣ τραπέζιον πρὸς τὸ ΑΖ· ἔσῃ ἄρα καὶ τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΑΖ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον· καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΠΙ μεῖζον· ὁμοίως δὴ καὶ τὸ Δ χωρίον τοῦ μὲν ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΚΕ τραπέζιον μεῖζόν ἐσι τοῦ Ρ χωρίου, τὸ δὲ ΛΖ τοῦ Χ, τὸ δὲ ΜΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον τοῦ Δ· φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐσι τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ἔσι δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ τρίτον μέρος τοῦ ΑΓΔ τριγώνου. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλασσόν ἐσι, ἢ τριπλάσιον τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου. Πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπέζιον ἔλασσόν ἐσι τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΙΠ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΙΟΓ τρίγωνον τοῦ Δ, φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα ἔλασσονά ἐσι τοῦ ΔΩΨΧ χωρίου. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐσιν, ἢ τριπλάσιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΙΓΟ τριγώνου ἔλασσον ἢ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

PROP. XV. Theor.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ: non ſit autem recta ΒΓ ad rectos angulos diametro. Neceſſe eſt alterutram rectarum, vel quæ diametro parallela ad eaſdem partes, ac ſegmentum, a puncto Β ducitur, vel quæ ducitur a puncto Γ,

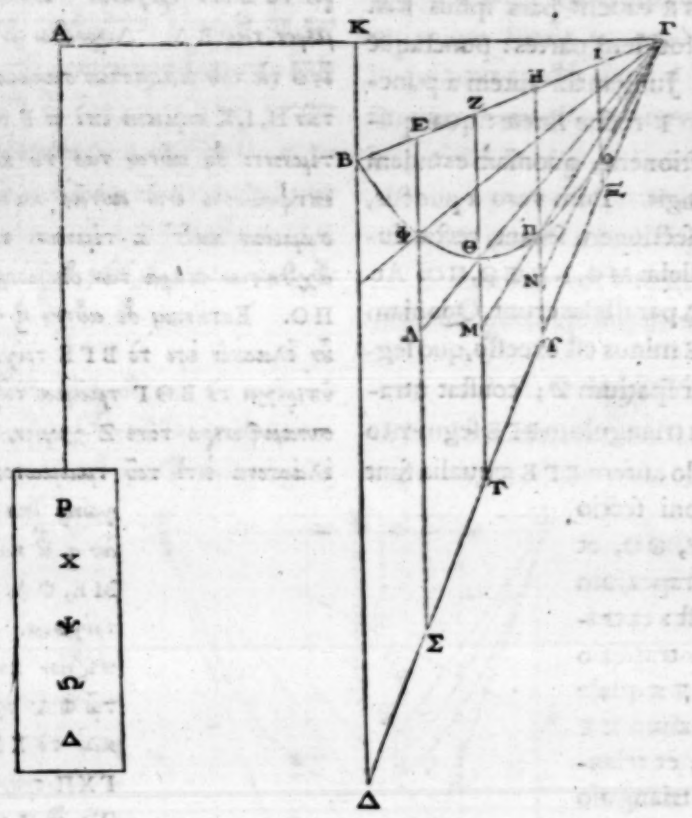
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Ἔστω πάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἃ ἢ ΒΓ μὴ ἔστω ταυτὶ ὀρθὴ τᾷ διαμέτρῳ. Ἀναγκαῖον ἢ ἢτοι τὰν ἀπὸ τοῦ Β τμαμέα παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν [f] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ ἀμβλεῖαν ποιεῖν

[c] ἴσχονται. [f] ἐπὶ τᾶ.

γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. Ἔχω ἀ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἀ [a] ποτὶ τὸ Β· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τᾶ Β ἀ ΒΔ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἀ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶ κώνα τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διηρήσθω ἀ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ἐπόσα ἔστι τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ· ἀπὸ δὴ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· καὶ ἀπὸ τῶν τομείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν ᾱ κώνα τομάν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήθωσαν. Φάμι δὴ καὶ νῦν, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τῶν μὲν τραπεζίων τὰ ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τᾶ ΓΙΞ [b] τριγώνα ἔλαστον εἶμεν ἢ τριπλάσιον τὰ δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τᾶ ΓΟΙ τριγώνα μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

Ἐκβεβλήσθω ἀ ΔΒ ἐπὶ θάτερα· ἀγάγων καθετὸν τὰν ΓΚ, τᾶ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΑΚ. Νοείσθω δὲ πάλιν ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτᾶ τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τᾶ Κ. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρίγωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τᾶ ζυγᾶ κατὰ τὰ ΓΚ, ἔχον ὡς νῦν κεῖται ἐκ τοῦ θατέρου μέρεος δ' ζυγᾶ κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α [i] τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία· καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζίῳ ἰσορροπείτω, ἄτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὲ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε ἔσται ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον δ' ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τόπ ΒΦ τραπεζίον τᾶ Ρ χωρίου μεῖζον· καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τᾶ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΖΦ ἔλατ[τ]ον· καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τᾶ Ψ χωρίου, τὸ δὲ ΗΘ ἔλαστον. Καὶ ἔτι τὸ μὲν ΝΙ τραπεζίον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίου, τὸ δὲ ΠΙ ἔλαστον· καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον δ' Δ χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον. Δῆλον ἄν ἐστὶν τὸ προτεθέν.



obtuſum cum recta ΒΓ angulum efficere. Itaque quæ a puncto Β ducitur obtuſum angulum efficiat: ducaturque a puncto Β diametro parallela, recta ΒΔ. Et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Secetur porro ΒΓ in ſegmenta quotcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ: ducanturque a punctis Ε, Ζ, Η, Ι diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ: junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico nunc quoque triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΓΙΞ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΓΟΙ majus, quam triplum.

Producatur ΔΒ in partem alteram: ductaque normali ΓΚ abſcindatur ipſi ΓΚ æqualis ΑΚ. Intelligatur autem rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Κ, eademque ſuſpendatur a puncto Κ. Suſpendatur autem a media ſtatera etiam triangulum ΓΚΔ; nempe a punctis Γ, Κ; ita ſe habens, ut nunc ponitur: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ: ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΓΙΞ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΔΒΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Demonſtrabitur autem pariter, ac ſupra, trapezium ΒΦ ſpatio Ρ majus eſſe: præterea ſpatio Χ trapezium quidem ΘΕ majus eſſe, trapezium vero ΖΦ minus: et ſpatio Ψ trapezium quidem ΜΗ majus eſſe, trapezium vero ΗΘ minus. Et amplius ſpatio Ω trapezium quidem ΝΙ majus eſſe, trapezium vero ΠΙ minus: et ſpatio Δ triangulum quidem ΞΙΓ majus eſſe, triangulum vero ΓΙΟ minus. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Ἔστω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ, περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἄχθω διὰ μὲν τᾶ Β ἀ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ δὲ τᾶ Γ ἀ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ.

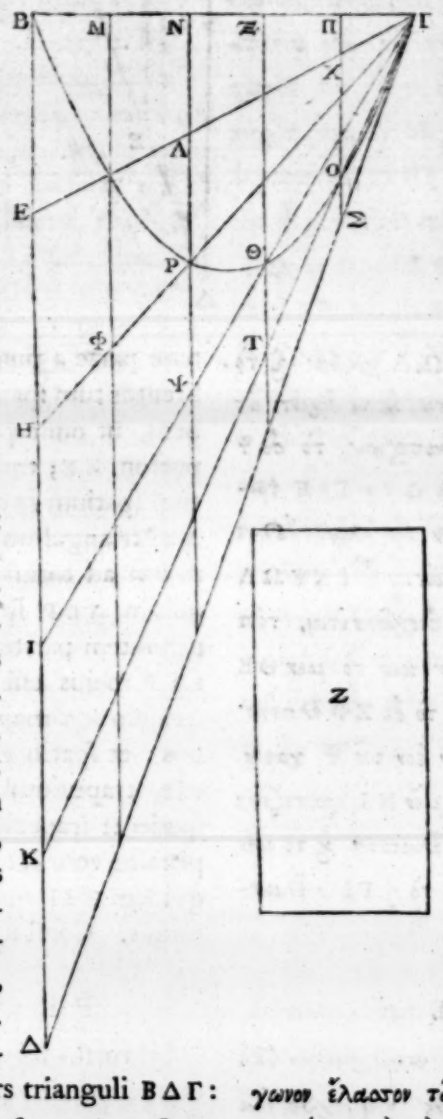
PROP. XVI. Theor.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Trianguli autem

[a] ποτὶ ex MS. [b] τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Ἐκβεβλήσθω. [i] τᾶς.

ΒΔΓ tertia pars ſit ſpatium Z. Dico, ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z æquale eſſe.

Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Itaque ſit, ſi fieri poteſt, majus. Jam exceſſus, quo ſegmentum ΒΘΓ excedit ſpatium Z, ſibimet ipſi aliquoties additus major erit triangulo ΒΓΔ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium aliquod minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli ΒΔΓ. Sit triangulum ΒΓΕ minus exceſſu, quem diximus, idemque pars trianguli ΒΔΓ. Erit utique ΒΕ eadem pars ipſius ΒΔ. Itaque ſecetur ΒΔ in totidem partes: punctaque ſectionum ſint Η, Ι, Κ. Jungantur autem a punctis Η, Ι, Κ ad punctum Γ rectæ lineæ: quæ quidem ſecabunt coni ſectionem; quoniam eamdem ΓΔ in puncto Γ contingit. Tum vero a punctis, in quibus illæ (coni) ſectionem ſecant, rectæ ducantur diametro parallelæ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ. Atque hæ quoque ipſi ΒΔ parallelæ erunt. Quoniam igitur triangulum ΒΓΕ minus eſt exceſſu, quo ſegmentum ΒΘΓ excedit ſpatium Z; conſtat utraque hæc, ſpatium Z, et triangulum ΒΓΕ ſegmento minora eſſe. Triangulo autem ΒΓΕ æqualia ſunt trapezia, per quæ coni ſectio tranſit, ΜΕ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, et triangulum ΓΟΣ. Trapezium enim ΜΕ commune eſt: et trapezium ΜΛ æquale trapezio ΦΛ; et trapezium ΛΞ æquale trapezio ΘΡ; et trapezium ΧΞ æquale trapezio ΟΘ; et triangulum ΓΧΠ æquale triangulo ΓΟΣ. Spatium igitur Z minus eſt trapeziis ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ, et triangulo ΠΟΓ. Triangulum autem ΒΔΓ triplum eſt ſpatii Z. Triangulum igitur ΒΔΓ minus eſt quam triplum trapeziorum ΜΛ, ΡΞ, ΘΠ, et trianguli ΠΟΓ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt majus eſſe quam triplum. Non eſt igitur majus ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z. Dico autem neque eſſe minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus exceſſus, quo ſpatium Z excedit ſegmentum ΒΘΓ, ſibimetipſi aliquoties additus major eſt triangulo ΒΔΓ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli ΒΔΓ. Itaque ſit triangulum ΒΓΕ minus hoc exceſſu, idemque pars trianguli ΒΔΓ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur triangulum ΒΓΕ minus eſt exceſſu,



Ἔστω δὴ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου τρίτον μέρος τὸ Ζ χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ ΒΘΓ τμῆμα ἴσον εἶμεν τῷ Ζ χωρίῳ.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἦτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλαττον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἃ ὑπεροχὰ, ᾗ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου, συντιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἔσαι μείζων τοῦ ΒΓΔ τριγώνου. Δυνατὸν δ' ἐστὶ λαβεῖν τι χωρίον ἔλαττον τῆς ὑπεροχῆς, ὃ ἐστέται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἔστω δὴ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλαττόν τε τῆς εἰρημένης ὑπεροχῆς, καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐστέτω δὴ τὸ αὐτὸ ἀ ΒΕ μέρος τῆς ΒΔ. Διῃρήσθω ἄρα ἡ ΒΔ εἰς τὰ μέρη καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρέσεων σημεῖα τὰ Η, Ι, Κ. Καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ι, Κ σημείων ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνουσι δὴ αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἐπεὶ ἡ ΓΔ ἐπιψαύουσα ἐστὶ αὐτᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διὰ τῶν σημείων καθ' ἃ τέμνουσι τὰν τομάν, αἱ εὐθεῖαι ἤχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ. Ἐστάτωσαν δὲ αὗται καὶ παρὰ τὰν ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν ἔλαττόν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου, δῆλον ὡς τὰ συναμφότερα τότε Ζ χωρίον, καὶ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον, ἐλάσσονα ἐστὶ τοῦ τμήματος. Καὶ τῷ ΒΓΕ τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπέζια ἐστὶ, δι' ὧν ἃ τρεῖς κώνου τομὰ παρῆκται, τὰ ΜΕ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, καὶ τὸ ΓΟΣ τρίγωνον. Τὸ μὲν γὰρ ΜΕ τραπέζιον κοινόν· τὸ δὲ ΜΛ ἴσον τῷ ΦΛ· καὶ τὸ ΛΞ ἴσον τῷ ΘΡ· καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ ΟΘ· καὶ τὸ ΓΧΠ τρίγωνον τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ. Τὸ δὴ Ζ χωρίον ἔλαττόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ, καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου. Καὶ ἔστι τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ χωρίου. Τὸ δὴ ΒΔΓ ἔλαττόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΜΛ, ΡΞ, ΘΠ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Οὐκοῦν οὐ μεῖζόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου. Λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατόν, ἔλαττον. Πάλιν ἃ ὑπεροχὰ, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμήματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Δυνατὸν δ' ἐστὶ λαβεῖν χωρίον ἔλαττον τῆς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐστέται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἔστω δὴ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλαττόν τε τῆς ὑπεροχᾶς, καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλαττον τῆς ὑπεροχᾶς,

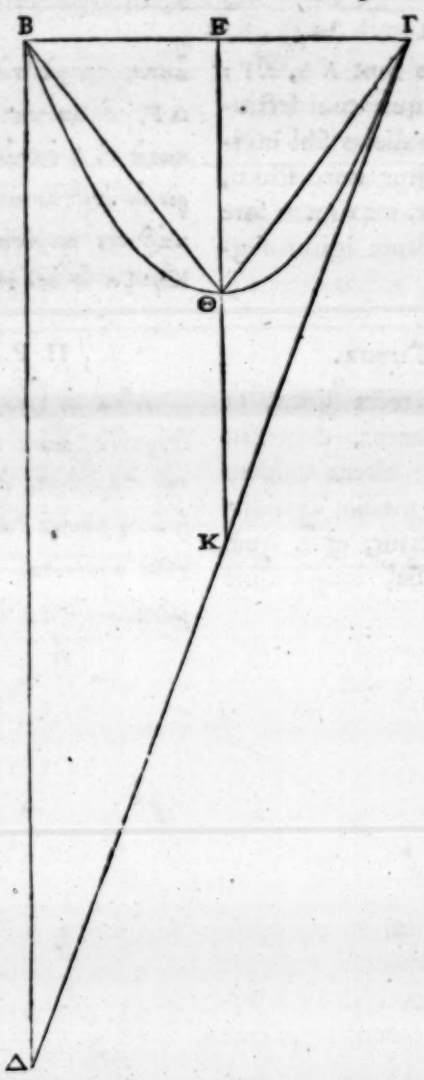
ᾧ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τῦ ΒΘΓ τμάματος, τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, ᾗ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονα [l] ἐστὶ τῦ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλαττον τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ἔστι γὰρ τὸ ΒΔΓ τριπλάσιον μὲν τοῦ Ζ, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλαττον ἢ τριπλάσιον, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. Ἔλαττον ἄρα τὸ ΒΓΕ τρίγωνον, ᾗ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ὅπερ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος [m] τοῦ τμάματος, ἔλαττον ἔσται καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἴσον ὂν τὸ ΒΕΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, ᾗ τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ· ἃ [n] ἐστὶν μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. Οὐκ ἄρα ἔλαττον τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου. Ἐδείχθη δὲ οὔτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Ζ χωρίῳ.

quo ſpatium Z excedit ſegmentum ΒΘΓ; triangulum ΒΓΕ, et ſegmentum ΒΘΓ, utraque ſpatio Z minora ſunt. Spatium autem Z minus eſt trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Triangulum enim ΒΔΓ ſpatii quidem Z triplum eſt, ſpatiorum vero, quæ diximus, minus quam triplum; ut in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur triangulum ΒΓΕ, et ſegmentum ΒΘΓ trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Quare ablato communi ſegmento, minus fuerit triangulum ΓΒΕ iis, quæ relinquuntur ſpatiis: quod fieri non poteſt. Deſtratum enim eſt, triangulum ΒΕΓ æquale eſſe trapeziis ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, et triangulo ΓΟΣ: quæ iis, quæ relinquuntur, ſpatiis majora ſunt. Non eſt igitur minus ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Τούτου δεδειγμένου φανερὸν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, κορυφὴ δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΒΘΓ, τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφή ἐστι τοῦ τμάματος, ἀπὸ τοῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὴν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὴν ΒΓ· καὶ ἡ ΒΓ ἐστὶ παρὰ τὴν ἐπιψαύουσαν τῆς τομῆς κατὰ τὸ Θ. Ἤχθω δὴ ἡ ΕΘ παρὰ τὴν διάμετρον· ἤχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Β παρὰ τὴν διάμετρον ἡ ΒΔ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἡ ΓΔ ἐπιψαύουσα τῆς τοῦ κώνου τομῆς κατὰ τὸ Γ. Ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ΚΘ παρὰ τὴν διάμετρόν ἐστιν· ἡ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τῆς τομῆς κατὰ τὸ Γ· ἡ δὲ ΕΓ παράλληλός ἐστι τῇ ἐπιψαυούσῃ τῆς τομῆς κατὰ τὸ Θ· τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΘΓ τριγώνου. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τοῦ μὲν ΒΘΓ τριγώνου



PROP. XVII. THEOR.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, cujus vertex punctum Θ: eidemque inſcribatur triangulum ΒΘΓ, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur ſegmenti vertex eſt punctum Θ; quæ recta a puncto Θ diametro parallela ducitur, hæc ſecat in duas æquas partes ipſam ΒΓ; quæ quidem ΒΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Θ contingit. Ducatur autem ΕΘ diametro parallela: ducaturque a puncto Β parallela item diametro ΒΔ; et a puncto Γ ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Quoniam igitur ΚΘ diametro parallela eſt: ΓΔ autem ſectionem in puncto Γ contingit; et ΕΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem contingit in puncto Θ; triangulum ΒΔΓ quadruplum eſt trianguli ΒΘΓ. Et quoniam triangulum ΒΔΓ trianguli quidem

[l] εἰσὶ. [m] τοῦ χωρίου, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. [n] ἃ ἐστι.

ΒΘΓ quadruplum eſt, ſegmenti vero ΒΘΓ triplum; conſtat ſegmentum ΒΘΓ ſeſquitertium eſſe trianguli ΒΘΓ.

Segmentorum, quæ ſub recta, et curva linea continentur, baſim quidem voco rectam lineam; altitudinem vero maximam normalium, quæ a curva linea ad ſegmenti baſim ducuntur; denique verticem punctum illud, a quo maxima normalis ducitur.

τετραπλάσιόν ἐϛι, τῦ δὲ ΒΘΓ τμήματος τριπλάσιον· δῆλον ὡς ἐπίτριτόν ἐϛι τὸ ΒΘΓ τμῆμα ΒΘΓ τριγώνυ.

Τῶν τμημάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν· ὕψος δὲ τὰν μεγίϛαν καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τῦ τμήματος· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' ὗ ἃ μεγίϛα καθετὸς ἄγεται.

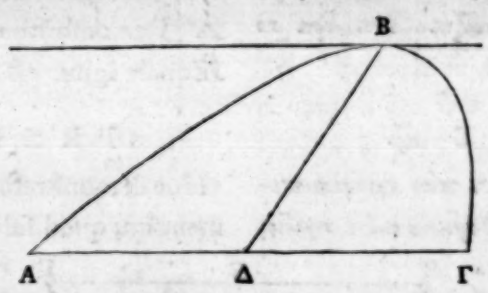
PROP. XVIII. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, a media baſi recta ducatur diametro parallela; vertex ſegmenti erit punctum illud, in quo quæ diametro parallela ducitur coni ſectionem ſecat.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducaturque a media ΑΓ ΔΒ diametro parallela. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela, æqualeſque ſunt ΑΔ, ΔΓ; conſtat ipſam ΑΓ, rectamque, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit, parallelas ſibi invicem eſſe. Manifeſtum eſt igitur normalium, quæ a ſectione ad ΑΓ ducuntur, maximam fore quæ ducitur a puncto Β. Vertex igitur ſegmenti eſt punctum Β.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιή.

Αἶκα ἐν τμάματι, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνυ τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον· κορυφὰ ἐϛεῖται τῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἃ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τῦ κώνυ τομάν.



Ἔϛω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνυ τομᾶς· καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ ἤχθω ἃ ΔΒ παρὰ τὰν διάμετρον. Ἐπεὶ ἐν ὀρθωγωνίᾳ κώνυ τομᾶ ἃ ΒΔ ἦκται παρὰ τὰν διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΔ, ΔΓ, δῆλον ὡς παραλλήλος ἐντὶ ἅτε ΑΓ, καὶ ἃ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύϋσα τᾶς τῦ κώνυ τομᾶς. Φανερὸν δ' ἂν ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν κάθετος μεγίϛα ἐϛεῖται, ἃ ἀπὸ τῦ Β ἀγομένα. Κορυφὰ δ' ἂν ἐϛὶ τῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον.

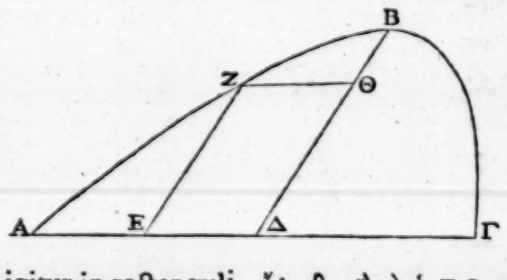
PROP. XIX. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ducantur duæ rectæ diametro parallelæ; altera quidem a media baſi, altera vero a medio dimidiæ baſis; quæ a media baſi ducitur, ejus, quæ ducitur a medio dimidiæ baſis, longitudine erit ſeſquitertia.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducanturque diametro parallelæ ΒΔ quidem a dimidia ΑΓ, ΕΖ vero a dimidia ΑΔ. Ducatur etiam ΖΘ parallela ipſi ΑΓ. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela; itemque ΑΔ, ΖΘ parallelæ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Β contingit; conſtat utique eamdem habere rationem ΒΔ ad ΒΘ longitudine, quam ΑΔ ad ΖΘ poteſtate. Quadrupla igitur etiam ΒΔ ipſius ΒΘ longitudine. Manifeſtum eſt igitur ΒΔ ipſius ΕΖ longitudine eſſe ſeſquitertiam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίᾳ [o] κώνυ τομᾶς ἀχθῶϛι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἃ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως, ἃ δ' ἀπὸ μέσας τὰς ἡμισείας· ἃ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα, τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐϛεῖται μάκει.



Ἔϛω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνυ τομᾶς· καὶ ἤχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἃ μὲν ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ, ἃ δὲ ΕΖ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΔ. Ἤχθω δὴ καὶ ἃ ΖΘ παρὰ ΑΓ. Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίᾳ κώνυ τομᾶ ἃ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἦκται· καὶ αἱ ΑΔ, ΖΘ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύϋσαν· [p] ἔϛι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει, ὃν ἃ ΑΔ ποτὶ τὰν ΖΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐϛὶ καὶ ἃ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. Φανερὸν δ' ἂν ὅτι ἐπίτριτός ἐϛιν ἃ ΒΔ τᾶς ΕΖ μάκει.

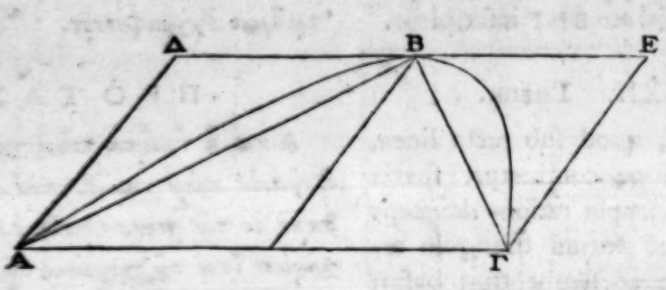
[o] κώνυ τομᾶς ἃ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας.

[p] ἢ μέντι δῆλον ὡς τὰν αὐτὰν ἔχοντι λόγον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἶπα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσται τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον, ἢ ἥμισυ τᾶ τμάματος.

Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν, καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἀναγκαῖον τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τᾶ τμάματος. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἀ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς. Ἤχθω ἀ ΔΕ διὰ τᾶ Β παρὰ τὰν ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ, παρὰ τὰν διάμετρον. Πεσοῦνται δὴ αὗται ἐκτὸς τᾶ τμάματος. Ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τᾶ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμυ, φανερὸν ὅτι μεῖζόν ἐστι, ἢ τὸ ἥμισυ τᾶ τμάματος.



Τούτου δεδειγμένου, δῆλον ὅτι ὡς ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ [q] περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα, τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἀφαιρεμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος ἢ ἡμίσεος, διὰ τοῦτο φανερὸν ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ποιήσομεν ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XX. Theor.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; majus erit inſcriptum triangulum, quam dimidium ſegmenti.

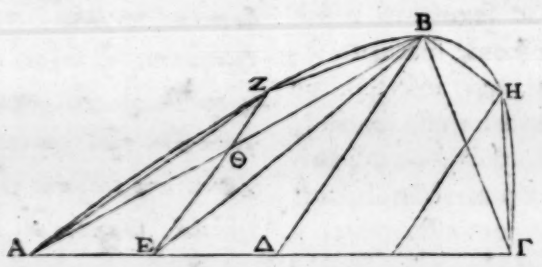
Sit enim ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt: eidemque triangulum inſcribatur, quod eamdem ac totum ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur triangulum eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem, neceſſe eſt punctum Β ſegmenti verticem eſſe. Parallela igitur eſt ΑΓ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Ducatur per punctum Β ΔΕ ipſi ΑΓ parallela; et a punctis ΑΓ, ΑΔ, ΓΕ parallelæ diametro. Cadent utique extra ſectionem. Quoniam igitur triangulum ΑΒΓ dimidium eſt parallelogrammi ΑΔΕΓ; conſtat idem majus eſſe quam dimidium ſegmenti.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt fieri poſſe, ut huic ſegmento polygonum inſcribatur, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio quolibet propoſito. Auferentes enim continuo ſpatium majus dimidio; ideoque minuentes continuo, quæ relinquuntur, ſegmenta; ea utique ſpatio quolibet propoſito minora reddemus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Αἶπα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων, ὀκταπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ τετμάσθω ἀ ΑΓ δίχα τῷ Δ· ἀ δὲ ΒΔ ἤχθω παρὰ τὰν διάμετρον. Τὸ Β ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Πάλιν τετμάσθω δίχα ἀ ΑΔ τῷ Ε· καὶ ἤχθω ἀ ΕΖ παρὰ τὰν διάμετρον· τετμάσθω δὲ ἀ ΑΒ



Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt: ſecetur autem ΑΓ in duas æquas partes in puncto Δ: ducaturque ΒΔ diametro parallela. Punctum igitur Β ſegmenti vertex eſt: ideoque triangulum ΑΒΓ eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem. Rurſus ſecetur ΑΔ in duas æquas partes in puncto Ε: et ducatur ΕΖ dia-

[q] περιεπόμενα.

metro parallela: ſeceturque AB in puncto Θ. Punctum igitur Z ſegmenti AZB vertex eſt: ideoque triangulum AZB eamdem ac ſegmentum AZB baſim habet, eamdemque altitudinem. Oportet demonſtrare triangulum ABΓ trianguli ABZ octuplum eſſe.

Eſt enim BΔ ipſius quidem EZ ſeſquitertia, ipſius vero EΘ dupla. Dupla eſt igitur EΘ ipſius ΘZ. Quare etiam triangulum AEB duplum eſt trianguli ZBA. Duplum eſt enim triangulum quidem AEΘ trianguli AΘZ; triangulum vero ΘBE trianguli ZΘB. Quare triangulum ABΓ trianguli AZB octuplum eſt. Pariter autem demonſtrabitur, octuplum eſſe ejus quoque trianguli, quod ſegmento BHΓ inſcribitur.

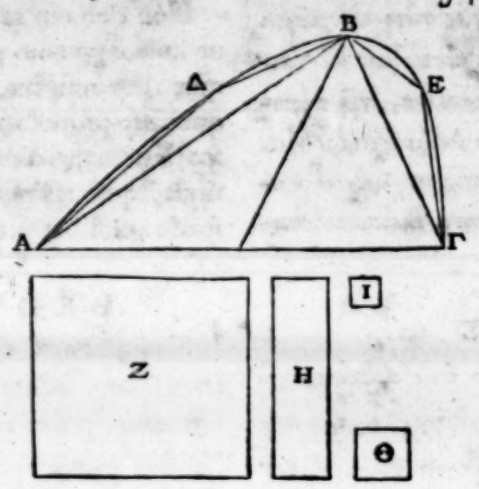
κατὰ τὸ Θ. Τὸ ἄρα Z σαμεῖον κορυφά ἐϛι [r] τμάματος τῦ AZB· τρίγωνον ἄρα τὸ AZB τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ AZB τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Δεικτέον ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐϛι τὸ ABΓ τρίγωνον τοῦ ABZ τριγώνυ.

Ἔϛιν ἂν ἁ BΔ τᾶς μὲν EZ ἐπίτριτος, τᾶς δὲ EΘ διπλασία. Διπλασία ἄρα ἐϛὶν ἁ EΘ τᾶς ΘZ. Ὥϛε καὶ τὸ AEB τρίγωνον διπλάσιόν ἐϛι τῦ ZBA. Τὸ μὲν γὰρ AEΘ διπλάσιόν ἐϛι τῦ AΘZ· τὸ δὲ ΘBE τῷ ZΘB. Ὥϛε τὸ ABΓ τῦ AZB ὀκταπλάσιον. Ὁμοίως δὲ δειχθήϛεται καὶ τῦ εἰς τὸ BHΓ [s] τμᾶμα ἐγγραφέντος.

PROP. XXII. THEOR.

Si fuerit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſpatia autem quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur: maximumque eorum triangulo æquale ſit, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; ſpatia omnia ſegmento ipſo minora erunt.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, AΔBEΓ: ſpatia autem quotcunque deinceps poſita Z, H, Θ, I; ſitque Z ipſius H quadruplum, idemque æquale triangulo, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: dico ſegmentum ſpatiis, Z, H, Θ, I majus eſſe.



Sint vertices totius quidem ſegmenti punctum B; ſegmentorum vero, quæ relinquuntur, puncta Δ, E. Quoniam igitur triangulum ABΓ octuplum eſt alterutrius triangulorum ABΔ, BEΓ, conſtat idem quadruplum eſſe utriuſque ſimul. Et quoniam triangulum ABΓ æquale eſt ſpatio Z, eadem ratione etiam triangula AΔB, BEΓ ſpatio H æqualia ſunt. Pariter autem demonſtrabitur, triangula, quæ iis, quæ relinquuntur, ſegmentis inſcribuntur, et eamdem ac ſegmenta baſim habent, eamdemque altitudinem, ſpatio Θ æqualia eſſe: triangula autem, quæ inſcribuntur aliis deinceps ſegmentis, æqualia eſſe ſpatio I. Omnia igitur propoſita ſpatia polygono cuidam æqualia erunt ſegmento inſcripto. Manifeſtum igitur eſt eadem ſegmento minora eſſe.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Αἶχα ἃ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνυ τομᾶς, καὶ χωρία πλείονα ἑξῆς ὁποσαῦν ἐν τῷ τεταπλαϲίονι λόγῳ· ἃ δὲ τὸ μέγιϲτον τ χωρίων ἴϲον τῷ τριγώνῳ τῷ βάϲιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ· ϲύμπαντα τὰ χωρία ἐλάϲϲονα ἔϲαι τῦ τμάματος.

Ἔϲω γὰρ τμᾶμα τὸ AΔBEΓ, περιεχόμενον ὑπό τι εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ [t] κώνυ τομᾶς· χωρία δὲ ἔϲω ὁποϲαῦν ἑξῆς κείμενα τὰ Z, H, Θ, I· τετραπλάϲιον δὲ ἔϲω τὸ Z τῦ H· καὶ [u] ἔϲω τὸ Z ἴϲον τῷ τριγώνῳ τῷ βᾶϲιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἰϲον· λέγω ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Z, H, Θ, I χωρίων μεῖζόν ἐϲιν.

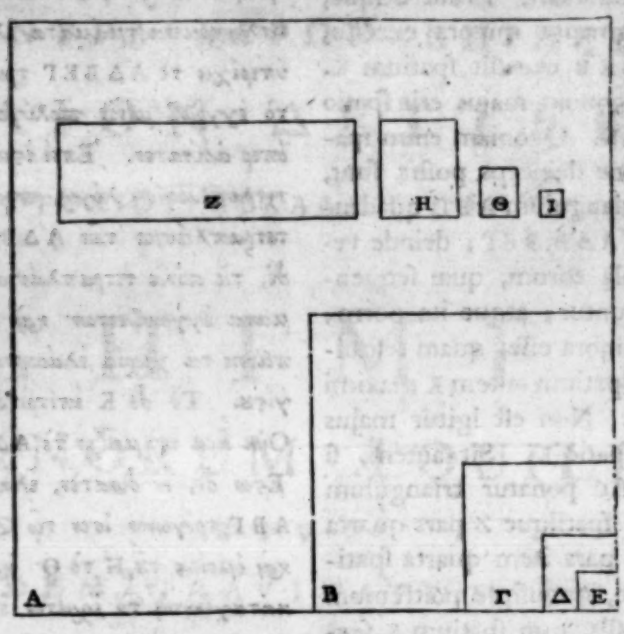
Ἔϲω τῦ μὲν ὅλυ τμάματος κορυφὰ τὸ B· τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, E. Ἐπεὶ ὧν τὸ ABΓ τρίγωνον ὀκταπλάϲιόν ἐϲιν ἑκατέρυ τῶν ABΔ, BEΓ τριγώνων, δῆλον ὅτι ὡς ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐϲὶ τετραπλάϲιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ABΓ τρίγωνον ἴϲον ἐϲὶ τῷ Z χωρίῳ, κατὰ τὰ αὐτὰ ἦ καὶ τὰ AΔB, BEΓ τρίγωνα ἴϲα ἐϲὶ τῷ H χωρίῳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήϲεται, ὅτι καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάϲιν ἔχοντα τοῖς τμάμαϲι, καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ, ἴϲα [v] ἐϲτὶ τῷ Θ· καὶ ἐς τὰ ὕϲτερον γένομενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴϲα τῷ I χωρίῳ. Σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴϲα ἐϲτὶν ἑνὶ πολυγώνῳ τινὶ ἐγγραφέντι ἐς τὸ τμᾶμα. Φανερὸν ὧν, ὅτι ἔλαϲϲόν ἐϲι τῦ τμάματος.

[r] τῦ τμάματος τῦ AZB. Τὸ δὲ AZB τρίγωνον. [s] τμήματος. [t] κώνυ ex MS. [u] ἔϲω τὸ ἡγούμενον τῦ ἑπομένυ, μείζων δὲ ἔϲω τὸ Z. Καὶ ἔϲω. [v] ὄντων τῷ Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Αἶται μεγέθια συνεχῆ ἐξῆς ὁποσαῦν ἐν τῷ τετραπλασίῳ λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθια, καὶ ἔτι ἕνα ἐλαχίστῳ τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συνεχῆ, ἐπίτριτα ἐστὶ τοῦ μεγίστου.

Ἔστω ὁποσαῦν μεγέθια ἑξῆς κείμενα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἑπομένου· μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Α. Ἔστω δὴ τὸ μὲν Ζ τρίτον τοῦ Β, τὸ δὲ Η τοῦ Γ, τὸ δὲ Θ τοῦ Δ, τὸ δὲ Ι τοῦ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ζ τοῦ Β τρίτον μέρος ἐστί, τὸ δὲ Β τοῦ Α τέταρτον μέρος ἐστὶν, ἀμφότερα τὰ Β, Ζ, μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ Α. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Η, Γ τοῦ Β· καὶ τὰ Θ, Δ τοῦ Γ· καὶ τὰ Ι, Ε τοῦ Δ· καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ συμπάντων τῶν Α, Β, Γ, Δ. Ἐστὶ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ Ζ, Η, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν Β, Γ, Δ. Καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ι ἕνα λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ Α. Δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, καὶ τὸ Ι, τετάρτου τὸ τρίτον τοῦ Ε, τοῦ Α ἐστὶν ἐπίτριτα.



PROP. XXIII. Theor.

Si magnitudines quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur; omnes magnitudines, et adhuc minimæ pars tertia in unum compositæ, sesquitertiæ erunt maximæ.

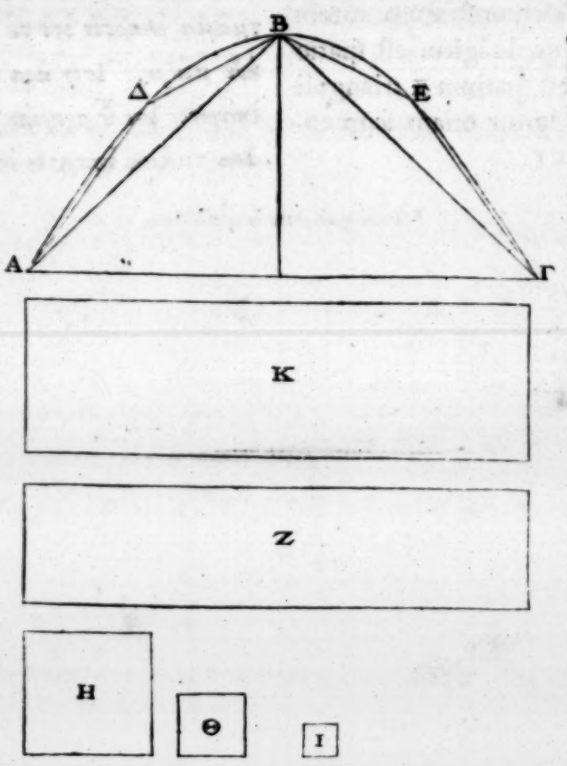
Sint magnitudines quotcunque deinceps positæ A, B, Γ, Δ, E quadruplæ unaquæque ejus, quæ proxime sequitur; earumque maxima sit A. Sit autem pars tertia tum Z ipsius B; tum H ipsius Γ; tum Θ ipsius Δ; tum I ipsius E. Quoniam igitur Z quidem ipsius B tertia pars est; B vero ipsius A pars quarta; utræque simul B, Z tertia pars sunt ipsius A. Eadem ratione tertia pars sunt tum H, Γ ipsius B; tum Θ, Δ ipsius Γ; tum I, E ipsius Δ: igitur omnes etiam magnitudines B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I tertia pars sunt magnitudinum omnium A, B, Γ, Δ. Sunt autem ipsæ Z, H, Θ pars tertia ipsarum B, Γ, Δ. Igitur et quæ relinquuntur, B, Γ, Δ, E, I ejus, quæ relinquitur, A tertia pars sunt. Constat igitur omnes magnitudines A, B, Γ, Δ, E, et adhuc I, hoc est tertiam ipsius E partem sesquitertias esse magnitudinis A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τὸ ΑΔΒΕΓ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς· τὸ δὲ ΑΒΓ τρίγωνον ἔστω, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ Κ χωρίον. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΔΒΕΓ τμάματι.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμῆμα τοῦ Κ χωρίου. Ἐγγεγράφθω δὴ τὰ



PROP. XXIV. Theor.

Quodlibet segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, sesquitertiam est trianguli, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem.

Sit enim segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, AΔBEΓ: sitque triangulum ABΓ, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem. Trianguli autem ABΓ sesquitertium sit spatium K. Oportet demonstrare spatium hoc segmento AΔBEΓ æquale esse.

Si enim æquale non est, aut majus est, aut minus. Sit primo, si fieri potest, segmentum AΔBEΓ majus spatio K. Itaque in-

ſcribantur triangula AΔB, BEΓ, ut dictum eſt. Inſcribantur autem iis, quæ relinquuntur, ſegmentis alia triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem: inſcribanturque continuo aliis deinceps ſegmentis duo triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem. Erunt utique, quæ relinquuntur, ſegmenta minora exceſſu, quo ſegmentum AΔBEΓ excedit ſpatium K. Quare inſcriptum polygonum majus erit ſpatio K: quod fieri non poteſt. Quoniam enim ſpatia in quadrupla ratione deinceps poſita ſunt, ac primum quidem triangulum ABΓ quadruplum eſt triangulorum AΔB, BEΓ; deinde vero eadem ipſa quadrupla eorum, quæ ſequentibus ſegmentis inſcribuntur; atque ita porro; conſtat omnia ſpatia minora eſſe, quam ſeſquitertia maximi ſpatii. Spatium autem K maximi ſpatii ſeſquitertium eſt. Non eſt igitur majus ſegmentum AΔBEΓ ſpatio K. Sit autem, ſi fieri poteſt, minus. Ac ponatur triangulum ABΓ æquale ſpatio Z: ſpatiique Z pars quarta ſpatium H: et ſpatii H pars item quarta ſpatium Θ: atque ita porro, quousque poſtremum ſpatium minus ſit exceſſu, quo ſpatium K ſegmentum excedit; quod quidem ſit I. Itaque ſpatia Z, H, Θ, I, et adhuc pars tertia ſpatii I, ſeſquitertia ſunt ſpatii Z. Eſt autem et ſpatium K ſpatii ejuſdem Z ſeſquitertium. Æquale igitur eſt ſpatium K ſpatiis Z, H, Θ, I, et adhuc parti tertiæ ſpatii I. Et quoniam ſpatium K excedit ſpatia quidem Z, H, Θ, I, exceſſu minore, quam I; ſegmentum vero majore, quam I; conſtat ſpatia Z, H, Θ, I ſegmento ipſo majora eſſe. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, ſi ſpatia quotcunque in quadrupla ratione deinceps ponantur, quorum maximum triangulo æquale ſit ſegmento inſcripto, ſpatia omnia ſegmento ipſo fore minora. Non eſt igitur minus ſegtum AΔBEΓ ſpatio K. Demonſtratum autem eſt, neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſpatio K. Seſquitertium autem eſt ſpatium K trianguli ABΓ. Seſquitertium eſt igitur etiam ſegmentum AΔBEΓ trianguli ABΓ.

ΑΔΒ, ΒΕΓ τρίγωνα, ὡς ἔφημεν. Ἐπὶ δὲ τὰ λοιπὰ τμήματα ἄλλα τρίγωνα, τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμήμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὑστερον γινόμενα τμήματα ἐγγράφω δύο τρίγωνα τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμήμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Ἔστωσαν δὴ τὰ καταλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ΑΔΒΕΓ τμῆμα τοῦ Κ χωρίου. Ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἔσται τοῦ Κ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ ἐστιν ἔξης κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίῳ λόγῳ, ὧν ἐστιν μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ τριγώνων· ἔστιν δὲ, τὰ αὐτὰ τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἐπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων· καὶ ἀεὶ ὅτου ὅλου, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν, ἢ ἐπίτριτα τοῦ μείζονος. Τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μείζονος χωρίου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμῆμα τοῦ Κ χωρίου. Ἔστω δὲ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ· τοῦ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η· καὶ ὁμοίως τοῦ Η τὸ Θ· καὶ ἀεὶ ἕξης τιθέσθω, ὥστε καταλεῖπεσθαι τὸ ἔσχατον ἔλαττον τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τοῦ τμήματος, καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Ι. Ἔστι δὲ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία, καὶ τὸ τρίτον τοῦ Ι, ἐπίτριτα τοῦ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Κ τοῦ Ζ ἐπίτριτον. Ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Ι. Ἐπεὶ οὖν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ Ι, [z] τοῦ δὲ τμήματος μείζονι τοῦ Ι· δῆλον ὡς μεῖζόν ἐστι τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γαρ, ὅτι ἐὰν ἦ ὁποσαοῦν χωρία ἔξης κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμῆμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐστὶ τοῦ τμήματος. Οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Κ χωρίου. Ἐδείχθη δή, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα ἐστὶν τῷ Κ. Τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ. Καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμῆμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

[z] τοῦ δὲ τμήματος ὅπερ ἀδύνατον.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS,
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER SECUNDUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

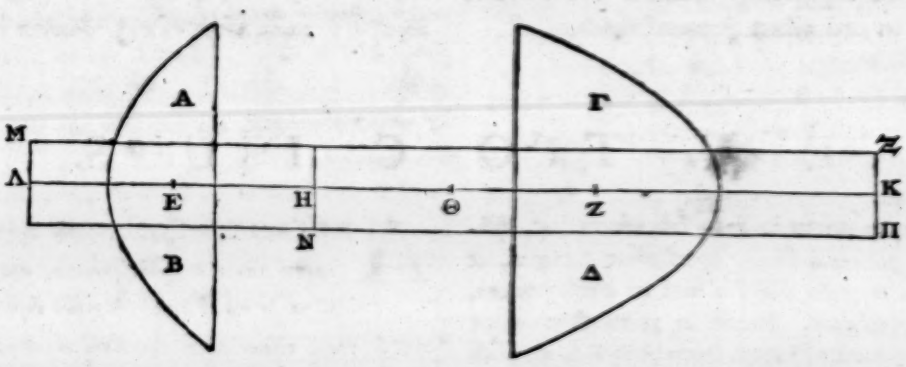
ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

ΑΙΚΑ δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθείαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τᾶς βάρεος ἔχοντι τᾷ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένᾳ μεγέθεος τὸ κέντρον τᾶς βάρεος ἐσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνύσας τὰ κέντρα τᾶς βάρεος αὐτῶν, διαιρέον ἔτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχεν τοῖς χωρίοις.

PROP. I. Theor.

SI duo ſpatia, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus, idem centrum gravitatis non habeant; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit in recta, quæ earumdem centra gravitatis conjungit, ita dividens eam, quam diximus, rectam, ut ejus ſegmenta eamdem cum ſpatiis rationem reciprocent.

Ἔχω δύο χωρία τὰ ΑΒ, ΓΔ, οἷα εἴρηται. Κέντρα δὲ αὐτῶν [a] τᾶ βάρεος τὰ Ε, Ζ σαμεῖα· καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ, τοῦτον ἐχέτω ἃ ΖΘ ποτὶ ΘΕ. Δεικτέον ὅτι τᾶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ



Sint duo ſpatia ΑΒ, ΓΔ, qualia dicta ſunt. Eorumque centra gravitatis punctа Ε, Ζ: quam autem rationem habet ſpatium ΑΒ ad ſpatium ΓΔ, hanc habeat ΖΘ ad ΘΕ. Oportet demonſtrare, magni-

[a] τᾶ βάρεως ἴσω.

tudinis, quæ ex utriſque ſpatiis AB, ΓΔ componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Θ.

Sit ipſi quidem EΘ æqualis utraque ZH, ZK; ipſi vero ZΘ, hoc eſt HE, æqualis EΛ. Erit etiam ΛΘ ipſi KΘ æqualis: et amplius ut ΛH ad HK, ita ſe habebit ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ. Utraque enim ΛH, HK utriuſque ZΘ, ΘE dupla eſt. Applicetur autem ipſi ΛH ab utraque parte ſpatium AB; ita ut ſpatium MN eidem AB æquale ſit. Erit utique ſpatii MN centrum gravitatis punctum E. Compleatur modo ſpatium NΞ. Atque habebit ſpatium MN ad ſpatium NΞ eam rationem, quam ΛH ad HK. Habet autem etiam ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ eam rationem, quam ΛH ad HK. Ut igitur ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ, ita ſe habet ſpatium MN ad ſpatium NΞ. Et permutando. Æquale eſt autem ſpatium AB ſpatio MN. Æquale eſt igitur etiam ſpatium ΓΔ ſpatio NΞ. Ac centrum gravitatis ejuſdem eſt punctum Z. Et quoniam æqualis eſt ΛΘ ipſi ΘK, totaque ΛK oppoſita latera in duas æquas partes ſecat, totius ſpatii ΠM centrum gravitatis eſt punctum Θ. Spatium autem MΠ ſpatio æquale eſt, quod ex utriſque ſpatiis MN, NΞ componitur. Igitur et ſpatii, quod ex utriſque ſpatiis AB, ΓΔ componitur, centrum gravitatis eſt punctum Θ.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: et rurſus iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur, quæ eaſdem ac ſegmenta baſes habeant, eamdemque altitudinem: et continuo iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur eodem modo; quæ oritur figura ſegmento perſpicue inſcribi dicatur. Manifeſtum autem eſt, rectas, quæ figuræ ita inſcriptæ angulos jungunt, tum eos qui vertici proximi ſunt, tum eos, qui deinceps ſequuntur, ſegmenti ejuſdem baſi parallelas fore. Quæ quidem rectæ ſecabuntur in duas æquas partes a diametro ſegmenti: eædemque diametrum ipſam ſecabunt ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Hoc autem in ordinibus demonſtrandum eſt.

χμένων συγκειμένη μεγέθους κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

Ἔστω δὲ τῷ μὲν EΘ ἑκατέρα ἴσα τῶν ZH, ZK· τῷ δὲ ZΘ, τουτέστι τῷ [b]HE ἴσα ἀ EΛ. [c]Ἔσται δὴ ἀ ΛΘ τῇ KΘ ἴση· καὶ ἔτι ὡς ἀ ΛH πρὸς HK, οὕτως τὸ AB πρὸς ΓΔ. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Περιβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν ΛH τὸ χωρίον τὸ AB ἴσον ἑκάτερα τᾶς ΛH· ὥστε εἶμεν τὸ MN ἴσον τῷ AB. Ἔστω δὴ τοῦ MN κέντρον βάρεος τὸ E σαμεῖον. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ NΞ. Ἔχει δὴ τὸ MN πρὸς τὸ NΞ λόγον, ὃν ἀ ΛH πρὸς HK. Ἔχει δὲ καὶ τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, τὸν τᾶς ΛH πρὸς HK λόγον. Καὶ ὡς ἄρα τὸ AB πρὸς ΓΔ, οὕτως τὸ MN πρὸς τὸ NΞ. Καὶ ἐναλλάξ. Ἴσον ἦ τὸ AB τῷ MN. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΓΔ τῷ NΞ. Καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ Z σαμεῖον. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἀ ΛΘ τᾷ ΘK, καὶ ὅλα ἀ ΛK τᾶς [d]ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, τοῦ ὅλου τοῦ ΠM κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον. Ἀλλὰ τὸ MΠ ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν MN, NΞ. [e]Καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AB, ΓΔ κέντρον ἐστὶ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ [f]ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. Φανερὸν ἦ ὅτι τοῦ ἄτως ἐγγραφέντος σχήματος, αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύσαι, τάς τε ἐγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσοῦνται τοῦ τμάματος. Καὶ δίχα τμαθήσενται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου· καὶ τὰν διάμετρον πεμφθεῖσαν εἰς τοῦτο τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγος, ἑνὸς λειπομένου πρὸς τὰν κορυφὰν τοῦ τμάματος· τοῦτο ἦ [g]δεικτέον ἐν ταῖς προτέροις.

EUTOCIUS.

CUM, quæ primo in libro ſubobſcura ſunt, diligenter perſecuti ſimus, neceſſarium ducimus, et quæ in ſecundo difficilia ſunt ad intelligendum, aliquo modo explicare. Itaque in primi theorematis propoſitione: ponantur, inquit, ſpatia AB, ΓΔ, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur; quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus. Hoc autem per

ΑΚΡΙΒΩΣ ἐπιξελθόντες τῷ πρώτῳ, καὶ σαφηνίσαντες τὰ ἐν αὐτῷ δυσνόητα, ἀναγκαῖον ἡγέμεθα καὶ τὰ ἐν τῷ δευτέρῳ δυσχερῶς εἰρημένα μετρίως ἐκδέδεγ. Φησὶ τοίνυν ἐν τῇ προτάσει τοῦ πρώτου θεωρήματος· ὑποκείσθω τὰ AB, ΓΔ χωρία παραβόμενα ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν [h]δοθεῖσαν

[b] HΘ. [c] ἄρα καὶ ἀ ΛΘ. [d] ἐπεναντίον. [e] ὅστι καὶ τοῦ. [f] ἀεὶ deeſt. [g] δεικτέον ex MS.
[h] δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν.

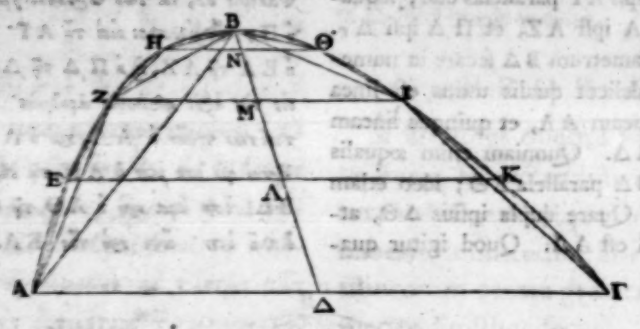
ea, quæ illic demonſtrata ſunt, facere protinus non licet. Quoniam vero demonſtratum ab ipſo eſt, ut ait in libro de ſphæra et cylindro, ejuſmodi figuram ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem atque ipſa baſim habeat, eamdemque altitudinem: planoque trianguli ſeſquitertio, eique rectilineo æquale aliud planum datæ rectæ applicari poteſt; conſtat eidem rectæ planum etiam applicari poſſe ejuſmodi figuris æquale. Quæ porro in conſtructione occurrunt, ea omnia per quartum theorema libri horum duorum primi manifeſta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

PROP. II. Theor.

Ἐὰν δὲ καὶ ὡς τμῆμα περιέχόμενον ὑπὸ εὐθείας τινὸς, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς εὐθύγραμμον γραμμικῶς ἐγγραφῆς, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ[k] ὅπου τὰς τοῦ τμήματος διαμέτρου.

Quod ſi ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; inſcripti rectilinei centrum gravitatis erit in ſegmenti diametro.



Ἔστω τμῆμα τὸ ΑΒΓ, εὐθεῖα περιέχουσα· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γραμμικῶς τὸ ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. Διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος ἔστω ἡ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ὅπου τὰς ΒΔ.

Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt; eidemque inſcribatur perſpicue rectilineum ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. Diameter autem ſegmenti ſit ΑΒ. Oportet demonſtrare hujuſce rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

Ἐπεὶ γὰρ[m] τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΛΔ ἐστὶ τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τὰς ΜΛ· τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τὰς ΜΝ· ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ὅπου τὰς ΒΝ· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ὅπου τὰς ΒΔ ἐστίν.

Quoniam enim trapezii quidem ΑΕΚΓ centrum gravitatis eſt in ΛΔ; trapezii vero ΕΖΙΚ centrum gravitatis in ΜΛ; trapezii denique ΖΗΘΙ centrum gravitatis in ΜΝ; et amplius trianguli ΗΒΘ centrum gravitatis in ΒΝ; conſtat totius quoque rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

EUTOCIUS.

Τοῦ δευτέρου θεωρήματος προλέγει τινὰ δεικτέα, ἃς δυνατὸν ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ χωρὶς γραμμικῶς ἐγγράφειν, φησί· ταῦτα διατίθεται ἐν ταῖς τάξεσιν. Ἐπειδὴ οὖν ἀσαφές ἐστι τὸ λεγόμενον, ἀναγκαῖον εἶπεῖν βραχέα περὶ αὐτοῦ ἐκ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν εὑρεθέντα. Ἔστω χωρίον περιεχόμενον ὑπό τε τομῆς τῆς ΑΒΓ, καὶ εὐθείας τῆς ΑΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ. Φανερὸν δὲ ὅτι κορυφή ἐστι τοῦ τμήματος τὸ Β σημεῖον. Κορυφὰς γὰρ ἐκάλει τῶν γραμμῶν ὁ Ἀπολλώνιος τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῶν διαμέτρων. Ἐὰν δὴ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΒ, ΒΓ, ἔσται τὸ ὑπὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ αὐτὸν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τῷ λοιπῷ τῷ Β ὅπου τῷ ΑΒ καθετον ἀγομένην. Οὕτως γὰρ πάντως ἄξων ἐστὶν ἡ ΒΔ. Ἐὰν δὲ λαβόντες τὰς κορυφὰς τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων τὰς Ε, Ζ, δι' αὐτῶν παραλλήλους ἀγάγωμεν τῇ ΒΔ, αἱ τὰς ΕΗ, ΖΟ ἔσονται αὖται διάμετροι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τῶν παραβολῶν, ὅπου πᾶσαι αἱ φέρουσαι τοῦ διαμέτρου ἀγόμεναι διάμετροί εἰσι τῶν τομῶν. Ἔστιν δὲ τὰ Ε, Ζ κορυφαὶ τῶν τμημάτων, καὶ αἱ διὰ τῶν Ε, Ζ ἐφαπτόμεναι παράλληλοι ταῖς ΑΒ, ΒΓ. Ἔσται δὲ καὶ ἡ ΕΛΖ παρὰ τοῦ ΑΔΓ· ἐπεὶδὴ αἱ ΕΘ, ΖΚ παράλληλοι εἰσὶ καὶ ἴσαι, διάμετροι ὅπου τῶν ἴσων τμημά-

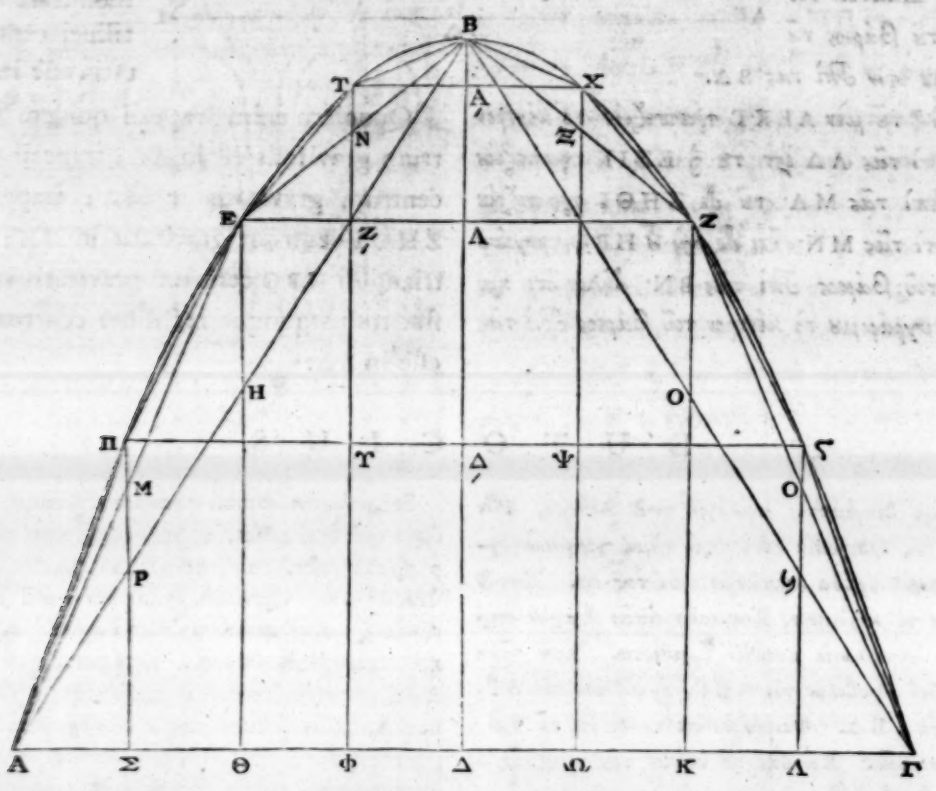
Secundo theoremati quædam præmittit, quibus oſtenditur qui fieri poſſit, ut rectanguli coni ſectioni figura perſpicue inſcribatur; et ait: hæc in ordinibus demonſtranda ſunt. Quoniam igitur hoc quod dicitur, obſcurum eſt, pauca quædam de eo ducta ex conicis Apollonii elementis danda ſunt. Sit figura, quæ ſub parabola ΑΒΓ, et recta linea ΑΓ continetur; ejuſque diameter ſit ΒΔ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti verticem eſſe punctum Β. Linearum enim vertices Apollonius vocat diametrorum, qui ad lineas ſunt, terminos. Itaque ſi jungantur ΑΒ, ΒΓ, triangulum erit ΑΒΓ eamdem ac ſegmentum baſim habens, eamdemque altitudinem; nempe rectam, quæ a puncto Β ad ΑΒ normalis ducitur. Prorſus enim hoc pacto axis eſt ΒΔ. Quod ſi ſumptis ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ verticibus Ε, Ζ, ducantur per ipſos rectæ ipſi ΒΔ parallelæ; erunt utique ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ diametri. Demonſtratum eſt enim de parabola, rectas omnes, quæ diametro parallelæ ducuntur, ejuſdem diametros eſſe. Itaque puncta Ε, Ζ ſegmentorum vertices erunt: et rectæ, quæ in Ε, Ζ ſectionem contingunt, ipſis ΑΒ, ΒΓ parallelæ. Præterea ΕΛΖ ipſi ΑΔΓ parallela erit; quoniam ΕΘ, et ΖΚ parallelæ ſunt et æquales, quippe æqualium ſegmentorum

* Quartum in Ed. Baſ. in hâc autem noſtra eſt theorema ſextum.

[k] ἴσα. [l] ἐπὶ τὰς τοῦ. [m] διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος, deſunt in MS. [n] τοῦ μὲν ΕΖ, ΙΚ. [o] ὡς τὰς ΕΗ ἐκ.

diametri sunt, sibique invicem conveniunt, ut in sexto conicorum libro demonstratum est. Et quoniam EHΘ parallela est ipsi BΔ; ut BH ad HA, ita se habet ΔΘ ad ΘA. Æqualis est autem HB ipsi AH. Cum enim AB contingenti parallela sit, eam diameter EH in duas æquas partes secat. Æqualis est igitur etiam ΔΘ ipsi ΘA. Eadem ratione et ΔK ipsi KΓ est æqualis. Æqualis est autem tota AΔ toti ΔΓ. Æqualis est igitur ΔΘ ipsi ΔK; ideoque etiam EΛ ipsi ΛZ. Quocirca vere illud dicit, quæ segmentorum vertices jungit, hanc segmenti basi parallelam esse, atque a segmenti diametro in duas æquas partes secari. Jungantur modo AE, EB, BZ, ZΓ; et secentur in duas æquas partes in punctis M, N, Ξ, O; ductisque per M, N, Ξ, O ipsi BΔ parallelis ΠMPΣ, TNTΦ, XΞΥΩ, ϛOϙΛ, jungantur AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ; itemque TΔX, et ΠΔϛ. Itaque manifestum est ex iis, quæ supra demonstrata sunt, rectas TX, EZ, Πϛ ipsi AΓ parallelas esse; æqualesque TΔ ipsi ΔX, et EΛ ipsi ΛZ, et ΠΔ ipsi Δϛ. Dico igitur hasce rectas diametrum BΔ secare in numeros deinceps impares: videlicet qualis unius est linea BΔ, talium trium esse lineam ΔΛ, et quinque lineam AΔ, et septem lineam ΔΔ. Quoniam enim æqualis est AH ipsi HB, et ipsi BΔ parallela EΘ; ideo etiam AΘ ipsi ΘΔ est æqualis. Quare dupla ipsius ΔΘ, atque ideo etiam ipsius EΛ est AΔ. Quod igitur quadratum ab AΔ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur ab EΛ. Ut autem quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EA, ita demonstratum est se habere BΔ ad BΛ. Quadrupla est igitur etiam BΔ ipsius BΛ; ideoque tripla ΔΛ ipsius AB. Itaque qualis unius est ΛB, talium trium est ΛΔ. Eademque ratione qualium quatuor est AB, talium duodecim est ΛΔ. Et quoniam æqualis est EN ipsi NB, et EΔZ ipsi ΔZΛ, ideoque et ΘΦ ipsi ΦΔ; dupla est EΛ ipsius ΛΔZ; hoc est TΔA. Quod igitur quadratum ab EΛ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur a TΔA. Quadrupla est igitur etiam ΛB ipsius BA; ideoque tripla ΛΔA ipsius ΔB. Itaque qualium quatuor est ΛB, talis unius est BA; et talium trium AΛ, et duodecim ΛΔ. Rursus quoniam æqualis est AM ipsi ME, et AP ipsi PH, et AΣ

των, ᾗ ἐφαμίζουσι ἀλλήλαις, ὡς ἐν τῷ ϛ' τῶν κωνικῶν δέδεικται. Καὶ ἐστὶν ἡ EHΘ φ παράλληλός ἐστι τῇ BΔ, ἐστὶν ὡς ἡ BH πρὸς HA, ἡ ΔΘ πρὸς ΘA. Ἴση δὲ ἡ HB τῇ AH. Δίχα γὰρ αὐτῇ τέμνει ἡ EH διάμετρος παραλλήλων οὖσαι τῇ ἐφαπτομένῃ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘA. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔK τῇ KΓ ἴση ἐστί. Ἴση δὲ ὅλη ἡ AΔ τῇ ΔΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΔK· καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ. Ὅτι δὲ ἀληθῶς λέγει, ὅτι ἡ τὰς κορυφὰς τῶν τμημάτων ἐπιζευγνύουσα παράλληλός ἐστι τῇ βάσει τοῦ τμήματος, καὶ δίχα διαιρεῖται ὑπὸ τῆς τοῦ τμήματος διαμέτρου. Ἐπιζεύχθωσαν δὴ αἱ AE, EB, BZ, ZΓ· καὶ δίχα τετμήσθωσαν κατὰ τὰ M, N, Ξ, O σημεῖα· καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν M, N, Ξ, O παρὰ τὴν BΔ, αἱ ΠMPΣ, TNTΦ, XΞΥΩ, ϛOϙΛ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ· καὶ αἱ TΔX, καὶ ΠΔϛ. Φανερὸν δή, ἐκ τῶν προδεδειγμένων, ὅτι ἡ TX καὶ ἡ EZ καὶ ἡ Πϛ παράλληλοί εἰσι τῇ AΓ· καὶ ὅτι ἴσαι ἡ TΔ τῇ ΔX, καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ, καὶ ἡ ΠΔ τῇ Δϛ. Λέγω δὴ ὅτι τέμνουσι τὴν BΔ εἰς τὰς ἐξῆς ἀκολούθους ἀριθμούς· τουτέστιν οἵα ἐστὶν ἑνὸς ἡ BΔ, τοιούτων τριῶν ἡ ΔΛ, καὶ ἡ ΛΔ πέντε, καὶ ἡ ΔΔ ἑπτά. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AH τῇ HB, καὶ παράλληλος ἡ EΘ τῇ BΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ AΘ τῇ ΘΔ. Ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΘ διπλῆ ἐστι· ὥστε καὶ τῆς EΛ. Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἄρα τετρα-



dratum ab AΔ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur ab EΛ. Ut autem quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EA, ita demonstratum est se habere BΔ ad BΛ. Quadrupla est igitur etiam BΔ ipsius BΛ; ideoque tripla ΔΛ ipsius AB. Itaque qualis unius est ΛB, talium trium est ΛΔ. Eademque ratione qualium quatuor est AB, talium duodecim est ΛΔ. Et quoniam æqualis est EN ipsi NB, et EΔZ ipsi ΔZΛ, ideoque et ΘΦ ipsi ΦΔ; dupla est EΛ ipsius ΛΔZ; hoc est TΔA. Quod igitur quadratum ab EΛ describitur, id quadruplum est quadrati, quod describitur a TΔA. Quadrupla est igitur etiam ΛB ipsius BA; ideoque tripla ΛΔA ipsius ΔB. Itaque qualium quatuor est ΛB, talis unius est BA; et talium trium AΛ, et duodecim ΛΔ. Rursus quoniam æqualis est AM ipsi ME, et AP ipsi PH, et AΣ

πλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς EΛ. Ὡς δὲ τὸ [q] ἀπὸ AΔ πρὸς τὸ ἀπὸ EΛ, οὕτως δέδεικται ἡ BΔ πρὸς BΛ. Τετραπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΔB τῆς BΛ· τριπλῆ ἄρα ἡ ΔΛ τῆς ΛB. Οἵα ἄρα ἐστὶν ἑνὸς ἡ ΛB, τοιούτων τριῶν ἐστιν ἡ ΛΔ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἵων ἄρα ἡ ΛB τεσσάρων, ἡ ΛΔ δώδεκα. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ EN τῇ NB, καὶ ἡ EΔZ τῇ ΔZΛ, καὶ ἡ ΘΦ τῇ ΦΔ· διπλασία ἐστὶν ἡ EΛ τῆς ΛΔZ, τουτέστι τῆς TΔA. [r] Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ EΛ τοῦ ἀπὸ TΔA. Τετραπλασία ἄρα καὶ ἡ ΛB τῆς BΔA· ὥστε τριπλασία ἡ ΛΔA τῆς ΔB. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛB τεσσάρων, τοιούτων ἡ μὲν BΔA ἑνός, ἡ δὲ ΔΑΛ τριῶν, ἡ δὲ ΛΔ δώδεκα. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AM τῇ ME, καὶ ἡ AP τῇ PH, καὶ ἡ AΣ τῇ ΣΘ· ἴσαι ἄρα

ᵒ ᾗ ἡ Δ ἑπτά. ᵖ ἡ ΘΔ- [q] ἀπὸ ΑΔ, οὕτως. [r] διπλάσιον.

ᾗ αἱ ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Οἷον ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τετράκις, τούτων ἡ ΣΔ τρίς, τοιοῦτον ἡ ΠΔ. Οἷον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ δεκαεξ, τούτων τὸ ἀπὸ ΠΔ ἐννέα· καὶ οἷον ἄρα ἡ ΔΒ δεκαεξ, ἡ ΒΔ ἐννέα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΔ ἑπτά. Ἐστὶ δὲ πάλιν οἷον ἡ ΒΔ δεκαεξ, τούτων ἡ μὲν ΒΛ ἐννέα, ἡ δὲ ΛΔ τρίς, ἡ δὲ ΛΔ ἑπτά· ᾗ λοιπὴ ἡ ΛΔ ἐστὶ πέντε. Τέμνεται ἄρα ἡ ΒΔ ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἐξῆς ἀπὸ μονάδος ἀριθμῶν λόγους, ἐπὶ μείζονα λαμβάνοντα τὴν ἀρχὴν τὴν τοῦ τμήματος. Δῆλον δ' ἐστὶ ἐκ τῆς κατασκευῆς, ὅτι αἱ παραλλήλοι ὑπὸ τῶν ἀφεστώτων εἰς τοὺς ὑπὸ μονάδος ἐξῆς ἀριθμοὺς τέμνονται. Οἷον γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ΤΛ, τούτων ἐστὶ δύο ἡ ΕΛ, τριῶν δὲ ἡ ΠΔ, τεττάρων δὲ ἡ ΑΔ. Παρεμβάλλει γὰρ οὕτως πᾶσαι εἰς ἴσα τέμνουσι ἀλλήλας. Ὡνομάσθω δὴ ὑπ' Ἀρχιμήδους τὸ ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ χωρίον γνησίως ἐγγεγραμμένον.

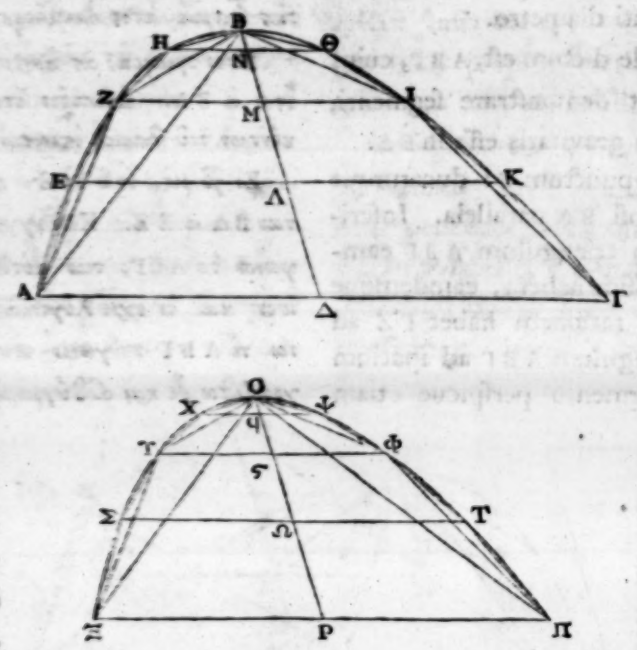
ipſi ΣΘ; æquales invicem ſunt ipſæ quoque ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Itaque qualium quatuor eſt ΑΔ, talium trium eſt ΣΔ; hoc eſt ΠΔ. Qualium igitur ſexdecim eſt quadratum, quod ab ΑΔ deſcribitur, talium novem eſt quadratum, quod deſcribitur a ΠΔ: et propterea qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talium novem eſt ΒΛ, et ſeptem, quæ relinquitur ΔΔ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talis unius eſſe ΒΛ; et talium trium ΛΔ, et ſeptem ΔΔ; ideo talium quinque eſt, quæ relinquitur, ΛΔ. Quo circa ΒΔ ſecatur a parallelis pro ratione numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Conſtat etiam ex figura, rectas, quæ ad ſectionem ducuntur, ſecari a diametris in numeros ab unitate deinceps impares. Nam qualis unius eſt ΤΛ, talium duo eſt ΕΛ, et trium ΠΔ, et quatuor ΑΔ. Cum enim diametri omnes parallelæ ſint ſeſe in æquas partes invicem ſecant. Porro figura ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ perſpicue inſcripta ab Archimede vocatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἱ δύο τμημάτων ὁμοίων, περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνώριμος, ἔχοντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλήλαις τῶν εὐθυγράμμων τὸ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνουσι τὰς διαμέτρους τῶν τμημάτων.

PROP. III. THEOR.

Si ſimilibus duobus ſegmentis, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, rectilinea cuique inſcribantur, quæ latera habeant multitudine ſibi invicem æqualia; rectilineorum centra gravitatum ſegmentorum diametros ſimiliter ſecant.



Ἐχέτω δύο τμήματα τὰ ΑΒΓ, ΞΟΠ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνώριμος κατὰ πᾶσας πλευρὰς τὸν ἀριθμὸν ἔχοντα ἀλλήλοις ἴσον. Διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμημάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ, καὶ ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Ἐπεὶ οὖν ἕν τι ἐστὶ τὸ ΒΔ διαιρούμενον ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν ὀφιστοὺς λόγους, καὶ ΡΟ, ὁμοίως δὲ τῷ πλήθει τὰ τμήματα αὐτῶν ἴσα ἐστί· δῆλον ὡς τὰ τὰ τμήματα τῶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐστέτην καὶ αἱ παράλληλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους ἔχονται. Καὶ τῶν τραπεζίων, τοῦ τε ΑΕΚΓ, καὶ τὸ ΞΣΤΠ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστέτην ἐπὶ τῶν ΛΔ, ΩΡ εὐθειῶν ὁμοίως κείμενα· ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ ΑΓ, ΕΚ τοῖς ΞΠ, ΣΤ. Πάλιν δὴ καὶ τῶν ΕΖΙΚ, ΣΤΦΤ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛΜ, Ωϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΤΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ϛυ. Ἐστω δὴ καὶ τῶν ΗΒΘ, ΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν ΒΝ,

Sint duo ſegmenta ΑΒΓ, ΞΟΠ: inſcribanturque iiſdem perſpicue rectilinea, in quibus omnium laterum numerus æqualis invicem ſit. Segmentorum diametri ſint ΒΔ, ΟΡ: jungunturque ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ; itemque ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Quoniam igitur cum ΒΔ, tum etiam ΡΟ dividuntur ſimiliter a parallelis ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, earumque ſegmenta æqualia multitudine ſunt; conſtat fore, ut eaſdem rationes cum ſegmenta diametrorum, tum parallelæ ipſæ inter ſe invicem habeant. Ac trapeziorum ΑΕΚΓ, et ΞΣΤΠ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΛΔ, ΩΡ; quoniam eamdem habent rationem ΑΓ, et ΕΚ, quam ΞΠ, et ΣΤ. Rurſus autem trapeziorum ΕΖΙΚ, ΣΤΦΤ centra gravitatum ſimiliter divident rectas ΛΜ, Ωϛ: trapeziorumque ΖΘ, ΤΨ centra gravitatum dividentſimiliter rectas ΜΝ, ϛυ. Quin etiam triangulorum ΗΒΘ, ΧΟΨ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΒΝ, Ου. Habent

[a] ἡ ΑΔ. [b] τῶ πράγματος. [c] ἐξεσκευασμένους ἀριθμούς. [d] τὸ ἀπὸ ΓΒΑ, Ζϛ Γ. [e] ἀλλήλαις. [f] ἐκ, ΖΓ, ΗΘ.
[g] περισσῶν. [h] καὶ ΠΡΟ καὶ τῷ. [i] ἔχοντι. [k] καὶ τὸν αὐτόν. [l] ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ΣΤ.
[m] τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ ϛΤ —— δὴ καὶ τῶν ΗΒΘΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν ΒΝΟυ.

autem eamdem rationem trapezia, et triangula. Constat igitur totius rectilinei, quod segmento A B Γ inscriptum est, centrum gravitatis diametrum B Δ similiter secare, atque ejus, quod inscriptum est segmento Ξ O Π, centrum gravitatis diametrum O P secat. Quod oportebat demonstrare.

Ο ἡ ὁμοίως κείμενα. Ἔχοντι δὲ αὐτὴν λόγον τὸ τραπέζιον καὶ τὸ τρίγωνον. Δῆλον δὲ ὅτι ἡ ὅλη ἀθυγράμμου τὸ ἐν τῷ Α Β Γ τμάματι γεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν Β Δ· καὶ ἡ ἐν τῷ Ξ Ο Π τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰν Ο Ρ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Apollonius in sexto conicorum libro similia sectionum coni segmenta ea esse dixit, quarum in utraque si æquales multitudine rectæ ducantur basi parallelæ; tum hæ parallelæ atque bases ad rectas, quæ a diametris ad vertices abscinduntur, tum quæ abscinduntur inter se invicem eandem rationem habuerint. Parabolas autem omnes similes sibi invicem esse. Quæ porro sit figura perspicue inscripta, dictum est in sumpto lemmate. Quod autem dicitur, diametros similiter secari, id est hujusmodi, ut eorum segmenta eandem inter se invicem rationem habeant. Quæ reliqua sunt in theoremate, ea omnia ex figura, quam supra attulimus, manifesta sunt.

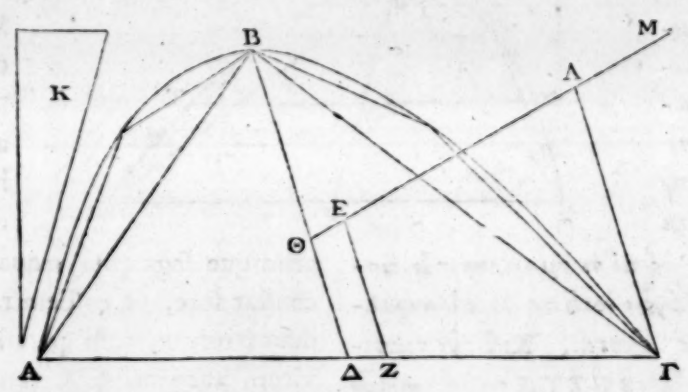
Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τῆ κάτω τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῶν κωνικῶν, ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάτερῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἵ τε παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί· καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας. Καὶ ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαι εἰσί. Τὸ δὲ γνωρίμως ἐγγεγραμμένον σχῆμα εἴρηται ἐν τῷ προλαβόντι λήμματι. Τὸ δὲ ὁμοίως διαιρεῖσθαι τὰς διαμέτρους εἰσίν, ἵνα τὰ τμήματα αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Τὰ λοιπὰ τοῦ διορισμοῦ σαφῆ ἐστιν ἐκ τοῦ προειρημένου σχήματος.

PROP. IV. Theor.

Cujuslibet segmenti, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, centrum gravitatis est in segmenti diametro.

Sit segmentum, quale dictum est, A B Γ, cujus diameter B Δ. Oportet demonstrare segmenti, quod diximus centrum gravitatis esse in B Δ.

Si enim minus, sit punctum E: ducaturque per id punctum E Z ipsi B Δ parallela. Inscribatur autem segmento triangulum A B Γ eamdem ac segmentum basim habens, eamdemque altitudinem: et quæ rationem habet Γ Z ad Δ Z, hanc habeat triangulum A B Γ ad spatium K. Inscribaturque segmento perspicue etiam rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, segmenta spatio K minora sint. Itaque inscripti rectilinei centrum gravitatis est in B Δ. Hoc sit punctum Θ: jungaturque Θ E; eademque producta ducatur Γ Λ ipsi B Δ parallela. Constat utique majorem rationem habere rectilineum segmento inscriptum ad ea, quæ relinquuntur, segmenta, quam triangulum A B Γ ad spatium K. Ut autem triangulum A B Γ ad spatium K, ita se habet Γ Z ad Z Δ. Igitur majorem rationem habet rectilineum segmento inscriptum ad ea, quæ relinquuntur, segmenta, quam Γ Z ad Z Δ; hoc est Λ E ad E Θ. Itaque habeat M E ad E Θ eamdem rationem, quam inscriptum rectilineum ad segmenta. Quoniam igitur totius quidem segmenti



ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Παντὸς τμήματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμήματος διαμέτρου.

Ἔστω τμῆμα, ὡς εἴρηται, τὸ Α Β Γ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἀ Β Δ. Δεικτέον ὅτι τοῦ εἰρημένου τμήματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Β Δ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ Ε· καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν Β Δ ἀ Ε Ζ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τμῆμα τρίγωνον τὸ Α Β Γ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἀ Γ Ζ πρὸς Δ Ζ, τοῦτον ἐχέτω τὸ Α Β Γ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμῆμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. Τοῦ δὴ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Β Δ. Ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθω ἀ Θ Ε, καὶ ἐκβεβλήθω· καὶ παρὰ τὰν Β Δ ἄχθω ἀ Γ Λ. Δῆλον δὲ ὅτι μεῖζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὰ λειπόμενα τμήματα, ἢ τὸ Α Β Γ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ. Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ Α Β Γ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ, οὕτως ἀ Γ Ζ πρὸς Ζ Δ. Καὶ τὸ [g] ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον πρὸς τὰ περιλειπόμενα τμήματα μεῖζονα λόγον ἔχει, ἢ ἀ Γ Ζ πρὸς Ζ Δ· τετάρτη ἀ Λ Ε πρὸς Ε Θ. Ἐχέτω δὴ ἀ Μ Ε πρὸς Ε Θ τὸν αὐτὸν λόγον [h] τοῦ ἐγγεγραμμένου πρὸς τὰ τμήματα. Ἐπεὶ δὴ τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου

[f] ὅτω διάμετρος

[g] ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ.

[h] τὸν τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτὶ.

τμάματος, ᾧ δὲ ἐγγεγραμμένῳ ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμῳ τὸ Θ, δῆλον [1]ὅτι λοιπῷ ᾧ συγκειμένῃ μεγίθους ἐκ τῶ περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τῦ βάρεός ἐςιν ἐκβληθείσας τᾶς ΘΕ· καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει πρὸς τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον πρὸς τὰ περιλειπόμενα τμάματα. [k]Ὡςε ἔσῃ καὶ τῦ συγκειμένῃ μεγίθους ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· [l]ὅπερ ἄτοπον. Τᾶς γὰρ διὰ ᾧ Μ εὐθείας παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας, [l]ἐπὶ ταυτὰ ἐσοῦνται πάντα τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Δῆλον ἄν, ὅτι ἐπὶ [m]τᾶς ΒΔ τὸ κέντρον ἐςὶ τῦ βάρεος.

centrum gravitatis eſt punctum E; rectilinei vero eidem inſcripti, punctum Θ; conſtat magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſſe in recta ΘE producta; abſciſſa quadam ejus parte, quæ ad ΘE eam rationem habeat, quæ inſcriptum rectilineum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta. Quare magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis fuerit punctum M: quod eſt abſurdum. Ducta enim per punctum M recta ipſi ΒΔ parallela, ſegmenta omnia, quæ relinquuntur, ad eamdem partem erunt. Conſtat igitur centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

EUTOCIUS.

Ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνώριμος, ὥςε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τᾶ Κ. Τῦτο δὲ φανερὸν ἐςὶν ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ [n]δεκάτῳ τῶ στοιχειώσεως, καὶ τῷ περὶ [o]τῶν περὶ σφαῖραν καὶ κυλίνδρου.

Inſcribaturque ſegmento perſpicue rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta ſpatio K minora ſint. Hoc autem manifeſtum eſt ex iis, quæ in decimo elementorum libro, et primo de ſphæra et cylindro dicta ſunt.

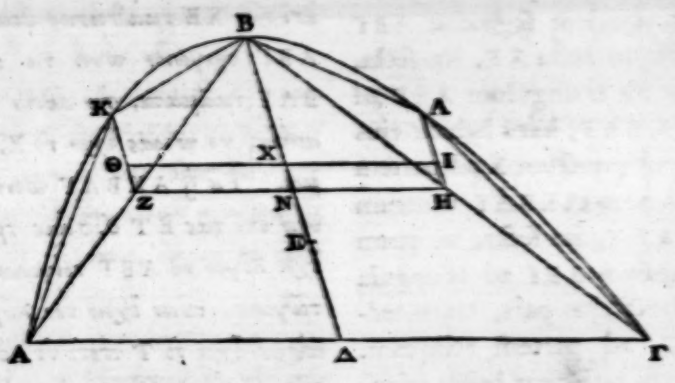
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως· [p]τὸ τῦ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐςι τᾶς κορυφᾶς τῦ τμάματος, ἢ τὸ τῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

PROP. V. THEOR.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis inſcripti rectilinei.

Ἔςω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· διάμετρος δὲ αὐτῦ, ἃ ΔΒ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ· καὶ τετμάσθω ἃ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥςε εἶμεν διπλασίων [q]τὰν ΒΕ τᾶς ΕΔ. Ἔςιν ὦν τῦ ΑΒΓ τριγώνε κέντρον μὲν βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ διὰ τὰ Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἤχθωσαν αἱ ΖΚ, ΑΗ. Ἔσαι ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος κέντρον τῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΖΚ· τῦ δὲ ΒΓΛ τμάματος τὸ κέντρον τῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΛ. Ἔςω δὴ τὰ Θ, Ι· καὶ ἐπεζεύχθω [r]ἃ ΘΙ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐςι [s]τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐςὶ τᾷ ΖΝ ἃ ΝΗ, ἐςὶν ἄρα [t]ἃ ΧΘ ἴσα τᾷ ΧΙ. [u]Ὡςε τῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον τῦ βάρεός ἐςιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΘΙ· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τμάματα· τετήςι τὸ Χ σαμεῖον. Ἐπεὶ δὴ τῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνε κέντρον μὲν βάρεός ἐςι [v]τὸ Ε σημεῖον, τῦ δὲ συγκειμένε ἐξ ἀμφοτέρων τῶν

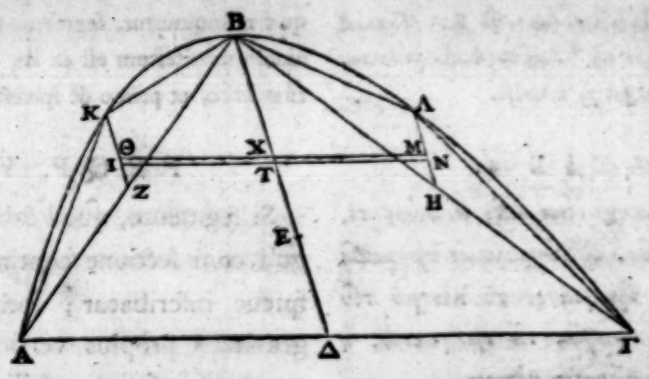


Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt; cujus diameter ΒΔ. Inſcribatur autem primo eidem perſpicue triangulum ΑΒΓ: ſectaturque ΒΔ in puncto E, ita ut ΒΕ dupla ſit ipſius ΕΔ. Trianguli igitur ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum E. Itaque ſecetur in duas æquas partes utraque ΑΒ, ΒΓ in punctis Z, H: ducanturque per Z, H, ΖΚ, ΑΗ ipſi ΒΔ parallelæ. Igitur ſegmenti quidem ΑΚΒ centrum gravitatis eſt in ΖΚ; ſegmenti vero ΒΓΛ, in ΗΛ. Hæc autem ſint puncta Θ, Ι: jungaturque ΘΙ. Et quoniam parallelogrammum eſt ΘΖΗΙ, æqualiſque ΖΝ ipſi ΝΗ, ideo æqualis eſt ΧΘ ipſi ΧΙ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis eſt in media ΘΙ; quoniam ſegmenta æqualia ſunt; nimirum eſt punctum Χ. Quoniam autem trianguli quidem ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ε, magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis

[1] ὅτι λοιπόν. [k] ὅπερ ἀδύνατον. [l] ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσοῦνται. [m] τᾶς ΒΓ. [n] δευτέρῳ. [o] τῦ περὶ σφαίρας.
[p] In MS. deeſt τὸ. [q] ἃ ΒΕ. [r] ἃ ΘΙ καὶ. [s] τὸ ΘΖΗ, καὶ. [t] καὶ ἃ ΧΘ. [u] τὸ σαμεῖον.

AKB, BΛΓ componitur, punctum X; conſtat totius ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſſe in XE; hoc eſt inter puncta X, et E. Quare propius fuerit vertici centrum gravitatis totius ſegmenti, quam trianguli perſpicue inſcripti.

Inſcribatur rurſus ſegmento perſpicue pentagonum rectilineum AKBΛΓ. Ac ſit totius quidem ſegmenti diameter BΔ; utriuſque vero ſegmenti utraque diameter KZ, ΛH. Et quoniam ſegmento AKB triangulum perſpicue inſcriptum eſt; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis trianguli. Sit igitur ſegmenti quidem AKB centrum gravitatis punctum Θ, trianguli vero punctum I. Et rurſus ſegmenti quidem BΛΓ centrum gravitatis punctum M, trianguli vero punctum N: junganturque puncta Θ, M, itemque I, N. Æqualis eſt igitur ΘX ipſi XM, et IT ipſi TN. Sed triangulo quidem AKB æquale eſt triangulum BΛΓ; ſegmento vero AKB ſegmentum BΛΓ. Demonſtratum eſt enim in aliis libris, ſegmenta triangulorum eſſe ſeſquitertia. Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utriſque ſegmentis AKB, BΛΓ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis AKB, BΛΓ, punctum T. Rurſus igitur quoniam trianguli ABΓ centrum gravitatis eſt punctum E; et magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis AKB, BΛΓ componitur, punctum X; conſtat totius quidem ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſſe in recta XE, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum ABΓ ad utraque ſegmenta AKB, BΛΓ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum X ad partem minorem. Pentagoni vero AKBΛΓ centrum gravitatis eſſe in recta ET, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum ABΓ ad triangula AKB, BΛΓ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum T, ad partem reliquam. Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum ABΓ ad triangula KAB, ΛBΓ, quam ad ſegmenta; conſtat propius eſſe vertici B centrum gravitatis ſegmenti ABΓ, quam inſcripti rectilinei. Porro in omnibus rectilineis, quæ ſegmentis perſpicue inſcripta ſunt, eadem argumentatio locum habet.



AKB, BΛΓ τὸ X· δῆλον ἂν ἔτι ὅλης τμήματος τοῦ ABΓ κέντρον τὸ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς XE, τυτέστι μεταξὺ τῶν X, E σαμείων. Ὡς δὲ ἡ KA ἐγγύτερον τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς τὸ κέντρον τοῦ ὅλης τμήματος, ἢ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως.

Ἐγγεγράφθω πάλιν εἰς τὸ τμῆμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ AKBΛΓ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλης τμήματος διάμετρος ἡ BΔ· ἑκατέρα δὲ τῶν τμημάτων, ἑκατέρα τῶν KZ, ΛH διαμέτρων. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ AKB τμήματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλης τμήματος κέντρον τὸ βάρους ἐστὶν ἐγγύτερον τῆς κορυφῆς, ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου. [w]Ἔστω ἐν τοῦ μὲν AKB τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ I. Πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν BΛΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ M, [x]τοῦ δὲ τριγώνου τὸ N· καὶ ἐπιζεύχθω τὰ Θ, M, I, N. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΘX τῇ XM, ἡ δὲ IT τῇ TN. Ἀλλὰ καὶ τρίγωνον τῷ AKB ἴσον ἐστὶ τὸ BΛΓ· τμῆμα δὲ τὸ AKB τμήματι τῷ BΛΓ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμήματα ἐπίτριτα εἶναι τῶν τριγώνων. Ἔστω οὖν τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AKB, BΛΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους τὸ X· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AKB, BΛΓ τριγώνων τὸ T. Πάλιν οὖν ἐπεὶ [y]τοῦ ABΓ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ E· τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AKB, BΛΓ τμημάτων, τὸ X· δῆλον ὡς τοῦ ὅλου τοῦ ABΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς XE τμηθείσης οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ABΓ τρίγωνον πρὸς τὰ συναμφότερα τὰ AKB, BΛΓ τμήματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμῆμα αὐτῆς, τὸ πέρας ἔχον τὸ X, πρὸς τὸ ἔλασσον τμῆμα. Τοῦ ἄρα AKBΛΓ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς ET οὕτως τμηθείσης οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ABΓ τρίγωνον πρὸς τὰ AKB, BΛΓ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμῆμα αὐτῆς τὸ πέρας ἔχον τὸ T πρὸς τὸ λοιπόν. Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ABΓ τρίγωνον πρὸς τὰ KAB, ΛBΓ τρίγωνα, ἢ πρὸς τὰ [z]τμήματα· δῆλον ὅτι τοῦ ABΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους, ἐγγύτερόν ἐστι τῆς B κορυφῆς, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου. Καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων, τῶν ἐγγραφομένων εἰς τὰ τμήματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

EUTOCIUS.

Et quoniam parallelogrammum eſt ΘZHI. Quoniam enim KZ, ΛH æquales ſunt; quippe æqualium ſegmentorum diametri, æqualique ab axe BΔ intervallo

Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΘZHI. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ KZ, ΛH· ἴσων γὰρ εἰσὶ τμημάτων διάμετροι, καὶ ἴσον ἀπέχεται τοῦ BΔ ἄξονος, καὶ ὁμοίως διήκουσι τῶν

[w] ἴσον δὲ τὸ μὲν τμήματος. [x] τοῦ δὲ τριγώνου &c. hæc et ſequentia uſque ad Ἔσται δὲ τοῦ μὲν, in MS. deſunt. [y] τοῦ ABΓ τριγώνου κέντρον. [z] τὰ ex MS.

τῶν Θ, Ι κέντρων· ἔστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΖ, ἡ ΑΙ πρὸς ΙΗ· καὶ ἐναλλάξ. Καὶ διὰ τοῦτο ἴσον ἐστὶν ἡ ΘΖ τῇ ΙΗ, ἴση δὲ καὶ παράλληλος. Παραλλήλων γὰρ οὐσῶν πασῶν αἱ διάμετροι παραβολῆς, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΖΗΙ.

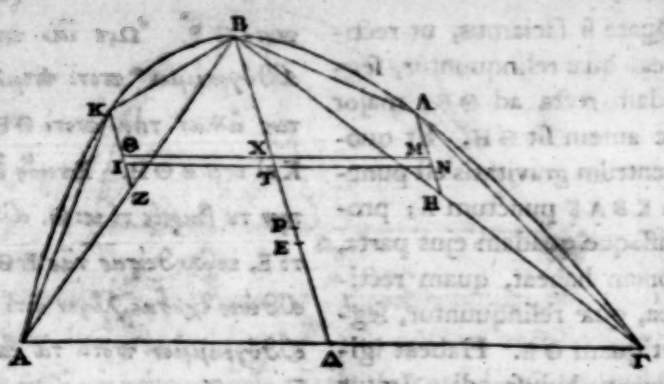
distant; et a centris Θ, Ι similiter dividuntur, ideo ut ΚΘ ad ΘΖ, ita se habet ΑΙ ad ΙΗ; itemque permutando. Propterea ΘΖ ipsi ΙΗ est æqualis. Est autem etiam parallela; quandoquidem omnes parabolæ diametri parallelæ invicem sunt. Igitur ΘΖΗΙ est parallelogrammum.

Ἐσται δὴ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [a]ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον βάρους τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [b]ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. Δέδεικται μὲν γὰρ ἐν τῷ προλαβόντι, ὅτι ἡ ΘΜ διαζευγνύουσα τὰ κέντρα τῶν τμημάτων, διχοτομεῖται ὑπὸ τῆς ΒΔ κατὰ τὸ Χ, παράλληλος οὖσα τῇ ΖΗ, καὶ ἡ [c]ΙΝ διχοτομεῖται κατὰ τὸ Τ. Ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ Χ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων· καὶ τὸ Τ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων.

Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utrisque segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis erit punctum Χ; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ. Illud enim supra demonstratum est, rectam ΘΜ, quæ segmentorum centra jungit, cum parallela sit ipsi ΖΗ, et rectam item ΙΝ, alteram quidem in puncto Χ, alteram vero in puncto Τ, a ΒΔ in duas æquas partes secari. Quare magnitudinis, quæ ex segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis est punctum Χ: et magnitudinis, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ.

Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΒΑΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, ἢ πρὸς τὰ τμήματα, καὶ τὰ ἑξῆς· ἐστὶ γὰρ δεδειγμένον τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον βάρους τὸ Ε, τῶν δὲ ΑΒΚ, ΒΛΓ τριγώνων [d]κέντρον τὸ Τ· φανερὸν ὅτι τοῦ ΑΚΒΛΓ σύνθετον κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ ΤΕ τμηθείσης κατὰ τὸ Ρ κατὰ τὸν ἀντιπεπονθότα λόγον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΑΒΓ πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΚΑΒ, ΒΛΓ τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὰ τμήματα· μείζονα γάρ ἐστι τὰ τμήματα τῶν τριγώνων· δῆλον ὅτι ἐὰν τιθῶμεν τὸν ΕΤ ἐν τῷ λόγῳ τῷ ὃν ἔχει τὸ τρίγωνον πρὸς τὰ τμήματα, ἀντιπέρα τοῦ Ρ πεσεῖται τὸ σημεῖον, ὃ ἔσται κέντρον τῶν παντὸς τμήματος, διὰ τὴν ἀντιπαπόδοσιν.

Igitur magnitudinis, quæ ex utrisque segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis erit punctum Χ; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ. Illud enim supra demonstratum est, rectam ΘΜ, quæ segmentorum centra jungit, cum parallela sit ipsi ΖΗ, et rectam item ΙΝ, alteram quidem in puncto Χ, alteram vero in puncto Τ, a ΒΔ in duas æquas partes secari. Quare magnitudinis, quæ ex segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis est punctum Χ: et magnitudinis, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ.



Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum ΑΒΓ ad triangula ΑΚΒ, ΒΛΓ, quam ad segmenta, et cætera; quoniam enim demonstratum est, trianguli quidem ΑΒΓ centrum gravitatis esse punctum Ε, triangulorum vero ΑΒΚ, ΒΛΓ, punctum Τ; constat utique centrum gravitatis rectilinei ΑΚΒΛΓ esse in ΤΕ secta in puncto Ρ pro ratione ejus reciproca, quam invicem habent triangulum ΑΒΓ, et triangula ΑΚΒ, ΒΛΓ. Et quoniam triangulum ΑΒΓ majorem rationem habet ad triangula ΚΑΒ, ΒΛΓ, quam ad segmenta; majora enim sunt segmenta quam triangula; constat fore, si ΕΤ pro ratione secetur, quam habet triangulum ad segmenta, ut punctum illud, quod totius segmenti centrum gravitatis est, supra punctum Ρ propter reciprocationem cadat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίῳ κώνου τομῆς, δυνατὸν [e]ἐς τὸ τμῆμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὴν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρους τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου, ἐλάσσονα εἶναι πάσης [f]τῆς προτεθείσης εὐθείας.

PROP. VI. THEOR.

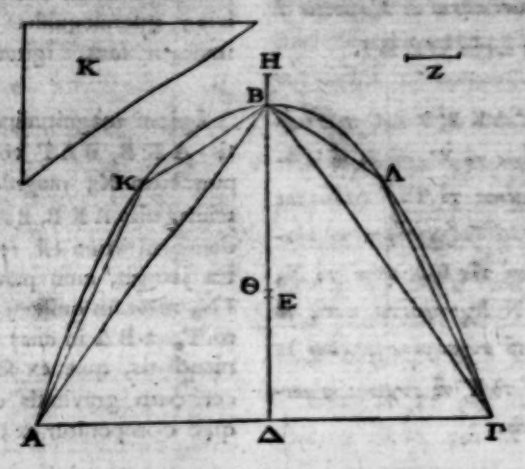
Dato segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, fieri potest, ut eidem rectilineum perspicue inscribatur; ita ut quæ recta inter centra gravitatis segmenti, inscriptique rectilinei interjicitur, minor sit recta qualibet proposita.

Δεδόσθω τμῆμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται, [g]οὗ κέντρον ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ. Καὶ ἔστω ἃ προτεθεῖσα εὐθεῖα [h]ἡ Ζ· καὶ ὃν λόγον ἔχει ἡ ΒΘ [i]πρὸς Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ· ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Κ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ε. [k]Φαμὶ δὴ τὴν ΘΕ ἐλάσσονα εἶναι τῆς Ζ,

Detur segmentum ΑΒΓ, quale dictum est, cujus centrum gravitatis sit punctum Θ: eidemque inscribatur perspicue triangulum ΑΒΓ. Ac sit proposita recta Ζ: quamque rationem habet ΒΘ ad Ζ, hanc habeat triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ. Inscribatur autem segmento ΑΒΓ perspicue rectilineum ΑΚΒΛΓ; ita ut, quæ relinquuntur, segmenta minora sint spatio Κ: inscriptique rectilinei centrum gravitatis sit punctum Ε. Dico utique rectam ΘΕ minorem esse quam Ζ.

[a] τῶν ΑΚΒ, ΒΓΔ. [b] ΑΚΒ, ΒΑΔ. [c] ΗΘ. [d] κέντρου τὸ Γ. [e] ἴσου. [f] τῆς ex MS.
[g] ὅτου. [h] ἃ ΑΖ. [i] ποτὶ ΕΖ, [k] φαμὶ sic MS.

Si enim minor non eſt, aut æqualis eſt, aut major. Quoniam vero rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam triangulum ABΓ ad ſpatium K, hoc eſt ΘB ad Z: habet autem ΘB ad Z non minorem rationem, quam ad ΘE; eo quod minor non eſt ΘE quam Z: ideo multo magis rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam BΘ ad ΘE. Quare ſi faciamus, ut rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita alia quædam recta ad ΘE; major erit quam BΘ. Hæc autem ſit ΘH. Et quoniam ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſt punctum Θ, et rectilinei AKBΛΓ punctum E; producta recta EΘ, abſciſſaque quadam ejus parte, quæ ad ΘE eam rationem habeat, quam rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, hæc major erit quam ΘB. Habeat igitur HΘ ad ΘE rationem hujuſmodi. Igitur punctum H centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim recta ipſi AΓ parallela, ſegmenta hæc ad eamdem ſegmenti partem erunt. Conſtat utique rectam ΘE minorem eſſe quam Z. Quod oportebat demonſtrare.



Εἰ γὰρ μή, ἤ τι ἴσα ἐστὶν, ἢ μεῖζον. Ἔστω δὲ τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον πρὸς τὰ περιλειπόμενα τμήματα μεῖζονα λόγον ἔχον, ἤ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς Κ, τετάσθω ἀ ΘΒ πρὸς Ζ· ἔχει δὲ καὶ ἀ ΒΘ πρὸς Ζ οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει πρὸς ΘΕ· διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶναι τὴν ΘΕ τῆς Ζ· πολλῷ ἄρα τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον πρὸς τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει, [l] ἢ ἀ ΒΘ πρὸς ΘΕ. Ὥστε ἐὰν ποιῶμεν, ὡς τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον [m] πρὸς περιλειπόμενα τμήματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ πρὸς ΘΕ, ἔσαι μείζων τῆς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἀ ΘΗ. Ἐπειδὴ δὲ ΑΒΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός τό ἐστι Θ, εὐθυγράμμου δὲ τοῦ ΑΚΒΛΓ τὸ Ε, ἐκβληθείσας τῆς ΕΘ, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον πρὸς τὴν ΕΘ, ὃν τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον πρὸς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, ἔσαι μείζων τῆς ΘΒ. Ἐχέτω ὃν ἀ ΗΘ πρὸς ΘΕ. Τὸ Η ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμημάτων. Ὅπερ ἀδύνατον. Τῆς γὰρ διὰ τοῦ Η ἀχθείσης, παρὰ τὴν ΑΓ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐστήξει τῷ τμήματι· [*] δῆλον ὅτι ἀ ΘΕ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς Ζ. Ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Centrum ſegmenti omnino unum eſt; propiuſque ſegmenti vertici, quam inſcriptorum rectilineorum centra. Sit enim trianguli ABΓ centrum gravitatis, ſi quidem contingerit, punctum E; BΔ ita ſecta, ut dupla ipſius EΔ ſit EB. Manifeſtum eſt omnia inſcriptorum rectilineorum centra caſura inter puncta Θ, E. Quo autem plura latera habuerit figura perſpicue inſcripta, eo magis ipſius centrum ad Θ punctum accedit. Itaque manifeſtum eſt, fieri quidem non poſſe, ut quæ inter centra ſegmenti, et figuræ perſpicue inſcriptæ recta interjicitur, major ſit quam EΘ. At vero poſſe fieri, ut ſit minor non modo quam ΘE, ſed etiam quam propoſita alia quælibet.

Τὸ κέντρον τοῦ τμήματος πάντως ἓν ἐστι, καὶ ἐγγύτερον τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ὑπερ τὰ τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων. Τοῦ γὰρ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶ τὸ τυχὸν τὸ Ε· τῆς ΒΔ τμηθείσης ὥστε, ὡς ἐπλασίονα εἶναι τὴν ΕΒ τῆς ΕΔ. Φανερὸν ὅτι πάντα τὰ κέντρα τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων μεταξὺ πεσοῦνται τῶν Θ, Ε σημείων. Καὶ ὅσῳ ἂν πολυπλευρότερον ᾖ τὸ γραφόμενον ἐγγραφόμενον, τοσούτῳ μᾶλλον συνεγγίζει τῷ Θ. Φανερὸν, ὡς ὅτι τῶν μεταξὺ τῶν κέντρων τοῦ γραφόμενου εὐθυγράμμου, καὶ τῆς τμήματος μείζονα μὲν εἶναι τῆς ΕΘ ἀδύνατον. Ἐλάσσονα δὲ δυνατὸν οὐ μόνον τῆς ΘΕ, ἀλλὰ καὶ πάσης τῆς δοθείσης.

PROP. VII. THEOR.

Duorum ſegmentorum ſimilium, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, centra gravitatum ſecundum eamdem rationem diametros ſecant.

Sint duo ſegmenta, qualia dicta ſunt, ABΓ, EZH; quorum diametri BΔ, ZΘ. Ac ſegmenti

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δυὸ τμημάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνουσι τὰς διαμέτρους.

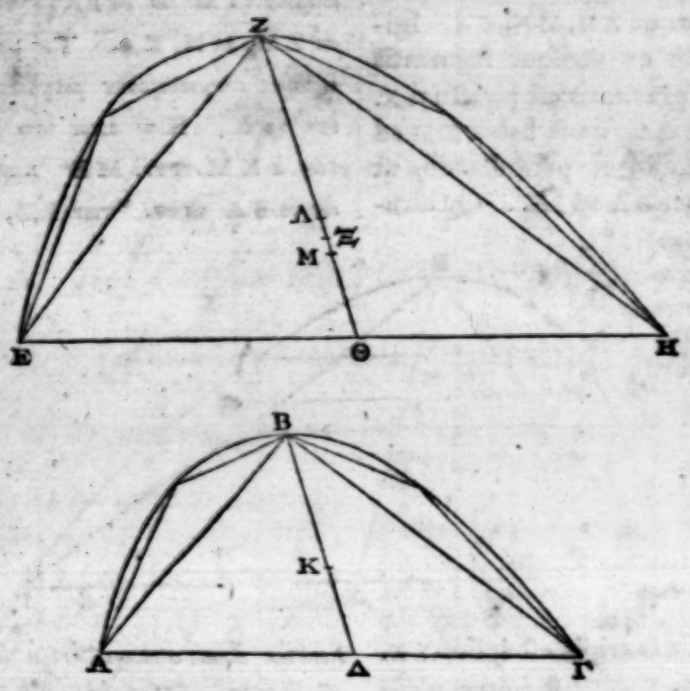
Ἔστω δύο τμήματα, οἷα εἴρηται, τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ· ὧν διάμετροι αἱ ΒΔ, ΖΘ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ

[l] ἢ ΒΘ. [m] πρὸς τὰ περιλειπόμενα.

[*] Forte δῆλον οὖν ὅτι.

τμάματος κέντρον τῦ βάρεος τὸ Κ σαμεῖον, [a] τῦ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. Δεικτέον ὅτι οὐκ τὸν αὐτὸν λόγον τέμνουσι τὰς διαμέτρους τὰ Κ, Λ.

Εἰ γὰρ μή, ἔςω ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΕΖΗ τμῆμα εὐθύγραμμον γνωρίμως· ὥςε τὰν μεταξῦ τοῦ κέντρου τῦ τμάματος, καὶ τῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ΑΜ· καὶ ἔςω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τῦ βάρεος τὸ Ξ σαμεῖον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὅμοιον εὐθύγραμμον, τετύχθω ὅμοιος γνωρίμως· [b] ἔςω κέντρον τῦ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον, ἤπερ τῦ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δῆλον ἄρα ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἡ ΒΚ πρὸς ΚΔ, ἣν ἡ ΖΛ πρὸς ΛΘ.



quidem ABΓ centrum gravitatis ſit punctum K; ſegmenti vero EZH punctum Λ. Oportet demonſtrare, puncta K, Λ ſecundum eamdem rationem diametros ſecare.

Si enim minus, ut KB ad KΔ, ita ſe habeat ZM ad ΘM: inſcribaturque ſegmento EZH perſpicue rectilineum; ita ut quæ recta inter centra ſegmenti, inſcriptique rectilinei interjicitur, minor ſit quam ΛM; ſitque inſcripti rectilinei centrum gravitatis punctum Ξ. Inſcribatur autem ſegmento ABΓ rectilineum ei, quod ſegmento EZH inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue: cujus quidem rectilinei centrum gravitatis propius vertici erit, quam ſegmenti. Quod fieri non poteſt. Conſtat igitur eamdem rationem habere BK ad KΔ, quam ZΛ ad ΛΘ.

EUTOCIUS.

Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ τμήματι ὅμοιον εὐθύγραμμον, τετύχθω ὅμοιος γνωρίμως. Ὁμοίως δὲ γνωρίμως ἐγγράφεται, ὅταν αἱ τομαὶ τᾶς ΑΒΓ παραβολᾶς ἴσαι γίνωνται ταῖς τᾶς ΕΖΗ· ὥςε τὰς πλευρὰς [p] τῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένου γνωρίμως ἰσοπληθεῖς εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένου εὐθυγράμμου. Ἐπεὶ δὲ δὴ κορυφαὶ εἰσὶ τὰ [q] Β, Ζ σημεῖα τῶν ὁμοίων τμημάτων, ὅμοιά ἐςι τὰ ὕπερ γνωρίμως ἐγγεγραμμένα.

Inſcribatur autem ſegmento ABΓ rectilineum ei, quod ſegmento EZH inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue. Pariter enim perſpicue inſcribitur, quando ſectiones parabolæ ABΓ eædem fuerint atque ſectiones alterius EZH; ita ut latera rectilinei ſegmento ABΓ perſpicue inſcripti æqualia multitudine ſint lateribus rectilinei inſcripti ſegmento EZH. Cum enim puncta B, Z vertices ſint ſimilium ſegmentorum, quæ iis inſcribuntur rectilinea ſimilia invicem ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τᾶς, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κέντρον τῦ βάρεος διαιρεῖ τὰν τῦ τμάματος διάμετρον, ὥςε εἶμεν [r] ἀμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ πρὸς τᾷ κορυφᾷ τῦ τμάματος, τῦ πρὸς τὰν βάσιν.

PROP. VIII. THEOR.

Cujuſlibet ſegmenti, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, centrum gravitatis diametrum ſegmenti ita dividit, ut quæ altera ejus pars ad verticem eſt, ſeſquialtera ſit partis alterius, quæ eſt ad baſim.

Ἔςω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, [s] οἷον εἴρηται. Διάμετρος δὲ αὐτῦ ἔςω ἡ ΒΔ· κέντρον δὲ τῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Δεικτέον ὅτι ἀμιόλιά ἐςιν ἡ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

Ἐγγεγράφθω [t] εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, [u] οὗ κέντρον τῦ βαρεος ἔςω τὸ Ε. Καὶ τετμάσθω δίχα [v] ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ

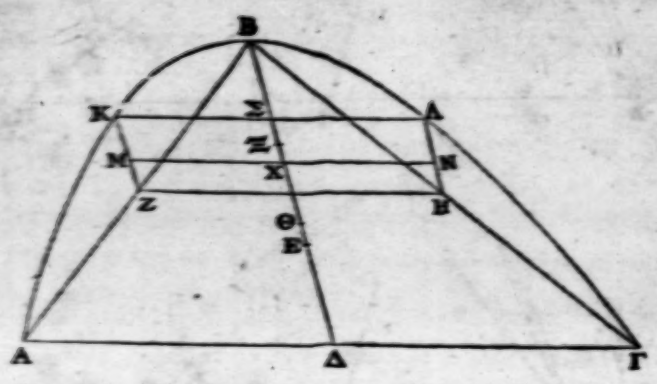
Sit ſegmentum ABΓ, quale dictum eſt. Ac hujus quidem diameter ſit BΔ; centrum vero gravitatis punctum Θ. Oportet demonſtrare BΘ ipſius ΘΔ eſſe ſeſquialteram.

Inſcribatur ſegmento ABΓ perſpicue triangulum ABΓ, cujus centrum gravitatis ſit punctum E. Secetur autem in duas æquas partes utraque AB, BΓ in punctis Z, H: ducanturque KZ, HΛ

[a] τῦ δὲ ΕΖΗ τὸ [b] οὕτως [p] ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένου εὐθυγράμμου. Ἐπεὶ γὰρ [q] τὰ ΒΔΖ σημεῖα
[r] ἀμιόλιον [s] ὅμοιον [t] εἰς τὸ ΑΒΔ [u] οὗτω [v] ἑκατέρα τὰ ΒΑ, ΑΓ, καὶ ἄχθωσαν αἱ ΚΖ, ΗΛ. Διάμετρος

ipſi BΔ parallelæ; quæ quidem diametri ſunt ſegmentorum AKB, BAΓ.

Itaque ſegmenti quidem AKB centrum gravitatis ſit punctum M; ſegmenti vero BAΓ punctum N: jungaturque ZH, MN, KΛ. Igitur magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſt punctum X. Et quoniam ut BΘ ad ΘΔ, ita ſe habet KM ad MZ; etiam componendo, et permutando, ut BΔ ad KZ, ita ſe habet ΘΔ ad MZ. Quadrupla autem eſt BΔ ipſius KZ. Hoc enim in fine demonſtratur, ubi eſt punctum Θ. Quadrupla eſt igitur etiam ΔΘ ipſius MZ. Quare reliqua etiam BΘ reliquæ KM, hoc eſt ΣX, eſt quadrupla. Reliquarum igitur utraque ſimul BΣ, XΘ tripla eſt ipſius ΣX. Tripla jam ſit BΣ ipſius ΣΞ. Eſt igitur tripla etiam XΘ ipſius ΞX. Et quoniam quadrupla eſt BΔ ipſius BΣ: hoc enim demonſtratur: BΣ autem tripla ipſius ΣΞ; ideo Ξ B tertia pars eſt ipſius BΔ. Eſt autem pars tertia etiam EΔ ipſius ΔB; quoniam centrum gravitatis trianguli ABΓ eſt punctum E. Tertia igitur pars eſt etiam reliqua ΞE ipſius BΔ. Et quoniam totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum Θ; magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis AKB, BAΓ componitur, punctum X; denique trianguli ABΓ, punctum E; ideo ut triangulum ABΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita ſe habet XΘ ad ΘE. Triplum eſt autem triangulum ABΓ ſegmentorum; quoniam totum ſegmentum trianguli ABΓ eſt ſeſquitertium. Tripla eſt igitur etiam XΘ ipſius ΘE. Demonſtrata autem eſt XΘ etiam ipſius XΞ eſſe tripla. Quincupla igitur eſt ΞE, hoc eſt ΔE, ipſius EΘ. Æquales enim ſunt. Quare ſexcupla eſt ΔΘ ipſius ΘE. Tripla eſt autem BΔ ipſius ΔE. Seſquialtera eſt igitur BΘ ipſius ΘΔ. Quod oportebat demonſtrare.



τὸ Z, H· ἡ δὲ ἀχθεῖσα παρὰ τὰς BΔ αἱ KZ, HΛ· διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῶν AKB, BAΓ τμημάτων.

Ἔστω δὴ τοῦ μὲν AKB τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ M· τοῦ δὲ BAΓ [x] τὸ N· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ZH, MN, KΛ. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων [y] τμημάτων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ X. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ BΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ KM πρὸς MZ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ BΔ πρὸς [z] τὰς KZ, οὕτως ἡ ΘΔ πρὸς τὰς MZ. Ἀ δὲ BΔ τετραπλασίων ἐστὶ τῆς KZ. Τοῦτο γὰρ ἐν τέλει δέδεικται, [a] οὗ σημεῖον τὸ Θ. Τετραπλασίων ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῆς MZ. [b] Ὡς δὲ καὶ λοιπὴ ἡ BΘ λοιπῆς τῆς KM, τουτέστι τῆς ΣX τετραπλασίων. Καὶ λοιπῶν ἄρα συναμφότερα ἡ BΣ, XΘ τριπλασίων τῆς [c] ΣX. Ἔστω τριπλὴ ἡ BΣ τῆς ΣΞ. Καὶ ἡ XΘ ἄρα τῆς ΞX ἐστὶ τριπλασία. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἡ BΔ τῆς BΣ· [d] καὶ γὰρ τοῦτο δέδεικται· ἡ δὲ BΣ τῆς ΣΞ τριπλασίων· ἡ ΞB ἄρα τῆς BΔ τρίτον μέρος ἐστίν. Ἔστι δὲ καὶ ἡ EΔ τῆς ΔB τρίτον μέρος· ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ABΓ τριγώνου ἐστὶ τὸ E. Καὶ λοιπὰ ἄρα ἡ ΞE τρίτον μέρος τῆς BΔ. Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AKB, BAΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ X· τοῦ δὲ ABΓ τριγώνου τὸ E· ἔσται ὡς τὸ ABΓ τρίγωνον πρὸς τὰ καταλειπόμενα τμήματα, οὕτως ἡ XΘ πρὸς ΘE. Τριπλοῦν δὲ τὸ ABΓ τρίγωνον τῶν τμημάτων· ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμῆμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ABΓ τριγώνου. Τριπλασία ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ XΘ τῆς ΘE. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ XΘ τριπλασία καὶ τῆς XΞ. Πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΞE τῆς EΘ, τουτέστιν ἡ ΔE τῆς EΘ. Ἴσα γάρ ἐστιν αὐτῇ· [e] Ὡς ἑξαπλασία ἐστὶν ἡ [f] ΔΘ τῆς ΘE. Καὶ ἐστὶ τῆς ΔE τριπλασία ἡ BΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐστὶ ἡ BΘ [g] τῆς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Et quoniam ut BΘ ad ΘΔ, ita ſe habet KM ad MZ. Cum enim ſegmenta ſimilia ſint, eorum centra diametros pro eadem ratione ſecabunt. Etiam componendo, ut BΔ ad ΔΘ, ita ſe habet KZ ad ZM: et permutando, ut BΔ ad KZ, ita ΔΘ ad MZ. Quadrupla autem eſt BΔ ipſius KZ. Hoc enim in fine demonſtrabitur, ubi eſt punctum Θ. At nos hoc idem deinceps demonſtrabimus.

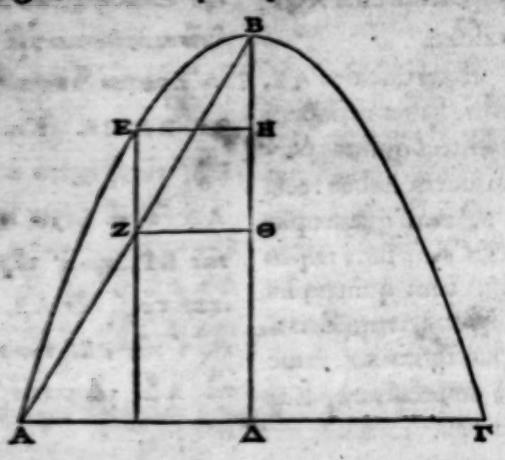
Sit parabola AB Γ, cujus diameter BΔ. Ducatur autem ordinate AΔ; et jungatur AB, eademque ſecta

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ BΘ [f] πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ KM πρὸς MZ. Ὁμοια γὰρ ὄντα τὰ τμήματα ἴσην κέντρα ἔχει τὰς αὐτὰς λόγους τέμνοντα τὰς διαμέτρους. Καὶ συνθέντι, [g] ὡς ἡ BΔ πρὸς ΔΘ, ἡ KZ πρὸς ZM· καὶ ἐναλλάξ, [h] ὡς ἡ BΔ πρὸς KZ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς MZ. Τετραπλασίων δὲ ἡ BΔ τῆς KZ. Τοῦτο γὰρ ἐν τέλει δέδεικται τοῦ σημείου Θ. Ἐξῆς δὲ αὐτὸ ἡμεῖς δείξομεν.

Ἔστω παραβολὴ ἡ AB Γ, ἧς διάμετρος ἡ BΔ. Καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ AΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AB, [i] καὶ δίχα

[x] τὸ H [y] τῶν τμημάτων [z] τὰς KZ. Τοῦτο γὰρ [a] οὗτος σημεῖον ἐστὶ θλους [b] τῆς EΞ [c] καὶ γὰρ τοῦτο, sic MS.
[d] ἀ ΔA τῆς ΘE [e] τῆς ΘΔΣΙ, [f] τουτέστι ex MS. [g] ὡς BA πρὸς ΔΘ, ἡ BZ πρὸς ZM. [h] ὡς ἡ BΔ πρὸς KΔ.
[i] καὶ διὰ τοῦ Z δίχα τετμήσθω ἡ AB κατὰ τὸ Z τῇ BΔ παράλληλος.

τετράκις ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀλλὰ τῇ Ζ τῇ ΒΔ συμπίπτουσα ἤχθω ἡ ΕΖ. Διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΑΕΒ τμήματος. Καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ συντεταγμένως ἤχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΒΖ, διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΖΒ, ἡ δὲ ΔΒ τῆς ΒΘ, ἡ ἄρα ΑΔ τῆς ΖΘ, τουτέστι τῆς ΕΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΔ, τοῦ ἀπὸ ΕΗ ἐστὶ τετραπλάσιον· καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΔΒ τῆς ΒΗ ἐστὶ τετραπλασία μείων. Ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΔ τῆς μὲν ΒΘ διπλῆ, ἡ ΒΘ τῆς ΒΗ ἐστὶ διπλῆ, ἡ δὲ ΘΗ τῇ ΗΒ ἴση, τουτέστι τῇ ΕΖ· ἀλλὰ τὸ παραλληλόγραμμον ἴσον τὸ ΕΗΖΘ. τῷ ΖΕ.



in duas æquas partes in puncto Z, ducatur per id punctum EZ ipſi BΔ parallela. Hæc diameter utique eſt ſegmenti AEB. Ducantur porro per puncta E, Z ordinate EH, ZΘ. Quoniam igitur æqualis eſt AZ ipſi BZ, dupla utique erit AB ipſius ZB, et ΔB ipſius BΘ, et AΔ ipſius ZΘ, hoc eſt EH. Quare quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur ab EH: et propterea ΔB quadrupla longitudine ipſius BH. Quoniam igitur BΔ dupla eſt ipſius BΘ, ideo BΘ ipſius BH eſt dupla; et ΘH ipſi HB, hoc eſt EZ, æqualis; cum EHZΘ parallelogrammum ſit. Eſt igitur BΔ ipſius ZE quadrupla.

Τετραπλασία ἄρα ἡ ΒΔ τῆς ΖΕ.

Καὶ ἐστὶ τετραπλασίων ἡ ΒΔ τῆς [m]ΒΣ· καὶ διὰ τοῦτο δέδεικται. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ λήμματι ἡ ΒΔ ἑκατέρας [n]ΒΗ, ΕΖ τετραπλασία· ὥστε ἡ ΒΗ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· Καὶ διὰ τοῦτο ὑπόκειται ἡ ΒΣ τῇ ΚΖ ἴση, ἡ δὲ ΒΔ ἑκατέρας αὐτῶν τετραπλασία. [o]Ἡ ΑΒΞ ἄρα τῆς ΒΔ τρίτον μέρος. Ἐπεὶ γὰρ τετραπλάσιόν ἐστὶ ΒΔ τῆς ΒΣ, οὖσαν ἄρα ἡ ΒΔ τιμάριον, ἡ ΒΣ ἐστὶ· καὶ οὖσαν ἄρα ἡ ΒΔ δώδεκα, τοιούτων ἡ ΒΣ τριῶν. [p]Τριπλῆ δὲ ἡ ΒΣ τῆς ΣΞ· οὖσαν ἄρα ἡ ΒΣ τριῶν, ἡ ΞΣ ἐστὶν, ὅλη ἡ ΒΞ τιμαρίων. Τούτων δὲ ἡ ΒΔ δώδεκα. Ἡ ΒΞ ἄρα τῆς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστί. Τριπλοῦν δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ ἐν τῷ περὶ τετραγωνισμοῦ τῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ὅτι πᾶν χωρίον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς περιεχόμενον ἐστὶ τριγώνου, τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον. Ὥστε τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τριπλάσιόν ἐστι· καὶ διελόντι, τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων τριπλάσιόν ἐστι.

Tripla eſt autem BΔ ipſius EΔ. Seſquialtera eſt igitur BΘ ipſius ΘΔ. Quod oportebat demonſtrare. Quoniam enim tripla eſt BΔ ipſius ΔE, qualium quindecim eſt BΔ, talium quinque eſt EΔ: qualium autem quinque eſt ΔE, talis unius eſt ΘE, et ſex tota ΘE, ΔE. Sexcupla eſt igitur ΔΘ ipſius ΘE. Itaque qualium quindecim eſt BΔ, talium ſex eſt ΔΘ, et novem, quæ relinquitur, ΘB. Quare BΘ ipſius ΘΔ eſt ſeſquialtera.

Καὶ ἐστὶ [q]τῆς ΕΔ ἡμιολία ἡ ΒΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἐπεὶ γὰρ τριπλῆ ἐστὶν ἡ ΒΔ τῆς ΔΕ, οὖσαν ἄρα ἡ ΒΔ πεντεκαίδεκα, τοιούτων ἡ ΕΔ πέντε· οὖσαν δὴ ἡ ΔΕ ἕξ, τοιούτων ἡ ΘΕ ἐστὶν, ὅλη ἡ ΘΕ, ΔΕ ἕξ. Ἑξαπλασία ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΘΕ. Οἷον ἄρα ἡ ΒΔ πεντεκαίδεκα, τοιούτων ἡ ΔΘ ἕξ, καὶ λοιπὴ ἡ ΘΒ ἐννέα. Ὥστε ἡμιολία ἐστὶν ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Αἴκα τεσσαρις γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχῆ ἀναλογίᾳ· καὶ ἒν ἔχει λόγον ἀ ἐλαχίστα πασᾶν τὰν ὑπερσχάν, ἃ ὑπερέχει ἀ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχοντά τις λαφθῆ πασᾶν τὰ τρία πεμπταμόρια τᾶς ὑπερσχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἀ μεγίστα [r]τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας· ἐν δὲ λόγον ἔχει ἀ ἴσα [s]τᾷπι δεκπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλόγον, καὶ τᾷ πεντεπλασίᾳ τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ γ' τᾶς τεταρτας, πλὴν ἴσαν τᾷ τε ε' τᾶς μεγίστας, τᾷ ι' τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ι' τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τεταρτας, τέτταν ἔχοντά τις

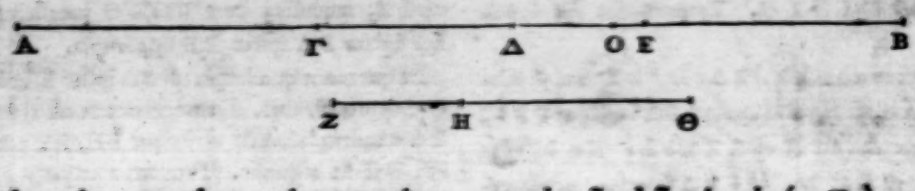
PROP. IX. Theor.

Si quatuor fuerint rectæ lineæ proportione continua proportionales: et quam habet rationem earum minima ad exceſſum, quo maxima minimam excedit, hanc ſumpta quædam recta habeat ad tres quintas partes exceſſus, quo maxima excedit tertiam: quamque rationem habet recta æqualis tum duplæ maximæ, tum quadruplæ ſecundæ, tum ſexcuplæ tertiæ, tum triplæ quartæ, ad rectam æqualem tum quincuplæ maximæ, tum decuplæ ſecundæ, tum decuplæ tertiæ, tum quincuplæ quartæ, hanc

[m] τῆς BE [n] τῆς EB [o] τῆς BE [p] ἡ BZ [q] διπλῆ [r] τὰς BΔ τριπλασία ἡ BΔ ἡμιολία τᾶν ex MS. [s] τᾷ τι β τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλογίαν καὶ τᾷ δ.

ſumptæ quædam recta habeat ad exceſſum, quo maximà excedit tertiam; ſumptæ hæ duæ rectæ duæ quintæ partes erunt maximæ.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales AB, BΓ, BΔ, BE. Et quam quidem habet rationem BE ad EA, hanc habeat ZH ad tres quintas partes ipſius AΔ: quam vero rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius AB, tum quadruplæ ipſius BΓ, tum ſexcuplæ ipſius BΔ, tum triplæ ipſius BE, ad rectam æqualem tum quincuplæ ipſius AB, tum decuplæ ipſius ΓB, tum decuplæ ipſius BΔ, tum quincuplæ ipſius BE, hanc habeat HΘ ad AΔ. Oportet demonſtrare, ZΘ duas quintas partes eſſe ipſius AB.



Quoniam enim proportionales ſunt AB, BΓ, BΔ, BE, proportionales utique ſunt ſecundum eamdem rationem etiam ipſæ AΓ, ΓΔ, ΔE. Itaque utraque AB, BΓ ad BΔ, et utraque BΔ, BΓ ad EB eamdem rationem habet, quam AΔ ad ΔE. Quare etiam omnes ad omnes. Eamdem igitur rationem habet AΔ ad ΔE, quam recta æqualis tum duplæ ipſius AB, tum triplæ ipſius ΓB, et amplius ΔB, ad rectam æqualem duplæ ipſius BΔ, et amplius BE. Quam autem rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius AB, tum quadruplæ ipſius BΓ, tum quadruplæ ipſius BΔ, tum duplex ipſius BE ad rectam æqualem duplæ ipſius BΔ, et amplius BE, hanc habebit ΔA ad minorem quam ΔE. Habeat igitur ad ΔO. Utræque autem ad priores eamdem rationem habebunt. Habebit igitur OA ad AΔ eamdem rationem, quam recta æqualis tum duplæ ipſius AB, tum quadruplæ ipſius ΓB, tum ſexcuplæ ipſius BΔ, tum triplæ ipſius BE, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque AB, EB, tum ex quadrupla utriuſque ΓB, BΔ. Habet autem etiam AΔ ad HΘ eamdem rationem, quam quincupla utriuſque AB, BE, una cum decupla ipſarum ΓB, BΔ, ad utriuſque ΓB, BΔ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius AB, tum ex quadrupla ipſius ΓB, tum ex tripla ipſius EB, tum ex ſexcupla ipſius BΔ. Igitur rationibus diffimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem, ex æqua proportione, rationem habet OA ad HΘ, quam quincupla utriuſque AB, BE, una cum decupla rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque AB BE, tum ex quadrupla utriuſque ΓB, BΔ. Habet autem quincupla utriuſque AB, BE, una cum decupla utriuſque ΓB, BΔ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ΓB, BΔ, eam rationem, quam quinque ad duo. Habet igitur etiam AO

λαμβδ τινὶ τῶν ὑπαρχόντων, ᾧ ὑπερέχει ἡ μείζων τῶν ἀπὸ λόγου τῶν τρίτης, συναμφοτέρων· αἱ λαμβδανόμεναι ἔσονται δύο πεμπταμόρια τῶν μείζονος.

Ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ AB, BΓ, BΔ, BE. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἡ BE πρὸς EA, τοῦτον ἐχέτω ἡ ZH πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς AΔ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ἴσα τῇ β τῆς AB, καὶ δ τῆς BΓ, καὶ ϛ τῆς BΔ, καὶ γ τῆς BE, πρὸς τὰν ἴσαν τῇ ε τῆς AB, καὶ ι τῆς ΓB, καὶ ι τῆς BΔ, καὶ ε τῆς BE, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἡ HΘ πρὸς τὰν AΔ. Δεικτέον ὅτι ἡ ZΘ δύο πεμπταμόρια ἐστὶ τᾶς AB.

Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐστι αἱ AB, BΓ, BΔ, BE, καὶ αἱ AΓ, ΓΔ, ΔE, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστί. Καὶ συναμφότερος ἡ AB, BΓ πρὸς τὰν BΔ ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ AΔ πρὸς τὰν ΔE· καὶ συναμφότερος ἡ BΔ, BΓ πρὸς τὰν EB· καὶ πάντα πρὸς πάντα. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἡ AΔ πρὸς τὰν ΔE, ὃν ἡ ἴσα τῇ τε β τᾶς AB, καὶ τῇ γ τᾶς ΓB, καὶ ἡ ΔB πρὸς τὰν ἴσαν τῇ τε β τᾶς BΔ καὶ τὰν BE. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ἴσα τῇ τε β τᾶς AB, καὶ τῇ δ τᾶς BΓ, καὶ τῇ δ τᾶς BΔ, καὶ τῇ β τᾶς BE, πρὸς τὰν ἴσαν τῇ β τᾶς ΔB, καὶ τὰν EB, τοῦτον ἔχει ἡ ΔA πρὸς ἐλάσσονα τᾶς ΔE. Ἐχέτω ὖν πρὸς ΔO. Καὶ ἀμφότερα δὴ πρὸς τὰς πρώτας αὐτὸν ἔχοντι λόγον. Ἔχει ὖν ἡ OA πρὸς AΔ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ἴσα τῇ τε β τᾶς AB, καὶ δ τᾶς ΓB, καὶ ϛ τᾶς BΔ, καὶ γ τᾶς BE, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρας τᾶς AB, EB, καὶ δ συναμφοτέρας τᾶς ΓB, BΔ. Ἔχει δὲ καὶ ἡ AΔ πρὸς HΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ε συναμφοτέρας τᾶς AB, BE, μετὰ τᾶς ι συναμφοτέρας τᾶς ΓB, BΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β τᾶς AB, καὶ τᾶς δ τᾶς ΓB, καὶ τᾶς γ τᾶς EB, καὶ ϛ τᾶς BΔ. Ἀναπαλίν δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τεταραγμένα ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ OA πρὸς HΘ, ὃν ἡ πεντπλασία συναμφοτέρας τᾶς AB, BE, μετὰ τᾶς ι τᾶς ΓB, BΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρας τᾶς AB, BE, καὶ τᾶς τετραπλασίονος συναμφοτέρας τᾶς ΓB, BΔ. Ἀλλ' ἡ συγκειμένα ἔκτε τᾶς ε συναμφοτέρας τᾶς AB, BE, μετὰ τᾶς ι συναμφοτέρας τᾶς ΓB, BΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρας τᾶς AB, BE, καὶ δ συναμφοτέρας τᾶς ΓB, BΔ, λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Καὶ ἡ AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς

[a] αἱ λαμβδάνουσαι [b] ἔστι τὰ AZΘ [c] BE δὲ καὶ [d] πρὸς τὸν β τᾶς BΔ ἔχει [e] ἡ ΘA [f] καὶ ϛ τᾶς BΔ.
[g] ὑποτεταγμένα ex MS. [h] ἡ A. [i] ἔστι τῷ συναμφοτέρᾳ [k] καὶ τᾶς Δ

δύο. Πάλιν [a] ἐστὶν ἡ ΟΔ ποτὶ ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ὃν ἁ ΕΒ, μετὰ τᾶς β′ τᾶς ΒΔ, ποτὶ τὸν ἴσαν [b] τᾷ συγκειμέναι ἔχοντι τᾶς β′ συναμφοτέραις τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέραις τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ἔστι δὲ καὶ [c] ὡς ἁ ΑΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ συγκειμέναι ἔχοντι τᾶς β′ τᾶς ΑΒ, καὶ γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς ΒΔ ποτὶ τὸν ἴσαν τούτοις ΕΒ, καὶ τᾷ β′ [d] τᾶς ΒΔ. Ἀνομοίως δὴ τῶν λόγων [e] πεπαγμένων, τετάχθω παραγμένας οὕτως τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου [f] ἐστὶν, ὡς [g] ἁ ΟΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ β′ τᾶς ΑΒ, μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΓΒ, καὶ ἁ ΒΔ, ποτὶ τὸν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ τᾶς δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ὡστι καὶ ὡς ἁ [h] ΕΟ ποτὶ ΕΔ ἐστὶν, οὕτως ἁ ΓΒ μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΒΔ, καὶ β′ τᾶς ΕΒ, ποτὶ τὸν β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΔΕ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἅδε ΑΓ ποτὶ ΓΒ, καὶ ἁ ΓΔ ποτὶ ΒΔ· ὡς δὲ κατὰ σύνθεσιν καὶ ἁ γ′ τᾶς ΓΔ, ποτὶ τὸν γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ ἁ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ τὸν β′ τᾶς ΕΒ. Ὡστι καὶ ἁ συγκειμέναι ἔχοντι τᾶς ΑΓ, καὶ [i] ἁ γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ τὸν συγκειμέναν ἔχοντι τᾶς ΓΒ, καὶ γ′ τᾶς ΔΒ, καὶ β′ τᾶς ΕΒ. Ἀνομοίως δὴ πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τετάχθω ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν τὸν ἔχει λόγον ἁ [k] ΕΟ ποτὶ ΕΒ, ὃν ἁ ΑΓ, μετὰ [l] τᾶς γ′ τᾶς ΓΔ, καὶ β′ τᾶς ΔΕ, ποτὶ διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. [m] Ὅλα δὴ [n] ἁ ΟΒ ποτὶ τὸν ΕΒ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, [o] ὃν ἴσαι τρισὶ γ′ τᾶς ΑΒ μετὰ τᾶς [p] ς′ ΓΒ, καὶ τᾷ γ′ τᾶς ΒΔ, ποτὶ τὸν β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ, καὶ συναμφότεροι ἑκάστα τῶν ΕΒ, ΒΔ· ΔΒ, ΒΓ· ΓΒ, [q] ΓΑ· ἔσαι καὶ ὡς ἁ ΕΔ ποτὶ ΔΑ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ ποτὶ συναμφότερον τὸν ΔΒ, ΒΓ, μετὰ τᾶς συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα [r] ἐστὶν, ὡς ΑΕ ποτὶ ΑΔ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ, μετὰ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΓ, καὶ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ· ὅ ἐστι συναμφότερος ἁ ΕΒΑ, μετὰ τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΔΒΓ, ποτὶ συναμφότερον τὸν ΒΔ, [s] ΒΑ, μετὰ τᾶς β′ τᾶς ΒΓ. Ὡστι καὶ ἁ β′ ποτὶ τὸν β′ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τετάχθω ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ β′ συναμφοτέρου τᾶς ΕΒΑ, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὸν β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ, μετὰ τᾶς δ′ [t] τᾶς ΓΒ. Ὡστι ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, [u] οὕτως ἁ συγκειμένα ἔχοντι τᾶς β′ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ [x] καὶ δ′ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκει-

ad HΘ eam rationem, quam quinque ad duo. Rurſus quoniam ΟΔ ad ΔΑ eamdem habet rationem, quam ΕΒ, una cum dupla ipſius ΒΔ, ad rectam æqualem compoſitæ ex dupla utriuſque ΑΒ, ΒΕ, una cum quadrupla utriuſque ΓΒ, ΒΔ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita ſe habet etiam recta compoſita tum ex dupla ipſius ΑΒ, tum ex tripla ipſius ΓΒ, tum ex ΒΔ, ad rectam æqualem tum ipſi ΕΒ, tum duplæ ipſius ΒΔ. Igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut ΟΔ ad ΔΕ, ita ſe habet, ex æqua proportione, dupla ipſius ΑΒ, una cum tripla ipſius ΒΓ, et amplius ΒΔ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ΓΒ, ΒΔ. Quare etiam ut ΕΟ ad ΕΔ, ita ſe habet ΓΒ, una cum tripla ipſius ΒΔ, et dupla ipſius ΕΒ, ad duplam utriuſque ΑΒ, ΒΕ, et quadrupla utriuſque ΓΒ, ΒΔ. Se habet autem ΔΕ ad ΕΒ, ut ΑΓ ad ΓΒ, et ΓΔ ad ΔΒ: et per compoſitionem, ut tripla ipſius ΓΔ ad triplam ipſius ΔΒ; et dupla ipſius ΔΕ ad duplam ipſius ΕΒ. Ideoque etiam, ut recta compoſita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔΕ, ad rectam compoſitam tum ex ΓΒ, tum ex tripla ipſius ΔΒ, tum ex dupla ipſius ΕΒ. Rurſus igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem ex æqua proportione rationem habebit ΕΟ ad ΕΒ, quam ΑΓ, una cum tripla ipſius ΓΔ, et dupla ipſius ΔΕ, ad duplam utriuſque ΑΒ, ΒΕ, una cum quadrupla utriuſque ΓΒ, ΒΔ. Tota igitur ΟΒ ad ΕΒ eamdem habet rationem, quam recta æqualis triplæ ipſius ΑΒ, una cum ſexcupla ipſius ΓΒ, et tripla ipſius ΒΔ, ad duplam utriuſque ΑΒ, ΒΕ, una cum quadrupla utriuſque ΓΒ, ΒΔ. Et quoniam eamdem inter ſe invicem rationem habent tum ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ; tum binæ quæque ΕΒ, ΒΔ; ΔΒ, ΓΒ; ΓΒ, ΓΑ; ideo ut ΕΔ ad ΔΑ, ita ſe habebit utraque ΕΒ, ΒΔ ad utramque ΔΒ, ΒΓ, una cum utraque ΓΒ, ΒΑ. Igitur etiam componendo, ut ΑΕ ad ΑΔ, ita utraque ΕΒ, ΒΔ, una cum utraque ΑΒ, ΒΓ, et utraque ΓΒ, ΒΔ; hoc eſt utraque ΕΒΑ, una cum dupla utriuſque ΔΒΓ, ad utramque ΒΔ, ΒΑ, una cum dupla ipſius ΒΓ. Quare etiam duplum ad duplum eamdem rationem habebit: nimirum ut ΕΑ ad ΑΔ, ita ſe habebit dupla utriuſque ΕΒΑ, una cum quadrupla utriuſque ΓΒΔ, ad duplam utriuſque ΑΒΔ, una cum quadrupla ipſius ΓΒ. Atque ut ΕΑ ad tres quintas partes ipſius ΑΔ, ita recta compoſita tum ex dupla utriuſque ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ΓΒΔ, ad tres quin-

[a] ἐστὶ ἁ ΘΔ [b] τὸν συγκειμένων [c] ὡς ἁ ΒΔ [d] τᾶς ΗΒΔ [e] τετραγμένων [f] In MS. ἐστὶν deeſt.
[g] ἁ ΘΔ [h] ΘΕ [i] ἡ Γ [k] ΕΘ [l] τᾶς ΓΔ [m] ἁ ΕΒ [n] ὧν ἁ ἴσαι [o] ΒΑ [p] ἐστὶ ὡς ΑΕ
[q] ΒΔ [r] τᾶς ΓΕ· οὕτως ἡ ὡς ἁ ΕΑ [s] οὕτως συγκειμένα, ἴσχει τᾶς Β συναμφοτέρου [t] μετὰ τᾶς Δ

tas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. Ut autem E A ad tres quintas partes ipsius A Δ, ita se habet E B ad Z H. Igitur ut E B ad Z H, ita se habet dupla utriusque A B E, una cum quadrupla utriusque Δ B Γ, ad tres quintas partes rectæ compositæ ex dupla utriusque A B Δ, una cum quadrupla ipsius Γ B. Demonstrata autem est, ut O B ad E B, ita se habere tripla utriusque A B Δ, una cum sexcupla ipsius Γ B, ad duplam utriusque A B E, et quadruplam utriusque Γ B Δ. Igitur etiam ex æqua proportione, ut O B ad Z H, ita se habet recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. At vero recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad rectam quidem compositam tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B, eam rationem habet, quam tria ad duo; ad tres quintas partes vero ejusdem rectæ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Demonstratum autem est etiam A O ad H Θ eam rationem habere, quam quinque ad duo. Igitur tota etiam B A ad totam Z Θ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Quod si ita est, Z Θ duæ quintæ partes est ipsius A B. Quod oportebat demonstrare.

μάνας ἔστι τᾶς β′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, [y] καὶ δ′ τᾶς Γ B. [z] Ἀλλ' ὡς ἡ E A πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς A Δ, οὕτως ἐστὶν ἡ E B πρὸς Z H. Καὶ ὡς ἄρα ἡ E B πρὸς Z H, οὕτως ἡ β′ συναμφοτέρων τᾶς A B E, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρων τᾶς Δ B Γ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔστι τᾶς β′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, μετὰ τᾶς δ′ τᾶς Γ B. Ἐδείχθη δὲ ὡς [a] O B πρὸς E B, οὕτως ἡ γ′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, μετὰ τᾶς ς′ τᾶς Γ B, πρὸς τὰν β′ συναμφοτέρων τᾶς A B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τᾶς Γ B Δ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν [b] ὡς ἡ O B πρὸς Z H, οὕτως ἡ συγκειμένα ἔστι τᾶς γ′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, καὶ ς′ τᾶς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔστι τᾶς β′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, καὶ δ′ τᾶς Γ B. Ἀλλὰ ἡ συγκειμένα ἔστι τᾶς γ′ συναμφοτέρων τᾶς A B Δ, [c] καὶ ς′ τᾶς Γ B, πρὸς μὲν τὰν συγκειμέναν ἔχει τι τᾶς β′ συναμφοτέρων [d] τᾶς A B Δ, καὶ δ′ τᾶς Γ B, λόγον ἔχει, ὃν τρία πρὸς δύο· πρὸς δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ A O πρὸς H Θ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο. Καὶ ὅλα ἄρα ἡ B A πρὸς ὅλαν τὰν Z Θ, λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμόρια ἐστὶ ἡ Z Θ [e] τᾶς A B. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Nonum theorema, quod plane obscurum est, verbis dilatantes perspicue explicare conabimur. Quoniam enim proportionales sunt A B, B Γ, Δ B, B E, proportionales utique sunt pro eadem ratione dividendo permutandoque, etiam A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque cum proportionales invicem sint A B, Γ B, B Δ, Δ E, itemque A Γ, Γ Δ, Δ E; ut præcedens et media ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens et media ad sequentem in magnitudinibus secundis. Ut igitur utraque simul A Γ, Γ Δ, hoc est A Δ, ad Δ E, ita se habet utraque simul A B, Γ B ad Δ B. Se habet autem ut utraque simul A B, Γ B ad Δ B, ita dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ; eo quod partes eandem quam æque multiplices inter se invicem rationem habent. Se habet igitur et ut A Δ ad Δ E, ita dupla utriusque simul A B Γ ad duplam ipsius Δ B. Rursus cum Γ B, B Δ, Δ E proportionales invicem sint; ut A Δ ad Δ E, ita se habebit propter ea, quæ prius dicta sunt, utraque simul Γ B, B Δ ad B E. Se habet autem ut A Δ ad Δ E, ita etiam dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ. Se habet igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes: et propterea ut A Δ ad Δ E, ita præcedentes ad sequentes. At præcedentes quidem sunt dupla utriusque simul A B, B Γ, et utraque Γ B, B Δ; hoc est duæ A B, et tres Γ B, et una B Δ; sequentes vero dupla ipsius B Δ, et sola B E. Se habet igitur ut A Δ ad Δ E, ita recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola Δ B ad rectam compositam cum

Τὸ ἔνατον διάφημα πάνυ ἐν λαμπρῷ ἐκδεικνύμενα σαφηνίζοντες σαφῶς, κατὰ τὸ δυνατόν. Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν εἰσὶν αἱ A B, B Γ, Δ B, B E, καὶ διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. Ἐπεὶ ἓν αἱ A B, B Γ, B Δ, B I ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E, ἴση ἂν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγήμενον, καὶ μέσον πρὸς [f] ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγήμενον καὶ μέσον πρὸς ἐπόμενον. Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ A Γ, Γ Δ, τουτέστιν ἡ A Δ, πρὸς Δ E, οὕτως συναμφότερος ἡ A B, Γ B πρὸς Δ B. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ A B, Γ B πρὸς Δ B, οὕτως ἡ β′ συναμφοτέρων τᾶς A B, B Γ πρὸς τὸν β′ τᾶς B Δ· διότι τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἡ A Δ πρὸς Δ E, οὕτως ἡ β′ συναμφοτέρων τᾶς A B Γ πρὸς τὸν β′ τᾶς Δ B. Πάλιν ἐπεὶ αἱ Γ B, B Δ, B E ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E· ἴσαι, ἀφ' ὧν τὰ πρότερον εἰρημένα, ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, οὕτως συναμφότερος ἡ Γ B, B Δ πρὸς B E. [g] Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἡ β′ συναμφοτέρων τᾶς A B, B Γ πρὸς τὸν β′ τᾶς B Δ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ A Δ πρὸς Δ E, οὕτως τὰ ἡγούμενα πρὸς τὰ ἑπόμενα. Ἔστι δὲ ἡγούμενα μὲν ἡ β′ συναμφοτέρων τᾶς A B, B Γ, καὶ συναμφότερος ἡ Γ B, B Δ, τουτέστι δύο αἱ A B, καὶ τρεῖς αἱ Γ B, καὶ μία ἡ B Δ. Ἑπόμενα δὲ ἡ β′ τᾶς B Δ, καὶ ἡ B E μόνη. Ἔστιν ἓν ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἡ συγκειμένη εὐθεῖα, ἔκ τε τᾶς β′ τᾶ A B, καὶ γ′ τᾶς Γ B, καὶ τᾶς Δ B μόνης,

[y] μετὰ τᾶς δ′ τᾶς Γ B [z] ἀλλ' ὡς &c. hæc et sequentia ad Ἐδείχθη, desunt in MS. [a] A B [b] ὡς ἡ E B πρὸς Z H· οὕτως [c] καὶ ἓξ τᾶς τᾶς Γ B [d] τᾶς A B Δ καὶ δ′ τᾶς Γ B [e] τᾶ B Δ, O I [f] ἐπόμενον, ὡς ἄρα

πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τε τῆς β' τῆς BΔ, καὶ μόνης τῆς EB. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τε τῆς β' τῆς AB, καὶ τῆς δ' [g] τῆς ΓB, καὶ τῆς δ' τῆς ΔB, καὶ τῆς β' τῆς BE, τῆς συγκειμένης ἐκ τε τῆς β' τῆς AB [h], καὶ γ' τῆς ΓB, καὶ τῆς BΔ μόνης· ἔχουσι δὲ ἐστὶν ὁ συγκείμενος ἐκ τε τῆς β' τῆς [i] BΔ, καὶ μόνης τῆς EB· τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν β' συναμφοτέρων τῆς AB, BE, καὶ δ' συναμφοτέρων τῆς ΓB, BΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' τῆς ΔB, καὶ τῆς EB μόνης, ἤπερ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν β' τῆς AB, καὶ γ' τῆς ΓB, καὶ μόνης τῆς ΔB πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' τῆς BΔ, καὶ μόνης τῆς EB, οὕτως ἐδείχθη ὁ AΔ πρὸς ΔE. Καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τῶν β' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ' συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἔκ τε τῆς β' τῆς BΔ, καὶ μόνης τῆς EB μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ AΔ πρὸς ΔE. Ἐὰν ἄρα δυνώμεθα ποιῆσαι [k] τὸν αὐτὸν τῆς AΔ πρὸς ἄλλον τινὰ, ἐλάσσονα ἴσας ἐκείνης τῇ ΔE. Ἔστω ὁ ΔO. Ἔστι ἄρα ὡς ὁ AΔ πρὸς ΔO, ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν β' συναμφοτέρων [l] τῆς AB, BE, καὶ δ' συναμφοτέρων τῆς ΓB, BΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' τῆς BΔ, καὶ μόνης τῆς EB. Ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ OΔ πρὸς ΔA, ὁ συγκείμενος ἐκ τῆς β' τῆς BΔ, καὶ μόνης τῆς EB, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' συναμφοτέρων τῆς AB, BE, καὶ τῆς δ' συναμφοτέρων τῆς ΓB, BΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ὁ OA [m] πρὸς AΔ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν β' τῆς AB, καὶ δ' τῆς ΓB, καὶ ς' τῆς BΔ, καὶ γ' τῆς BE, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ' συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ. Ἥτις δὲ BΔ ἑξάκις παρείληφται, τετράκις μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις· [n] καὶ ἡ BE τρὶς εἴληφται, ἅπαξ μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, ἅπαξ δὲ ἐν τοῖς δευτέροις. Ὑπόκειται δὲ καὶ ὁ AΔ πρὸς HΘ τὸν αὐτὸν ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ε' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, [o] καὶ ι' συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' τῆς AB, καὶ δ' τῆς ΓB, καὶ ς' τῆς BΔ, καὶ γ' τῆς BE· καί ἐστι τεταραγμένη ἀναλογία. Δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ OA πρὸς HΘ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ε' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ ι' τῶν ΓB, BΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἔκ τε τῆς β' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ' τῶν ΓB, BΔ. Τὸ δὲ τῆς γεγραμμένης ἀναλογίας οὕτως ἔσται δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ὁ OA πρὸς ἑπόμενον τὸν AΔ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ὁ συγκείμενος ἐκ τῆς β' τῆς [p] AB, καὶ δ' τῆς ΓB, καὶ ς' τῆς BΔ, καὶ γ' τῆς BE, πρὸς ἑπόμενον τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς β' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ' συναμφοτέρων τῆς ΓB, [q] ΔB· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἑπόμενον ὁ AΔ πρὸς ἄλλο τι τὸν HΘ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἄλλο τι ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ε' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ ι' συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ, πρὸς ἡγούμενον τὸν συγκείμενον ἔκ τε τῆς β' τῆς AB, καὶ δ' τῆς ΓB, καὶ ς' τῆς BΔ, καὶ γ' τῆς BE. Ἐπεὶ δὲ ὁ ε' συναμφοτέρων τῶν AB, BE, πρὸς τὸν β' τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· ἔχει δὲ καὶ ὁ ι' συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ πρὸς τὸν δ' τῆς αὐτῆς λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο·

ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB. Et quoniam major est recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex quadrupla ipsius ΓB, tum ex quadrupla ipsius ΔB, tum ex dupla ipsius BE quam recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex tripla ipsius ΓB, tum ex sola BΔ; et recta alia sepositа est ex dupla ipsius BΔ, et sola EB composita: major autem magnitudo ad eamdem majorem habet rationem quam minor; ideo recta composita cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ ad rectam compositam cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB, majorem rationem habet, quam recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex tripla ipsius ΓB, tum ex sola ΔB ad rectam compositam cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB. Ut autem recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex tripla ipsius ΓB, tum ex sola BΔ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB, ita demonstratum est se habere AΔ ad ΔE. Igitur etiam recta composita cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB majorem rationem habet, quam AΔ ad ΔE. Itaque si ratio instituenda nobis sit eadem atque ipsius AΔ ad aliam quamdam, minor haec erit quam ΔE. Sit ΔO. Ut igitur AΔ ad ΔO, ita se habet recta composita cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB. Igitur invertendo, ut OΔ ad ΔA, ita se habet recta composita cum ex dupla ipsius BΔ, tum ex sola EB, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ. Et componendo, ut OA ad AΔ, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex quadrupla ipsius ΓB, tum ex sexcupla ipsius BΔ, tum ex tripla ipsius BE, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ. Nam BΔ sumpta sexies est, quater quidem in primis magnitudinibus, bis vero in secundis: et BE sumpta est ter, bis quidem in magnitudinibus primis, semel vero in secundis. Ponitur autem AΔ ad HΘ eandem rationem habere, quam rectam compositam cum ex quincupla utriusque simul AB, BE, tum ex decupla utriusque simul ΓB, BΔ, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius AB, tum ex quadrupla ipsius ΓB, tum ex sexcupla ipsius BΔ, tum ex tripla ipsius BE: proportioque ipsa perturbata est. Igitur æqua proportione, ut OA ad HΘ, ita se habet recta composita cum ex quincupla utriusque simul AB, BE, tum ex decupla utriusque simul ΓB, BΔ, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul AE, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ. Porro ad allatam proportionem quod attinet, ita manifesta res fiet. Nimirum ut in primis magnitudinibus, præcedens OA ad sequentem AΔ, ita se habet in secundis, præcedens, recta composita tum ex dupla ipsius AB, tum ex quadrupla ipsius ΓB, tum ex sexcupla ipsius BΔ, tum ex tripla ipsius BE, ad sequentem, rectam compositam cum ex dupla utriusque simul AB, BE, tum ex quadrupla utriusque simul ΓB, BΔ: ut autem in magnitudinibus primis, sequens AΔ ad aliam quamdam HΘ, ita in secundis, se habet quædam alia, recta composita cum ex quincupla utriusque simul AB, BE, tum ex decupla utriusque simul ΓB, BΔ, ad præcedentem, rectam compositam tum ex dupla ipsius AB, tum ex quadrupla ipsius

[g] τῆς ΓΔ [h] καὶ ἡ BE τρίτου [i] καὶ συναμφοτέρου τῆς ΓΔ, BΔ [k] τὸν αὐτὸν λόγον [l] τῆς AB, BΓ [m] πρὸς ΔΔ [n] τῆς ΓΔ, BΔ [o] ΔE [p] AΔ [q] BΔ

ΓB, tum ex ſexcupla ipſius BΔ, tum ex tripla ipſius BE. Quoniam vero cum quincupla utriuſque ſimul AB, BE, ad duplam ejuſdem, tum decupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ ad ejuſdem quadruplam eandem rationem habet, quam quinque ad duo: nam ratio quinque ad duo eadem eſt quæ decem ad quatuor: ideo etiam recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex decupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ eandem habet rationem, quam quinque ad duo. Quare etiam AΘ ad HΘ eamdem quam quinque ad duo rationem habet. Rurſus quoniam ſupra demonſtratum eſt OΔ ad ΔA eandem rationem habere, quam EB, et duplam ipſius BΔ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ: et ut in primis magnitudinibus ſequens AΔ ad aliam quamdam ΔE, ita in ſecundis ſe habet quædam alia, recta compoſita tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola ΔB ad præcedentem, rectam compoſitam cum ex EB, tum ex dupla ipſius BΔ; ideo rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut OΔ ad ΔE, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola BΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ. Quare etiam invertendo, ut EΔ ad ΔO, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola BΔ. Et convertendo, ut ΔE ad EO, videlicet præcedens ad exceſſum quo ſequentem ſuperat; ita recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex ſola ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB. Nam præcedens quidem duplam continet utriuſque ſimul AB, et BE; ſequens vero duplam unius tantum AB: ideoque, ſubducto calculo, dupla ipſius EB relinquitur. Rurſus præcedens quidem quadruplam continet utriuſque ſimul ΓBΔ; ſequens vero triplam ipſius ΓB, et ſolam BΔ: atque ideo ſubducto calculo, ſola relinquitur ΓB, et tripla ipſius BΔ. Jure igitur optimo dictum eſt, ut ΔE ad EO, ita convertendo, ſe habere rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius ΔB, tum ex dupla ipſius EB. Quare etiam invertendo, ut OE ad EΔ, ita ſe habet recta compoſita tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ. At vero ut ΔB ad aliam quamdam EB, ita ſe habet AB ad BΓ: et dividendo, ut ΔE ad EB, ita AΓ ad ΓB. Eadem ratione, ut ΓΔ ad ΔB, ita ſe habet ΔE ad EB: et propterea ut tripla ipſius ΓΔ ad triplam ipſius ΔB, ita dupla ipſius ΔE ad duplam ipſius EB. Partes enim eandem quam æque multiplices invicem rationem habent. Ut igitur una ad unam, ita etiam ſe habent omnes præcedentes ad omnes ſequentes. Ut igitur ΔE ad EB, ita ſe habet recta compoſita tum ex AΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔE, ad rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut in primis magnitudinibus præcedens OE ad ſequentem ΔE, ita in ſecundis ſe habere rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex

ἐστιδὴ καὶ τὰ πέντε πρὸς δύο, καὶ [r]τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῶν ς′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, καὶ ε′ συναμφοτέρων τ̃ ΓB, BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, καὶ δ′ τῶν ΓB, BΔ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστι καὶ ἡ AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη, ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἡ OΔ πρὸς ΔA τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἡ EB μετὰ τῶν β′ τῶν BΔ πρὸς τὴν ἴσην τῇ συγκειμένῃ ἔκ τε τῶν β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, μετὰ [s]τῶν δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ἐπάνω ἐν τοῖς πρώτοις [t]μεγέθεσιν, ἡ AΔ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔE, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τ̃ β′ τ̃ AB, καὶ γ′ τ̃ ΓB, καὶ μόνης τ̃ ΔB πρὸς ἡγούμενην τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῶν EB, καὶ τ̃ β′ τῶν BΔ· ἀνάπαλιν ἄρα τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταγμένων ὥστε τῆς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ἡ OΔ πρὸς ΔE, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν β′ τῶν AB, καὶ τῶν γ′ τῶν ΓB, καὶ μόνης τῶν BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τ̃ β′ συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ′ συναμφοτέρων τ̃ ΓB, BΔ. Ὥστι καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔO, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ′ συναμφοτέρων τ̃ ΓB, BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῶν β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, καὶ γ′ τῶν ΓB, BΔ λόγων ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς δύο. Ἔστι δὲ καὶ ἡ AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη, ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἡ OΔ πρὸς ΔA τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἡ EB μετὰ τῶν β′ τῶν BΔ πρὸς τὴν ἴσην τῇ συγκειμένῃ ἔκ τε τῶν β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, μετὰ [s]τῶν δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓB, BΔ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ἐπάνω ἐν τοῖς πρώτοις [t]μεγέθεσιν, ἡ AΔ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔE, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τ̃ β′ τ̃ AB, καὶ γ′ τ̃ ΓB, καὶ μόνης τ̃ ΔB πρὸς ἡγούμενην τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῶν EB, καὶ τ̃ β′ τῶν BΔ· ἀνάπαλιν ἄρα τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταγμένων ὥστε τῆς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ἡ OΔ πρὸς ΔE, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν β′ τῶν AB, καὶ τῶν γ′ τῶν ΓB, καὶ μόνης τῶν BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τ̃ β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, καὶ δ′ τῶν ΓB, BΔ. Ὥστι καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔO, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν AB, BE, καὶ δ′ συναμφοτέρων τ̃ ΓB, BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῶν β′ συναμφοτέρων τ̃ AB, BE, καὶ γ′ τῶν ΓB, BΔ λόγων ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς δύο. Ἔστι δὲ καὶ ἡ AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἡ OE πρὸς ἑπόμενον τὴν ΔE, ἐν τοῖς δευτέροις [z]μεγέθεσιν ἡ συγκειμένη ἐκ τ̃ ΓB, καὶ τῶν γ′ τῶν BΔ, καὶ β′ τῶν [a]BE, πρὸς ἑπόμενον, τὴν συγκειμένην

[r] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο in MS. desunt. [s] τῶν ex MS. [t] In MS. hiatus est, in hoc loco, usque ad ἄλλο τι. [z] ἔστι δὲ ἐν [x] καὶ τῶν ΓΔ [y] καὶ τῶν β′. ἐπεὶ [z] μεγέθεσιν ἡγούμενον ἡ συγκειμένη [a] BΔ

[b] ἐν τῇ β′ συναμφοτέρῳ τῶν ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρῳ τῶν ΓΒΔ· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἰσάκις ὁ ΔΕ πρὸς ἄλλο τι τὸν ΕΒ, οὕτω τῶν δευτέρων μεγέθεων ἄλλο τι πρὸς ἄλλο τι τὸν ΕΒ, οὕτως ἐν τῇ συγκειμένῃ ἐκ τῶν ΑΓ, τριπλασίων τῶν γ′ τῶν ΓΔ, καὶ διπλασίων τῶν β′ τῶν ΔΕ, πρὸς ἐγγεγραμμένον τινὰ συναμφότερον, ἐκ τε τῶν ΓΒ, τριπλασίων τῶν γ′ τῶν ΔΒ, καὶ β′ τῶν ΒΕ· ἔστι δὲ τοῦτο, ἐν τῇ τεταγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ὁ ΟΕ πρὸς ΕΒ, ὁ συγκείμενος ἐκ τε τοῦ ΑΓ, [d] τριπλασίων τῶν γ′ τῶν ΓΔ, καὶ διπλασίων τῶν β′ τῶν ΔΕ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν ΑΒΕ, μετὰ τῶν δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓΒΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ὁ ΟΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ΑΓ, καὶ γ′ τῶν ΓΔ, καὶ β′ τῶν ΕΔ, καὶ β′ συναμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρων [e] τῶν ΓΒΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τε τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓΒΔ. Ἀλλὰ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ΑΓ, καὶ γ′ τῶν ΓΔ, καὶ β′ τῶν ΔΕ, [f] καὶ β′ συναμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓΒΔ, ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τε τῶν γ′ τῶν ΑΒ, καὶ ς′ τῶν ΓΒ, καὶ γ′ [g] τῶν ΔΒ. Ἡ τε γὰρ ΑΒ δὶς συναλήφθω αὐτῇδιν, καὶ προσκείσθω τῇ ΑΓ, καὶ ἐκ τῶν δ′ τῶν ΓΒ μίαν, ποιεῖ τριπλῆν τὴν ΑΒ. Πάλιν [h] ἀφῃρεθείσης ἀπὸ τῶν δ′ τῶν ΓΒ μίας, γίνεται γ′. Προσκείσθω δὲ τῇ γ′ τῶν ΓΔ, καὶ γ′ τῶν ΔΒ, ποιεῖ τὴν ς′ τῶν ΓΒ. Πάλιν ἀφῃρεθείσης [i] ἀπὸ τῶν δ′ τῶν ΔΒ γ′, μένει μία ὁ ΔΒ. Προσκείσθω δὲ τῶν τε β′ τῶν ΔΕ, καὶ τῶν β′ τῶν ΕΒ, ποιεῖ τὴν γ′ τῶν ΒΔ. Καλῶς [k] δὲ λέγει, ὅτι ὁ ΟΒ πρὸς ΕΒ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν γ′ τῶν ΑΒ, καὶ ς′ τῶν ΓΒ, καὶ γ′ τῆς ΔΒ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῶν ΓΒΔ. Πάλιν [l] ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ, καὶ, ἀφ' ὧν ἀνάπαλιν τῶν ὑποθέσεων, συναμφότεροι ἑκάστη τῶν ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΑ· ἔχει ὡς ὁ ΕΔ πρὸς τὸν μέσον καὶ τὸν ἐπομένων τὰς ΔΓ, ΓΑ, τουτέστι τὴν ΔΑ, οὕτως συναμφότεροι ὁ ΕΒ, ΒΔ πρὸς συναμφότερον τὸν ΔΒ, ΒΓ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα, ὡς ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως συναμφότεροι ὁ ΕΒΔ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ, καὶ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ, πρὸς συναμφότερον τὴν ΔΒΓ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ. Ἀλλὰ συναμφότερος ὁ ΕΒΔ μετὰ τῆς ΔΒΓ, καὶ τῆς ΓΒΑ, ἴσος ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΒΑ, καὶ δὶς συναμφοτέρῳ τῇ ΔΒΓ· ἄπαξ γὰρ αἱ ἄκραι σχηματιζόντι, καὶ δὶς αἱ μέσαι· συναμφότερος δὴ [m] ὁ ΔΒΓ μετὰ τῆς ΓΒΑ, ἴσος ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΒΔ, καὶ δὶς τῇ [n] ΓΒ, διὰ τὸν αὐτὸν αἴτιον. Ὥστε [o] ἔστιν ὡς ὁ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τε [p] τῆς ΕΒΑ, [q] καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τε συναμφοτέρου τῆς ΔΒΑ, καὶ τῆς β′ τῆς ΓΒ. Ὥστε καὶ ἡ διπλασία πρὸς τὴν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Ὡς ἄρα ὁ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΕΒΑ, μετὰ τῶν δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρου τῆς [r] ΑΒΔ, καὶ τῆς δ′ τῆς ΓΒ. Ὥστε καὶ ὡς ὁ ΕΑ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρου τῆς ΕΒΑ, καὶ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ τῆς δ′ τῆς ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ὁ ΑΕ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ἠλήφθη ὁ ΒΕ πρὸς

tripla ipſius ΒΔ, tum ex dupla ipſius ΒΕ, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ; et rurſus ut in magnitudinibus primus ſequens ΔΕ ad aliam quamdam ΕΒ, ita ſe habere in ſecundis quamdam aliam, rectam compoſitam tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔΕ, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex ΓΒ, tum ex tripla ipſius ΒΔ, tum ex dupla ipſius ΒΕ; ideo æqua eademque perturbata proportione, ut ΟΕ ad ΕΒ, ita ſe habet recta compoſita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔΕ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ. Et componendo, ut ΟΒ ad ΒΕ, ita ſe habet recta compoſita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΕΔ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ. Recta autem compoſita tum ex ΑΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔΕ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒ, ΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ, æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex tripla ipſius ΑΒ, tum ex ſexcupla ipſius ΓΒ, tum ex tripla ipſius ΔΒ. Cum enim ΑΒ ſumpta bis fuerit, ſi ei adjiciatur ΑΓ, et ΓΒ ablata ab ejus quadrupla, triplam facit ipſius ΑΒ. Rurſus cum a quadrupla ipſius ΓΒ ablata fuerit ΓΒ, ea tripla relinquitur. Itaque ſi huic adjiciatur tripla cum ipſius ΓΔ, tum ipſius ΔΒ, ſexcuplam facit ipſius ΓΒ. Denique cum a quadrupla ipſius ΔΒ ablata fuerit tripla, ea una relinquitur ΔΒ. Itaque ſi huic adjiciatur dupla cum ipſius ΔΕ, tum ipſius ΕΒ, triplam facit ipſius ΒΔ. Jure igitur merito dicit, ΟΒ ad ΕΒ eandem habere rationem, quam rectam compoſitam tum ex tripla ipſius ΑΒ, tum ex ſexcupla ipſius ΓΒ, tum ex tripla ipſius ΔΒ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ. Rurſus quoniam ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ, et poſitione inverſa utraque ſimul ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΑ proportionales ſunt; ideo ut ΕΔ ad mediam et ſequentem ΔΓ, ΓΑ, hoc eſt ΔΑ, ita ſe habet utraque ſimul ΕΒ, ΒΔ ad utramque ſimul cum ΔΒ, ΒΓ, tum ΓΒ, ΒΑ. Igitur etiam componendo, ut ΕΑ ad ΑΔ, ita ſe habet utraque ſimul tum ΕΒΔ, tum ΔΒΓ, tum ΓΒΑ, ad utramque ſimul cum ΔΒΓ, tum ΓΒΑ. Sed utraque quidem ſimul tum ΕΒΔ, tum ΔΒΓ, tum ΓΒΑ æqualis eſt utrique ſimul ΕΒΑ, et duplæ utriuſque ſimul ΔΒΓ: poſtremæ enim ſemel, et mediæ bis ſumuntur: utraque vero ſimul cum ΔΒΓ, tum ΓΒΑ æqualis eſt ob eandem cauſam utrique ſimul ΑΒΔ, et duplæ ipſius ΓΒ. Igitur ut ΕΑ ad ΑΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex utraque ſimul ΕΒΑ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΔΒΓ, ad rectam compoſitam cum ex utraque ſimul ΔΒΑ, tum ex dupla ipſius ΓΒ. Dupla autem ad duplam eamdem rationem habet. Ut igitur ΕΑ ad ΑΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ΕΒΑ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓΒ. Quare etiam ut ΕΑ ad tres quintas partes ipſius ΑΔ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΕ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓΒΔ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ΑΒΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓΒ. Ut autem ΑΕ ad tres quintas partes ipſius ΑΔ, ita ſe habet ΒΕ ad ΖΗ;

[b] ἐκ τῶν β′ συναμφοτέρων τῶν ΓΒΔ [c] καὶ γ′ τῶν [d] καὶ γ′ τῶν ΒΔ· καὶ ὁ δ′ τῶν ΔΕ. [e] τῶν ΑΒΔ [f] καὶ β′ συναμφοτέρων τῶν ΒΓΔ [g] τῶν ΔΕ [h] ἀφαιρεθεῖσα ὁ δ′ [i] ἀπὸ τῆς α′ τῆς ΔΒΓ [k] ἣν καὶ λέγει [l] ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΙ, ἐν τῷ [m] ὁ ΔΒΙ [n] ΑΓ [o] εἶναι [p] καὶ συναμφοτέρου [q] ΑΒΓ

quippe hujuſmodi ſumptæ ſant. Igitur etiam ut EB ad ZH, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut præcedens OB ad ſequentem BE, ita ſe habere præcedentem, cum triplam utriuſque ſimul ABΔ, tum ſexcuplam ipſius ΓB, ad ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul ABE, tum quadruplam utriuſque ſimul ΓBΔ: et rurſus ut ſequens EB ad aliam quamdam ZH, ita ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul ABE, tum quadruplam utriuſque ſimul ΓBΔ, ad quamdam aliam; hoc eſt ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB; ideo æqua eademque ordinata proportione, ut OB ad ZH, ita ſe habet recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. At vero recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB, eamdem habet rationem quam quinque ad duo. Nam tripla quidem utriuſque ſimul ABΔ, duplæ utriuſque ſimul ABΔ ſeſquialtera eſt; ſexcupla vero ΓB ejuſdem quadruplæ eſt ſeſquialtera. Et quoniam præcedentes ad ſequentes, utpote quæ ſeſquialteræ ſunt, eam rationem habent, quam tria ad duo. Ideo habent eam, quam quadraginta quinque ad triginta. Uterque enim numerus utriuſque quincuplex eſt et decuplus. Sunt autem tres quintæ partes numeri triginta, decem octo. Igitur quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem habent, quam recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Quæ quidem ratio eadem eſt quæ ipſius OB ad ZH. Habent autem quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem, quam quinque ad duo. Uterque enim numerus quinque et duo nona eſt utriuſque numeri pars. Habet igitur etiam OB ad ZH eamdem rationem, quam quinque ad duo. Quoniam igitur demonſtratum eſt, cum OA ad HΘ, tum OB ad ZH eamdem rationem habere quam quinque ad duo; ideo tota ZΘ idem eſt ac duæ quintæ partes totius AB.

PROP. X. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti a rectanguli coni ſectione ablati centrum gravitatis eſt in recta linea, quæ ſegmenti diameter eſt, ſecta in æquales quinque partes; ita poſitam in quinque harum partium media, ut quæ altera ejus particula proprior minori ſegmenti baſi eſt, hæc ad particulam alteram eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a dimidia majoris baſis ſegmenti deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ baſis minoris, tum majori baſi; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a dimidia minoris baſis ſegmenti, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ majoris baſis, tum baſi minori.

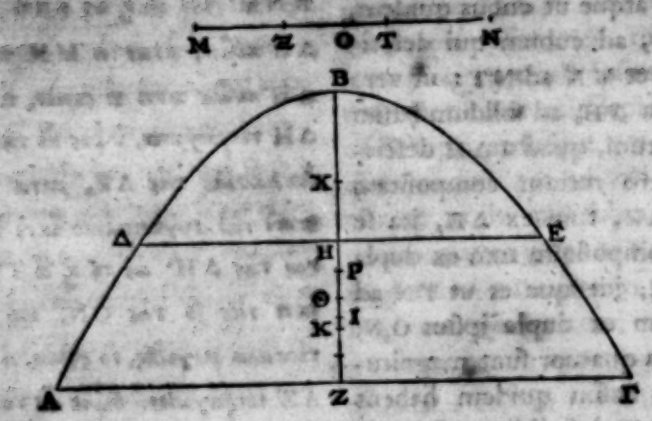
ZH. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ EB πρὸς ZH, οὕτως τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν β συναμφοτέρων τῶν ABE, καὶ τῶν δ' συναμφοτέρων τῶν ΓBΔ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῶν συγκειμένων ἐκ τῶν β συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ δ' τῶν ΓB. Ἔστι δὲ ὡς ἡ OB πρὸς ZH, οὕτως τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν γ' συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ ς' τῶν ΓB, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῶν συγκειμένων ἐκ τῶν β συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ δ' τῶν ΓB. Ἡ δὲ συγκειμένη ἐκ τῶν γ' συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ ς' τῶν ΓB, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῶν συγκειμένων ἐκ τῶν β συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ δ' τῶν ΓB, λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἡ μὲν γὰρ πενταπλασία συναμφοτέρων τῶν ABΔ, τῶν δεκαπλασίας συναμφοτέρων τῶν ABΔ ἡμιόλιά ἐστι· ἡ δὲ ἑξαπλασία τῶν ΓB τῶν τετραπλασίας τῶν ΓB ἡμιόλιος ἐστί. Ἔστιν δὲ καὶ τὰ ἡγούμενα τῶν ἑπομένων ἡμιόλια, καὶ λόγον ἔχει πρὸς αὐτά, ὃν τρία πρὸς δύο. Ἔχει ἄρα καὶ ὃν τεσσαράκοντα πέντε πρὸς τριάκοντα. Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου ἐστὶ πέντε καὶ δεκαπλάσιον. Καί ἐστι τὰ τρία πέμπτα τῶν τριάκοντα δεκαοκτώ. Ἔχει ἄρα τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον, ὃν ὁ συγκείμενος ἔκτε τῶν γ' συναμφοτέρων τῶν ABΔ, καὶ ς' τῶν ΓB, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῶν συγκειμένων ἔκτε τῶν β συναμφοτέρων τῶν ABΔ καὶ δ' τῶν ΓB. Οἷος καὶ ὁ λόγος ἐστὶ τῶν OB πρὸς ZH. Ἀλλὰ τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Τὰ γὰρ πέντε καὶ τὰ δύο ἀμφοτέρων εἰσὶν ἑνιαῖα. Ὡστε καὶ ἡ OB πρὸς ZH λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ἡ μὲν OA πρὸς HΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἡ δὲ OB πρὸς ZH τὸν αὐτὸν λόγον, δύο πεμπημοιρειά ἐστιν ὅλη ἡ ZΘ ὅλης τῆς AB.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Παντὸς τμήματος ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἀφαιρεμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἐστίν, ἃ διάμετρός ἐστι τοῦ τμήματος· τὸν δὲ τρόπον κείμενον, διαιρεθείσας τὰς διαμέτρους εἰς ἴσα πέντε, ἐπὶ μέσης πεμπημορίου· ὥς τε τὸ τμῆμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τῆς ἐλάσσονος βάσεως τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τὸ αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεως τῆς μείζονος τῶν βάσεων τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τὸν ἴσον συναμφοτέρᾳ, τῇ τε διπλασίᾳ τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων, καὶ τῇ μείζονι, τουτέστι τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεως τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τὸν ἴσον ἀμφοτέραις, τῇ τε διπλασίᾳ τῆς μείζονος, καὶ τῇ ἐλάσσονι αὐτῶν.

[r] τὰ τρία πέμπτα τῆς ZH. [s] ΔEΓ [t] ὡς ἡ EB πρὸς ZH [u] καὶ ς' [w] καὶ δ' τῆς ΓB λόγον ἔχει

Ἔστω ἐν ὀρθογωνίῳ κώνου τομῇ διὰ ἀξόνων αἱ ΑΓ, ΔΕ. Διάμετρος δὲ ἔστω τῆς ΑΒΓ τμήματος ἡ ΒΖ. Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τῆς ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν ΑΓ, ΔΕ παράλληλοί εἰσι τῇ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῃ τῆς τομῆς. Καὶ τῆς ΗΖ ἀξονίας διῃρήσθω εἰς πέντε ἴσα, μέσον ἔστω πεμπταμόριον τὸ ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΙ πρὸς τὴν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸν ἴσων ἀμφοτέραις τριπλασίονα τῆς ΔΗ, καὶ τῇ ΑΖ, πρὸς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸν ἴσων ἀμφοτέραις, τῇ τῆς ΑΖ, καὶ τῇ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ Ι σημεῖον.



Sint in rectanguli coni ſectione duæ rectæ ΑΓ, ΔΕ. Ac ſegmenti ΑΒΓ diameter ſit ΒΖ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum eſſe ΗΖ; ipſaſque ΑΓ, ΔΕ rectas illi parallelas eſſe, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Itaque ſecta ΗΖ in æquales quinque partes, ſit quinque harum partium media ΘΚ. Ac ΘΙ ad ΙΚ eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ad ΑΖ deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ ipſius ΔΗ, tum ipſi ΑΖ; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ ipſius ΑΖ, tum ipſi ΔΗ. Oportet demonſtrare, ſegmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis eſſe punctum Ι.

Ἔστω δὴ τῇ μὲν ΖΒ ἴσα ἡ ΜΝ, τῇ δὲ ΗΒ ἴσα ἡ ΝΟ· καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν ΜΝ, ΝΟ μέσα ἀνάλογον ἡ ΝΞ· τετάρτη δ' ἀνάλογον ἡ ΤΝ. Καὶ ὡς ΤΜ πρὸς ΤΝ, ἕτως ἡ ΖΘ πρὸς τινα ἀπὸ τοῦ Ι, ἥτις ἂν ἔρχηται τὸ ἕτερον σημεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε κατὰ μεταξὺ τῶν Ζ, Η, εἴτε κατὰ μεταξὺ τῶν Η, Β, τὸν ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ κώνου τομῆς διάμετρός ἐστι τοῦ τμήματος ἡ ΖΒ, ἡ δὲ ΒΖ ἤτοι ἀρχή ἐστι τῆς τομῆς, ἢ παρὰ τὴν διάμετρον ἄκραι αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ εἰς αὐτὴν τεταγμένως εἰσὶ κατηγμέναι· ἐπειδὴ παράλληλοι εἰσὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Β τῆς τομῆς ἐφαπτομένῃ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΔΗ δυνάμει, ἕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΗ μήκει, τουτέστιν ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ. Ὡς δὲ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μήκει, ἕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς ΔΗ δυνάμει, ἕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΝΞ δυνάμει. Ὥστε καὶ μήκει ἐν αὐτῷ τῷ λόγῳ. Καὶ ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, ἕτως ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, ἕτως τὸ ΒΑΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, ἕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΝΤ. Ὡς τε καὶ διελόντι, ἔστιν ὡς ὁ ΑΔΓΕ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα, ἕτως ἡ ΜΤ πρὸς ΝΤ, τουτέστι τὰ γ' ε' τῆς ΗΖ πρὸς ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ

Itaque ſit ipſi quidem ΖΒ æqualis ΜΝ, ipſi vero ΕΒ æqualis ΝΟ: ſumaturque media inter ΜΝ, ΝΟ proportionalis ΝΞ; et ab his quarta ΤΝ. Tum fiat, ut ΤΜ ad ΤΝ, ita ΖΘ ad rectam aliquam ΙΡ a puncto Ι ductam; ubicunque ceciderit alterum ejus punctum: nihil enim refert, utrum inter puncta Ζ, Η, an vero inter Η, Β cadat. Et quoniam rectanguli coni ſectionis diameter eſt ΖΒ, hæc ſive primaria ſectionis diameter eſt, ſive illi ducta eſt parallela: atque huic ordinatæ applicatæ ſunt ΑΖ, ΔΗ; quoniam rectæ illi parallelæ ſunt, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Quod ſi ita eſt, ut ΑΖ ad ΔΗ poteſtate, ita ſe habet longitudine ΖΒ ad ΒΗ, hoc eſt ΜΝ ad ΝΟ. Ut autem ΜΝ ad ΝΟ longitudine, ita ſe habet poteſtate ΜΝ ad ΝΞ. Ut igitur poteſtate ΑΖ ad ΔΗ, ita etiam poteſtate ſe habet ΜΝ ad ΝΞ. Quare etiam longitudine eamdem inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ut cubus, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet cubus, qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΝΞ. Sed ut cubus quidem, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet ſegmentum ΒΑΓ ad ſegmentum ΔΒΕ; ut vero cubus qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum qui deſcribitur a ΝΞ, ita ſe habet ΜΝ ad ΝΤ. Igitur etiam dividendo, ut ſegmentum ΑΔΓΕ ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habet ΜΤ ad ΤΝ; hoc eſt tres quintæ partes ipſius ΗΖ ad ΙΡ. Et quoniam ſolidum baſin quidem habens quadratum, quod

[x] φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τῆς ΑΓ, ΔΕ παράλληλοι [y] καὶ τῆς ΕΖ [z] τῆς ΑΖ [a] τῆς ΖΗ [b] τοῦ ΑΔΓ [c] τὰ μὲν ΖΕ [d] ΝΘ [e] μέσα ex MS. [f] ἀνάλογον [g] ὅπερ [h] στερεὸν [i] ἡ ΒΖ ἤτοι ἀρχικὴ ἐστὶ [k] τεταγμένως ex MS. [l] ἐφαπτομένη [m] τουτέστιν ἡ ΜΝΧ πρὸς ΝΞ δυνάμει, καὶ ὡς [n] ἕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΗ μήκει τουτέστιν καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς ΔΗ δυνάμει· ἕτως ἡ ΜΝ πρὸς δυνάμει, ὥς τι καὶ ΜΑΚΝ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος. [o] πρὸς τὸ ΔΒ τμῆμα

ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad cubum qui describitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipsius ΔH, una cum AZ, ad ZA; ideoque et quam dupla ipsius NΞ, una cum NM ad NM: atque ut cubus quidem, qui ab AZ describitur, ad cubum qui describitur a ΔH, ita se habet MN ad NT: ut vero cubus, qui describitur a ΔH, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habet ΔH ad rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH; ideoque et ut TN ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex TN. Propterea quatuor sunt magnitudines, nempe solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam, compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ; et cubus qui describitur ab AZ; et cubus, qui describitur a ΔH; et solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH. Quæ quidem quatuor magnitudines quatuor magnitudinibus binæ binis proportionales sunt; nempe rectæ compositæ tum ex dupla ipsius NΞ, tum ex NM; deinde ipsi MN; postea ipsi NT; denique rectæ compositæ tum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Igitur, ex æqua proportione, ut solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔH, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius NΞ, tum ex NM, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Ut autem solidum, quod diximus, ad id, quod diximus, solidum, ita se habet ΘI ad IK. Igitur etiam ut ΘI ad IK, ita se habet recta composita ad rectam compositam. Quare etiam componendo, sumendoque antecedentium quincupla. Ut igitur ZH ad IK, ita se habet tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque NΞ, NO, ad duplam ipsius ON, et amplius NT. Ut autem ZH ad ZK, duas quintas ejusdem partes, ita se habet tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque ΞNO, ad duplam utriusque MNT, et quadruplam utriusque ΞNO. Igitur ut ZH ad ZI, ita se habebit tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius MN, tum ex quadrupla ipsius NΞ, tum ex sexcupla ipsius ON,

τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸν συγκειμένην ἐκ τῆς β' τῆς ΔH, καὶ τῆς AZ, πρὸς τὸν ἀπὸ AZ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἡ β' τῆς ΔH, μετὰ τῆς AZ πρὸς ZA· ὡς δὲ καὶ ὃν ἡ β' τῆς NΞ, μετὰ τῆς NM, πρὸς NM· ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως ἡ MN πρὸς NT· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος πρὸς τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τε τῆς διπλασίας τῆς AZ, μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ ΔH πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς διπλασίας τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH· ὡς τε καὶ ἡ TN πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β' τῆς ON, καὶ τῆς TN. Γέγονεν ἄρα τέσσαρα μεγέθη, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς διπλῆς τῆς ΔH, καὶ [p] τῆς AZ, καὶ ὁ ἀπὸ AZ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος, καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς διπλῆς τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH. Τέταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο λαμβανομένοις, τῷ τε συγκειμένῳ ἔκτε τῆς β' τῆς NΞ, καὶ τῆς NM, [r] καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τῆς MN, καὶ ἄλλῳ ἑξῆς τῷ NT, καὶ τελευταίῳ τῷ συγκειμένῳ, ἔκτε τῆς β' τῆς NO, καὶ τῆς NT. Δι' ἴσου ἄρα γέγονεν, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς β' τῆς ΔH, καὶ τῆς AZ, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, [s] ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς β' τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH, οὕτως ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς β' τῆς NΞ, καὶ τῆς MN, οὕτω τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς β' τῆς NO, καὶ τῆς NT. Ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν, οὕτω τὸ εἰρημένον στερεὸν, οὕτως ἡ ΘI πρὸς IK. Καί ἐστιν ἄρα ὡς ἡ ΘI πρὸς IK, [t] οὕτως ἡ συγκειμένη πρὸς τὴν συγκειμένην. [u] Ὡς τε καὶ συνθέντι, καὶ τῶν ἡγουμένων [v] τὰ πενταπλάσια. [w] Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ZH πρὸς IK, [x] οὕτως ἡ πενταπλῆ συναμφοτέρου τῆς MNT, καὶ ἑ συναμφοτέρου τῆς NΞ, NO, πρὸς τὴν β' τῆς ON, καὶ τὴν NT. Καὶ ὡς ἡ ZH πρὸς ZK, ἴσαν αὐτῇ δύο πέμπτα, οὕτως ἡ ε' συναμφοτέρου τῆς MNT, [y] καὶ δεκαπλῆ συναμφοτέρου τῆς ΞNO, πρὸς τὴν β' συναμφοτέρου τῆς MNT, καὶ δ' συναμφοτέρου τῆς ΞNO. Ἔσται ἄρα ὡς ZH πρὸς ZI, οὕτως ἡ ε' συναμφοτέρου τῆς MNT, καὶ ἑ συναμφοτέρου τῆς ΞNO πρὸς τὴν συγκειμένην, ἔκτε τῆς β' τῆς MN, καὶ δ' τῆς NΞ, καὶ ς' τῆς ON, καὶ γ' τῆς NT. Ἐπεὶ οὖν τέσ-

[p] τῆς AZ
[q] τῆς AZ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος.
[r] καὶ τῷ ἑτέρῳ
[s] ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆς β' τῆς NΞ
[t] οὕτως ex MS.
[u] τὰ ἑ
[v] οὕτως ἡ συναμφοτέρου
[x] καὶ ἑ.

σάρις ΔΘῆται ἐξῆς ἀνάλογόν ἐστιν αἱ ΜΝΞ, ΟΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εἰλημένη τις ἀ ΡΙ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΖΗ, τουτέστι τῆς ΜΟ· ὡς δὲ ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς β' τῆς ΝΜ, καὶ δ' τῆς ΝΞ, καὶ ς' τῆς ΝΟ, καὶ γ' τῆς ΝΤ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς ε' συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ, οὕτως ἑτέρα τις εἰλημένη ἡ ΙΖ πρὸς τὴν ΖΗ, τουτέστι πρὸς τὴν ΜΟ, ἔσται ἡ τοῦ πρίσματος ἀ ΡΖ δύο πέμπτα τῆς ΜΝ· τουτέστι τῆς ΖΒ. Ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τριάματος τὸ Ρ σημεῖον. Ἔστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τριάματος κέντρον βάρους τὸ Χ σημεῖον. Τοῦ ἄρα ΑΔΕΓ τόμεως ἔσται τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ἀπ' ἀρθείας τῆς ΧΡ, τὸν αὐτὸν ποιοῦσα πρὸς αὐτὰς λόγον ἔχουσας, ὃν ἔχει ὁ τομεὺς πρὸς τὸ λοιπὸν τριᾶμα. Ἔστω δὴ τὸ Ι σημεῖον. Ἐπεὶ γὰρ τῆς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἀ ΒΡ, τῆς δὲ ΗΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἀ ΒΧ· καὶ λοιπὴ ἄρα τῆς ΗΖ τρία πέμπτα ἐστὶν ἀ ΧΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΒΕ τριᾶμα, οὕτως ἀ ΜΤ πρὸς ΝΤ. Ὡς δὲ ἀ ΜΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα [y] τῆς ΗΖ, ἃ τίς ἐστιν ἀ ΧΡ πρὸς ΡΙ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΒΕ τριᾶμα, οὕτως ἀ ΧΡ [z] πρὸς ΡΙ. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τριάματος κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ρ σημεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρους τὸ Χ. Φανερὸν ὄν, ὅτι [b] καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τομέως τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ι σημεῖον.

tum ex tripla ipſius NT. Quoniam igitur quatuor ſunt rectæ lineæ continuo proportionales MNΞ, ONT, et ut NT quidem ad TM, ita ſe habet ſumpta quædam PI ad tres quintas partes ipſius ZH, hoc eſt MO; ut autem recta compoſita tum ex dupla ipſius NM, tum ex quadrupla ipſius NΞ, tum ſexcupla ipſius NO, tum tripla ipſius NT, ad rectam compoſitam tum ex quincupla utriuſque MNT, tum ex decupla utriuſque ΞNO, ita ſe habet ſumpta alia quædam IZ ad ZH, hoc eſt ad MO, ideo erit PZ ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, duæ quintæ partes ipſius MN, hoc eſt ZB. Quare ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſt punctum P. Sit modo ſegmenti ΔBE centrum gravitatis punctum X. Itaque ſegmenti AΔEΓ centrum gravitatis erit in recta linea ipſi XP in directo poſita, ad quam XP eamdem rationem habeat, quam ſegmentum AΔEΓ ad reliquum ſegmentum. Hoc autem eſt punctum I. Quoniam enim ipſius quidem ZB tres quintæ partes eſt BP, ipſius vero HB tres quintæ partes BX; ideo reliquæ etiam HZ tres quintæ partes eſt XP. Et quoniam ut ſegmentum quidem AΔEΓ ad ſegmentum ΔBE, ita ſe habet MT ad NT. Ut vero MT ad NT, ita ſe habent tres quintæ partes ipſius HZ, quæ ipſa eſt XP, ad PI; ideo etiam ut ſegmentum AΔEΓ, ad ſegmentum ΔBE, ita ſe habebit XP ad PI. Ac totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum P; ſegmenti vero ΔBE punctum X. Manifeſtum igitur eſt, ſegmenti etiam AΔEΓ centrum gravitatis eſſe punctum I.

EUTOCIUS.

Φανερὸν δὴ, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμεως διάμετρός ἐστιν ἀ ΖΗ. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἡ ΖΒ διάμετρος τοῦ τριάματος, καὶ αἱ ΑΓ, ΔΕ ἄρα κατὰ τὰ Ζ, Η, παράλληλοί εἰσι τῇ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῃ τῆς τομῆς. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἐμοίως αὐταῖς ἀγόμεναι παράλληλοι, εἴτε μεταξὺ αὐτῶν, εἴτε μεταξὺ τῆς ΔΕ, καὶ τῆς Β καμφθείσης, δίχα τμηθήσονται [c] ὑπὸ τῆς ΒΖ. Καὶ διὰ τοῦτο φασὶ, διάμετρον εἶναι τῆς τόμου τὴν ΖΗ. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΑΒΓ τριᾶμα πρὸς τὸ ΔΒΕ τριᾶμα. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὑπ' αὐτοῦ, ὅτι τὸ ΑΒΓ τριᾶμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶν ἐπίτριτον, καὶ τὸ ΔΕΒ τριᾶμα τοῦ ΔΕΒ τριγώνου, ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΓ τριᾶμα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΔΕΒ τριᾶμα πρὸς τὸ [d] ΔΕΒ τρίγωνον. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ τριᾶμα πρὸς τὸ τριᾶμα, τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον. Ὥστε καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῶν, ὡς τὸ ΑΒΓ τριᾶμα πρὸς τὸ ΔΕΒ τριᾶμα, οὕτως

Manifeſtum utique eſt, ſegmenti etiam AΔEΓ diametrum eſſe, ZH. Quoniam enim ponitur, ZB ſegmenti diametrum eſſe, ideo AΓ, ΔE rectæ ab eadem in duas æquas partes in punctis Z, H parallelæ ſunt rectæ, quæ in puncto B ſectionem contingit. Conſtat autem et rectas omnes, quæ ductæ pariter fuerint, ſive ducantur inter ipſas, ſive inter ΔE, et verticem B, a BZ in duas æquas partes ſectum iri. Propterea dicit, ZH ſegmenti diametrum eſſe. Sed et cubus quidem, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH, ita ſe habet ſegmentum ABΓ ad ſegmentum ΔBE. Quoniam enim demonſtratum ab ipſo eſt, ſegmentum ABΓ ſeſquialterum eſſe trianguli ABΓ; et ſegmentum ΔEB ſeſquitertium trianguli ΔEB; ideo ut ſegmentum ABΓ ad triangulum ABΓ, ita ſe habet ſegmentum ΔEB ad triangulum ΔEB. Et permutando, ut ſegmentum ad ſegmentum, ita triangulum ad triangulum. Quare etiam ut ſegmentum ABΓ ad ſegmentum ΔEB, ita, quæ triangulorum dimidia ſunt triangulum AZB ad triangu-

[y] τῆς ΝΘ [z] τῆς ΝΖ [a] τοῦτ' ἔστι τοῦ βάρους τὸ Ρ [b] καὶ τοῦ ΑΒΕΓ τομέως [c] ὑπὸ τῆς ΕΘΗ [d] ΑΕΒ

lum ΔHB. Itaque ſi deſcribantur parallelogramma triangulorum dupla, æquiangula invicem erunt; quod ΔH, AZ parallelæ ſint: et rationem habebunt, quæ ex laterum ratione componitur; hoc eſt ipſius AZ ad ΔH, et ipſius BZ ad BH. Eadem autem ratio eſt triangulorum atque ſegmentorum. Igitur ſegmentum ad ſegmentum rationem habet, quæ ex ratione componitur cum ipſius AZ ad ΔH, tum ipſius ZB ad BH. Ratio autem ipſius ZB ad BH eadem eſt quæ quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH. Igitur ratio ſegmenti ad ſegmentum componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH, tum ipſius AZ ad ΔH. At vero cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH, ex iiſdem rationibus componitur, ut in Scholiis ad librum de ſphæra et cylindro demonſtratum eſt. Igitur ut ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habet cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH. Et quoniam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ, ad cubum, qui deſcribitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipſius ΔH, una cum AZ ad ZA. Cum enim conſtituantur ſuper iiſdem baſibus, ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad AZ, ita ſe habet ΞN ad NM. Et ut dupla ipſius ΔH ad AZ, ita dupla ipſius ΞN ad NM. Et componendo, ut dupla ipſius NΞ, una cum NM, ad NM, ita dupla ipſius ΔH, una cum AZ, ad AZ. Demonſtratum autem eſt, ut cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔE, ita ſe habere cubum, qui a MN deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a NΞ, et MN ad NT: nam MN, NΞ, NO, NT quatuor ſunt rectæ invicem proportionales. Et ut prima ad quartam, ita ſe habet ſolidum, quod a prima ad ſolidum, quod a ſecunda ſimile ſimilique modo deſcribitur. Ut vero cubus, qui deſcribitur a ΔH, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH, ita ſe habet ΔH, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Rurſus enim ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita ſe habet TN ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ON, tum ex NT. Ut enim AZ ad ΔH, ita ſe habet MN ad NΞ, et ON ad NT: et invertendo, ut ΔH ad AZ, ita TN ad NO: et ut ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita TN ad duplam ipſius NO, una cum TN. Propterea quatuor ſunt magnitudines deinceps poſitæ: quarum prima ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ; ſecunda, cubus, qui deſcribitur ab AZ; tertia, cubus, qui deſcribitur a ΔH; quarta ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Sunt autem et aliæ quædam rectæ hiſce magnitudinibus binæ binis proportionales: atque harum prima recta compo-

τὸ AZB τρίγωνον πρὸς τὸ ΔHB τρίγωνον. Ὡσι δὲ ἴσα ἀναγεγράφθαι τὰ παραλληλογράμματα διπλάσια τῶν τριγώνων, ἴσαι ἐσονται, καὶ τὰ παραλλήλους εἶναι· αἱ ΔH, AZ· ὥστε καὶ λόγον ἔξει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τῆς BZ πρὸς BH. Ὁ αὐτὸς * δὲ λόγος ἐστὶ τῶν τριγώνων καὶ τῶν τμημάτων. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τῶν τῆς ZB πρὸς BH. † Ὁ δὲ τῆς ZB πρὸς BH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, καὶ τῆς AZ πρὸς ΔH. Σύγκειται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ AZ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν, ὡς δέδεικται ἐν τοῖς Σχολίοις τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον. Καὶ ἐπεὶ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τῆς β̄ τῆς ΔH, καὶ τῆς AZ, πρὸς τὸν ἀπὸ AZ κύβον, λόγον ἔχει ὃν, ἡ β̄ τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ πρὸς ZA. Ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεών ἐστα, πρὸς ἄλληλά ἐσιν, ὡς τὰ ὕψη. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ ΞN πρὸς NM. Καὶ ὡς ἡ β̄ τῆς ΔH πρὸς AZ, ἡ β̄ τῆς ΞN πρὸς NM. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ β̄ τῆς NΞ [f] μετὰ τῆς NM πρὸς NM, ἡ β̄ τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ πρὸς AZ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔE κύβον, [g] οὕτως ἦν ἀπὸ MN κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ NΞ κύβον, καὶ ἡ MN πρὸς NT· αἱ δὲ MN, NΞ, NO, NT τέσσαρές εἰσιν ἀνάλογον. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης [h] στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν εὐθεῖαν ἔκ τε τῆς β̄ τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH, [i] οὕτως ἀ ΔH ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β̄ τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH. Πάλιν γὰρ πρὸς ἄλληλά ἐσιν ὡς τὰ ὕψη. Ὡς δὲ ἡ ΔH πρὸς τὴν β̄ τῆς AZ, μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ TN πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β̄ τῆς ON, καὶ τῆς TN. Ἔστι δὲ ὡς ἡ AZ πρὸς ΔH, ἡ MN πρὸς NΞ, καὶ ἡ ON πρὸς NT· καὶ ἀναπαλιν, ὡς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ TN πρὸς NO· καὶ ὡς ἡ ΔH πρὸς τὴν β̄ † AZ, μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ TN πρὸς τὴν β̄ † NO, μετὰ † TN. Γέγονεν ἦν τέσσαρα μεγέθη ἑξῆς ἀλλήλων εἱμένα· πρῶτον, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἐκ † β̄ † ΔH, καὶ † AZ· [k] δεύτερον ὁ ἀπὸ τῆς AZ κύβος· καὶ τρίτον, ὁ ἀπὸ τῆς ΔH κύβος· καὶ τέταρτον, τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ † ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε † β̄ τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH. Καὶ ἄλλαι τινὲς εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ σὺν δύο λαμβανόμεναι,

[e] ΔH [f] μετὰ τῆς NM· ἡ β̄ τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ ἐδείχθη. [g] ὕτως ὁ ἀπὸ AN [h] στερεὸν· ὡς δὲ [i] οὕτως ἀ ΔH, hæc et ſequentia uſque ad πάλιν deſunt. [k] καὶ δεύτερον

* Forte δὲ † Forte ὁ δὲ

ἡ τι συγκειμένου ἐκ τῆς β′ τῶν ΝΞ, καὶ μίσου ἡ ΜΝ, καὶ λοιπέα ἡ ΜΝ, καὶ τρίτου ἡ ΝΤ, ἢ τετάρτου ἡ συγκειμένου ἐκ τῆ β′ τῶν ΟΝ, ἢ τῆς ΝΤ. Δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς διπλῆς τῆ ΔΗ, ἢ τῶν ΑΖ μίσου, πρὸς τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν ε′ τῶν ΑΖ, ἢ μίσης τῆ ΔΗ, [m] οὕτως συγκείμενον ἐκ τῶν β′ τῶν ΞΝ, ἢ μίσης τῶν ΜΝ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ τῆ ΝΟ, ἢ μίσης τῶν ΝΤ. Ἀλλ' ὡς τὰ εἰρημένα στερεὰ πρὸς ἄλληλα, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν β′ τῶν ΞΝ, ἢ μίσης τῶν ΜΝ, πρὸς τὸν β′ τῶν ΟΝ, καὶ μίσης τῶν ΝΤ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ συναμφοτέρων τῶν ΜΝΤ, καὶ τῆ β′ συναμφοτέρου τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ τῶν ΟΝ, ἢ μίσης τῶν ΝΤ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ι′, ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΚΙ, οὕτως [n] ἡ ι′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρου τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν β′ τῶν ΝΟ, ἢ μίσης τῶν ΝΤ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΗ, ΖΚ [o] δύο πέμπτα· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΗΘ, ΖΚ δύο πεμπτημορίων ἐστὶ τῶν ΗΖ, ἐπειδὴ τὸ μέσον πεμπτημόριον ἡ ΘΚ ὑπολείπει· οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν ε′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρου τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὸν β′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῶν ΞΝΟ. Καὶ γὰρ τὰ β′ τῶν ε′, καὶ τὰ δ′ τῶν ι′ δύο πεμπτημόρια ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ ι′ τῶν ΜΝΤ, καὶ ι′ τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὸν β′ τῶν ΝΟ, καὶ μίσην τὸν ΝΤ· πάλιν δὴ ἐδείχθη, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΖΚ, ἡ ι′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ ι′ τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὸν β′ τῶν ΜΝΤ, καὶ δ′ τῶν ΞΝΟ· ἔστιν ὡς ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΖΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη [p] ἐκ τῶν ι′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρου τῶν ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην [q] ἐκ τῶν β′ τῶν ΟΝ, καὶ μίσης τῶν ΝΤ, καὶ τῶν β′ συναμφοτέρου τῶν ΜΝΤ, καὶ δ′ τῶν ΞΝΟ· ἡ ἔστιν ἴσον τῇ συγκειμένῃ ἐκ τῶν β′ τῶν ΜΝ, καὶ δ′ τῶν ΝΞ, καὶ ς′ τῶν ΝΟ, καὶ γ′ τῶν ΝΤ· οὕτως γὰρ εὑρέθησαι καὶ ἀνωτέρω. Ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν [r] αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εὑρέθη καὶ ἡ ΡΙ πρὸς τὴν ΖΘ, τουτέστι πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ, τουτέστι τῆς [s] ΜΟ, καὶ δεδειγμένα ἐστὶν αἱ ἐν τῷ ῥητῷ ἀναλογίαι· ἔσται διὰ τὸ πρειρημένον ἡ ΡΖ δύο πέμπτα τῆς ΜΝ, τουτέστι τῆς ΖΒ. Τρία ἄρα πέμπτα ἐστὶν ἡ ΒΡ τῆς ΒΖ. Ἡ ΒΡ ἄρα πρὸς ΡΖ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ, τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Ρ σημεῖον. Ἐὰν δὲ λάβωμεν τὸ τοῦ [t] ΔΒΕ τριγώνου, τὸ Χ, [u] τρία πέμπτα ἔσται ἡ ΒΧ τῆς ΒΗ. Γέγονεν οὖν ὡς ὅλη ἡ ΖΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΡ, οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἡ ΒΗ πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν τὴν ΒΧ. Ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν πρὸς ἑκατέραν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΗ πρὸς λοιπὴν [w] τὴν ΧΡ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται, ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς

fita cum ex dupla ipſius ΝΞ, tum ex ΜΝ; ſecunda, ΜΝ; tertia, ΝΤ; quarta, recta compoſita cum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Igitur, æqua proportione, ut ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab ΑΖ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΔΗ, tum ex ΑΖ, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΑΖ, tum ex ΔΗ, ita ſe habuerit recta compoſita cum ex dupla ipſius ΞΝ, tum ex ΜΝ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Demonſtratum autem eſt, ut ea quæ diximus, ſolida inter ſe invicem, ita ſe habere ΘΙ ad ΙΚ. Igitur etiam ut ΘΙ ad ΙΚ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla ipſius ΝΞ, tum ex ΜΝ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Et componendo, ut ΘΚ ad ΚΙ, ita recta compoſita cum ex utraque ſimul ΜΝΤ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Et ſumptis præcedentium quincuplicibus, ut ΗΖ ad ΚΙ, ita recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Ut igitur ΖΗ ad ΖΚ, duas quintas ejuſdem partes; utraque enim ΗΘ, ΖΚ idem eſt ac duæ quintæ partes ipſius ΗΖ, quando media ΘΚ quinta pars eſt, ut ponitur; ita ſe habet recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΞΝΟ. Numerorum enim quinque, et decem duæ quintæ partes ſunt duo, et quatuor. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut ΖΗ ad ΙΚ, ita ſe habere quincuplicem utriuſque ſimul ΜΝΤ, et decuplam utriuſque ſimul ΞΝΟ ad duplam ipſius ΝΟ, et ad ΝΤ: rurſuſque ut ΖΗ ad ΖΚ, ita quincuplicem utriuſque ſimul ΜΝΤ, et decuplam utriuſque ſimul ΞΝΟ ad duplam utriuſque ſimul ΜΝΤ, et quadruplam utriuſque ſimul ΞΝΟ; ideo ut præcedens ad bina ſequentia, ita ſe habet præcedens ad bina ſequentia; nempe ut ΖΗ ad ΖΙ, ita recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΞΝΟ: quæ quidem æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex duplo ipſius ΜΝ, tum ex quadrupla ipſius ΝΞ, tum ex ſexcupla ipſius ΝΟ, tum ex tripla ipſius ΝΤ; utpote quæ etiam ſupra hujuſmodi ſumpta eſt. Quoniam igitur quatuor ſunt rectæ lineæ deinceps proportionales ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ; et ut ΝΤ ad ΤΜ ita ſe habet ſumpta quædam ΡΙ ad ΖΘ, hoc eſt ad tres quintas partes ipſius ΗΖ, id eſt ΜΟ; atque huic proportioni ea accedit, quam modo attulimus; ideo ΡΖ propter ea, quæ ſupra diximus, idem erit ac duæ quintæ partes ipſius ΜΝ, hoc eſt ΖΒ. Itaque ΒΡ idem eſt ac tres duæ quintæ partes ipſius ΒΖ. Ideoque ΒΡ ad ΡΖ eamdem rationem habet, quam quinque ad duo. Quare ſegmenti ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ρ. Si itaque ſumatur centrum gravitatis ſegmenti ΔΒΕ, nempe punctum Χ; idem erit ΒΧ ac tres quintæ partes ipſius ΒΗ. Ut igitur tota ΖΒ ad totam ΒΡ, ita ſe habuerit ablata illius pars ΒΗ ad ablatam hujus partem ΒΧ. Utraque enim ad utramque eamdem rationem habet, quam quinque ad tria. Igitur reliqua etiam ΖΗ ad reliquam ΧΡ eamdem habet rationem, quam quinque ad tria. Et quoniam ponitur, ut ſegmentum quidem ΑΔΕΓ ad

[l] ἔξεις δὲ [m] οὕτως ἡ συγκειμένη [n] ἡ Η [o] διόπιμπτα [p] In MS. hiatus eſt uſque ad literam ϙ.
[r] αἱ ΜΝ, ΖΟΝΤ [s] ΜΘ [t] ΑΒΕ [u] τριάπιμπτα [w] τὴν ΧΕΡ λόγον ἔξει

segmentum ΔBE, ita se habere MT ad NT; ut vero MT ad TN, ita tres quintas partes ipsius HZ, hoc est ZΘ, vel XP, ad PI; ideo etiam ut segmentum ad segmentum, ita se habebit XP ad PI. At vero reciprocantur: et totius segmenti centrum gravitatis est punctum P. Centum igitur gravitatis segmenti AΔEΓ est punctum I.

πρὸς τὸ ΔBE τμῆμα, οὕτως ἡ MT πρὸς NT· ὡς δὲ ἡ MT πρὸς TN, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τῆς HZ, τουτέστιν ἡ ZΘ, οὕτως ἡ XP, πρὸς PI· ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, ἡ XP πρὸς PI. Καὶ ἀντιπεπόνθασιν[x] καὶ ἐστὶ τὸ P κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος. Τῶν ἄρα τέσσαρα κέντρων ἐστὶ τὸ I.

[x] ὅπερ τὸ P

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ

ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΑ ΔΥΟ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA

ET CYLINDRO

LIBRI DUO,

CUM

COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ

ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA ET CYLINDRO

LIBER PRIMUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τριπλάσιόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον. Νῦν δὲ τινῶν περισσοτέρων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἃ ἐστι τοιάδε. Πρῶτον μέν, ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. Δεύτερον δέ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς καρυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, οὗ ἐστι βάσις τὸ τμῆμα. Πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιόλια. Ταῦτα μὲν τῇ φύσει ὑπῆρχεν, περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα· ἃ μέντοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem, quæ ipſi meditando aſſecuti ſumus, hæc ſuis firmata demonſtrationibus ad te miſimus; cujuſmodi eſt illud, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Nunc vero elaboravimus demonſtrationes quorumdam, quæ occurrerunt, theorematum, quæ ſunt hujuſmodi. Primum quidem ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Alterum vero, cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Ad hæc, cujuſlibet ſphæræ cylindrum, qui baſim quidem æqualem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, altitudinem vero ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram. Hæc quidem natura iis, quas diximus, figuris prius inerant, nec tamen ab iis

detecta ſunt, qui ante nos geometriam excoluerunt; ut quivis facile intelliget, qui quæ nos circa haſce figuras contemplanda proponimus cum ipſis demonſtrationibus contulerit. Idem de pluribus accidit, quæ Eudoxus circa ſolida contemplatus eſt, quæque recepta ſunt; cujuſmodi eſt illud, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem: itemque illud, quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem. Hæc enim cum hiſce figuris natura prius ineſſent, etſi plures ante Eudoxum extiterunt haud contemnendi Geometræ, tamen contigit ab omnibus ignorari, nec a quopiam detegi. Licebit autem iis, quibus datum erit, hæc ipſa diſpicere. Oportebat ſane, Conone adhuc ſuperſtite, hæc in lucem edere. Hunc enim potiſſimum arbitramur talia cognoſcere potuiſſe, aptamque de his ſententiam pronuntiare. Optimum vero fore rati, ſi ea aliis quoque matheſeos ſtudioſis impertiremur, mittimus tibi ſuis firmata demonſtrationibus, quas licebit iis, qui in matheſi verſantur, diſpicere. Vale.

Scribuntur primo tam pronuntiata, quam quæ ſumpta ſunt ad ea demonſtranda.

PRONUNTIATA.

1. Sunt quædam in plano curvæ lineæ terminatæ, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras.

2. Ad eaſdem vero partes cavam voco ejuſmodi lineam, in qua ſumptis utcunque duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla.

3. Pariter et quædam ſunt ſuperficies terminatæ, quæ quidem ipſæ non ſunt in plano, ſed in plano terminos habent; eæque vel totæ ſunt ad eaſdem partes plani, in quo terminos habent, vel nihil habent ad partes alteras.

4. Ad eaſdem vero partes cavas voco ejuſmodi ſuperficies, in quibus ſumptis duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem ſuperficiei partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſas, ad alteras autem partes nulla.

5. Sectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur.

ἀνασκευασμένων τεθεωρημένα· καὶ νοήσειν ὡς ἂν ἑαυτῶν τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν ἀντιπαραβάλῃ αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. Ὥσπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων εἶναι, ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τὴν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὴν μὲν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ γὰρ προυπαρχόντων φυσικῶς τοῖς ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου Γεωμετρῶν, συνίδοιεν ἂν τὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι, μηδ' ὑφ' ἑνὸς καταναοηθῆναι. Ἐξέσται δὲ περὶ τούτων φιλοσοφεῖσθαι τοῖς δυνησομένοις. Ὤφελε μὲν οὖν, Κόνωνος ζῶντος, ἐκδιδόσθαι ταῦτα. Τοῦτον γὰρ ὑπολαμβάνομεν πρὸ μάλιστα δύνασθαι καταυοῆσαι ταῦτα, καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀποφαίνειν ψῆφον. Δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς ἄλλοις εἰκότως τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις, φιλοσοφεῖσθαι. Ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον [a] τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἶσι τίνες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἱ τ' τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμὴν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁπωσοῦν, αἱ μεταξὺ τ' σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα οὐδέτερα.

γ'. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αὗται μὲν αἱ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας· ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινὲς δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα οὐδέτερα.

ε'. [c] Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ὅταν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

[a] τότε ἀξίωμα [b] κοινὰς [c] τὸ μέ - - - - - ἐπεὶ δ' ἂν [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας in MS. desunt.

ς'. Ῥόμβον δὲ παλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τὰ ἐπίπεδα τῆς βάσεως, οὕτως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τῶν κώνων συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

6. Rhombum vero ſolidum voco, quando duo coni eamdem baſim habentes vertices habuerint ad utramque partem plani, in quo eſt baſis, ita ut eorum axes in directo jaceant, ſolidam figuram, quæ ex utriſque conis componitur.

Sumo autem hæc.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ ὦσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδάν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἢτοι ὅλη περιλαμβάνηται, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἤ τινα μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδάν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἤ τινα μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἐπὶ δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν, καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ ὃ συντιθέμενον ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

SUMPTA.

1. Linearum, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe.

2. Aliarum vero linearum, ſi in plano ſint, eoſdemque terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a recta, quæ eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cœtera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

3. Pariter et ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, quæ plana eſt, eam minorem eſſe.

4. Aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

5. Amplius vero inæqualium linearum, et inæqualium ſuperficierum, et inæqualium ſolidorum majus excedere minus eo, quod ſibimet ipſi aliquoties additum excedere poſſit quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

EUTOCIUS.

Εἰς τὰ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδους βιβλία τῶν παρ' ἡμῶν ἀξίαν [f] σύρων συντάξει κατειληφότων· καὶ καταγνόντος μὲν δι' εὐμάρειαν τῶν θεωρημάτων τοῦτο παραπλῆσαι, ἐπιτάσεως δὲ ἀκριβοῦς, ὡς ἔστι, καὶ συντόνου δεῖσθαι φαντασίας· ἐφεχθεὶς κατ' ἐμὲ δυνάμει σαφοῦς ἐκπόδων τὰ ἐν αὐτοῖς δυσθεώρητα, παρεχθεὶς μᾶλλον εἰς τοῦτο [g] τῷ μηδένα πω καθῆσθαι εἰς ταὐτὸν ἢ ὑπόθεσιν, ἣ δὰ τὴν δυσκολίαν ἐκπόνας, καὶ ἅμα τὸ Σωκρατικὸν λογισάμενος, [h] ὡς τῷ Θεῷ συλλαμβάνοντος, πάνυ εἰκὸς καὶ ἐπὶ τέλους ἡμᾶς τῆς σπουδῆς ἰδεῖν. Ἔκδοσιν δέ, διανοηθείς, ὡς εἴ τι καὶ παρὰ μέλος δὰ πίστιν φθέγξομαι,

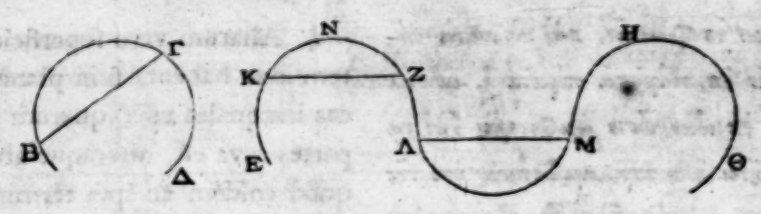
Cum comperiſſem neminem eorum, qui ante nos fuerunt, quidquam in Archimedis libros de ſphæra, et cylindro pro rei dignitate ſcripſiſſe; mecumque reputarem, non id ea de cauſſa factum, quod theoremata facilia eſſent, cum exquiſitam mentis intelligentiam, ut noſti, et imaginandi præſtantiam requirant; aggreſſus ſum, quæ ſubobſcura in iis ſunt, pro virili explanare, hoc ipſo, quod alius nemo huc acceſſerit, potius impulſus, quam difficultate retardatus, ſimul illud Socraticum reputans, Deo juvante, omnino conſentaneum videri, ut operæ finem aſſequamur. Hoc autem opus ad te potiſſimum inſtitui, Ammonie Philoſophorum optime; ſperans

[f] εἴρων [g] τῷ μηδένα πω καθῆσθαι [h] ὥσπερ

fore, ut ſi quid ego per ætatem minus concinnum pronuntiavero, id tu pro tua cum in omni Philoſophia, tum præcipue in mathematicis diſciplinis peritia corrigas. Dignum vero te fuerit adnitenti mihi opem ferre. Et ſiquidem ſcriptum hoc inane videbitur, ne patiaris jam inde in aliorum manus venire. Sin vero a ſcopo non plane aberrare, quid tu de illo ſentias aperi; ut, ſi tuo judicio firmatum fuerit, coner aliud, quod ſe mihi offeret, Archimedis opus interpretari.

IN DEFINITIONES.

Poſteaquam ſignificavit quæ mox expoſiturus eſſet theoremata, Geometrarum omnium morem ſecutus nomina, quibus ipſe pro arbitrio uſus eſt, et cum poſitiones ipſas, tum poſitionum definitiones in ipſo ſtatim operis ſui initio explicat. Ac primo quidem eſſe dicit curvas quaſdam lineas in plano, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras. Quæ ſane verba manifeſta fuerint, ſi noverimus quas ipſe in plano curvas lineas vocet. Itaque noſſe oportet curvas lineas in plano ipſum vocare non circulares tantum, aut conicas, aut quæ ductu continuo deſcribuntur; ſed lineam quamlibet præter rectam, quæ in plano ſit. Porro lineam hanc, utcunque componatur, ſive ex rectis, ſive ex circularibus, et rectis, unam in plano curvam lineam vocat. Quoniam vero, ut ſupra diximus, curvas lineas non circulares tantum vocat, ſed eas quoque, quæ ex rectis componuntur, ex quibus illæ fiunt, quæ ad eaſdem partes cavæ ſunt; utique fieri poteſt, ut in cava quadam linea duo puncta utcunque ſumantur; ita ut quæ ea puncta recta conjungit, ad neutram lineæ partem cadat, ſed cum ipſam et linea conveniat. Quare cavam ad eaſdem partes vocare ſe dicit ejuſmodi lineam, in qua quæ duo quælibet puncta rectæ conjungunt, vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla. Eadem hæc licet etiam de ſuperficiebus intelligere.



Deinde ſectorem, rhombumque ſolidum ordine definit, perſpicue explicans quid cujuſque nomen ſignificet.

Poſtea quædam petit, quæ ipſi ad ea, quæ ſequuntur, demonſtranda maxime neceſſaria ſunt; quæque licet, ſenſu ipſo duce, unuſquiſque vera eſſe fateatur, tamen communium notionum ope facile per ea, quæ in Elementis tradita ſunt, demonſtrari poſſunt. Atque eorum, quæ petit, hoc primum eſt: linearum omnium, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe. Sit enim recta quædam in plano terminata AB, et alia quædam linea AΓB, quæ puncta A et B eoſdem terminos habeat. Itaque petit hoc ſibi dari, rectam AB minorem eſſe linea AΓB. Dico autem, quod maxime verum eſt, hoc ſibi dari petiiſſe. Sumatur enim pro arbitrio in linea AΓB punctum Γ; junganturque rectæ AΓ, ΓB. Manifeſtum igitur eſt ipſas AΓ, ΓB majores eſſe quam AB. Rurſus ſumantur pro arbitrio in lineis AΓB puncta

ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ.

Πρωτὸν τὰ [l] μέλλοντα ἐκτίθεσθαι ὑπ' αὐτοῦ διωρίσματα, [m] τῶν συνήθων πᾶσι γεωμέτραις ἐν τῇ ἐκθέσει [n] τοῖς τε ὀνόμασίν, οἷς αὐτὸς κατ' ἐξουσίαν ἐχρήσατο, καὶ τοῖς ὅροις τῶν ὑποθέσεων, καὶ αὐτὰς τὰς ὑποθέσεις πρῶ τ' ἀρχῆς τῆ συγγράμματος διασαφῆσαι βέλεται. Καὶ φησὶν πρῶτον εἶναι τινὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς, αἵ τινες τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν εὐθειῶν, ἃ πᾶσι δῆλα τὰ αὐτά ἐστι, ἢ ἐλάττω ἔχουσι δεῖ τὰ ἕτερα. Σαφὲς δ' ἂν εἴη τὸ λεγόμενον, εἰ γνωρίμους πως καλοῖ τὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς. Ἴσμεν γὰρ ὅτι καμπύλας γραμμὰς καλοῖ οὐχ ἁπλῶς τὰς κυκλικὰς, ἢ κωνικὰς, ἢ ἄλλας ἐχούσας τινὰ συσχέσεις, ἀλλὰ πᾶσαν [o] ἁπλῶς ἐν ἐπιπέδῳ γραμμὴν τὴν ἄνισα πῃ εὐθείαν, καμπύλην νομάζει. Μίαν δὲ γραμμὴν ἐν ἐπιπέδῳ πῃ ὀνομασῶν ωνακ[illegible]ομένην, ὅτι καὶ ἐξ εὐθειῶν συγκειται ὁπηοσοῦν ἐλαττόνων, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερῶν, καμπύλην νομάζει. Ἀλλ' ἐπειδὴ, ὡς καὶ ἀπωτέρω εἴρηται, καμπύλας γραμμὰς ἃ τὰς περιφερείας μόνον καλεῖ, ἀλλὰ καὶ τὰς ἐξ εὐθειῶν συγκειμένας, ἐκ δὴ τούτων ἴσως ἡ διδλογὴ τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων· ἐνδεχόμενον ἂν εἴη λαβεῖν δεῖ πινες δεῖ τὰ αὐτὰ κοίλης γραμμῆς δύο πχόντα σημεῖα, ὥστε τὴν ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ἐπὶ μηδέτερα μὲν μέρη πίπτειν τῆς γραμμῆς, ἐπ' αὐτὴν δὲ ἐφαρμόζειν. Διό φησιν δεῖ τὰ αὐτὰ κοίλων καλεῖσθαι γραμμὰν, ἐν ᾗ αἱ ἀφ' δύο ὁποιωνοῦν σημείων ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσι δεῖ τὰ αὐτὰ μέρη πίπτειν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν δεῖ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, δεῖ τὰ ἕτερα δὲ μέρη μηδὲ μία. Τάδε αὐτὰ ἕξιν ὁπποῖόν τινὰ δεῖ ἐπιφανειῶν.

Εἶτα ἑξῆς ὀνομάζει τομέα στερεὸν, καὶ ῥόμβον στερεὸν, σαφῶς ἐμφανίζων τὴν ἔννοιαν τῶν ὀνομάτων.

Μετὰ δὲ ταῦτα αἰτήματά τινα λαμβάνειν ἀξιοῖ, χρησιμεύοντα αὐτῷ [p] εἰς τὰς ἐξῆς ἀποδείξεις, καὶ ὄντα μὲν κἀξ αὐτῆς τῆς αἰδήσεως ὁμολογημένα, οὐδὲν δὲ ἧττον δυνατὰ καὶ ἀποδεικνύναι ἔκτη τῶν κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ ἐκ τῶν διδεγμένων ἐν τοῖς Στοιχείοις. Ἔστι δὲ πρῶτον [q] αἰτημάτων τὸ τοιόνδε, πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν. Ἔστω γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα μέν τις πεπερασμένη ἡ AB, ἑτέρα δέ τις γραμμὴ ἡ AΓB τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσα τὰ A, B. Φησὶ δὴ διδόναι αὐτῷ τὴν AB ἐλάττονα εἶναι τῆς AΓB. Λέγω ὅν, ὅτι τοῦτο ἀληθὲς ὂν αἰτήσατο. Εἰλήφθω γὰρ δεῖ τὴ AΓB, τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [r] αἱ AΓ, ΓB. Φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ AΓ, ΓB τῆς AB μείζους εἰσί. Πάλιν δὴ εἰλήφθωσαν δεῖ [s] ταῖς AΓB

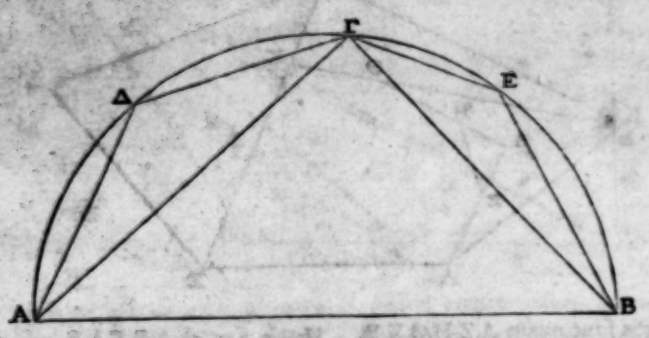
[l] περίποι ex MS. [k] συναρᾶδαι [l] μέλλοντα ex MS. [m] τῶν ex MS. [n] τῇ τάς τε [o] ἁπλῶς ex MS. [p] πρὸς τὰς [q] τῶν αἰτημάτων [r] αἱ AΓ, ΓB σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ AΓ, ΓB. Φανερὸν &c, [s] τὰς AΓB γραμμῆς. ἀλλὰ τυχὸν τὰ σημεῖα τὰ ΔE.

γραμμῶν ἄλλα τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπὶ τούτων δῆλον, ὅτι δύο μὲν αἱ ΑΔ, ΔΓ τῆς ΑΓ μείζονες εἰσί· δύο δὲ αἱ ΓΕ, ΕΒ τῆς ΓΒ. Ὥστε αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ πολλῷ μείζονες εἰσὶ τῆς ΑΒ. Ὁμοίως δὴ, κἂν ἄλλα σημεῖα λάβωμεν μεταξὺ τῶν εἰλημμένων ἐπιζεύξωμεν ἐπὶ τὰ τῶν λοιπῶν τούτων πέρατα, μείζονες ἔσονται αὗται τῆς ΑΒ. Καὶ τοῦτο συντόμως φανερὸν ἐκ τῶν μᾶλλον συναγόντων τὴν ΑΓΒ γραμμὴν τούτων ἔτι μείζονα φήσομεν. Ὥστε ἐκ τούτου συμφανὲς εἶναι, αὐτὴν τὴν γραμμὴν ΑΓΒ μείζονα εἶναι τῆς ΑΒ· δυνατοῦ ὄντος, κατὰ φύσιν αὐτῆς σημεῖον ἐπιζεύξαντας τούτοις ἐξ ὑποθέσεως συγκειμένην τινὰ, εἶναι αὐτὴν ἴσην γραμμῇ, μείζονα δεικνυμένην τῆς αὐτῆς τῆς ΑΒ. Οὐ γὰρ ἄτοπον ἐν τοῖς ὑφ' ὑμολογημένων, ἀποδείξαι καὶ τοιούτους ἐπιτάσεις [1] περιλαβεῖν.

Μετὰ δὲ τοῦτο φησὶν, λαμβάνειν καὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐκείνας ἀνίσους εἶναι, τὰς ἔχει τὰ αὐτὰ κοίλας ὄντας, κατὰ τὸν ἀνωτέρω εἰρημένον ὁρισμόν. Οὐ μόνον δὲ ἔφεσιν τοῦ τὸ ἀνίσους εἶναι τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἡ ἑτέρα τινὸς ἑτέρας, ἡ ὅλην περιλαμβάνῃ, ἢ μέρος μὲν περιλαμβάνῃ, μέρος δὲ καινὸν ἔχῃ, καὶ μείζονα εἶναι τινὸς [2] περιλαμβάνουσαν ἢ περιλαμβανομένης.

Νενόηνται δὲ, πρὸς τὸ καὶ τοῦτο δῆλον γενέσθαι, ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμαὶ αἱ ΑΒΓΔΕΖ, καὶ ΑΗΘΖ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι [3] τὰ Α, Ζ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας· καὶ ἔτι περιλαμβανομένη ὅλη ἡ ΑΗΘΖ ὑπὸ τῆς ΑΒΓΔΕΖ γραμμῆς, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐταῖς, τῆς ΑΖ εὐθείας. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ ἄνισοί εἰσιν αἱ προκείμεναι γραμμαὶ, καὶ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα. Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐὰν τοιαύτῃ ἐπιζευγνυμένη ἡ ΘΑ, ἐπὶ μίαν τῶν πλευρῶν τοῦ ΑΒΘ, ἐντὸς συνίσταταί εἰσι αἱ ΑΗ, ΗΘ, [4] καὶ ἐλάττονες εἰσὶ αἱ ΑΗ, ΗΘ τῶν ΑΒ, ΒΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΖ. Αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ ἐλάττονες εἰσὶ τῶν ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Ἀλλ' αἱ ΒΘ, ΘΖ ἐλάττονες εἰσὶ τῆς ΒΓΖ· ἐντὸς γὰρ πάλιν ἐπὶ μίαν τοῦ ΒΓΖ συνίσταταί εἰσι. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ μείζονες εἰσίν. Ἀλλὰ τῆς ΓΖ μείζονες αἱ ΓΔ, ΔΖ· τῆς δὲ ΔΖ, αἱ ΔΕ, ΕΖ. Ἔτι πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕΖ μείζονες εἰσὶ τῶν ΑΗΘΖ.

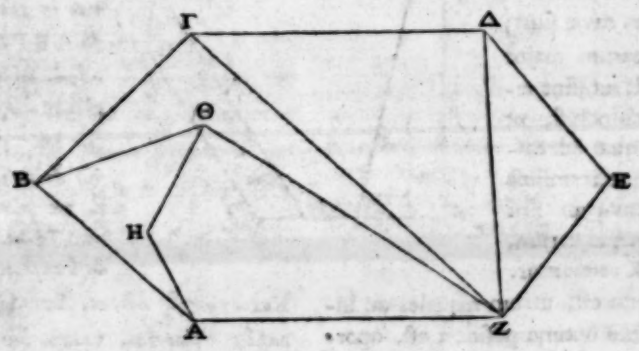
Σαφήνειας δὲ χάριν ὑπὸ κοίλων καὶ ἑτέρας γραμμὰς ὁμοίως ταῖς προειρημέναις, ὡς αἱ ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ περιλαμβάνουσα. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΑΖ, ΗΘ, ἐπὶ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν πάλιν δύο αἱ ΖΛ, ΛΗ μείζονες εἰσὶ τῆς ΖΗ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΖ, ΗΘ. Αἱ ἄρα ΑΛ, ΛΘ μείζονες εἰσὶ τῶν ΑΖ, ΗΖ,



alia Δ, Ε; junganturque rectæ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Tunc quoque pariter manifeſtum eſt, duas quidem ΑΔ, ΔΓ majores eſſe quam ΑΓ; duas vero ΓΕ, ΕΒ majores quam ΓΒ. Quare ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ multo majores ſunt quam ΑΒ. Rurſus, et ſi, punctis aliis inter prima illa ſumptis, rectæ jungantur, majores adhuc invenientur quam ΑΒ. Hoc autem ſi continuo fiat, quæ rectæ ad lineam ΑΓΒ propius accedunt, hæ majores adhuc erunt. Ex quo apparet lineam ipſam ΑΓΒ majorem eſſe quam ΑΒ; cum nimirum fieri poſſit, ut junctis ad quodlibet ejus punctum rectis, lineam quis ſumat ex rectis compoſitam, cujuſmodi ipſa eſt linea ΑΓΒ, quam eadem ratione majorem, quam ΑΒ eſſe demonſtret. Neque enim abſurdum eſt in iis, quæ in confeſſo ſunt, demonſtrandis talia concipere.

Deinde vero hoc quoque ſe petere dicit: linearum, quæ eoſdem terminos habent, eas inæquales eſſe, quæ cavæ eo, quo ſupra diximus, modo ad eaſdem partes ſunt. Neque vero hoc ſufficit; ſed, ut inæquales ſint, oportet etiam earum alteram ab altera vel totam comprehendi, vel aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere. Tunc vero quæ comprehendit, hanc petit majorem eſſe, quam quæ comprehenditur.

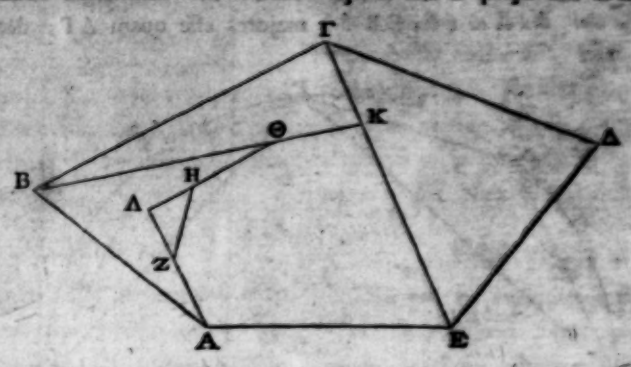
Intelligantur enim, ut manifeſtum hoc quoque fiat, duæ eſſe lineæ in plano ΑΒΓΔΕΖ, et ΑΗΘΖ, quæ puncta Α, Ζ eoſdem terminos habeant, et ad eaſdem partes cavæ ſint: earumque altera ΑΗΘΖ ab altera ΑΒΓΔΕΖ, et a recta ΑΖ, quæ eoſdem atque ipſæ terminos habet, tota comprehendatur. Dico propoſitas lineas inæquales eſſe, eamque majorem, quæ comprehendit. Jungantur enim ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Et quoniam ſi intelligatur juncta eſſe ΘΑ, ſuper unum trianguli ΑΒΘ latus intus conſtitutæ ſunt ΑΗ, ΗΘ, quæ ipſis ΑΒ, ΒΘ ſunt minores; communis addatur ΘΖ. Igitur ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ minores ſunt quam ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Minores ſunt autem ΒΘ, ΘΖ, quam ΒΓΖ; quippe quæ rurſus intus conſtitutæ ſunt ſuper unum latus trianguli ΒΓΖ. Multo igitur magis ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ majores ſunt quam ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ. Majores ſunt autem cum ΓΔ, ΔΖ quam ΓΖ; tum ΔΕ, ΕΖ quam ΔΖ. Igitur multo adhuc magis ΑΒΓΔΕΖ majores ſunt quam ΑΗΘΖ.



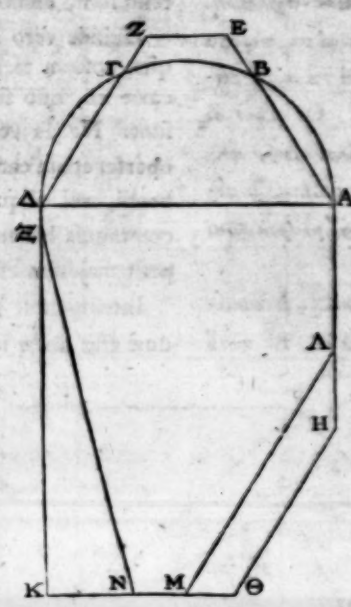
Quod ut clarius intelligatur, ponantur aliæ quoque lineæ pariter atque illæ quas modo diximus; puta ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Dico harum eam majorem eſſe, quæ comprehendit. Intelligantur enim ΑΖ, ΗΘ productæ eſſe ad punctum Λ. Et quoniam rurſus duæ ΖΛ, ΛΗ majores ſunt quam ΖΗ, communes addantur ΑΖ, ΗΘ. Igitur ΑΛ, ΛΘ majores ſunt quam ΑΖ, ΗΖ, ΗΘ. Minores

[1] περιλαβεῖν [2] περιλαμβάνουσαν ſic corrigitur ex MS. [3] τὰ, ſic MS. [4] In MS. καὶ deeſt.

ſunt autem AA, AΘ quam ABΘ. Multo igitur magis ABΘ majores ſunt quam AZHΘ. Communis addatur ΘK. Igitur ABΘK majores ſunt quam AZHΘK. Minores ſunt autem BΘK quam BΓK. Multo igitur magis ABΓK majores ſunt, quam AZHΘK. Communis addatur KE. Igitur ABΓKE majores ſunt quam AZHΘKE. Minores ſunt autem ΓKE quam ΓΔE. Multo igitur magis ABΓΔE majores ſunt quam AZHΘKE.



Quin etiam, ſi quæ aut comprehendit, aut comprehenditur, aut etiam harum utraque circumferentia fuerit, idem omnino intelligendum eſt. Si enim continua in iis puncta ſumantur, junganturque rectæ; componentur utique ex rectis quædam lineæ, quibus eadem demonſtratio, quam de lineis ex rectis compoſitis ſupra attulimus, conveniet. Neque vero ab his propoſitæ lineæ abhorrent; cum lineæ cujuſque natura in punctorum continuatione conſiſtat. Cæterum inæquales lineas apte definivit, non quæ tantum ad eaſdem partes cavæ ſint, ſed etiam quarum altera ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, comprehendatur. Niſi enim ita res habeat, verum generaliter non eſt lineas inæquales eſſe; ut videre licet in figuris, quæ ſubjiciuntur. Nam lineæ ABΓΔ, et AEZΔ eoſdem terminos habent, et ad eaſdem partes cavæ ſunt; nec tamen conſtat utra earum major ſit. Siquidem fieri poteſt, ut ſint æquales. Quin etiam fieri poteſt, ut duæ lineæ concipiantur, quæ ad eaſdem partes cavæ, eoſdemque terminos habentes contrario ſibi invicem ſitu jaceant; cujuſmodi eſt utraque earum, quas diximus, ſi ad AHΘK referantur.



Tunc enim plane obſcurum eſt, utrum æquales an inæquales ſint. Quocirca illud optime poſitum eſt, oportère alteram ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, aut totam comprehendi, aut aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere; prorſus ut in lineis AHΘKΔ, et AΛMNΞΔ. Quædam enim in iis comprehenduntur, quædam vero communia ſunt, ut AΛ, MN.

Rurſus, ut de linearum inæqualitate judicari poſſit, illud quoque jure optimo ſumptum eſt; nimirum oportere ipſas eoſdem habere terminos. Niſi enim habeant, quamvis invicem comprehendantur, tamen inæquales non ſunt: ſed quandoque æquales; aut ſi inæquales, ea major, quæ comprehenditur. Quod ut clarum fiat, intelligantur in plano duæ rectæ ABΓ obtuſum, qui ad B eſt, angulum continentes: Sumptoque in BΓ puncto quolibet Δ, jungantur AΔ, AΓ. Quoniam igitur AΔ major eſt quam AB, ponatur ipſi AB æqualis ΔE: ſectaque in duas æquas partes AE in puncto Z, jungatur ZΓ. Et quoniam duæ AΓZ majores ſunt quam AΓ, æqualiſque AZ ipſi ZE; ipſæ quoque EZΓ majores ſunt

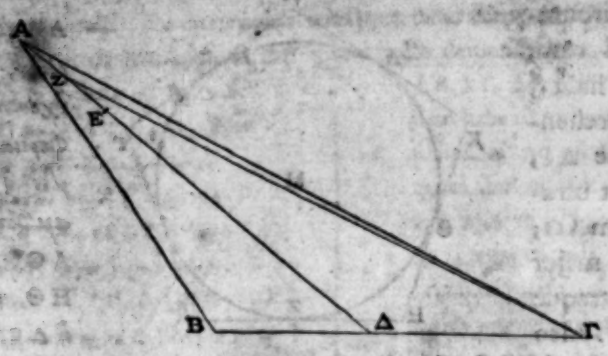
Ἐλάσσονα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΓΔΕ τῶν ΑΖΗΘΚΕ.

Κἂν ἀντιπίπτωσι δ' ἀλλήλαις, ἢ περιλαμβάνηται, ἢ περιλαμβάνωσι, τὸ αὐτὸ ἔσται πάντων. Συνεχῶν γὰρ σημείων ἐπ' αὐτῶν ληφθέντων, καὶ ἐπὶ αὐτὰ ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν, ἁφὴ ἔσται γραμμὴ ἢ εὐθεῖα συγκείμενα, ἐφ' ὧν ἀρμόσει ἡ περιφέρεια ἀντιθέσεως τῶν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένων. Ὧν αὐτῶν γραμμῶν τῶν ἀντιθέσεων διὰ τὸ ἐν ταύτῃ γραμμὴν κατὰ συνέχειαν σημείων τῶν ὑπαρχόντων ἔχειν πίπτειν. Ἔτι δὲ οὐδέτερον τῶν αὐτῶν τμημάτων τῶν γραμμῶν ἐφ' μόνου τοῦ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι ἐχομένου, ἀλλὰ καὶ [a]ἐπιδέχεσθαι τὸ καὶ δεῖν περιλαμβάνειν τὸν ἕτερον ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας. Τότε γὰρ μὴ ὄντος, οὐδὲ τὸ ἀπίσους εἶναι τὰς γραμμάς, φάσκειν ἄλυδις ὑπάρχειν, ὧν ἐκ προειρημένων ἐστὶ δῆλον. Ἡ γὰρ ΑΒΓΔ γραμμὴ, καὶ ἡ ΑΕΖΔ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσι, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι εἰσί, καὶ ἄδηλον ὁποτέρα αὐτῶν μείζων ἐστί. Δυνατὸν γὰρ καὶ ἴσας εἶναι. Δυνατὸν δὲ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων ἑτέρων ὄντων, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχόντων ἀμφοτέρων, κατ' ἐναντίαν δὲ δίοδον ἀλλήλων [b]κεκάμπτειν, ὡς ὁποτέρα τῶν εἰρημένων τῇ ΑΗΘΚΔ. Καὶ ἔτως γὰρ ἄδηλος, ὅτι ἑαυτῆς καὶ ἀπίστως αὐτῶν. Διὸ καλῶς ψηφίσεται, ταυτὸ δεῖν ἢ ὅλην τὴν ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας περιλαμβάνεσθαι, καὶ τὰς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσας εὐθείας, ἢ τινα μὲν περιλαμβάνεσθαι, τινὰ δὲ καὶ κοινὰ ἔχειν, ὡς ἐστὶ τῶν ΑΗΘΚΔ, καὶ ΑΛΜΝΞΔ. Ἔστι γὰρ τούτων τινὰ μὲν περιλαμβάνεται, τινὰ δὲ κοινά ἐστι, οἷς τὰ [c]ΑΛ, ΜΝ.

Διόστως δὲ πάνυ καλῶς ψηφίσατο περὶ κρίσιν τῆς ἀνισότητος σκεψιλήφθη, τὸ δεῖν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν τὰς γραμμάς. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδ' ἂν περιλαμβάνοιτο [d]ὑπ' ἀλλήλων, οὐδ' ὅτως ἄνισοί εἰσι· ἀλλ' ἐνίοτε ἴσαι, ἢ καὶ ἡ περιλαμβανομένη μείζων. Ὅπως ἵνα [e]σαφὲς γένηται, νενοήσθωσαν ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι [f]αἱ ΑΒΓ, ἁπτόμεναι τινὶ πρὸς τῷ Β γωνίαν περιέχουσαι· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΑΓ. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ. Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΖΓ τῆς ΑΓ μείζονες εἰσὶ, ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ, καὶ αἱ

γ δίωσιν z In MS. κὲ deeſt. a προσδέχεσθαι b κεκάμπτειν c ΑΓΜΝ d ὑπὸ ἀλλήλων——ἴσαι εἰσὶ
e σαφὲς f αἱ ΑΒ

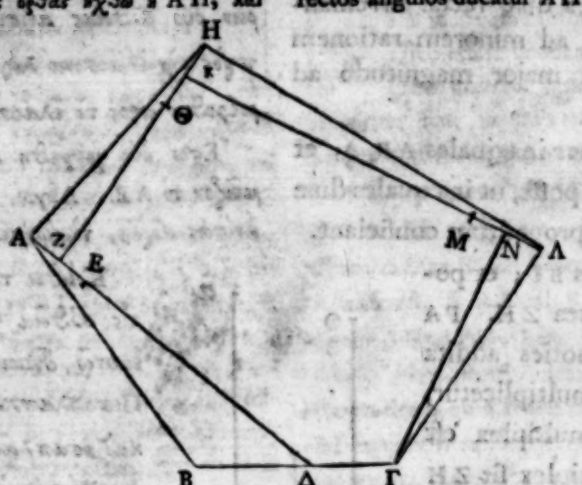
ΕΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζων ἐστί. Καὶ προσκείσθωσαν[g] αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα [h]ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζων ἐστίν. Ὥστε μιᾶς γραμμῆς νενομένης τῆς ΒΑΓ ἐστὶ τὰ αὐτὰ πείρατα, ἑτέρας δὲ τῆς ΔΖΓ περιλαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἑτέρας, μὴ ἐχόντων δὲ τὰ αὐτὰ πείρατα, ὃ μόνον ὅτι οὐ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα, ἀλλὰ καὶ ἐλάττων, ἐδείχθη.



quam ΑΓ. Communes addantur ΑΒ, ΔΕ. Igitur ΔΖΓ majores ſunt quam ΒΑΓ. Quare ſi intelligatur ΒΑΓ una eſſe linea ad eaſdem partes cava, ΔΖΓ vero alia quædam linea, quæ ab eadem illa comprehendatur, ſed eoſdem terminos non habeat; demonſtratum utique eſt, eam, quæ comprehendit, non modo non majorem, ſed etiam minorem eſſe.

Καὶ ὅτι γραμμῶν δὴ ἐκ πλειόνων εὐθειῶν συγκειμένων τὸ αὐτὸ τοῦτο ἔστι θεωρῆσαι. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι[i] αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζευγμένη ἡ ΑΔ. Πάλιν δὴ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ· καὶ ἡ ΕΑ δίχα τετμήσθω τῷ Ζ· καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ. Καὶ κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΖΘ· καὶ πάλιν δίχα τετμήσθω ἡ ΘΗ κατὰ τὸ Κ· καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΖΗ ἤχθω ἡ ΗΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. Καὶ πάλιν κείσθω τῇ ΗΛ ἴση ἡ ΚΜ· καὶ δίχα τετμήσθω ἡ [k]ΜΛ τῷ Ν· καὶ πάλιν πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΛ ἤχθω ἡ ΛΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ. Φανερὸν οὖν διὰ τὰ προδεδειγμένα, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΔΖ τῆς ΑΒ, ἡ δὲ ΖΚ τῆς ΑΗ, ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΛ, ἡ δὲ ΝΓ τῆς ΛΓ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ γραμμὴ ἡ ΔΖΚΝΓ μείζων τῆς ΒΑΗΛΓ. Καλῶς ἄρα προσετέθη τὸ, τὰ αὐτὰ πείρατα ἔχειν, ὅπερ τῶν ἀνίσων. Τὰ αὐτὰ δὲ, δυνατὸν ἐπινοῆσαι[l] δικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀπὸ πασῶν τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι ἐπιφάνειαι τὰ πείρατα ἔχωσιν ἐν ἐπιπέδοις.

Hoc autem ipſum etiam in lineis ex pluribus rectis compoſitis conſiderare licet. Intelligantur enim in plano duæ rectæ ΑΒ, ΒΓ, et punctum quodlibet Δ, junctaque item ΑΔ. Rurſus ponatur ipſi ΑΒ æqualis ΔΕ; ſectaque in duas æquas partes ΕΑ in puncto Ζ: ipſi ΑΔ ad rectos angulos ducatur ΑΗ; jungaturque ΖΗ. Rurſus ponatur ipſi ΑΗ æqualis ΖΘ; ſectaque in duas æquas partes ΘΗ in puncto Κ, ipſi ΖΗ ad rectos angulos ducatur ΗΛ; jungaturque ΚΛ. Rurſus ponatur ipſi ΗΛ æqualis ΚΜ; ſectaque in duas æquas partes ΜΛ in puncto Ν: ipſi ΚΛ ad rectos angulos ducatur ΛΓ; jungaturque ΝΓ. Manifeſtum eſt igitur ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, majorem eſſe tum ΔΖ quam ΑΒ, tum ΖΚ quam ΑΗ, tum ΚΝ quam ΗΛ, tum ΝΓ quam ΛΓ: atque ideo totam etiam lineam ΔΖΚΝΓ majorem eſſe quam ΒΑΗΛΓ. Quocirca illud pulchre de inæqualibus lineis additum eſt, oportere ipſas eoſdem habere terminos. Porro eadem hæc, et alia quæcunque ſupra diximus, ſi quis diligenter conſideraverit, etiam de ſuperficiebus demonſtrare poterit; quando nimirum, quæ ſumuntur, ſuperficies in planis terminos habuerint.



Τούτων δὲ ὑποκειμένων.

Hiſce vero poſitis

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ὑποτεμνομένης.

PROP. I. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur, manifeſtum eſt ambitum inſcripti polygoni minorem eſſe circuli circumferentia.

Unumquodque enim polygoni latus minus eſt ea, quæ ab eodem ſecatur, circuli circumferentia.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος, μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

Περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑπακείμενον. Λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

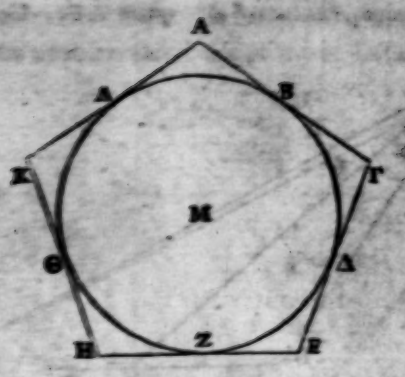
PROP. II. Theor.

Si circulo polygonum circumſcribatur, circumſcripti polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.

Circulo enim polygonum circumſcriptum ſit propoſitum. Dico ambitum polygoni majorem eſſe circuli circumferentia.

[g] αἱ ΑΒΓ [h] ΒΑΖ [i] αἱ ΑΒΓ [k] ΜΝ [l] δικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν ἀπὸ πασῶν τοῖς προειρημένοις ὅταν ex MS.

Quoniam enim utraque BA, AΛ major eſt quam circumferentia BA; eo quod eam, quæ eoſdem terminos habet, circumferentiam comprehendit; pariterque utraque ΔΓ, ΓB major quam ΔB; et utraque ΛK, KΘ major quam AΘ; et utraque ZH, HΘ major quam ZΘ; et amplius utraque ΔE, EZ major quam ΔZ. Ideo totus polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.



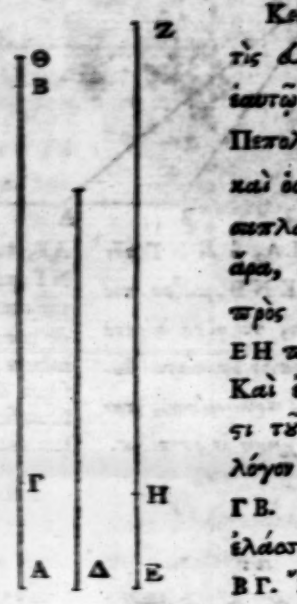
Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ BA, AΛ μείζων ἐστὶ τῆς BA περιφερείας, λέγω τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως καὶ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΓ, ΓB, τῆς ΔB· συναμφότερος δὲ ἡ ΛK, KΘ, τῆς AΘ· συναμφότερος δὲ ἡ ZH, HΘ, τῆς ZΘ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ ΔE, EZ, τῆς ΔZ. Ὅλη ἄρα ἡ τεθεῖσα τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.

PROP. III. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, fieri poteſt, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, ita ut major recta ad minorem rationem minorem habeat quam major magnitudo ad minorem.

Sint duæ magnitudines inæquales AB, Δ, et ſit major AB. Dico fieri poſſe, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, quæ propoſitum conficiant.

Ponatur ipſi Δ æqualis BΓ; et ponatur recta quædam linea ZH. ΓA autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Ea igitur multiplicetur, ſitque AΘ; et quam multiplex eſt AΘ ipſius AΓ, tam multiplex ſit ZH rectæ HE. Ut igitur ΘA ad AΓ, ita ſe habet ZH ad HE. Et invertendo, ut EH ad HZ, ita ſe habet AΓ ad AΘ. Et quoniam AΘ major eſt quam Δ, hoc eſt quam ΓB; ΓA ad AΘ rationem minorem habet, quam ΓA ad ΓB. Igitur etiam componendo EZ ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad BΓ. Æqualis eſt autem BΓ ipſi Δ. EZ igitur ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad Δ. Inventæ ſunt igitur inæquales duæ rectæ, quæ propoſitum conficiunt; hoc eſt hujuſmodi, ut major ad minorem rationem minorem habeat, quam major magnitudo ad minorem.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα, τὰ AB, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ AB. Λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

Κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ BΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ZH. Τὸ δὴ ΓA ἑαυτῷ πεπολλαπλασιασθὲν ὑπερέξει τοῦ Δ. Πεπολλαπλασιάσθω ὖν, καὶ ἔστω τὸ AΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ AΘ τοῦ AΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ZH τῆς HE. Ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΘA πρὸς AΓ, οὕτως ἡ ZH πρὸς HE. Καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν, ὡς ἡ EH πρὸς HZ, οὕτως τὸ AΓ πρὸς AΘ. Καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ AΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓB, τὸ ἄρα ΓA πρὸς τὸ AΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓA πρὸς ΓB. Καὶ συνθέντι ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς BΓ. Ἴσον δὲ τὸ BΓ τῷ Δ. Ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, ποιοῦσαι τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα, τουτέστι τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

EUTOCIUS.

ΓA autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Nimirum ſi AB ipſius Δ fuerit aut ſuperparticularis, aut ſuperpartiens. Sin vero multiplex fuerit, aut multiplex ſive particularis, ſive ſuperpartiens, ablato ab AB, BΓ ipſi Δ æquali, quæ relinquitur ΓA excedet Δ. Quocirca non oportebit quidem ipſam multiplicare; ſed ſtatim poſita AΘ æquali ipſi AΓ, eadem demonſtratione uti.

EZ ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad BΓ. Si enim proportio hujuſmodi ſit, ut prima magni-

Τὸ δὴ ΑΓ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ· δηλαδὴ ὡς τὸ AB, [a] ὅταν ἐπιμερὴς ᾖ ἢ ἐπιμερῶς τυγχάνοντος τοῦ Δ. Εἰ δὲ εἴη τὸ AB τοῦ Δ ὅταν πολλαπλάσιον, [b] ἢ πολλαπλασιεπιμερῶν, ἢ καὶ πολλαπλασιεπιμερὴς, ἀφαιρεθέντος λοιποῦ τοῦ AB, ἴσου τῷ Δ τοῦ BΓ, τὸ λοιπὸν τὸ ΓA ὑπερέξει τοῦ Δ. Ὥστε μηκέτι πολλαπλασιάζεσθαι αὐτὸ, ἀλλὰ αὐτίκα δεῖν τῷ AΓ, ἴσον ἀποτίθεσθαι τὸ AΘ, καὶ τῶν αὐτῶν ἀπόδειξιν ἁρμόζειν.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἡ EZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς BΓ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσ-

[a] τοσαυταπλάσιος [b] ἢ πολλαπλὰς ἐπὶ μόριον, ἢ καὶ πολλαπλάσιον ἐπὶ μέρος

σστε λόγον ἔχει, ὅπερ τρίτον [q] πρὸς τέταρτον, τὴ συνθέντι· αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, διεζευγμένων αὖτων. Ἔστωσαν τέσσαρα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ· τὸ δὴ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἐχέτω, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ. Λέγω ὅτι καὶ συνθέντι τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Γεγονέτω γάρ, ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ, οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΖΘ. Ἀνάπαλιν ἄρα, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. [r] Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Μείζων ἄρα καὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΕΔ, καὶ ὅλον τὸ ΘΕ τοῦ ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ, διὰ τὸ συνθέντι· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΕΖ. Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἐχέτω, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐὰν ποιῶμεν, ὡς τὸ ΒΓ πρὸς ΓΑ, [s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσται καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον τοῦ ΔΖ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρουμένου τοῦ ΕΖ, [t] ἔσται μεῖζον τὸ ΘΖ τοῦ ΔΕ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΖ πρὸς ΖΕ, τουτέστι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ, διὰ τὸ διελόντι, μείζονα λόγον ἕξει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Φανερὸν δὴ διὰ τῶν ὁμοίων, ὅτι καὶ ἐὰν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ συνθέντι, καὶ πάλιν διελόντι, ὁ αὐτὸς λόγος ἔσται. Ἐκ δὴ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ, τῷ [u] ἀνεστραμμένος, λόγος ἐμφανὴς ἐστιν. Ἐχέτω γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ ἀνεστραμμένως τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ, καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀνάπαλιν τὸ ΒΓ πρὸς ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΖΕ πρὸς ΕΔ· καὶ συνθέντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ.

tudo ad fecundam minorem rationem habeat, quam tertia ad quartam, eamdem etiam componendo locum habere hoc pacto demonſtrabitur. Sint quatuor magnitudines AB, BΓ, ΔE, EZ: et AB ad BΓ majorem rationem habeat, quam ΔE, ad EZ. Dico etiam componendo, AΓ ad ΓB majorem rationem habere, quam ΔZ ad ZE. Ut enim ΓB ad BA, ita fiat ZE ad ZΘ. Igitur invertendo, ut AB ad BΓ, ita ſe habet ΘZ ad ZE. Habet autem AB ad BΓ majorem rationem, quam ΔE ad EZ. Habet igitur etiam ZΘ ad ZE majorem rationem, quam ΔE ad EZ. Major eſt igitur ZΘ quam EΔ, totaque ΘE quam ΔZ. Propterea ΘE ad EZ majorem rationem habet, quam ΔZ ad ZE. Ut autem ΘE ad EZ, ita ſe habet componendo AΓ ad ΓB: igitur etiam AΓ ad ΓB majorem rationem habet, quam ΔZ ad EZ. At vero AΓ ad ΓB majorem rationem habeat, quam ΔZ ad ZE. Dico etiam dividendo, AB ad BΓ majorem rationem habere, quam ΔE ad EZ. Rurſus enim ſi pariter fiat, ut BΓ ad ΓA, ita ZE ad ΘE; erit utique ΘE major quam ΔZ: ablataque communi EZ, ΘZ major quam ΔE. Propterea ΘZ ad ZE, hoc eſt AB ad BΓ, majorem, dividendo, rationem habuerit, quam ΔE ad EZ. Eadem ratione illud quoque manifeſtum eſt, ſi AB ad BΓ minorem rationem habeat quam ΔE ad EZ; fore, ut componendo itemque dividendo, idem prorſus eveniat. Quin etiam de converſa proportione quid ſequatur patet. Habeat enim AΓ ad BΓ majorem rationem quam ΔZ ad ZE. Dico convertendo, ΓA ad AB minorem rationem habere, quam ΔZ ad ΔE. Quoniam enim AΓ ad ΓB majorem rationem habet, quam ΔZ ad ZE; et dividendo, AB ad BΓ majorem, quam ΔE ad EZ; ideo invertendo, BΓ ad BA minorem habet rationem, quam ZE ad EΔ; et componendo, ΓA ad AB minorem, quam ΔZ ad ΔE.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ κύκλου, δυατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολυγώνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. Λέγω δή, ὅτι δυατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν δὴ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων [v] ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΚΛ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ. Δυατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. Τέμνουσι δὴ τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα, καὶ τοῦ ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο ποιοῦντες, λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. Λελείφθω,

PROP. IV. Prob.

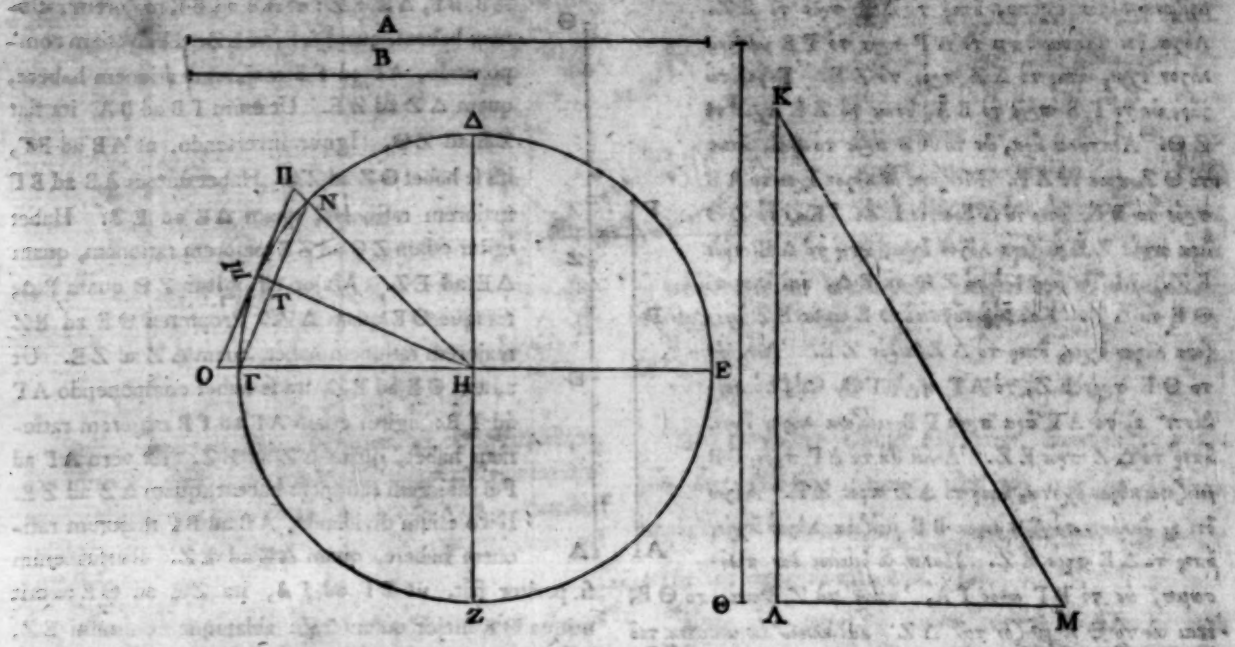
Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et circulo, fieri poteſt, ut circulo polygonum inſcribatur, itemque aliud circumſcribatur, ita ut circumſcripti polygoni latus ad inſcripti polygoni latus minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Sint datæ duæ magnitudines A, B; datus vero circulus, qui ſubjicitur. Dico fieri poſſe, ut propoſitum conficiatur.

Inveniantur duæ rectæ Θ, ΚΛ, quarum major ſit Θ, ita ut Θ ad ΚΛ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem: et ducatur a puncto Λ ipſi ΚΛ ad rectos angulos ΛM; et a puncto K ipſi Θ æqualis KM. Hoc enim fieri poteſt. Ducantur autem duæ circuli diametri inter ſe invicem ad rectos angulos ΓE, ΔZ. Si igitur angulus ΔHΓ in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli ΛKM.

[q] πρὸς τέσσαρα μεγέθη [r] καὶ τὸ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΘ [s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἔσται τὸ ΘΕ μεῖζον [t] ἄρα [u] ἀναστρεψαντι [v] ἔστω ἡ Θ πρὸς τὴν ΚΛ

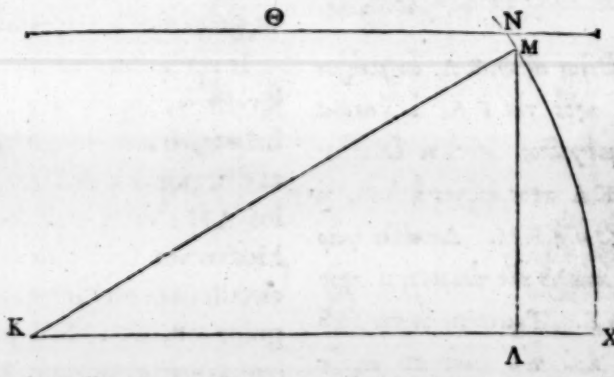
Relinquatur, ísque sit NHΓ; et jungatur NΓ. Est igitur NΓ latus polygoni æquilateri. Quoniam enim angulus NHΓ metitur rectum angulum ΔHΓ, ipsa etiam circumferentia NΓ metitur quartam circuli partem. Quare totum etiam circulum metitur. ΓN igitur latus est polygoni æquilateri. Hoc enim manifestum est. Secetur angulus NHΓ in duas æquas partes recta NΞ; et circulum in puncto Ξ contingat OΞΠ; et producantur HNΠ, HΓO. Quare etiam ΠO latus est polygoni circulo circumscripti tum æquilateri, tum similis, ut constat, inscripto, cujus est latus NΓ. Et quoniam angulus NHΓ minor est duplo anguli ΛKM, idemque duplus anguli THΓ, minor est angulus THΓ angulo ΛKM. Qui vero anguli ad puncta sunt Λ, T, hi sunt recti. MK igitur ad ΛK majorem rationem habet quam ΓH ad HT. Æqualis est autem ΓH ipsi HΞ. Quare HΞ ad HT, hoc est ΠO ad NΓ, minorem rationem habet, quam MK ad KΛ. Amplius vero ad KΛ minorem rationem habet quam A ad B: ac ΠO quidem latus est circumscripti polygoni, ΓN vero inscripti. Quæ invenienda proponebantur.



καὶ ἔσω ἡ ὑπὸ NHΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ NΓ. Ἡ ἄρα NΓ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου. Ἐπεὶ περ ἡ ὑπὸ NHΓ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ ΔHΓ ἀφθὴν οὖσαν, καὶ ἡ NΓ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν ΓΔ, τέταρτον οὖσαν κύκλου. Ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ. Πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ [x] ἰσοπλεύρου ἡ ΓN. Φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο. Καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ NHΓ γωνία δίχα τῇ HΞ εὐθείᾳ, καὶ διὰ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ OΞΠ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ HNΠ, HΓO. Ὥστε καὶ ἡ ΠO πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον, καὶ ἰσοπλεύρου, φανερὸν ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ NΓ. Ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλασία ἡ ὑπὸ NHΓ τῆς ὑπὸ ΛKM, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ THΓ, ἐλάσσων ἐστὶ ἄρα ἡ ὑπὸ THΓ τῆς ὑπὸ ΛKM. Καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, T. Ἡ ἄρα MK πρὸς ΛK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓH πρὸς HT. Ἴση δὲ ἡ ΓH τῇ HΞ. Ὥστε ἡ HΞ πρὸς HT ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ ΠO πρὸς NΓ, [y] ἢ ἡ MK πρὸς KΛ. Ἔτι δὲ ἡ KM πρὸς KΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ A πρὸς τὸ B· καί ἐστι μὲν ΠO πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου, ἡ δὲ ΓN τοῦ ἐγγραφομένου. Ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Et a puncto K ipsi Θ æqualis ducatur KM: hoc enim fieri potest. Nimirum producta KΛ, puta ad punctum X; positaque ipsi Θ æquali KX; centroque K, et intervallo KX circulo descripto, puta XMN. Æqualis est enim KM ipsi KX, hoc est ipsi Θ.



Καὶ ἀπὸ τοῦ K, τῇ Θ ἴσῃ κατήχθω ἡ KM· δυνατὸν γὰρ τοῦτο. [z] Καὶ ἐκβληθείσης τῆς KΛ ὡς ἐπὶ τὸ X· καὶ τιθείσης τῇ Θ ἴσης τὴν KX· καὶ κέντρῳ τῷ K, διαστήματι δὲ τῷ KX κύκλου γραφέντος ὡς τὸ XMN. Ἔστι γὰρ ἡ KM ἴση τῇ KX, τοῦτ' ἐστὶ τῇ Θ.

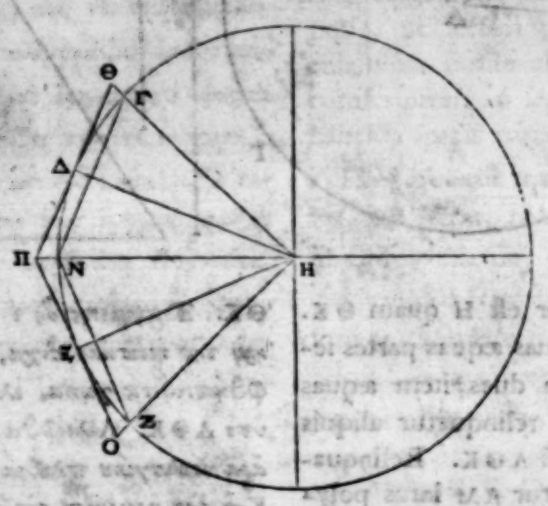
Est igitur NΓ latus polygoni æquilateri, et parilateri. Cum enim quartæ circumferentiæ parti rectus angulus insistiterit, sectusque in pares angulus sit; consistere

Ἡ ἄρα NΓ πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά. Τῆς γὰρ μιᾶς ὀρθῆς ἐπὶ τεταρτημορίου [a] βεβηκυίας, καὶ τῆς τομῆς κατὰ ἀρτίαν διαίρεσιν οὔσης τῆς ὀρθῆς γινομένης,

[x] ἰσοπλεύρου· φανερὸν [y] ἥπερ ἡ MH [z] γὰρ deest.

δῆλον ἔτι καὶ ἡ τῆ πυραμιδικῆ ἀφαιρεθεῖσα εἰς ἀρτιάκις ἀρτίας τὰς ἀριθμὸν ἴσας διαιρεθήσεται ἀφαιρέσεις. Ὡς τε καὶ ἡ ἀναγεγραμμένη εὐθεῖα μίαν τῶν ἀφαιρέσεων, πολυγώνου ἴσης ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά.

Ὡς τε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἴσης ἰσοπλεύρου πλευρά. Ἐὰν γὰρ τῇ ὑπὸ ΞΗΝ γωνίᾳ ἴσην πάσαντες πρὸς τῇ ὑπὸ ΠΗΔ, κοινῆ τῆ Π δὲ τὸ Δ ἐπιζευχθείσῃ τῇ ΠΔ καὶ ἐκβληθείσῃ ἄχρι τῆς ΗΘ, τῆς μετὰ ΗΔ γωνίαν περιεχούσης ἴσην τῇ ὑπὸ ΠΗΔ· ἴσαι ἐστὶ ἡ ΠΘ τῇ ΠΟ, καὶ ἐφαπτόμενα τοῦ κύκλου. Ἐστὶ γὰρ ἡ ΞΗ ἴση δὴ τῇ ΗΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΠ καὶ [b] γωνίας ἴσας περέχουσι· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἴση δή· καὶ ἡ ὑπὸ ΠΞΗ ἀρὰ δὴ οὖσα, τῇ ὑπὸ ΠΔΗ. Ὡς τε ἐφάπτεται ἡ ΔΠ. Ἐστὶ οὖν αἱ πρὸς τὸ Δ ἀρὰ εἰσὶν, εἰσὶν δὲ καὶ ὑπὸ ΠΗΔ, ΔΗΘ ἴσαι, καὶ ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις κοινὴ ἡ ΔΗ· ἴση δὴ καὶ ἡ ΠΔ τῇ ΘΔ. Ἀλλ' ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἰδὶχθη ἴση. Καὶ ἡ ΘΠ ἄρα τῇ [c] ΠΟ ἴση ἐστὶν, καὶ πάσαις ταῖς ὁμοίως ἐφαπτομέναις. Ὡς τε ἡ ΘΠ πολυγώνου δὴ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρὰ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένου. Ὅτι δὲ καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αὐτόθεν δῆλον. Ἴσης γὰρ οὔσης τῆς μὲν ΘΗ τῇ ΗΠ, τῆς δὲ ΓΗ τῇ ΗΝ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΠ τῇ ΓΝ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΟΠ τῇ ΝΖ. Ὡς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΝΖ τῇ ὑπὸ ΟΠΘ ἴση δή· καὶ ἀφ' οὗτο ὅμοιον δὴ τὸ περιγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ.



Ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Μείζονος γὰρ ὄσης τῆς πρὸς [d] τὸ Κ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΗΤ, ἴσῃ τῇ ὑπὸ ΓΗΤ ἴσην συνιστάμενα τὴν ὑπὸ ΛΚΡ τῇ Ρ, μεταξὺ τῶν Λ, Μ κειμένη, τὸ ΛΚΡ τρίγωνον τῷ ΓΗΤ ὅμοιόν ἐστιν. Ὡς τε ἡ ΡΚ πρὸς ΚΛ, ἤτοι ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὡς τε καὶ ἡ ΜΚ [e] πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ.

quartam quoque circumferentiæ partem inæquales numeroque pariter pares circumferentias fectum iri. Quocirca et quæ uni circumferentiæ recta fubjicitur æquilateri et parilateri polygoni latus eft.

Quare etiam ΟΠ latus eft polygoni æquilateri. Si enim angulus ΠΗΔ angulo ΞΗΝ æqualis fiat, junctaque a puncto Π ad Δ recta ΠΔ producatur uſque ad ΗΘ, quæ una cum ΗΘ æqualem ipſi ΠΗΔ angulum efficit; æqualis hæc erit, nempe ΠΘ ipſi ΠΟ eademque circulum continget. Quoniam enim æqualis eſt ΞΗ ipſi ΗΔ, communiſque ΗΠ, et adhuc æquales angulos comprehendunt; ideo æquales eſt etiam baſis ΞΠ baſi ΠΔ, anguluſque ΠΞΗ, utpote rectus, angulo ΠΔΗ. Quare ΔΠ circulum contingit. Et quoniam qui anguli ad punctum Δ ſunt, ii ſunt recti; æqualeſque reliqui ΠΗΔ, ΔΗΘ; et adhuc ΔΗ, quæ æqualibus ſubjicitur angulis, communis: ideo æqualis eſt ΠΔ ipſi ΘΔ. Demonſtratum eſt autem, ΞΠ ipſi ΠΔ æqualem eſſe. Æqualis eſt igitur ΘΠ ipſi ΠΟ, cæteriſque omnibus circulum pariter contingentibus. Quare ΘΠ latus eſt polygoni æquilateri, et parilateri circulo circumſcripti. Quod vero et inſcripto ſimilis, id per ſe patet. Æqualis enim cum ſit ΘΗ ipſi ΗΠ, et ΓΗ ipſi ΗΝ; parallela utique eſt ΘΠ ipſi ΓΝ. Eadem ratione etiam ΠΟ ipſi ΝΖ eſt parallela. Quare angulus ΓΝΖ æqualis eſt angulo ΟΠΘ: ideoque circumſcriptum polygonum ſimile inſcripto.

ΜΚ, igitur ad ΚΛ majorem rationem habet, quam ΓΗ ad ΗΤ. Major enim cum ſit angulus, qui ad punctum Κ eſt, angulo ΓΗΤ; ſi angulus conſtituatur ΛΚΡ angulo ΓΗΤ æqualis, ita ut punctum Ρ inter puncta Λ, Μ cadere intelligatur; ſimile utique eſt triangulum ΛΚΡ triangulo ΓΗΤ. Quare ut ΡΚ ad ΚΛ, ita ſe habet ΓΗ ad ΗΤ. Hinc ΜΚ ad ΚΛ majorem rationem habet quam ΓΗ ad ΗΤ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τῶ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰν πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένης πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ, κέντρον ἔχων τὸ Δ· καὶ πρὸς τὸ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ. Δεῖ δὴ περιγράψαι, καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα, ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῶν ΒΔ, ΔΑ· ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι, καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

PROP. V. Prob.

Rurſus ſi duæ fuerint magnitudines inæquales, et ſector, fieri poteſt, ut ſectori polygonum circumſcribatur, itemque aliud inſcribatur, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

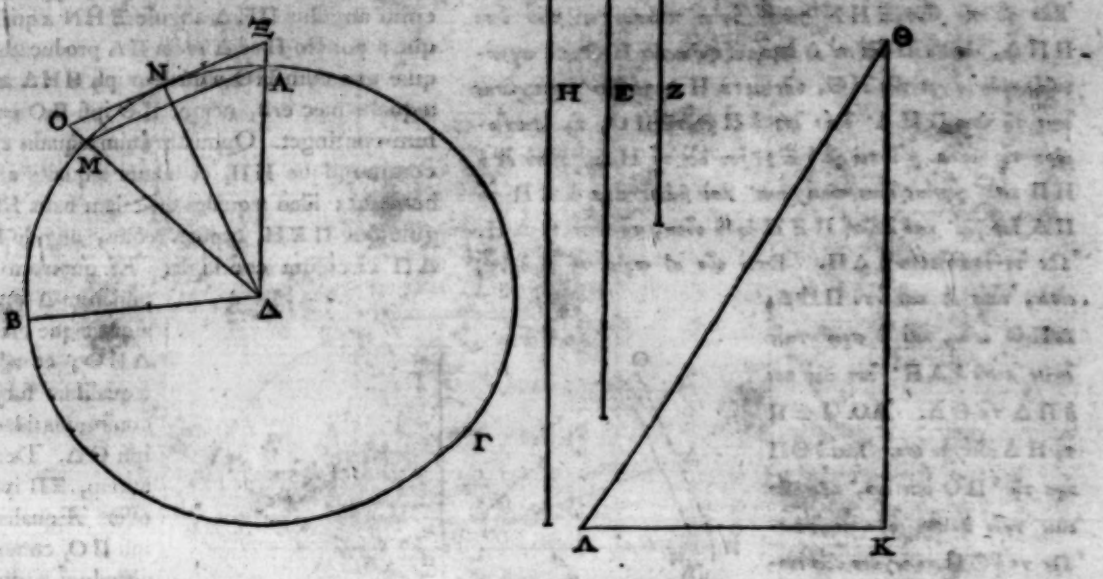
Rurſus enim duæ ſint magnitudines inæquales Ε, Ζ, quarum major ſit Ε; et circulus aliquis ΑΒΓ centrum habens punctum Δ: et ad punctum Δ ſector conſtituatur ΑΔΒ. Oportet autem ſectori ΑΒΔ polygonum circumſcribere, et inſcribere latera habens, exceptis ΒΔ, ΔΑ, æqualia; ita ut propoſitum conficiatur.

Inveniantur inæquales duæ rectæ Η, ΘΚ, quarum major ſit Η; ita ut Η ad ΘΚ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad

[b] In MS. γωνίας deeſt. [c] ΠΘ. [d] τῷ ΚΓ - - - τῆς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει [e] πρὸς ΚΛ. Αὖτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ὥστε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς

minorem. Hoc enim fieri poteſt. Ducta autem pariter a puncto K ipſi Θ K ad rectos angulos K Λ, ducatur ipſi H æqualis Θ Λ. Hoc enim

Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἡμείας ἀχθήτω πρὸς ὀρθὰς τῇ ΘΚ τῇ ΚΛ, συμβαλλέσθω τῇ Η ἴσῃ ἡ ΘΛ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο, ἐπείπερ μείζων ἐστὶν ἡ Η τῆ



ΘΚ. Τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΔΒ γωνίας δίχα, καὶ τῆς ἡμισείας δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία, ἐλάσσων οὖσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΛΘΚ. Λελείφθω ἔστω ἡ ὑπὸ ΑΔΜ. Ἡ ΑΜ ἄρα πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν τομέα. Καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ ΑΔΜ γωνίαν δίχα τῇ ΔΝ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν, [a] καὶ ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ τομέως τὴν ΝΞΟ, αὐτῆ πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν τομέα, ὁμοία τῷ εἰρημένῳ. Καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ ΞΟ πρὸς τὴν ΑΜ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε μέγεθος πρὸς τὸ Ζ.

fieri poteſt, quoniam major eſt H quam Θ K. Si igitur angulus A Δ B in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli Λ Θ K. Relinquatur angulus A Δ M. Eſt igitur A M latus polygoni ſectori inſcripti. Quod ſi angulus A Δ M in duas æquas partes ſecetur recta Δ N, et ducatur a puncto N Ξ N O ſectorem contingens, ipſa erit latus polygoni eidem ſectori circumſcripti ei, quem diximus, ſimilis. Eadem vero ratione, qua ſupra, Ξ O ad A M minorem rationem habet, quam magnitudo E ad magnitudinem Z.

PROP. VI. Prob.

Dato circulo, et duabus magnitudinibus inæqualibus, circulo polygonum circumſcribere, itemque aliud inſcribere, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Ponatur circulus A, et duæ magnitudines inæquales E, Z, quarum major ſit E. Oportet igitur circulo polygonum inſcribere, itemque aliud circumſcribere, ita ut propoſitum conficiatur.

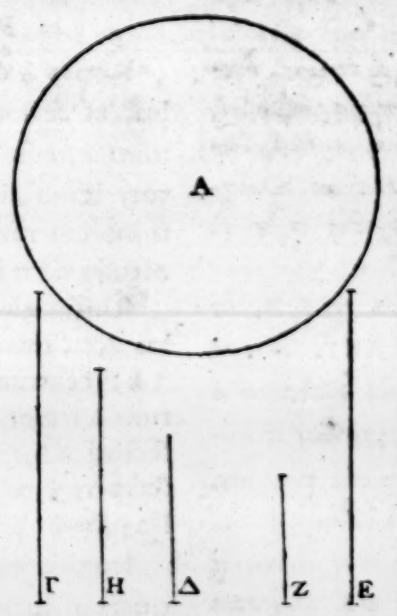
Sumo inæquales duas rectas Γ, Δ, quarum major ſit Γ; ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z. Itaque ſumpta H proportionali media inter Γ, et Δ, major eſt Γ quam H. Circumſcribatur autem circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut, quemadmodum docuimus, circumſcripti polygoni

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Κύκλῳ δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἐκκείσθω κύκλος ὁ Α, καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, καὶ μεῖζον τὸ Ε. Δεῖ δὴ πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ πρόβλημα.

Λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας [b] ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ· ὥστε τὸν Γ πρὸς τὸν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. Καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς Η, μεῖζον ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η. Περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν, πρὸς τὴν τοῦ ἐγ-



[a] ἐπὶ μεῖζον [b] In MS. deeſt καὶ. [b] ἀνίσους ex MS.

γραφέντος, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η, καθῶς ἐμάθομεν. Διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. Καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν, διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸ πολύγωνον· ὅμοια γάρ. Τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Πολλῷ ἄρα καὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

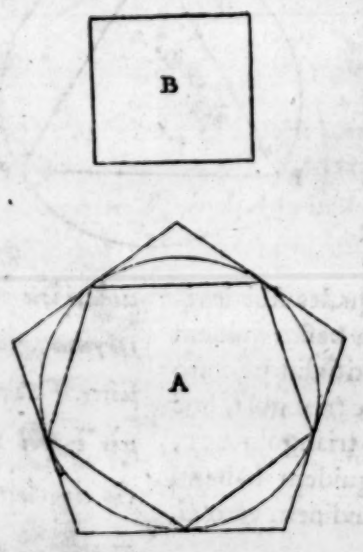
Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομεὺς, καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον, ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. Ταῦτα γὰρ ἐν τοῖς Στοιχείοις παραδίδοται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δεικτέον δὲ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον, [1] ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἔστω δὴ κύκλος * δεδεγμένα, μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ὅπερ τοῦ τομέως.

Διὰ δὴ τοῦ κύκλου ὁ Α, καὶ χωρίον [k] τι τὸ Β. Δυνατὸν δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀπολειφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. Καὶ δὴ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου, περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. Τοῦτο δὴ τὸ περιγραφέμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα οὗ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.



Εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγρα-

latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Γ ad Η. Hinc et dupla ratio dupla ratione eſt minor. Ac rationis quidem lateris ad latus dupla eſt ratio polygoni ad polygonum; ſimilia enim ſunt; rationis vero ipſius Γ ad Η dupla eſt ratio ipſius Γ ad Δ. Igitur etiam circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam Γ ad Δ. Multo igitur magis etiam circumſcriptum ad inſcriptum rationem habet minorem quam Ε ad Ζ.

Pariter vero demonſtrabimus, datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et ſectore, fieri poſſe, ut ſectori polygonum circumſcribatur, eidemque ſimile aliud inſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Illud quoque manifeſtum eſt, ſi detur circulus, vel ſector, et aliquod ſpatium; fieri poſſe, ut aliquis circulo, vel ſectori, et adhuc reliquis circumjectis ſegmentis polygona æquilatera inſcribens aliqua circuli vel ſectoris ſegmenta relinquat, quæ minora ſint propoſito ſpatio. Hæc enim in Elementis tradita ſunt.

PROP. VII. Prob.

Oportet autem demonſtrare, dato etiam circulo, vel ſectore, et ſpatio; fieri poſſe, ut circulo, vel ſectori polygonum circumſcribatur, ita ut reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta minora ſint dato ſpatio. Liceat enim, quæ de circulo demonſtraverim, transferre ſimili ratione etiam ad ſectorem.

Detur circulus Α, et ſpatium aliquod Β. Fieri utique poteſt, ut circulo polygonum circumſcribatur, ita ut reliqua, quæ inter circulum et polygonum interjiciuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio Β. Duæ enim cum ſint inæquales magnitudines; major quidem utrumque ſimul ſpatium Β et circulus, minor vero circulus circumſcribatur circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam earum, quas diximus, magnitudinum major ad minorem. Atque circumſcriptum hoc polygonum illud eſt, cujus reliqua circumjecta ſegmenta minora ſunt propoſito ſpatio Β.

Quoniam enim circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ſpatium Β et circulus ad eum-

[1] ἢ τὸν τομέα.

[k] τὸν

* Forte διειλεγμένα

dem circulum; inſcripto vero major eſt circulus; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad eumdem circulum. Igitur etiam dividendo, reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ad circulum minorem habent rationem, quam ſpatium B ad circulum. Minora ſunt igitur reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ſpatio B. Vel hoc pacto.

Quoniam circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad circulum; ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul ſpatio B et circulo. Quare reliqua etiam circumjecta ſegmenta minora erunt ſpatio B. Eadem vero ratione etiam de ſectore argumentabimur.

EUTOCIUS.

Ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul. Quoniam enim circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ad circulum; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habuerit, quam utrumque ſimul ad circulum. Quare circumſcriptum polygonum utroque ſimul eſt minus. Et communi circulo ablato, reliqua circumjecta ſegmenta ſpatio B minora ſunt.

PROP. VIII. Theor.

Si cono iſoſceli pyramis inſcribatur æquilateram baſim habens, ejus ſuperficies, excepta baſe, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero rectæ, quæ a vertice ad unum baſis latus normalis ducitur.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus ABΓ, eique inſcribatur pyramis æquilaterum habens triangulum ABΓ. Dico ejus ſuperficiem, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.



Quoniam enim conus eſt iſoſceles, et baſis pyramidis æquilatera, triangulorum, quæ pyramidem continent, altitudines æquales ſibi invicem ſunt. Hæc autem triangula baſim quidem habent rectas AB, BΓ, ΓA, altitudinem vero eam, quam diximus. Quare hæc triangula, hoc eſt ſuperficies pyramidis, excepto triangulo ABΓ, æqualia ſunt triangulo baſim quidem habenti ipſis AB, BΓ, ΓA æqualem, altitudinem vero ei, quam diximus, rectæ.

Φομένου μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅτε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. Καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Β χωρίον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ Β χωρίου. Ὅπερ ἔδει.

Ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς τὸν κύκλον· διὸ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου. Ὥστε καὶ ἄλλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ Β. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν τομέων.

Διὰ δὲ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ περιγραφόμενον πρὸς τὸ ἐγγραφόμενον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφόμενον [1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον. Ὥστε τὸ περιγραφόμενον ἔλασσόν ἐστι τοῦ συναμφοτέρου. Καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κύκλου, λοιπὰ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονά [m] ἐστι τοῦ Β χωρίου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τιθὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως καθετὸν ἀγομένην.

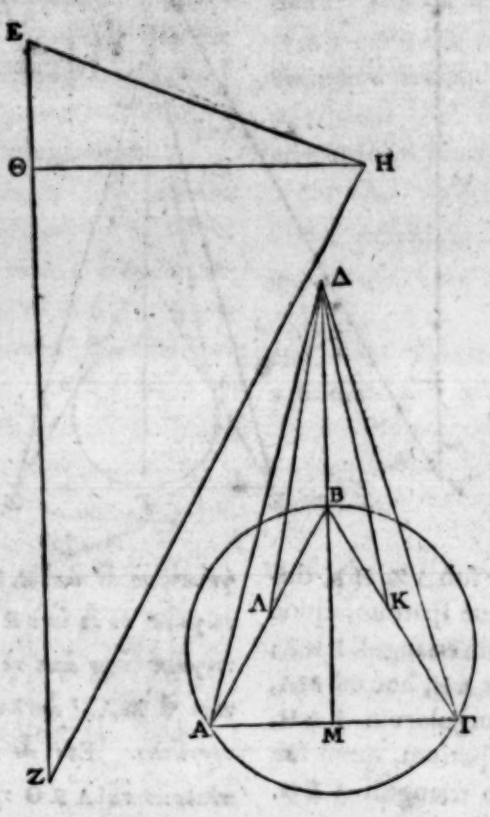
Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον [n] ἔχουσα τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα, ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. Καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα, τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ὕψος δὲ, τὸ εἰρημένον. Ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τιθῇ ἴσην ταῖς ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην κάθετον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

[1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει· ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον, ex MS. [m] εἶναι [n] ἔχουσα βάσιν τὸ ΑΒΓ

ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς, βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ·



Λέγω ὅτι αἱ ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν καθετος, ἴση τῇ καθετῷ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἀγομένῃ.

Ἤχθωσαν γὰρ καθετοὶ αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ, ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΚ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΒΓ τριγώνου· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΛ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου. Ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις.

CLARIOR ALIA DEMONSTRATIO.

Sit conus iſoſceles, cujus quidem baſis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Δ, et cono pyramis inſcribatur, baſim habens æquilaterum triangulum ΑΒΓ, et jungantur ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ:

Dico triangula ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ æqualia eſſe triangulo, cujus quidem baſis æqualis eſt ambitui trianguli ΑΒΓ; normalis vero, quæ a vertice ad baſim ducitur, ei æqualis, quæ ducitur a puncto Δ ad ΒΓ.

Ducantur enim normales ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Hæ igitur æquales ſibi invicem ſunt. Et ponatur triangulum ΕΖΗ, habens baſim ΕΖ ambitui trianguli ΑΒΓ æqualem, normalem vero ΗΘ æqualem ipſi ΔΛ. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΒΓ, ΔΚ continetur, duplum eſt trianguli ΔΒΓ: et ſpatium quidem, quod ſub ΑΒ, ΔΛ continetur, duplum eſt trianguli ΑΒΔ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΑΓ, ΔΜ, duplum trianguli ΑΔΓ; ideo ſpatium, quod continetur ſub ambitu trianguli ΑΒΓ, hoc eſt ΕΖ, et ſub ΔΛ, hoc eſt ΗΘ, duplum eſt triangulorum ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΕΖ, ΗΘ continetur, duplum trianguli ΕΖΗ. Æquale eſt igitur triangulum ΕΖΗ triangulis ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

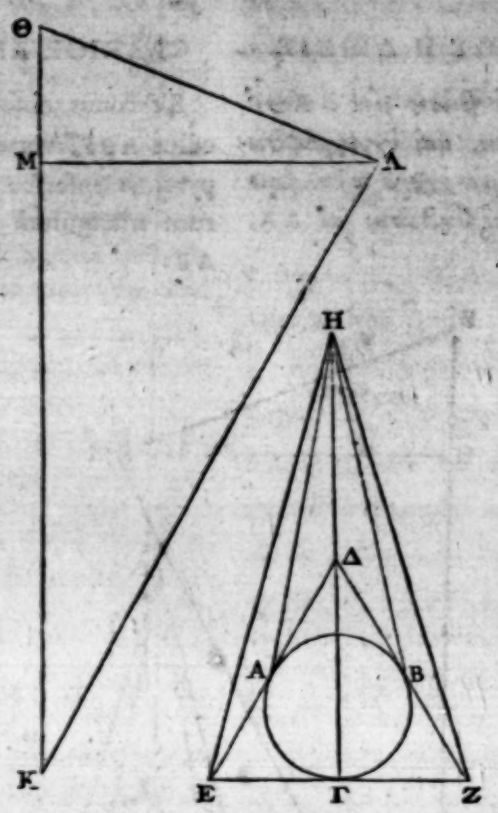
Ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι· λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

PROP. IX. THEOR.

Si cono iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficies pyramidis, baſe excepta, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero lateri coni.

Sit conus, cujus baſis circulus ΑΒΓ, eique pyramis circumſcribatur, ita ut ejus baſis, hoc eſt polygonum ΔΕΖ circulo ΑΒΓ circumſcriptum ſit: dico ſuperficiem pyramidis, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.

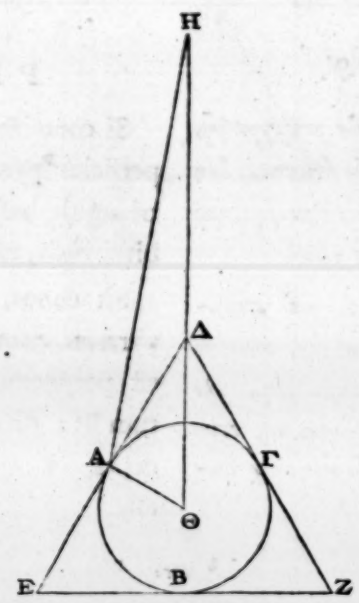
Quoniam enim axis coni recta eſt ad baſim, hoc eſt ad circulum ABΓ, quæque a centro circuli ad contactus rectæ junguntur normales ſunt ad contingentes; erunt utique et quæ junguntur a coni vertice ad contactus normales ad rectas ΔE, ZE, ZΔ. Igitur HA, HB, HΓ, quas diximus, normales æquales ſibi invicem ſunt: ſunt enim coni latera. Ponatur triangulum ΘKΛ, æqualem quidem habens ΘK ambitui trianguli ΔEZ, normalem vero ΛM æqualem ipſi HA. Quoniam igitur ſpatium quidem, quod ſub ΔE, AH continetur, duplum eſt trianguli EΔH; ſpatium vero, quod continetur ſub ΔZ, HB, duplum trianguli ΔZH; denique ſpatium, quod continetur ſub EZ, ΓH, duplum trianguli EHZ; ideo ſpatium, quod ſub ΘK, et AH, hoc eſt MΛ, continetur, duplum eſt triangulorum EΔH, ZΔH, EHZ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΘK, ΛM continetur, duplum trianguli ΛKΘ. Propterea ſuperficies pyramidis, baſe excepta, triangulo æqualis eſt baſim quidem habenti æqualem ambitui trianguli ΔEZ, altitudinem vero lateri coni.



Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι διῆται καθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι καθέτοι ἐπὶ τὰς ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. Αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ ἄρα, αἱ εἰρημέναι, καθέτοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσι τοῦ κώνου. Κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ, ἴσον ἔχον τὴν μὲν ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, τὴν δὲ ΛΜ πάντων ἴσην τῇ ΗΑ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔΕ, ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΔΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΖ, ΗΒ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΖΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ, τουτέστι τὸ ΜΛ, διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ, διπλάσιον τοῦ ΛΚΘ τριγώνου. Διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

EUTOCIUS.

Quæ a vertice ad puncta A, B, Γ rectæ junguntur, ad contingentes ipſas normales ſunt. Intelligatur enim conus ſeorſum deſcriptus, cujus vertex ſit punctum H, et centrum baſis punctum Θ. Ducatur autem ad punctum A a puncto quidem Θ, ΘA; a puncto vero H, HA. Dico HA ad ΔE normalem eſſe. Quoniam enim HΘ recta eſt ad planum circuli, omnia etiam plana, quæ per ipſum aguntur, recta ad idem planum ſunt. Quare triangulum HΘA rectum eſt ad baſim. At vero ad communem planorum ſectionem ΘA ducta eſt in eorum altero ad rectos angulos ΔE. Igitur ΔE normalis eſt ad planum HΘA; ideoque etiam ad HA. Eodem modo demonſtrabitur etiam rectas, quæ a vertice ad puncta Γ, B junguntur, ad ΔZ, EZ normales eſſe. Illud autem ſciendum eſt, optime in ſuperiore Theoremate additum eſſe, oportere omnino inſcriptam pyramidem æquilateram baſim habere. Neque enim aliter, quæ a vertice ad baſis la-



[q] Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς. Νενοήσθω γὰρ χωρὶς ὁ κῶνος, καὶ ἔστω κορυφὴ μὲν αὐτοῦ τὸ Η, κέντρον δὲ τῆς βάσεως αὐτοῦ τὸ Θ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθω ἡ ΘΑ· ἀπὸ δὲ τοῦ Η, ἡ ΗΑ. Λέγω ὅτι ἡ ΗΑ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΗΘ κάθετός ἐστι πρὸς τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πάντα τὰ διὰ αὐτῆς ἐπίπεδα, πρὸς τὸ αὐτὸ ὀρθά ἐστι. Ὥστε καὶ τὸ ΗΘΑ τρίγωνον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βάσιν. Καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῇ ΘΑ πρὸς ὀρθὰς ἦκταί ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΔΕ. Ἡ ἄρα ΔΕ τῷ ΗΘΑ ὀρθόν ἐστι πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΗΑ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ αἱ ἀπὸ τῶν Γ, Β ἐπιζευγνύμεναι ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετοι οὖσαι ἐπὶ τὰς ΔΖ, ΕΖ. Ἐπισῆσαι δὲ χρή, ὅτι ἐπὶ μὲν τῶν πρὸ τούτου καλῶς προέκειτο, τὸ δεῖν πάντως τὴν ἐγγραφομένην πυραμίδα ἰσόπλευρον ἔχειν τὴν βάσιν. Οὐκ ἄλλως γὰρ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰς τῆς βά-

[p] διπλάσιον τοῦ ΛΚΘ τριγώνου [q] εἶναι

σους φλευρὰς ἴσαι ἀλλήλαις ἔσαι. Ἐπὶ δὲ τῆ πρισμάτου ὁ αὐτὸς λόγος τοῦ εἶναι ἰσόπλευρον τὴν βάσιν, διὰ τὸ δύνασθαι, κἂν ὁπωσοῦν ᾖ, τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖν.

tera rectæ junguntur, æquales esse possent. At contra in hoc Theoremate nulla de basi æquilatera mentio facta est; eo quod, quæcunque tandem sit, idem prorsus eveniat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

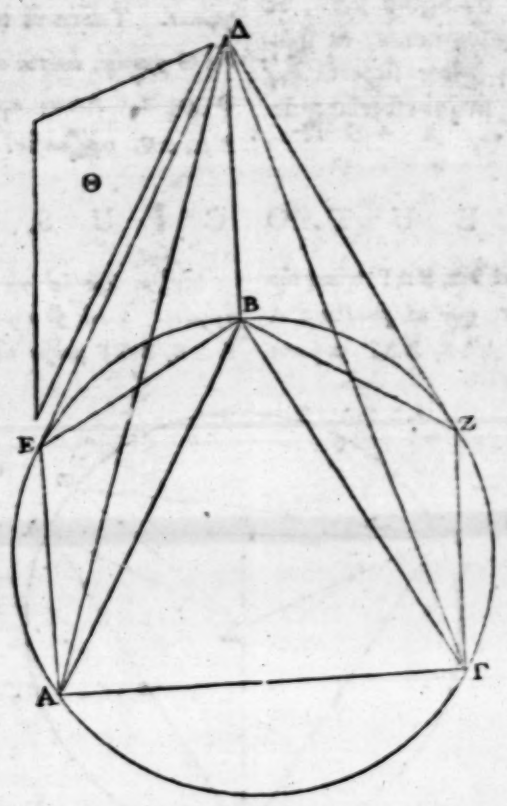
Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὃς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπίπτῃ ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον, ὑπότε τῆς ἐκπισούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλασσον ἔσαι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

PROP. X. Theor.

Si in coni cujusdam isosceli circulum, qui coni est basis, recta linea inciderit, jungantur-que ab ejus terminis rectæ lineæ ad coni verticem; quod sub ea, quæ incidit, iisque, quæ ad verticem junctæ sunt triangulum continetur, minus erit coni superficie, quæ inter eas, quæ ad verticem junctæ sunt, interjicitur.

Ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΔΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κωνικῆς, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ.

Sit coni isosceles basis circulus ΑΒΓ, cujus vertex punctum Δ; et incidat in eumdem recta quædam ΑΓ; et jungantur a vertice ad puncta Α, Γ, ΑΔ, ΔΓ. Dico triangulum ΑΔΓ minus esse coni superficie, quæ interjicitur inter ΑΔ, ΔΓ.



Τετμήσθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Ἔσαι δὴ τὰ ΑΒΔ, ΒΓΔ τρίγωνα μείζονα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. Ὧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, ἔστω τὸ Θ. Τὸ δὴ Θ ἤτοι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. Ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. Ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι, ἥτε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, καὶ ἡ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου, τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τὸ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσαι ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τοῦ ΓΖΒ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου ἐστὶ μείζων τῶν εἰρημένων τριγώνων. Τὰ δὴ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον. Λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

Secetur circumferentia ΑΒΓ in duas æquas partes in puncto Β, et jungantur ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Erunt utique triangula ΑΒΔ, ΒΓΔ majora triangulo ΑΔΓ. Quo autem excedunt ea, quæ diximus, triangula triangulum ΑΔΓ, hoc fit Θ. Ac Θ quidem aut minus est segmentis ΑΒ, ΒΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ sunt superficies, altera coni, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum segmento ΑΕΒ, alaltera trianguli ΑΔΒ, eæque ambitum trianguli ΑΔΒ eumdem terminum habent, major utique est quæ comprehendit quam quæ comprehenditur. Major est igitur coni superficies, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum segmento ΑΕΒ, triangulo ΑΒΔ. Pariter autem et quæ interjicitur inter ΒΔ, ΔΓ, una cum segmento ΓΖΒ, major est triangulo ΒΔΓ. Tota igitur coni superficies, una cum spatio Θ, major est iis, quæ diximus, triangulis. Æqualia autem sunt ea, quæ diximus, triangula triangulo ΑΔΓ, et spatio Θ: commune auferatur spatium Θ. Reliqua igitur coni superficies, quæ inter ΑΔ, ΔΓ interjicitur, major est triangulo ΑΔΓ.

Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφέρειας δίχα, καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα, λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω τὰ

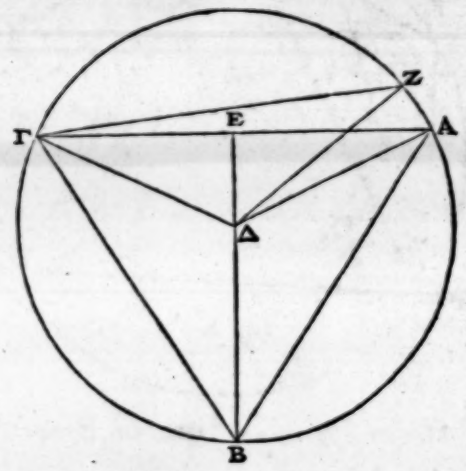
Sit autem spatium Θ minus segmentis ΑΒ, ΒΓ. Si itaque circumferentiæ ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes secentur, earumque dimidiæ in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquentur segmenta minora spatio Θ. Relin-

quantur quæ rectis insistunt AE, EB, BZ, ZΓ; et jungantur ΔE, ΔZ. Rursus igitur eadem ratione superficies quidem coni, quæ interjicitur inter AΔ, ΔE, una cum eo, quod ipsi AE insistit segmento major est triangulo AΔE; quæ vero interjicitur inter EΔ, ΔB, una cum segmento, quod insistit ipsi EB, major est triangulo EΔB. Superficies igitur coni, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum segmentis AE, EB, major est triangulis AΔE, EBΔ. Et quoniam triangula AEΔ, ΔEB majora sunt triangulo ABΔ, quemadmodum demonstratum est, multo magis superficies coni, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum iis, quæ ipsis AE, EB insistunt, segmentis, major est triangulo AΔB. Eadem vero ratione et superficies, quæ inter BΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ ipsis BZ, ZΓ insistunt, segmentis, major est triangulo BΔΓ. Tota igitur superficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ diximus, segmentis, major est triangulis ABΔ, ΔBΓ. Et hæc quidem triangula æqualia sunt triangulo AΔΓ, et spatio Θ; quæ vero diximus segmenta, ea spatio Θ minora sunt. Reliqua igitur superficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, major est triangulo AΔΓ.

ἐπὶ τῶν AE, EB, BZ, ZΓ βάσεων, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΔE, ΔZ. Πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ, ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔE, μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς AE τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔE τριγώνου· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EΔ, ΔB μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς EB τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ EΔB τριγώνου. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔB μετὰ τῶν AE, EB τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν AΔE, EBΔ τριγώνων. Ἐπεὶ δὲ τὰ AEΔ, ΔEB τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ ABΔ τριγώνου, καθὼς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔB, μετὰ τοῦ ἐπὶ τοῦ AE, EB τμημάτων, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔB τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν ABΔ, ΔBΓ τριγώνων. Ταῦτα δέ ἐστιν ἴσα τῷ AΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ, ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔΓ τριγώνου.

EUTOCIUS.

Majora sunt igitur triangula ABΔ, BΔΓ triangulo AΔΓ. Quoniam enim angulus, qui ad punctum Δ constituitur, solidus est, anguli AΔB, BΔΓ majores sunt angulo AΔΓ. Quod si a vertice ad punctum basis medium rectam junxerimus, puta ΔE, quæ normalis est ad AΓ; major utique erit angulus AΔB angulo AΔE. Itaque constituatur angulus ΓΔZ angulo AΔB æqualis: positaque ΔZ æquali ipsi ΔΓ, jungatur ΓZ. Quoniam igitur duo latera duobus lateribus æqualia sunt, et angulus angulo; triangulum ABΔ æquale est triangulo ΓΔZ, quod quidem triangulo AΔE est majus. Igitur etiam triangulum ABΔ majus est triangulo ΔΔE. Pariter vero etiam triangulum ΔBΓ est majus triangulo ΔEΓ. Majora sunt igitur duo triangula AΔB, ΔBΓ triangulo AΔΓ.



Μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ABΔ, BΔΓ τρίγωνα τοῦ AΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ γὰρ στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Δ, αἱ ὑπὸ AΔB, BΔΓ μείζονές εἰσι τῆς ὑπὸ AΔΓ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς βάσεως ἐπιζεύξωμεν, ὡς τὴν ΔE κάθετον γινομένην ἐπὶ τὴν AΓ, ἴσαι ἡ ὑπὸ AΔB μείζων τῆς ὑπὸ AΔE. Συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ AΔB ἴση ἡ ὑπὸ ΓΔZ· καὶ τυθείσης τῆς ΔZ ἴσης τῇ ΔΓ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓZ. Ἐπεὶ οὖν δύο δυσὶν ἴσαι, ἀλλὰ καὶ γωνία γωνίᾳ· καὶ τὸ ABΔ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΔZ τριγώνῳ, μείζονι ὄντι τοῦ AΔE. Καὶ τὸ ABΔ ἄρα τρίγωνον τοῦ AΔE μεῖζον ἐστίν. Ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ΔBΓ τοῦ ΔEΓ. Δύο ἄρα τὰ AΔB, ΔBΓ, τοῦ AΔΓ μείζονά ἐστιν.*

PROP. XI. THEOR.

Si rectæ ducantur contingentes circulum, qui coni est basis, quæ in eodem ac circulus plano sint sibique invicem occurrant; junganturque a contactibus et occursu rectæ lineæ ad coni verticem; quæ sub contingentibus, iisque, quæ ad verticem junctæ sunt, triangula continentur, majora sunt coni superficie, quæ inter easdem interjicitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

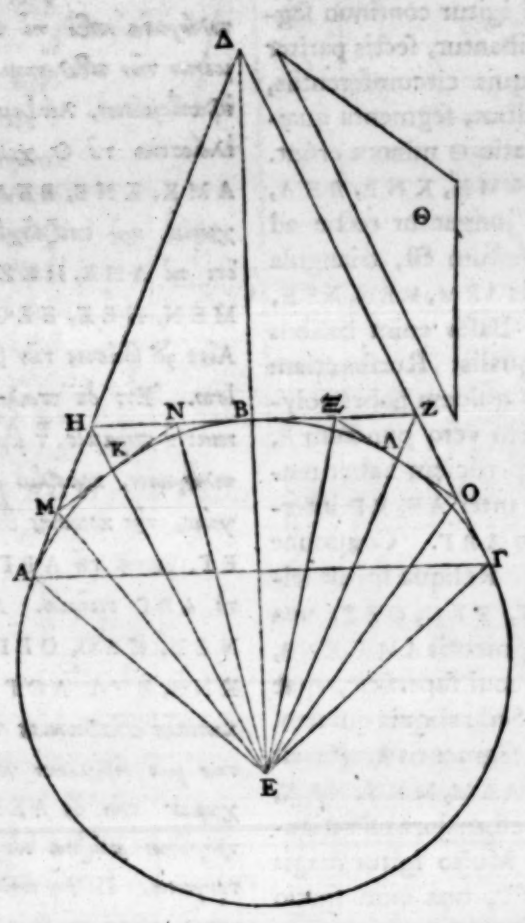
Ἐὰν ἐπιψαύσασαι ἀχθῶσι τοῦ κύκλου, [1] ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσι, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, ἣν ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

[1] ἐπὶ τῶν, hæc et sequentia usque ad εἰρημένων in MS. desunt. [2] δὴ [1] ὅσον βάσις

* Hæc demonstratio Eutocii non valet, sed res ipsa satis patet.

Ἔστω κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἦχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, αἱ ΑΔ, ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστι κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ· λέγω δέ, ὅτι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΓΕ εὐθειῶν, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας.

Ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ, διχᾶ τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ σημείων τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. Καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλευραί εἰσι τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσί, διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. Ὁμοίως δὲ καὶ καθετοί εἰσιν, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθετῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων. Εἰσὶ γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ· τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα· φανερὸν γάρ, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπιφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη, καθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Ὧν δὴ μείζονά ἐστι τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα, τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλεμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρῶτον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σφαίρας, ἥτις τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου, κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε, καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι, τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· δῆλον ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου, μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ ΑΒΓ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, μετὰ τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ περιλημμάτων, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Τῶν δὲ ΑΗΒ,



Sit conus, cujus quidem basis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Ε; et ducantur ΑΔ, ΔΓ contingentes circulum ΑΒΓ, quæ in eodem ac ipse plano sint; junganturque a puncto Ε, quod coni vertex est, ad puncta Α, Δ, Γ, ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ: dico triangula ΑΔΕ, ΔΕΓ majora esse coni superficie, quæ interjicitur inter rectas ΑΕ, ΓΕ, et circumferentiam ΑΒΓ.

Ducatur enim ΗΒΖ circulum contingens, eademque parallela rectæ ΑΓ, secta utique in duas æquas partes circumferentia ΑΒΓ in puncto Β; et jungantur a punctis Η, Ζ ad punctum Ε ΗΕ, ΖΕ. Et quoniam majores sunt ΗΔ, ΔΖ quam ΗΖ, communes addantur ΗΑ, ΖΓ. Totæ igitur ΑΔ, ΔΓ majores sunt quam ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Et quoniam ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ sunt coni latera, et quidem isosceles, æquales sibi invicem sunt. Sunt autem pariter et normales, quemadmodum in lemmate demonstratum est; quæque sub normalibus, et basibus triangulorum ΑΕΔ, ΔΕΓ spatia continentur, majora sunt spatiis, quæ continentur sub normalibus, et basibus triangulorum ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ. Nam bases quidem ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ minores sunt basibus ΓΔ, ΔΑ; altitudines vero æquales: cum manifestum sit, rectam, quæ a coni recti vertice ad basis contactum ducitur, contingenti normalem esse. Quo autem majora sunt triangula ΑΕΔ, ΔΓΕ triangulis ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, hoc fit spatium Θ. Ac spatium quidem Θ aut minus est reliquis circumjectis segmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ sunt compositæ superficies, altera pyramidis, cujus est basis trapezium ΗΑΓΖ, vertex punctum Ε; altera coni quæ interjicitur inter ΑΕ, ΕΓ, una cum segmento ΑΒΓ, eæque eumdem ambitum trianguli ΑΕΓ terminum habent; constat pyramidis superficiem, excepto triangulo ΑΕΓ, majorem esse superficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur una cum segmento ΑΒΓ. Commune auferatur segmentum ΑΒΓ. Reliqua igitur triangula ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum reliquis circumjectis segmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, majora sunt superficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur.

[a] ἄρα [b] In hoc loco in MS. hiatus est.

Non eſt autem minus ſpatium Θ reliquis circumjectis ſegmentis AHB, BZΓ. Multo igitur magis triangula AHE, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, majora ſunt ſuperficie coni, quæ inter AE, EΓ interjicitur. Triangula autem AHE, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, eadem ſunt quæ triangula AEΔ, ΔEΓ. Igitur triangula AEΔ, ΔEΓ majora ſunt ea, quam diximus, coni ſuperficie. Sit autem ſpatium Θ minus reliquis circumjectis ſegmentis. Si igitur continuo ſegmentis polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio Θ minora erunt. Relinquantur, eaque ſint AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ minora ſpatio Θ; et jungantur rectæ ad punctum E. Rurſus manifeſtum eſt, triangula AHE, HEZ, ZEΓ triangulis AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ majora fore. Baſes enim baſibus majores ſunt, et altitudo æqualis. Rurſus etiam pariter pyramis, quæ baſim quidem habet polygonum AMNΞOΓ, verticem vero punctum E, excepto triangulo AEΓ, ſuperficiem habet majorem coni ſuperficie, quæ inter AE, EΓ interjicitur, una cum ſegmento ABΓ. Commune auferatur ſegmentum ABΓ. Reliqua igitur triangula AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ, una cum reliquis circumjectis ſegmentis AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ, majora erunt coni ſuperficie, quæ inter AE, EΓ interjicitur. Sed reliquis quidem, quæ diximus, circumjectis ſegmentis majus eſt ſpatium Θ; triangulis vero AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ demonſtratum eſt majora eſſe triangula AEH, HEZ, ZEΓ. Multo igitur magis triangula AEH, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, hoc eſt triangula AΔE, ΔEΓ, majora ſunt coni ſuperficie, quæ inter rectas AE, EΓ interjicitur.

ΒΖΓ περιλημμάτων ἐκ ἐλάσσονά ἐστι τὸ Θ χωρίον. Πολλῷ ἄρα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, μείζονα [a] ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Ἀλλὰ τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, ἐστὶ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΓ τρίγωνα. Τὰ ἄρα ΑΕΔ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας. Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν περιλημμάτων. Ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα, [a] ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λελάφθω, καὶ ἔστω τὰ ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ ἐλάσσονα ἢ τὰ τοῦ Θ χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ Ε. Πάλιν φανερὸν, ὅτι τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα, τῶν ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων ἔσται μείζονα. Αἴτιε γὰρ βάσεις τῶν βασέων εἰσὶ μείζους, [z] τὸ δὲ ὕψος ἴσον. Ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς, ἣ τὴν μὲν ἔχουσι τὸ ΑΜΝΞΟΓ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ Ε, χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου, τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ, μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τρίγωνα, μετὰ τῶν ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ περιλημμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλημμάτων μεῖζον ἐστὶ τὸ Θ χωρίον· τῶν δὲ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα. Πολλῷ ἄρα τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα, μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ εὐθειῶν.

EUTOCIUS.

Ducatur enim HBZ circulum contingens, eademque parallela rectæ AΓ, ſecta in duas æquas partes circumferentia ABΓ in puncto B. Quæ enim hoc pacto ducta fuerit, hanc parellelam eſſe ipſi AΓ facile demonſtrabitur, junctis a centro Θ rectis ΘA, ΘΔ, ΘΓ. Quoniam enim æqualis eſt AΔ ipſi ΔΓ, communiſque ΔΘ, duo latera duobus lateribus æqualia ſunt. Æqualis eſt autem etiam baſis AΘ baſi ΘΓ: igitur etiam angulus angulo æqualis eſt. At vero anguli HBΔ, ΔBZ ſunt recti: ducta enim ΘB eſt a centro ad contactum. Eſt igitur etiam reliquus angulus ΔHB reliquo angulo ΔZB æqualis. Propterea HΔ ipſi ΔZ æqualis eſt: ideoque ZH ipſi AΓ parallela.

Si igitur ſegmento polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur minora ſpatio Θ. Ad inſcripta quod attinet, demonſtratum eſt in elementis, triangula ſegmentis in-

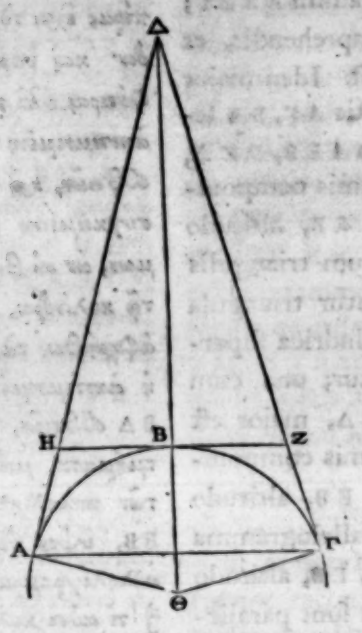
Ἤχθω γὰρ [a] ἡ HBZ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος ἔστω τῇ ΑΓ, δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β. Ὅτι γὰρ [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι τῇ ΑΓ δειχθήσεται, ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Θ ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΘΑ, ΘΔ, ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, καὶ κοινὴ ἡ ΔΘ, δύο δυσὶν ἴσαι. Ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΘΓ· καὶ γωνία ἄρα γωνίᾳ ἐστὶν ἴση. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΗΒΔ, ΔΒΖ γωνίαι ὀρθαί· ἀπὸ γὰρ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΘΒ. Ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΔΗΒ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΒ ἐστὶν ἴση. Καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΗΔ τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν· ὥστε παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ.

Περιγεγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ * τὸ τμῆμα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγραφομένων, δέδεικται ἐν τῇ συγχειώσει, ὅτι τὰ ἐγγραφόμενα τρίγωνα [c] εἰς τμήματα μείζονά

[x] ΤΝΑ MS. deſunt. [y] ἅ τινα [z] τὸ δὲ ὕψος in MS. deſunt. [a] ἄχθω [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι in MS. deſunt. [c] εἰς τὰ τμήματα

* Forte τὰ τμήματα.

ἐστι, ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' ἑαυτὰ τμημάτων. Καὶ διὰ τοῦτο δυνατὸν ἦν, τέμνοντας τὰς ἀφῃρημένας ἀχα κὴ ἐπιζεύγνυντας εὐθείας, καταλεῖπόν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἐπεὶ δὲ τῆς συγγραφῆς, οὐκέτι τοῦτο δέδεικται ἐν τῇ συγχύσει. Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ προλήμματι τοῦτο φασὶ, ὃ καὶ ἐστιν αὐτὸ συλλογίσασθαι διὰ τοῦ ζ' διορίσματος, δεικτέον ὅτι ἡ ἀφαιρουμένη ἀφαιρεῖ τρίγωνον μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτὸ τμήματος. Οἷον ὡς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ὅτι τὸ ΗΔΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ τμήματος τοῦ τμηχομένου ὑπὸ τῆς ΑΔ, ΔΓ, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας. Τῶν γὰρ αὐτῶν ἐπιζευγνυμένων, ἐστὶ ὀρθὴ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΒΖ, μεῖζων ἐστὶν ἡ ΔΖ τῆς ΒΖ. Ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΖΓ ἴση, ἐφάπτεται γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν. Καὶ [d] ἡ ΔΖ ἄρα τῆς ΖΓ μείζων. Ὥστε καὶ τὸ ΔΒΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ ΒΖΓ τριγώνου, ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσίν· πολλῷ ἄρα τοῦ ΒΖΓ τμήματος μεῖζόν ἐστί. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ τὸ ΔΒΗ τοῦ ΒΗΑ μεῖζόν. Ὅλον ἄρα τὸ ΔΗΖ μεῖζόν ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΔΓ τμήματος.



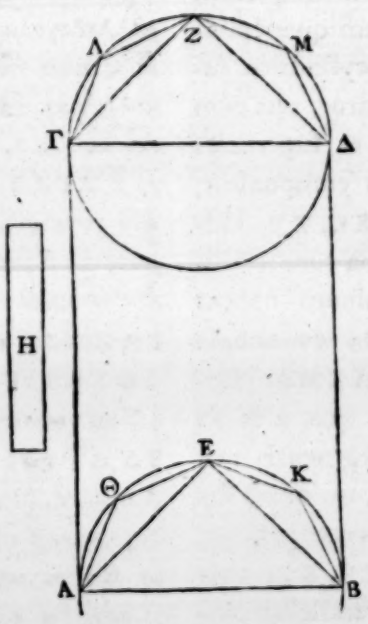
scripta majora esse quam dimidium segmentorum, in quibus constituta sunt. Propterea fieri potest, ut sectis in duas æquas partes circumferentiis, ductisque rectis, segmenta quædam dato spatio minora relinquantur. Quod vero attinet ad circumscripta, hoc nondum in elementis demonstratum est. Quoniam igitur in hac propositione id dicit, quod per septimam colligendo consequi licet; oportet demonstrare contingentem triangulum auferre majus quam dimidium segmenti, in quo constitutum est. Nimirum in eadem figura, triangulum HΔZ majus esse quam dimidium segmenti, quod a rectis AΔ, ΔΓ, et circumferentia ABΓ comprehenditur. Etenim ductis iisdem rectis, quoniam rectus est angulus ΔBZ, major est ΔZ quam BZ. At vero ZB æqualis est ipsi ZΓ: utraque enim contingit. Igitur major est etiam ΔZ quam ZΓ. Quare etiam triangulum ΔBZ majus est triangulo BZΓ; quippe sub eadem altitudine sunt; multoque magis segmento BZΓ. Eadem ratione triangulum etiam ΔBH majus est segmento BHA. Totum igitur triangulum ΔHZ majus est quam dimidium segmenti AΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθῷ κυλίνδρου δύο διάμετροι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ μεταξὺ τῶν διαμέτρων, μεῖζον ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου διαμέτρων, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς, οὗ βάσεις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω ὅτι ἡ ἀποτελουμένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ διαμέτρων, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ [e] περιφερειῶν δίχα, κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ [f] τῆς ΑΒ μείζους εἰσὶ, καί ἐστιν ἰσοῦψη τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ' αὐτῶν μείζονα ἂν ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τῷ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμῳ. Τινι ἄρα μεῖζων ἐστὶν, ἔστω τὸ Η χωρίον. Τὸ δὲ Η χωρίον ἤτοι ἔλασσον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐστὶ τμημάτων, ἢ οὐκ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. Καὶ ἐπεὶ ἀποτελουμένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ διαμέτρων, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [g] τμήματα πέρας



Secetur enim utraque circumferentia AB, ΓΔ in duas æquas partes in punctis E, Z; et jungantur AE, EB, ΓZ, ZΔ. Et quoniam AE, EB majores sunt quam AB, quæque super iis constituuntur parallelogramma æque sunt alta; majora sunt parallelogramma, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ABΔΓ. Quo igitur majora sunt, hoc sit spatium H. Ac spatium quidam H aut minus est planis segmentis AE, EB, ΓZ, ZΔ, aut non minus. Sit primo non minus. Et quoniam cylindri superficies, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, una cum segmentis AEB, ΓZΔ, planum parallelogrammi

[d] ἡ ΔΖ ἀρὰ [e] In MS. περιφερειῶν deest. [f] τῆς ΑΒ διαμέτρες μείζους [g] τρίγωνα

ΑΒΔΓ terminum habet; et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis ΑΕΒ, ΓΖΔ, terminum habet planum parallelogrammi ΑΒΔΓ; atque harum altera alteram comprehendit, et utraque ad eaſdem partes cava eſt. Ideo major eſt cylindri ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕΒ, ΓΖΔ, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis ΑΕΒ, ΓΖΔ. Communia auferantur triangula ΑΕΒ, ΓΖΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, æqualia ſunt parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η. Reliqua igitur, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur cylindrica ſuperficies, major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ. At vero ſpatium Η minus ſit planis ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Secetur unaquæque circumferentiarum ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ in duas æquas partes in punctis Θ, Κ, Λ, Μ; et jungantur ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Non minora igitur dimidio planorum ſegmentorum ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ triangula auferuntur ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ. Itaque id ſi continuo fiat, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio Η minora erunt. Relinquantur,eaque ſint ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Pariter autem demonſtrabimus, parallelogramma, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora fore. Et quoniam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕΒ, ΓΖΔ, et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum rectilineis ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ, terminum habent planum parallelogrammi ΑΓΔΒ; communia auferantur rectilinea ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, paral-

ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια, ἐκ τ̃ παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [h] τρίγωνα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον καὶ ἕπερα τῷ ἑτέρᾳ περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότερα πρὸς τὰ αὐτὰ κοίλα εἰσί. Μείζων ἄρ' ἐστὶν ἡ ἀπτομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων. Κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τρίγωνα. [i] Λοιπὴ ἄρ' ἡ ἀπτομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τ̃ συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος ἢ τὸ αὐτὸ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληγράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Λοιπὴ ἄρα ἀπτομένη κηλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τ̃ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων. Καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ, σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται ἐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ, τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα. Τοῦτο δ' ἐὰν ἐξῆς γινομένης, καταληφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τ̃ Η χωρίου. Καταλελείφθω, καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὸ παραλληλόγραμμον, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπτομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, πέρας ἔχει τὸ τ̃ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ, εὐθυγραμμῶν· κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθύγραμμα. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀπτομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τ̃ παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ ἢ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστι τ̃ παραλληλογραμμῶν,

[h] ἐπίπεδα

[i] λοιποὶ ἄρα

ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̄ ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̄ ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου, καὶ ϛ̄ Η χωρίου. Ἀφαιρεθέντα δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τοῦ Η χωρίου ἐλάττονα. [k] Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, [l] μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

lelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt parallelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η æqualia ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η. Quæ vero ſegmenta auferuntur ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ſpatio Η minora ſunt. Reliqua igitur, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, cylindrica ſuperficies major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ̄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν τινὲς ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, [m] αἱ εἰσὶ βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπίπτωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

Ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ [n] ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. Νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου. Δεικτέον ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

Ἤχθω γὰρ ἡ ΕΖ ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. Τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, [o] καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΗ, ΗΖ τῆς ΕΖ μείζους εἰσὶ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΕ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΗΑ, ΗΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ. Ὧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ Κ χωρίον. Τοῦ δὴ Κ χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τῶν σχημάτων, τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν, ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον μεῖζον. Τῆς

PROP. XIII. Theor.

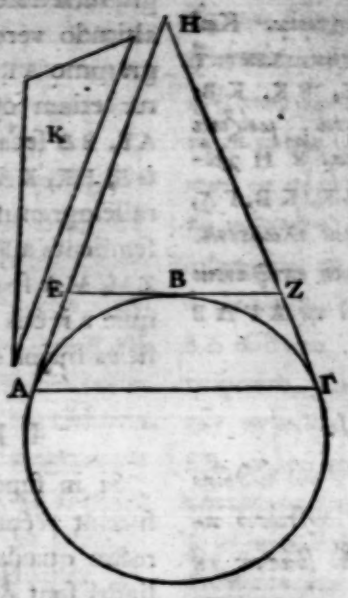
Si in ſuperficie recti cujuſdam cylindri duæ fuerint rectæ, et ducantur ab earum terminis rectæ quædam contingentes circulos, qui cylindri ſunt baſes, quæ in ejuſdem plano ſint, ſibique invicem occurrant; quæ ſub contingentibus, et lateribus cylindri parallelogramma continentur cylindri ſuperficie majora erunt, quæ inter rectas, quæ in ſuperficie ſunt, interjicitur.

Sit recti cujuſdam cylindri baſis circulus ΑΒΓ, et in ejuſdem ſuperficie duæ ſint rectæ, quarum termini puncta Α, Γ; ducanturque a punctis Α, Γ rectæ circulum contingentes, quæ in eodem plano ſint, ſibique in puncto Η invicem occurrant. Intelligantur autem et in altera cylindri baſe a rectarum, quæ in ſuperficie ſunt, terminis ductæ eſſe rectæ circulum contingentes. Oportet demonſtrare, parallelogramma, quæ ſub contingentibus et cylindri lateribus continentur, cylindri ſuperficie majora eſſe, quæ ſuper circumferentia ΑΒΓ conſtituitur.

Ducatur ΕΖ circulum contingens, et a punctis Ε, Ζ rectæ quædam ducantur ſecundum axem cylindri uſque ad alterius baſis ſuperficiem. Quæ autem [o] parallelogramma ſub ΑΗ, ΗΓ, et cylindri lateribus continentur, parallelogrammis majora ſunt, quæ continentur ſub ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, et lateribus item cylindri. Quoniam enim ΕΗ, ΗΖ majores ſunt quam ΕΖ, communes addantur ΑΕ, ΖΓ. Totæ igitur ΗΑ, ΗΓ majores ſunt quam ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ. Quo autem majora ſunt, hoc ſit ſpatium Κ. Ac ſpatii quidem Κ dimidium aut majus eſt figuris, quæ ſub rectis ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, et circumferentiis ΑΒ, ΒΓ continentur, aut non majus. Sit primo majus. Jam

[k] λοιπὸν [l] μείζων ἐστὶ παραλληλογράμμου [m] αἱ εἰσὶ βάσεις [n] ἔστω [o] καὶ τῆς πλευρᾶς

ſuperficiei, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper AE, EZ, ZΓ conſtituuntur, ac trapeziis tum AEZΓ, tum eidem in altera cylindri baſe contrario, terminus eſt ambitus parallelogrammi, quod ſuper recta AΓ conſtituitur. Eſt autem etiam ſuperficiei, quæ componitur ex cylindri ſuperficie, quæ conſtituitur ſuper circumferentia ABΓ, et ſegmentis tum ABΓ, tum eidem contrario, terminus idem ambitus. Hæ igitur, quas diximus, ſuperficies eumdem in plano terminum habent, ac utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque alteram aliqua quidem comprehendit, cætera vero communia habet. Minor eſt igitur quæ comprehenditur. Igitur communibus ablatis tum ſegmento ABΓ, tum eidem contrario, minor eſt cylindri ſuperficies, quæ ſuper circumferentia ABΓ conſtituitur, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper AE, EZ, ZΓ conſtituuntur, atque ex figuris tum AEB, BZΓ, tum iiſdem contrariis. Horum autem, quæ diximus, parallelogrammorum ſuperficies, una cum iis, quas diximus, figuris, minores ſunt ſuperficie parallelogrammorum, quæ ſuper AH, HΓ conſtituuntur. Nam una cum ſpatio K, quod figuris majus eſt, iiſdem erunt æquales. Conſtat igitur parallelogramma, quæ ſub AH, ΓH, et cylindri lateribus continentur, majora eſſe cylindri ſuperficie, quæ ſuper circumferentia ABΓ conſtituitur. Quod ſi ſpatium K figuris, quas diximus, majus non fuerit, rectæ ducentur circuli figuram contingentes ita ut reliquæ figuræ circumjectæ dimidio ſpatii K minores evadant; cœteraque eadem, qua ſupra, ratione demonſtrabuntur.



Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum quidem eſt ex iis, quæ ſupra dicta ſunt, ſi cono iſoſceli pyramis inſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, minorem eſſe conica ſuperficie.

Unumquodque enim triangulorum, quæ pyramidem continent, minus eſt conica ſuperficie, quæ inter latera trianguli interjicitur. Quare tota etiam ſuperficies pyramidis, excepta baſe, minor eſt coni ſuperficie, baſe item excepta.

Item ſi coni iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, majorem eſſe coni ſuperficie, baſe item excepta, quæ illi contermina eſt.

Illud quoque manifeſtum eſt ex iis, quæ demonſtrata ſunt, ſi cylindro recto priſma inſcri-

δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τ κατὰ τὰς AE, EZ, ZΓ, καὶ τ AEZΓ τραπεζίῳ, καὶ τῇ κατεναντίον αὐτοῦ ᵖ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου, πέρας ἐστὶ ἡ περίμετρος τῶν παραλληλογράμμων τοῦ κατὰ τὴν AΓ. Ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς κατὰ ABΓ περιφέρειαν, καὶ τῶν τμημάτων τοῦτε ABΓ, καὶ τῇ ᵍ ἀπεναντίον αὐτοῦ, πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. Αἱ δὲ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινι μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη. Ἀφαιρεθέντων δὴ κοινῶν τῇ τε ABΓ τμήματος, καὶ τῇ ἀπεναντίον αὐτοῦ, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ κατὰ τὴν ABΓ ʳ περιφέρειαν, τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας, ἔκτε τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν κατὰ τὰς AE, EZ, ZΓ, καὶ τῶν σχημάτων τῶν AEB, BZΓ, καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. Αἱ δὲ τῶν εἰρημένων ˢ παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἐλάττους εἰσὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, τῶν κατὰ τὰς AH, HΓ. Μετὰ γὰρ τοῦ K μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς. Δῆλον δὲ ὅτι τὸ παραλληλόγραμμον, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν AH, ΓH, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ᵗ ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ABΓ ᵘ περιφέρειαν. Εἰ δὲ μή ἐστι μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ K χωρὶς τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἀχθήσονται δύθεῖαι ἐπιψαύουσαι ᵛ τοῦ κύκλου σχήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεως τοῦ K· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

Τέτων δὴ δεδειγμένων, φανερὸν ὅτι μὲν τῶν προειρημένων ὅτι ἐὰν εἰς κώνου ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

Ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν. Ὥστε καὶ ὅλη ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ˣ ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια

ᵖ ἑτέρα βάσει, sic MS. τῶν εἰρημένων ex MS.
ᵍ ἀπεναντίου, sic MS.
ʳ περιφερείας
ˢ παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ
ᵗ εἰσὶ
ᵘ περιφερείας
ᵛ τοῦ σχήματος
ˣ ὅτι

τῦ πρίσματος, ἡ ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Ἐλάσσων γὰρ ἑκάστου παραλληλογράμμου τοῦ πρίσματος ἐστὶ τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.

[1] Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν συγκειμένη, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῦ κυλίνδρυ, χωρὶς τῆς βάσεως.

batur, superficiem prismatis, quæ ex parallelogrammis componitur, minorem esse cylindri superficie, excepta base.

Minus est enim unumquodque prismatis parallelogrammum ea, quæ super idem constituitur, cylindri superficie.

Item si cylindro recto prisma circumscribatur, superficiem prismatis, quæ ex parallelogrammis componitur, majorem esse cylindri superficie, base excepta.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς κυλίνδρυ ὀρθῦ ἡ ἐπιφάνεια, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρυ μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τῦ κυλίνδρυ, καὶ τῆς διαμέτρυ τῆς βάσεως τῦ κυλίνδρυ.

Ἔστω κυλίνδρυ τινὸς ὀρθῦ βάσις ὁ Α κύκλος· καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλυ ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τῦ κυλίνδρυ ἡ ΕΖ. [2] Ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ, ἡ Η, καὶ πείσθω κύκλος, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρυ ἴση ἐστὶ τῇ Η, ὁ Β. Δεικτέον ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρυ, χωρὶς τῆς βάσεως.

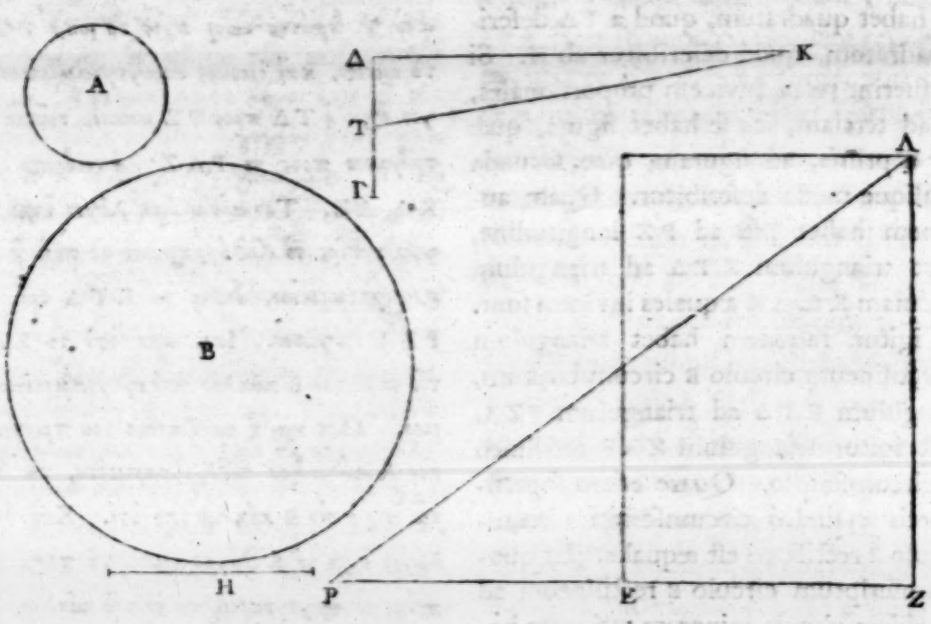
PROP. XIV. THEOR.

Cujuslibet recti cylindri superficies, excepta base, æqualis est circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus cylindri, et diametrum basis cylindri.

Sit recti cujusdam cylindri basis circulus A: et sit diametro quidem circuli A æqualis ΓΔ, lateri vero cylindri, ΕΖ. Media autem proportionalis inter ΔΓ, ΕΖ sit Η; et ponatur circulus Β, cujus ea, quæ ex centro, ipsi Η est æqualis. Oportet demonstrare circulum Β cylindri superficiei, excepta base, æqualem esse.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Δύο δὴ μεγεθῶν ἄντων ἀνίσων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρυ, καὶ τῦ Β κύκλυ, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρυ πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω ὁμοίυγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῦ ὁμοίυ γράμμυ πρίσμα, ἕξαν δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. Ἔστω δὴ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ὁμοίυγράμμυ, τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον, ἴση ἡ ΚΔ,

Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, minor. Duæ autem cum sint magnitudines inæquales, superficies cylindri, et circulus Β, fieri potest, ut circulo Β æquilaterum polygonum inscribatur, itemque aliud circumscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies cylindri ad circulum Β.



Intelligatur autem circumscriptum inscriptumque esse; et circulo Α ei, quod circulo Β circumscriptum est, simile rectilineum circumscribatur; et a rectilineo describatur prisma, quod quidem cylindro circumscriptum erit. Porro ambitui rectilinei circulo Α circumscripti æqualis sit ΚΔ, eidemque ΚΔ æqualis ΛΖ: dimidia

[1] In MS. καὶ deest.

[2] ἴσχετω

autem ipſius ΓΔ ſit ΓΤ. Atque erit triangulum quidem ΚΔΤ æquale rectilineo circulo Α circumſcripto; quoniam baſim habet ejus ambitui æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro circuli Α. Parallelogrammum vero ΕΛ æquale ſuperficiei priſmatis cylindro circumſcripti; quoniam continetur ſub cylindri latere, rectaque ambitui baſis ipſius priſmatis æquali. Ponatur autem ipſi ΕΖ æqualis ΕΡ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΡΛ parallelogrammo ΕΛ: quare etiam priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis Α, Β circumſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex centris, proteſtate. Habebit igitur triangulum ΚΤΔ ad rectilineum, circulo Β circumſcriptum eamdem rationem, quam ΤΔ ad Η poteſtate. Æquales ſunt enim iis, quæ ex centro, ΤΔ, et Η. Sed quam rationem habet ΤΔ ad Η poteſtate, hanc habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine. Eſt enim Η media proportionalis inter ΤΔ, ΡΖ; quippe quæ media etiam inter ΓΔ, ΕΖ proportionalis eſt. Quo tandem pacto? Quoniam enim æqualis eſt ΔΤ ipſi ΤΓ, et ΡΕ ipſi ΕΖ; ideo ΓΔ ipſius ΤΔ, et ΡΖ ipſius ΡΕ eſt dupla. Ut igitur ΔΓ ad ΔΤ, ita ſe habet ΡΖ ad ΖΕ. Quod igitur ſpatium ſub ΓΔ, ΕΖ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ. Spatio autem, quod ſub ΓΔ, ΕΖ continetur æquale eſt quadratum, quod deſcribitur ab Η. Igitur etiam ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ, æquale eſt quadratum, quod ab Η deſcribitur. Ut igitur ΤΔ ad Η, ita ſe habet Η ad ΡΖ. Ut igitur ΤΔ ad ΡΖ, ita ſe habet quadratum, quod a ΤΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Η. Si enim tres fuerint rectæ invicem proportionales, ut prima ad tertiam, ita ſe habet figura, quæ deſcribitur a prima, ad figuram, quæ ſecunda ſimilis ſimilique modo deſcribitur. Quam autem rationem habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine, hanc habet triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΛΖ; quoniam ΚΔ, ΛΖ æquales invicem ſunt. Eamdem igitur rationem habet triangulum ΚΤΔ ad rectilineum circulo Β circumſcriptum, quam triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΖΛ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΛΡ rectilineo circulo Β circumſcripto. Quare etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti circumſcripto circulo Β rectilineo eſt æqualis. Et quoniam circumſcriptum circulo Β rectilineum ad inſcriptum eidem circulo minorem rationem habet, quam ſuperficies cylindri Α ad circulum Β; etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti ad rectilineum circulo Β inſcriptum rationem

καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΛΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἐστὶν ἡ ΓΤ. Ἔστω δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον, ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον· ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου. Τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου· ἐπειδὴ περίκειται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος. Κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΡΛ τρίγωνον, τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ· ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α. Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον * τὰ εὐθύγραμμα, ὃν περ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμεις. Ἔχει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον, λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δύναμιν. Αἱ γὰρ ΤΔ, Η, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου. Ἀλλ' ὡς ἔχει λόγον [a] ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δύναμιν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει. Ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ [b] ἀνὰ λόγον, διὰ τὸ καὶ τὰ ΓΔ, ΕΖ. Πῶς δὲ τοῦτο; Ἐπεὶ γάρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ, τῆς ΡΕ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, [c] οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, [d] οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνὰ λόγον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τοῦ πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ δευτέρας εἶδος, τὸ ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ· ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὃν περ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΛΡ τρίγωνον, τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. Ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου, τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστί. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ, τὸν ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου, πρὸς τὸ εὐθύ-

[a] ἡ ΤΔ Η δυνάμει [b] ἀνάλογον [c] ὡς [d] In MS. οὕτως deeſt.

* τὰ εὐθύγραμμα, videri poſſunt e margine in textum migraſſe. Sane ab Eutocio in ſuo Commentario elegantius omittuntur.

γραμμον τὸ ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ γεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφανεία τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον, μείζων ἔστι δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου· [a] τὸ δὲ γεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ, ἔλαττόν ἐστι τοῦ Β κύκλου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάττων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἔστω δή, εἰ δυνατόν, μείζων. Πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἤ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ πρίσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. Καὶ πάλιν ἡ ΚΔ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ ΖΛ ἴση αὐτῇ ἔστω. Ἔστιν δὴ τὸ μὲν ΚΤΔ τρίγωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου· διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τὸ ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης παθετοῦ· τὸ δὴ ΕΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, [b] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ, διότι περιέχεται ὑπὸ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, καὶ τὸ ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ πρίσματος. Ὥστε καὶ τὸ ΡΛΖ τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. Ἔχει δὴ καὶ τὰ ΚΤΔ, ΖΡΛ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΖΡ τρίγωνον. Ἔλαττον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ ΚΤΔ τριγώνου. Ἔλαττον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ ΖΡΛ τριγώνου. Ὥστε καὶ τὸ ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ γὰρ ἐλάττονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ· μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα ἐστί.

habet minorem quam ſuperficies cylindri ad circulum B: et permutando: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem priſmatis cylindro circumſcripti major eſt, quemadmodum demonſtravimus, cylindri ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B cylindri ſuperficie. Sit autem, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur rectilineum circulo inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri; et circulo A ei, quod circulo B inſcriptum eſt ſimile polygonum inſcribatur; et ab inſcripto circulo polygono deſcribatur priſma. Rurſus etiam ambitui rectilinei circulo A inſcripti æqualis ſit KΔ, eidemque æqualis ZΛ. Erit autem triangulum quidem KTΔ majus rectilineo circulo A inſcripto; quoniam baſim habet ejuſdem ambitui æqualem, et altitudinem majorem normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; parallelogrammum vero EA æquale ſuperficiei priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur; quoniam ſub cylindri latere continetur, rectaque ambitui rectilinei, quod ipſius priſmatis eſt baſis, æquali. Quare etiam triangulum PAZ æquale eſt priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex eorum centris, poteſtate. Habent autem etiam triangula KTΔ, ZPA inter ſe invicem eamdem rationem, quam eæ, quæ ex circulorum centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet rectilineum circulo A inſcriptum ad inſcriptum circulo B rectilineum, quam triangulum KTΔ ad triangulum AZP. Minus eſt autem rectilineum circulo A inſcriptum triangulo KTΔ. Minus eſt igitur, et inſcriptum circulo B rectilineum triangulo ZPA. Quare etiam minus ſuperficie priſmatis cylindro inſcripti. Quod fieri non poteſt. Quoniam enim minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri, itemque permutando; majuſque eſt circumſcriptum circulo B rectilineum eodem circulo B; ideo rectilineum circulo B inſcriptum eſt majus cylindri ſuperficie. Quare etiam majus ſuperficie priſmatis. Non eſt igitur major circulus B cylindri ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

[a] τοῦτο δέ

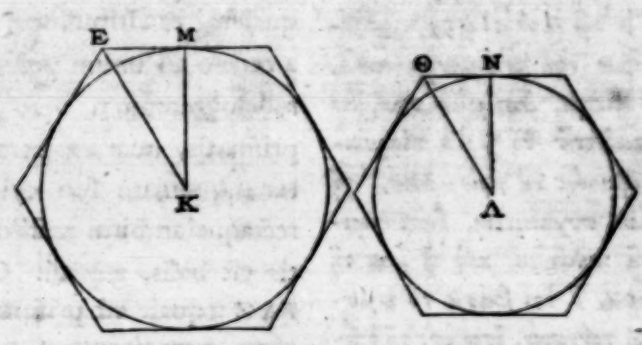
[b] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων

EUTOCIUS.

Intelligatur autem circumſcriptum, inſcriptumque eſſe circulo B; et circulo A ei, quod circulo B circumſcriptum eſt, ſimile rectilineum circumſcribatur. Quomodo ſane polygonum dato circulo inſcribendum ſit inſcripto alteri circulo ſimile, cum ipſum per ſe pateat, traditum etiam eſt a Pappo in Commentario, quod in Elementa conſcripſit. Quomodo vero polygonum dato circulo circumſcribendum ſit ſimile circumſcripto alteri circulo, nondum eſt traditum; quod nunc quidem præſtandum eſt. Inſcribatur enim circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum fuit: et circulo item A polygonum circumſcribatur ei ſimile, quod ſibimetipſi fuit inſcriptum; prorſus ut in quarto theoremate. Atque idem hoc polygonum ſimile fuerit illi, quod inſcriptum fuit circulo B.

Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex cencentris, poteſtate. Hoc quidem de inſcriptis in Elementis demonſtratum eſt: de circumſcriptis vero, quod nondum factum eſt, hoc pacto demonſtrabitur.

Intelligantur enim ſeorſum deſcripta eſſe polygona cum circumſcripta, tum inſcripta; ductæque a circulorum centris KE, KM, ΛΘ, ΛN. Manifeſtum autem eſt ipſas KE, ΛΘ ex centris circulorum eſſe, qui circa circumſcripta polygona deſcripti ſunt: atque habere ſeſe invicem poteſtate, ut polygona circumſcripta. Et quoniam anguli KEM, ΛΘN dimidii ſunt angulorum, qui in polygonis ſunt; conſtat, cum polygona ſimilia ſint, æquales invicem eſſe. At vero qui anguli, ad puncta M, N, ſunt recti. Triangula igitur KEM, ΛΘN ſunt æquiangula. Itaque ſe habebunt ut KE ad ΛΘ, ita KM ad ΛN; ideoque et quæ ab ipſis quadrata deſcribuntur. Ut autem quadratum, quod a KE deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΛ, ita habent ſeſe invicem circumſcripta polygona. Igitur etiam ut quadratum, quod a KM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛN, ita habent ſeſe invicem polygona circumſcripta.



Eamdem igitur rationem habet triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ. Quoniam enim circumſcripta circulis A, B rectilinea ita habent ſeſe invicem, ut eæ, quæ ex centris poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad H poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad PZ longitudine; hoc eſt, ut triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ: æquale autem eſt triangulum KTΔ rectilineo circulo A circumſcripto. Ideo ut triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, ita ſe habet idem triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ.

Igitur permutando minorem rationem habet ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, quam rectilineum circulo B inſcriptum ad circulum B; quod eſt abſurdum. Si enim fiat, ut ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, ita rectilineum circulo B inſcriptum ad aliud quoddam ſpatium; id erit minus circulo B, atque ad hoc rectilineum circulo inſcriptum majorem rationem habet, quam ad circulum. Nimirum ſuperficies priſ-

---

[a] ἐγγεγραμμένον ex MS. [b] εἰσὶ ex MS. [l] εἰσὶ [k] εἰσὶ ex MS. [l] γωνίων ex MS. [m] πρὸς τὸ ZPA τρίγωνον ex MS. [n] TA

* Περὶ δὲ &c.—Malim, Ὅπως δὲ περὶ &c.

Νενοήσθω δὴ εἰς τὸν B κύκλον περιγεγραμμένα, [a] καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ ἀεὶ τὸν A κύκλον ἀπεγγράφθω εὐθυγράμμων, ὅμοιον τῷ ἀεὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ. Ὅπως μὲν οὖν ἔστι εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον· εἴρηται δὲ καὶ ὑπὸ Πάππου εἰς τὸ Ὑπόμνημα τῶν Στοιχείων. Περὶ [*] δὲ τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἀεὶ ἑτέρῳ κύκλῳ ἀπεγεγραμμένῳ, ἔτι ἐστὶν ὁμοίως ἔχοντα εἰρημένον, ὅπως πω λεκτέον. Τῷ δὴ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, ὅμοιον εἰς τὸν A ἐγγεγράφθω, καὶ περὶ αὐτὸν τὸν A ὅμοιον τῷ εἰς αὐτὸν, ὡς ἐν τῷ δ' Θεωρήματι. Καὶ ἔστω ὅμοιον καὶ τῷ ἀεὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα, τὰ περὶ τοὺς A, B κύκλους περιγεγραμμένα, ἡ αὐτὴν ἔξει λόγον ὁποιαπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμεις. Τὸ τοίνυν, ἐστὶ μὲν τὸ ἐγγεγραμμένον, δέδεικται ἐν τῇ Στοιχειώσει· ἐπὶ δὲ τῶν περιγεγραμμένων ἐκ ἔστι. Δειχθήσεται δὲ ὕστερον.

Νενοήσθωσαν γὰρ χωρὶς τὰ περιγεγραμμένα καὶ ἐγγεγραμμένα εὐθύγραμμα· καὶ ἐπὶ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπεζευγμέναι αἱ KE, KM, ΛΘ, ΛN. Φανερὸν δὴ ὅτι αἱ KE, ΛΘ ἐκ τῶν κέντρων [b] εἰσὶ τῶν περὶ τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα κύκλων· καὶ φανερὸν [l] ἔχουσι δυνάμει, ὃν τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα. Καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ KEM, ΛΘN ἡμίσειαί [k] εἰσι τῶν ἐν τοῖς πολυγώνοις [l] γωνιῶν, ὁμοίων ὄντων τῶν πολυγώνων, δῆλον ὅτι καὶ αὗται ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ καὶ αἱ πρὸς τοῖς M, N ὀρθαί. Ἰσογώνια ἄρα τὰ KEM, ΛΘN τρίγωνα. Καί ἐστιν ὡς ἡ KE πρὸς ΛΘ, ἡ KM πρὸς ΛN· ὥστε καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ KE πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ KM πρὸς τὸ ἀπὸ ΛN, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ KTΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν B κύκλον, ὅπερ τὸ KTΔ τρίγωνον [m] πρὸς τὸ ZPΛ τρίγωνον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ περὶ τοὺς A, B κύκλους εὐθύγραμμα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμεις, τουτέστιν ἡ [n] TΔ πρὸς H δυνάμει, τουτέστιν ἡ TΔ πρὸς PZ μήκει, τουτέστιν ὡς τὸ KTΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ZPΛ· ἴσον δὲ τὸ KTΔ τῷ περὶ τὸν A κύκλον περιγεγραμμένῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ KTΔ πρὸς τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον, οὕτως τὸ αὐτὸ KTΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ZPΛ τρίγωνον.

Ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ στῆμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ὅπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ πείσματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς ἔλασσον τοῦ B κύκλου, πρὸς ὃ μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ πρὸς τὸν κύκλον. Τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ

ασίσματος, σχὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον σχὸς τὸν κύκλον. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσονα. Ὅπερ ἄτοπον.

matis ad ſuperficiem cylindri majorem rationem habet, quam rectilineum circulo inſcriptum ad circulum. Demonſtratum autem eſt rationem habere etiam minorem. Quod eſt abſurdum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς, χωρὶς τῆς βάσεως, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. Τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. Λέγω ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

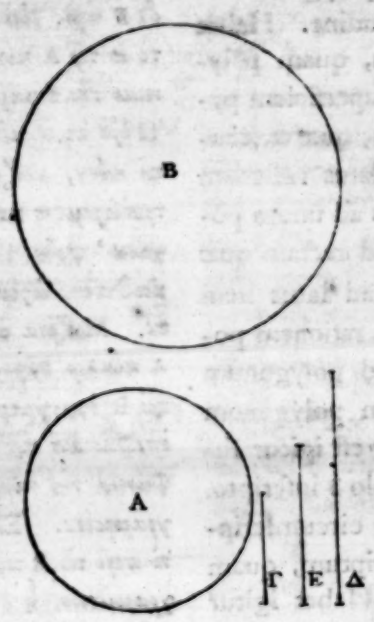
PROP. XV. Theor.

Cujuſlibet coni iſoſcelis, excepta baſe, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, eamque, quæ ex centro circuli, qui coni eſt baſis.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A; ſitque ea, quæ ex centro, Γ. Lateri autem coni æqualis ſit Δ; mediaque inter Γ, Δ proportionalis E. Denique circulus B habeat eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Dico circulum B coni ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον ἐλάσσων. Ἔστι δὴ δύο μεγεθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. Δυνατὸν ἄρα, εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸ Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη, τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας· τετύχηκεν, ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δυνάμει, τετύχηκεν ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου. Κοινὸν δὴ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος [p] περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένῳ. Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo minor. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuperficies coni, et circulus B, majorque coni ſuperficies. Fieri igitur poteſt, ut circulo B polygonum æquilaterum inſcribatur, inſcriptoque ſimile aliud item circumſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſuperficies coni ad circulum B. Intelligatur circumſcriptum etiam eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B circumſcriptum eſt; atque excitetur a polygono circulo A circumſcripto pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B circumſcripta ſunt, polygona ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ, quæ ex centris, poteſtate; hoc eſt quam Γ habet ad E poteſtate; ſive Γ ad Δ longitudine. Quam autem rationem habet Γ ad Δ longitudine, hanc habet circumſcriptum circulo A polygonum ad ſuperficiem piramidis cono circumſcriptam. Nam Γ quidem æqualis eſt normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; Δ vero lateri coni. Communis autem ſuperficierum altitudo, quarum dimidia ſunt, circumſcriptum circulo A polygonum, et ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ, eſt polygoni ambitus. Eamdem igitur rationem habet circumſcriptum circulo A rectilineum ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam idem rectilineum ad ſuperficiem pyramidis cono circumſcriptæ. Quare ſuperficies pyramidis rectilineo circulo B circumſcripto æqualis eſt. Quoniam igitur minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam ſuperficies coni ad



[o] Δὲ ex MS.

[p] τῆς περιγεγραμμένης

circulum B; minorem utique rationem habebit ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ ad rectilineum circulo B inſcriptum, quam ſuperficies coni ad circulum B: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem pyramidis major eſt, quemadmodum demonſtravimus, coni ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B coni ſuperficie. Dico autem neque majorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur polygonum circulo B inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad coni ſuperficiem. Intelligatur item inſcriptum eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum eſt; atque excitetur ab eodem pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ quæ ex centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet polygonum ad polygonum, quam Γ ad Δ longitudine. Habet autem Γ ad Δ majorem rationem, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Nam ea, quæ ex centro circuli A majorem ad coni latus rationem habet, quam recta, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur, ad rectam quæ ducitur normalis a coni vertice ad latus item polygoni. Habet igitur majorem rationem polygonum circulo A inſcriptum ad polygonum inſcriptum circulo B, quam idem polygonum ad pyramidis ſuperficiem. Major eſt igitur ſuperficies pyramidis polygono circulo B inſcripto. Habet autem minorem rationem circumſcriptum circulo B polygonum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem coni. Habet igitur multo magis circumſcriptum circulo B polygonum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ minorem rationem, quam circulus B ad coni ſuperficiem, quod fieri non poteſt. Nam circumſcriptum quidem polygonum majus eſt circulo B; ſuperficies vero pyramidis cono inſcriptæ minor eſt coni ſuperficie. Neque igitur major eſt circulus B coni ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τ῀ πυραμίδος τ῀ περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης, πρὸς τὸ ἐλάττονμα τὸ ἐν τῷ B κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τ῀ κώνου πρὸς τ῀ B κύκλον ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τ῀ πυραμίδος μείζων ἐστὶ δέδεικται τ῀ ἐπιφανείας τ῀ κώνου· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἐλάττονμα ἐν τῷ B κύκλῳ, ἐλαττόν ἐστι τ῀ B κύκλου. Οὐκ ἄρα ὁ B κύκλος ἐλάττων ἐστὶ τ῀ ἐπιφανείας τ῀ κώνου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μείζων. Εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. Πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάττονα λόγον ἔχειν, τ῀ ὃν ἔχει ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ῀ κώνου· καὶ εἰς τὸν A κύκλον νοήσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτ῀ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστιν τὰ ἐν [q] τοῖς A, B ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ῀ς πυραμίδος τ῀ς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τ῀ κέντρου τ῀ A κύκλου πρὸς [r] τὴν πλευρὰν, τ῀ κώνου, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τ῀ κέντρου ἀγομένη καθετὸς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ῀ πολυγώνου [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, καθετὸν ἀγομένην ἀπὸ τ῀ κορυφ῀ς τοῦ κώνου. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, ἤ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ῀ς πυραμίδος. Μεῖζον ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τ῀ς πυραμίδος, τοῦ ἐν τῷ B πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. Ἐλάττονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. Πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ῀ς πυραμίδος τ῀ς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστι τ῀ B κύκλου· ἡ δὲ ἐπιφάνεια τ῀ πυραμίδος τ῀ ἐν τῷ κώνῳ, ἐλάττων ἐστὶ τ῀ ἐπιφανείας τ῀ κώνου. Οὐκ [t] ἄρα ἐστὶν μείζων ὁ κύκλος B τ῀ς ἐπιφανείας τ῀ κώνου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάττων. Ἴσος ἄρα.

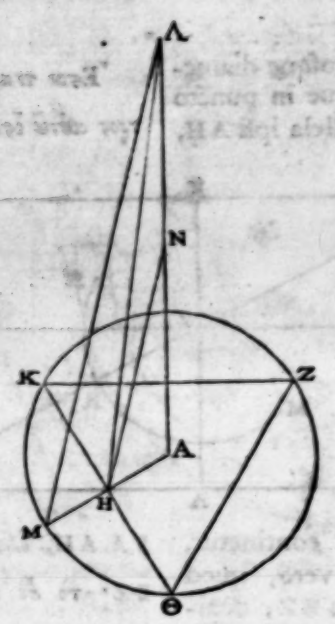
EUTOCIUS.

Γ vero ad Δ majorem rationem habet, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Quæ enim ex centro circuli, hæc ad coni latus majorem rationem habet, quam quæ a centro circuli ad polygoni latus normalis ducitur, ad eam, quæ

Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ῀ς πυραμίδος τ῀ς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τ῀ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθετὸς ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευ-

[q] τοῖς A B κύκλοις [r] τὴν ex MS. [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου in MS. desunt. [t] ἄρα ex MS.

ducitur a coni vertice ad latus item polygoni. Intelligatur enim figura quæ huc pertinet, seorsum descripta esse; inscriptumque circulo A polygonum ZΘK: et ducatur a centro circuli A ad polygoni latus ΘK normalis AH. Manifestum quidem est spatium, quod sub polygoni ambitu, et sub AH continetur, polygoni esse duplum. Itaque intelligatur coni vertex esse punctum Λ; junctaque a puncto Λ ad H ΛH, quæ normalis utique est ad ΘK; quemadmodum in lemmate noni theorematis demonstratum est. Quoniam igitur inscriptum polygonum æquilaterum, conusque isosceles est; quæ a puncto Λ ad unumquodque polygoni latus normales ducuntur ipsi ΛH æquales sunt. Harum enim unaquæque potest quadrata, quæ cum ab axe, tum a recta ipsi AH æquali describuntur. Propterea et spatium, quod sub polygoni ambitu, et sub ΛH continetur, duplum est superficiei pyramidis. Quod enim spatium sub unoquoque latere, rectaque ipsi ΛH æquali, quæ a vertice ad ipsum latus ducitur, continetur; id duplum est trianguli, quod sub ipsa constituitur. Quare ut AH ad HΛ, ita se habet polygonum, ad pyramidis superficiem; sumpto utique polygoni ambitu pro communi altitudine. Itaque ducta HN ipsi MΛ parallela; ut AM ad MΛ, ita se habebit AH ad HN. Habet autem AH ad HN majorem rationem, quam ad HΛ: major est enim ΛH quam HN. Habet igitur etiam AM ad MΛ; hoc est Γ ad Δ; majorem rationem, quam AH ad HΛ; hoc est quam polygonum ad pyramidis superficiem.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

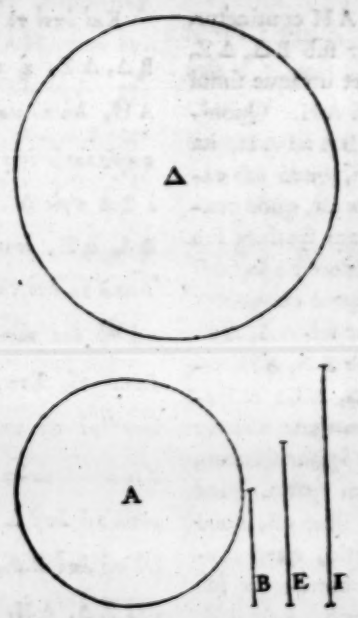
Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

PROP. XVI. THEOR.

Cujuslibet coni isosceles superficies eamdem ad basim rationem habet, quam latus coni ad eam, quæ ex centro basis coni.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος. Ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ Β κέντρου τοῦ Α, ἴση ἡ Β· τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἡ Γ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον, ὃν ἡ Γ πρὸς τὴν Β.

Sit conus isosceles, cujus basis circulus A. Sit autem ei quidem, quæ ex centro circuli A, æqualis B; lateri vero coni æqualis Γ. Oportet demonstrare, coni superficiem eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B.



Εἰλήφθω γὰρ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε. Ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου. Ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν Α κύκλον, λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν, τῷ τῆς Γ πρὸς Β μήκει. Ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς Ε πρὸς Β δυνάμει· διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τε-

Sumatur enim media inter B, Γ proportionalis E; et ponatur circulus Δ habens eam, quæ ex centro, ipsi E æqualem. Æqualis est igitur circulus Δ coni superficiei. Hoc enim in superiore theoremate demonstratum est. Demonstratum est autem circulum Δ eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine. Utraque enim ratio eadem est quæ ipsius E ad B potestate: eo quod circuli se

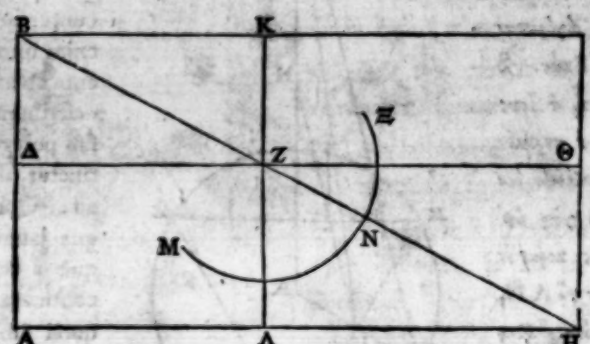
[u] νενοήσθω [w] ἡ ΑΗ ἥτις καθετος γὰρ ἐστὶ ἐπὶ τὴν ΘΚ [x] ἀγομένη, sic MS. [y] κοινῆς ὕψης [z] λαμβανομένης [a] τοῦτο

invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur; pariterque etiam ut quadrata, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex circulorum centris. Quod enim de diametris, idem etiam de eorum dimidiis dicendum eſt. At vero iis, quæ ex centris, ipſe B, E æquales ſunt. Conſtat igitur ſuperficiem coni eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine.

τράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὴ καὶ τὰ δοθέντων ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων. Εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἥμισυ, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. Ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν, αἱ Β, Ε. Δῆλον ὅν, ὅτι ἡ ὑποφάνεια τοῦ κώνου, πρὸς τὴν Α κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς Β μήκει.

LEMMA.

Sit parallelogrammum BAH, ejuſque diameter BH. Secetur latus BA utcunque in puncto Δ: et ducatur per punctum Δ parallela ipſi AH, ΔΘ; et per punctum Z ipſi BA parallela, KΛ. Dico ſpatium, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; ſpatioque, quod continetur ſub ΔA, et utraque ſimul ΔZ, AH.



Quoniam enim ſpatium quidem; quod ſub BA, AH continetur, totum eſt ſpatium BH; ſpatium vero, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, eſt ſpatium BZ; denique ſpatium, quod continetur ſub ΔA, et utraque ſimul ΔZ, AH, eſt gnomon MNΞ: nam ſpatium, quod continetur ſub ΔA, AH æquale eſt ſpatio KH; eo quod complementum KΘ æquale eſt complemento ΔΛ: et ſpatium, quod continetur ſub ΔA, ΔZ, æquale eſt ſpatio ΔΛ. Ideo totum ſpatium BH, nempe illud, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, et gnomoni MNΞ; qui quidem ſpatio, quod ſub ΔA, et utraque ſimul AH, ΔZ continetur, æqualis eſt.

ΛΗΜΜΑ.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. Τετμήσθω ἡ ΒΑ πλαγιὰ ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ, ἡ ΔΘ· διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ, ἡ ΚΛ. Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, [b] καὶ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρῳ [c] ΔΖ, ΑΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τὸ ΒΖ· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΔΖ, ΑΗ, ὁ ΜΝΞ γνώμων· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΗ· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα, τῷ ΔΛ παραπληρώματι· τὸ δὴ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ, τῷ ΔΛ. Ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τὸ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρῳ [c] ΑΗ, ΔΖ.

EUTOCIUS.

Et quoniam ſpatium, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſt tum ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, tum ſpatio, quod continetur ſub AΔ, et utraque ſimul ΔZ, AH; eo quod ΔZ parallela eſt ipſi AH. Quoniam enim ΔZ ipſi AH eſt parallela; ut BA ad AH, ita ſe habet BΔ ad ΔZ. Propterea ſpatium, quod ſub extremis BA, ΔZ continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis BΔ, AH. Quod autem ſpatium ſub BA, ΔZ continetur, id, per primum theorema ſecundi Elementorum libri, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ. Igitur etiam ſpatium, quod continetur ſub BΔ, AH, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ. Commune addatur ſpatium, quod ſub ΔA, AH continetur. Igitur ſpatium, quod ſub BΔ, AH continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub ΔA, AH; quod quidem illud eſt, quod ſub BA, AH continetur; æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ; et adhuc ſpatio, quod continetur ſub AΔ, AH.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρῳ τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΑΗ, ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων τῶν ΒΔ, ΑΗ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ β' βιβλίου τῆς Στοιχειώσεως. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔ, ΑΗ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΑΗ.

PROP. XVII. Theor.

Si conus iſoſceles plano ſecetur baſi parallelo, coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana inter-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων

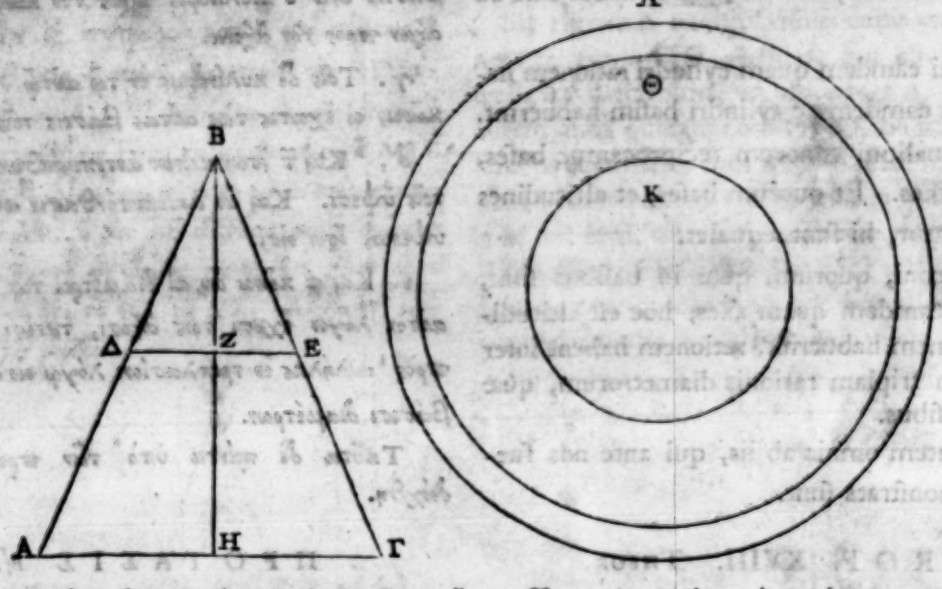
[b] καὶ τῷ ὑπὸ

[c] ΔΖΑΛ

[a] ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ, ἴσος ἐςὶ κύκλος, ὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ μέση ἀνάλογόν ἐςὶ τῆς τε ΑΔ, καὶ συναμφοτέρυ τῆς ΔΖ, ΗΑ. Ἔςω δὲ κύκλος ὁ Θ. Λέγω ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ, τῇ μεταξὺ τ῀ ΔΕ, ΑΓ.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ, Κ. Καὶ τῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τ῀ κέντρυ, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τῦ δὲ Λ, ἡ ἐκ τ῀ κέντρυ, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ. Ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΑΒΓ κώνυ· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΒ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐςὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρυ τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Λ κύκλυ· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ δυύαται ἡ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Κ κύκλυ· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΑ, καὶ συναμφοτέρυ τῆς ΔΖ, ΑΗ δυύαται ἡ ἐκ τοῦ κέντρυ τ῀ Θ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρυ τοῦ Λ κύκλυ, ἴσον ἐςὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. Ὥςε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐςὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. Ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνυ. Ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνυ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐςὶ τῷ Θ κύκλῳ.

jicitur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, quod interjicitur inter parallela plana, et rectam utrique earum æqualem, quæ ex centris circulorum, qui in parallelis ſunt planis.



Ἔςω κῶνος, ὗ τὸ διὰ τῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ· ἄξων δὲ τ῀ κώνυ ἔςω ΒΗ. Κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, ὗ ἡ ἐκ τ῀ κέντρυ μέση ἀνάλογόν ἐςὶ τῆς τε ΑΔ, καὶ συναμφοτέρυ τῆς ΔΖ, ΗΑ. Ἔςω δὲ κύκλος ὁ Θ. Λέγω ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ κώνυ, τῇ μεταξὺ τ῀ ΔΕ, ΑΓ.

Sit conus, cujus triangulum, quod per axem agitur, triangulo ΑΒΓ æquale ſit; et ſecetur plano baſi parallelo, quod ſectionem faciat ΔΕ: ſitque coni axis ΒΗ. Ponatur autem quidam circulus, cujus ea, quæ ex centro, media ſit proportionalis inter ΑΔ, et utramque ſimul ΔΖ, ΗΑ. Atque hic quidem circulus ſit Θ. Dico, circulum Θ coni ſuperficiei, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualem eſſe.

Ponantur enim circuli Λ, Κ. Atque ea quidem, quæ ex centro circuli Κ, poſſit ſpatium, quod ſub ΒΔ, ΔΖ continetur; quæ vero ex centro circuli Λ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub ΒΑ, ΑΗ. Igitur circulus Λ æqualis eſt ſuperficiei coni ΑΒΓ; et circulus Κ æqualis eſt ſuperficiei coni ΔΕΒ. Et quoniam ſpatium, quod ſub ΒΑ, ΑΗ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΒΔ, ΔΖ, ſpatio quo, quod continetur ſub ΑΔ, et utraque ſimul ΔΖ, ΑΗ; eo quod ΔΖ ipſi ΑΗ eſt parallela: ac ſpatium quidem, quod ſub ΑΒ, ΑΗ continetur, ea poteſt quæ ex centro circuli Λ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΒΔ, ΔΖ, ea poteſt, quæ ex centro circuli Κ; denique ſpatium, quod continetur ſub ΔΑ, et utraque ſimul ΔΖ, ΑΗ, ea poteſt, quæ ex centro circuli Θ. Ideo quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Λ, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex centris circulorum Κ, Θ. Quare etiam circulus Λ æqualis eſt circulis Κ, Θ. Æqualis eſt autem circulus quidem Λ ſuperficiei coni ΒΑΓ; circulus vero Κ ſuperficiei coni ΔΒΕ. Reliqua igitur, quæ inter parallela plana ΔΕ, ΑΓ interjicitur, coni ſuperficies circulo Θ eſt æqualis.

[a] τῇ ἐπιφανείᾳ

LEMMATA.

1. Coni, qui æquales habuerint altitudines, eamdem quam baſes rationem habent. Et qui baſes habuerint æquales, eamdem quam altitudines habent rationem.

2. Si cylindrus plano ſecetur baſi parallelo, ut cylindrus ad cylindrum, ita ſe habet axis ad axem.

3. Coni eamdem quam cylindri rationem habent, qui eamdem ac cylindri baſim habuerint.

4. Æqualium conorum reciprocantur baſes, et altitudines. Et quorum baſes, et altitudines reciprocantur, hi ſunt æquales.

5. Et coni, quorum, quæ in baſibus ſunt, diametri eamdem quam axes, hoc eſt altitudines, rationem habuerint, rationem habent inter ſe invicem triplam rationis diametrorum, quæ ſunt in baſibus.

Hæc autem omnia ab iis, qui ante nos fuerunt, demonſtrata ſunt.

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς βάσεσι. Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσι.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

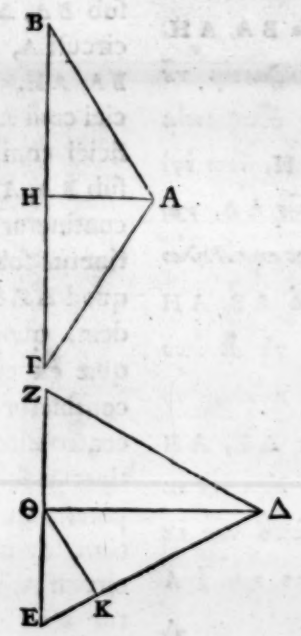
ε'. Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

PROP. XVIII. THEOR.

Si duo ſint coni iſoſceles, et alterius quidem ſuperficies alterius baſi æqualis ſit; quæ autem a centro baſis ad coni latus normalis ducitur, æqualis ſit altitudini, coni æquales erunt.

Sint duo coni iſoſceles ABΓ, ΔEZ: et coni quidem ABΓ baſis ſuperficiei coni ΔEZ æqualis ſit; altitudo autem AH æqualis ſit rectæ KΘ, quæ a baſis centro Θ ad unum coni latus, puta ΔE, normalis ducitur: dico conos æquales eſſe.



Quoniam enim æqualis eſt coni ABΓ baſis ſuperficiei coni ΔEZ, et quæ æqualia ſunt, ea ad idem eamdem habent rationem; ideo ut coni BAΓ baſis ad baſim coni ΔEZ, ita ſe habet ſuperficies coni ΔEZ ad baſim coni ΔEZ. Ut autem ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΔΘ ad ΘK. Demonſtratum eſt enim, cujuſlibet coni iſoſcelis ſuperficiem eamdem ad baſim rationem habere, quam coni latus ad eam, quæ ex centro baſis; hoc eſt quam ΔE ad EΘ. Præterea ut EΔ ad ΘE, ita ſe habet ΔΘ ad ΘK. Æquiangula enim ſunt triangula. Æqualiſque ΘK ipſi AH. Ut igitur coni BAΓ baſis ad baſim coni ΔEZ, ita ſe habet coni ΔEZ altitudo ad altitudinem coni ABΓ. Conorum igitur ABΓ, ΔEZ baſes, et altitudines reciprocantur. Eſt igitur conus BAΓ cono ΔEZ æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ τῆ ἑτέρᾳ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου καθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

Ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, οἱ ABΓ, ΔEZ· καὶ τοῦ ABΓ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ· τὸ δὲ ὕψος τὸ AH, ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔE καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ KΘ· λέγω ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ABΓ, τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ, τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡς ἄρα ἡ τοῦ BAΓ βάσις, πρὸς τὴν τοῦ ΔEZ βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔEZ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ. Ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘK. Ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστιν ἡ ΔE πρὸς EΘ. Ὡς δὲ ἡ EΔ πρὸς ΘE, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘK. Ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘK τῇ AH. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ BAΓ, πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔEZ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ABΓ. Τῶν ABΓ, ΔEZ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ BAΓ τῷ ΔEZ κώνῳ.

[e] ὕψεσιν τοῦ ἴσου κώνου [f] καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν in MS. deſunt. [g] In MS. ὡς deeſt. [h] καὶ [i] ἀλλήλοις [k] κάθετον [l] οὗ ἐπιφάνεια [m] οὗ ἡ EΘ [n] οὗ τὸ ὕψος [o] τοῦ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

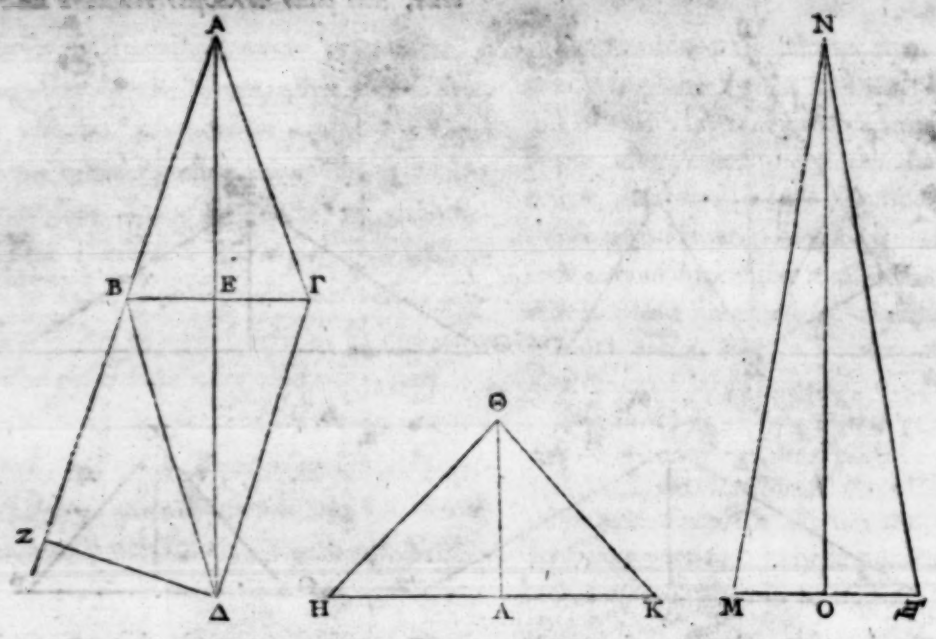
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἔστιν ἰσὸς κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθ' ἑτέρου ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ. Ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθ' ἑτέραν ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένην. Ἔστω δὴ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘΗΚ κώνου, ἔστω τὸ ΘΛ, ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

PROP. XIX. Theor.

Cuilibet ex iſoſcelibus conis compoſito rhombo æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat alterius ex conis, qui rhombum componunt, ſuperficiei æqualem; altitudinem vero æqualem rectæ, quæ ab alterius coni vertice ad unum coni alterius latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ΑΒΓΔ, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΒΓ deſcribitur, et altitudo ΑΔ. Ponatur autem alius quidam conus ΗΘΚ baſim quidem habens ſuperficiei coni ΑΒΓ æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad ΑΒ, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Ea ſit ΔΖ; et coni ΘΗΚ altitudo ſit ΘΛ, quæ quidem ipſi ΔΖ æqualis eſt. Dico conum rhombo æqualem eſſe.



Ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ. Καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. Ἐπεὶ οὖν ἡ ΝΟ, τῇ ΑΔ ἴση ἐστὶν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, [p] οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας. Ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΝΞ, τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ· ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ. Ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ. Ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ, ὑπέκειτο γάρ· ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΛΘ. [q] Ὡς

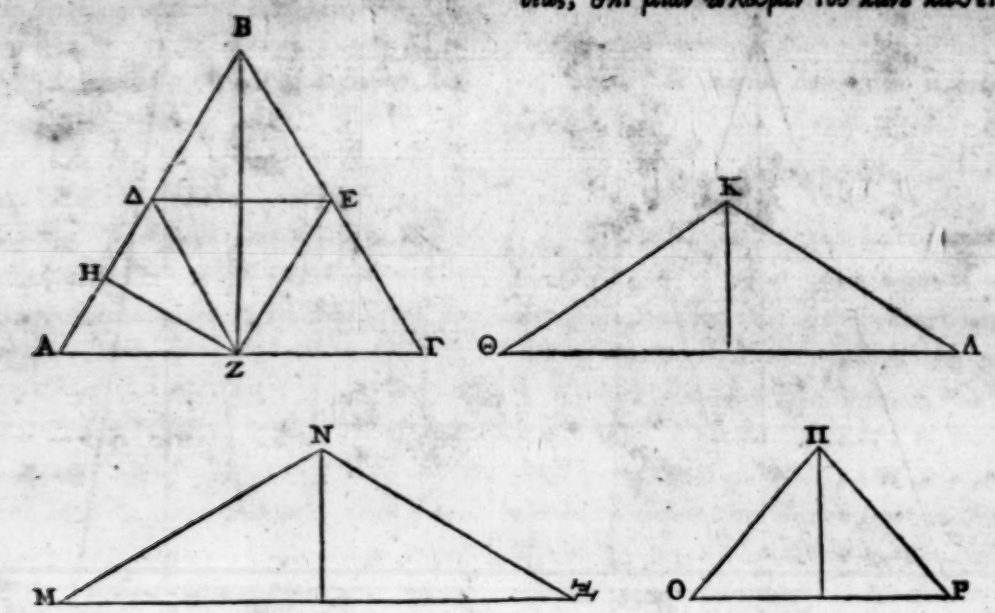
Ponatur enim alius conus ΜΝΞ, qui baſim quidem habeat coni ΑΒΓ baſi æqualem, altitudinem vero æqualem ipſi ΑΔ. Altitudo coni illius ſit ΝΟ. Quoniam igitur ΝΟ æqualis eſt ipſi ΑΔ, ut ΝΟ ad ΔΕ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΕ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Ut autem ΝΟ ad ΔΕ ita ſe habet ΜΝΞ conus ad conum ΒΓΔ; eo quod eorum baſes ſunt æquales. Ut igitur conus ΜΝΞ ad conum ΒΓΔ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Æqualis eſt igitur conus ΜΝΞ rhombo ΑΒΓΔ. Et quoniam coni ΑΒΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni ΗΘΚ; ut coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ. Baſis enim coni ΑΒΓ baſi coni ΜΝΞ eſt æqualis. Ut autem coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΑΒ ad ΒΕ; hoc eſt ΑΔ ad ΔΖ. Triangula enim ſunt ſimilia. Ut igitur baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΖ. Æqualis eſt autem ΑΔ ipſi ΝΟ, quippe quæ æqualis poſita eſt; et ΔΖ ipſi ΘΛ. Ut

[p] In MS. pro ὕτως ſemper eſt οὗ. [q] ὅτι ἄρα

igitur basis coni HΘK ad basim coni MNΞ, ita se habet altitudo NO ad altitudinem ΘΛ. Conorum igitur HΘK, MNΞ bases, et altitudines reciprocantur. Igitur coni æquales sunt. Demonstratum autem est, conum MNΞ æqualem esse rhombo ABΓΔ: igitur etiam conus HΘK rhombo ABΓΔ est æqualis.

PROP. XX. Theor.

Si conus isosceles plano secetur basi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus describatur verticem habens centrum basis; quique oritur rhombus auferatur a toto cono; residuo æqualis erit conus, qui basim quidem habeat coni superficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro basis ad unum coni latus normalis ducitur.



Sit conus isoceles ABΓ, planoque secetur basi parallelo, quod sectionem faciat ΔE. Centrum autem basis sit punctum Z, et a circulo, qui circa diametrum ΔE est, conus describatur verticem habens punctum Z. Erit utique rhombus BΔZE ex isosceli bus conis compositus. Ponatur autem conus quidam KΘΛ, cujus quidem basis superficiei, quæ inter ΔE, AΓ interjicitur, æqualis sit, altitudo vero æqualis rectæ ZH, quæ a puncto Z ad AB normalis ducitur. Dico, si a cono ABΓ ablatus esse intelligatur rhombus BΔZE, conum ΘKΛ residuo æqualem fore.

Ponantur enim duo coni MNΞ, OΠP ejusmodi, ut coni quidem MNΞ basis coni ABΓ superficiei æqualis sit, et altitudo æqualis ipsi ZH; hinc autem conus MNΞ æqualis est cono ABΓ. Si enim duo sint coni isosceles, et alterius superficies alterius basi æqualis sit, et amplius quæ a centro basis ad coni latus normalis ducitur, æqualis sit altitudini, coni æquales erunt. Coni vero OΠP basis æqualis sit superficiei coni ΔBE,

ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως τὸ ΝΟ ὕψος [1] πρὸς τὸ ΘΛ. Τῶν ΗΘΚ, ΜΝΞ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ἐδείχθη δὲ ὁ ΜΝΞ ἴσος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ· καὶ ὁ ΗΘΚ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ.

Ἐὰν κώνου ἰσοσκελοῦς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γινομένου κύκλου, κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ καταλειμμάτι ἴσος ἔσται κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθετῳ ἠγμένῃ.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ. Κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΔΕ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Ζ. Ἔστω δὴ ῥόμβος ὁ ΒΔΖΕ, ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. Ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ ΚΘΛ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθετοῦ ἐπὶ τὴν ΑΒ [2] ἡ ΖΗ, ἔστω ἴσον τῇ ΖΗ. Λέγω ὅτι ἐὰν ἀπὸ [3] ΑΒΓ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ ΘΚΛ κῶνος.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ [4] δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ, ὥστε τὴν μὲν τοῦ ΜΝΞ βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ ΑΒΓ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΖΗ· διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓ κώνῳ. Ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη καθετος, τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι. Τὴν δὴ τοῦ ΟΠΡ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ

[1] πρὸς τὸ ΘΛ τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΧ, οὕτως τὸ ΝΟ ὕψος πρὸς τὸ ΘΛ. Τοῦ ΗΘΚ, ΜΝΞ ἀρὰ κώνου ἀντιπεπόνθασιν [2] οἱ δύο κῶνοι

ἐπιφανείᾳ τῆ ΑΒΕ κώνε, ὕψος δὲ τῆ ΖΗ· διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος, τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη. Ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ ΒΔΕ ἐπιφανείας, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ· ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ [u]ΜΝΞ κώνου· ἡ δὴ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ. Ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση [w]ἐστὶ βάσεσι τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ· καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἴσος ἄρα ἐστὶ κῶνος ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ, τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος, τῷ καλουμένῳ ἴσος ἐστίν.

et altitudo æqualis ipſi ZH; atque hinc conus ΟΠΡ æqualis eſt rhombo ΒΔΖΕ. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Quoniam vero coni ΑΒΓ ſuperficies componitur ex ſuperficie coni ΒΔΕ, atque ex ea, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur: et coni quidem ΑΒΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni ΜΝΞ; ſuperficies vero coni ΔΒΕ æqualis baſi coni ΟΠΡ; quæ denique inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘΚΛ. Ideo baſis coni ΜΝΞ conorum ΘΚΛ, ΟΠΡ baſibus eſt æqualis: hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus ΜΝΞ conis ΘΚΛ, ΟΠΡ. Sed conus quidem ΜΝΞ æqualis eſt cono ΑΒΓ; conus vero ΠΟΡ rhombo ΒΔΕΖ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ reſiduo eſt æqualis.

ΠΡΟΤ. κα'.

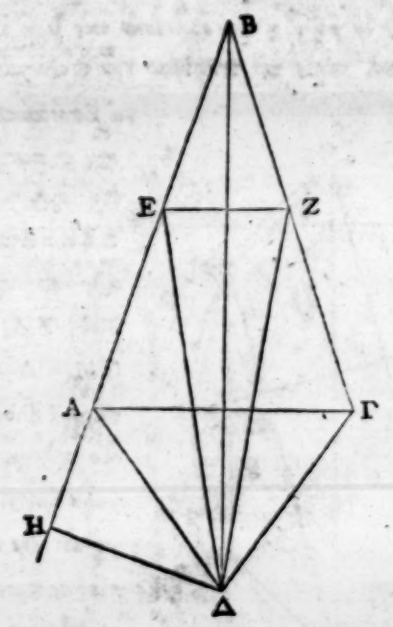
Ἐὰν ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου [x]κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ καλουμένῳ ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

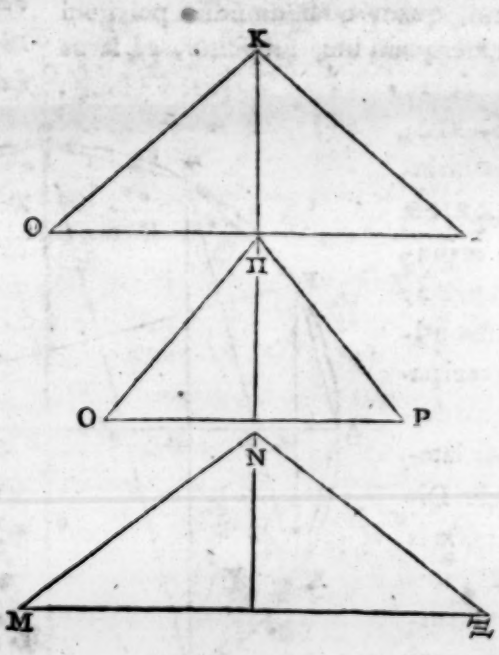
PROP. XXI. Theor.

Si rhombi ex iſoſcelibus conis compoſiti conus alter plano ſecetur baſi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus deſcribatur, eumdem atque alter conus verticem habens; quique oritur, rhombus a toto rhombo auferatur; reſiduo æqualis erit conus, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a vertice coni alterius ad alterius coni latus normalis ducitur.

Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. Ἔστω δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΖΔ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. Ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ, τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ΑΒΓΔ; conuſque alter plano ſecetur baſi parallelo, quod ſectionem faciat ΕΖ; et a circulo, qui circa diametrum ΕΖ eſt, conus deſcribatur verticem habens punctum Δ. Orietur





τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. Ἔστω δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΖΔ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. Ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ, τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου

utique rhombos ΕΒΖΔ, qui quidem intelligatur ablatus eſſe a toto rhombo. Ponatur autem conus quidam ΘΚΛ, baſim quidem habens ſuperficiei, quæ inter ΑΓ, ΕΖ interjicitur, æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a

[t] τούτοις [u] ΜΝΞ κώνου. Ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ in MS. deſunt. [w] ἐστὶ ταῖς βάσεσι [x] κώνου κύκλος

puncto Δ ad BA, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Dico, conum ΘΚΛ ei, quod diximus, reſiduo æqualem eſſe.

Ponantur enim duo coni MNΞ, OΠP. Ac coni quidem MNΞ baſis coni ABΓ ſuperficiei æqualis ſit, et altitudo rectæ ΔH; æqualis eſt autem ex iis, quæ demonſtrata ſunt, conus MNΞ rhombo ABΓΔ; coni vero OΠP baſis æqualis ſit ſuperficiei coni EBZ, et altitudo rectæ item ΔH; eſt autem pariter conus OΠP rhombo EBZΔ æqualis. Quoniam vero coni ABΓ ſuperficies pariter componitur ex ſuperficie coni EBZ, atque ex ea, quæ inter EZ, AΓ interjicitur: et coni quidem ABΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni MNΞ; ſuperficies vero coni EBZ æqualis baſi coni OΠP; quæ denique inter EZ, AΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘΚΛ: ideo baſis coni MNΞ conorum OΠP, ΘΚΛ baſibus eſt æqualis. Hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus MNΞ conis ΘΚΛ, OΠP. Sed conus quidem MNΞ æqualis eſt rhombo ABΓΔ; conus vero OΠP rhombo EBZΔ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ reſiduo eſt æqualis.

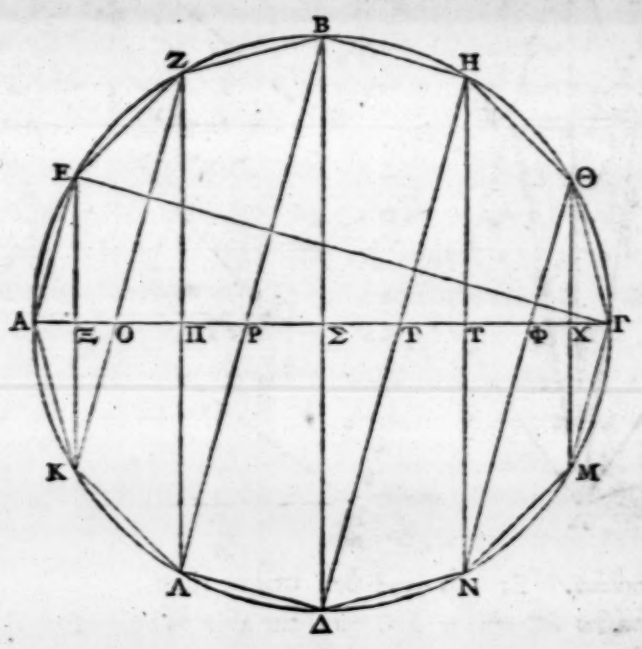
καθέτῳ ἀγομένη ἐπὶ τὴν BA, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. Λέγω ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ σφαιρικῷ τμήματι.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι, οἱ MNΞ, OΠP. Καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ MNΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ φαινούσῃ τοῦ ABΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· διὰ δὴ τὰ προδεδειγμένα, ἴσος ἐστὶν ὁ MNΞ κῶνος τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ· τοῦ δὲ OΠP κώνου, ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ φαινούσῃ τοῦ EBZ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ OΠP κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ φαινομένη τοῦ ABΓ κώνου, σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ EBZ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν EZ, AΓ· ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ABΓ κώνου φαινομένη ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ MNΞ, ἡ δὲ τοῦ EBZ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ OPΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EZ, AΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ· ἡ ἄρα βάσις τοῦ MNΞ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσι τῶν OΠP, ΘΚΛ. Καί εἰσιν αἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Καὶ ὁ MNΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, OΠP κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν MNΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ OΠP κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘΚΛ, ἴσος ἐστὶ τῷ σφαιρικῷ τμήματι τῷ λοιπῷ.

PROP. XXII. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur parilaterum idemque æquilaterum, rectæque ducantur polygoni latera jungentes, quæ unicuilibet ex iis, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, parallelæ ſint; quæ jungunt omnes polygoni latera, hæ ad circuli diametrum eamdem habent rationem, quam quæ dimidiis polygoni lateribus, præterquam uni, ſubjicitur, ad latus polygoni.

Sit circulus ABΓΔ; eique polygonum inſcribatur AEZBHΘ ΓMNΔΛK; et jungantur EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Conſtat utique haſce rectas ei parallelas eſſe, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur. Dico igitur omnes, quas diximus, rectas eamdem ad circuli diametrum rationem habere, quam ΓE ad EA.



Jungantur enim ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Parallela igitur eſt ZK quidem ipſi EA; BΛ vero ipſi ZK; et amplius ΔH quidem ipſi BΛ; ΘN vero ipſi ΔH; denique ΓM ipſi ΘN. Et quoniam duæ ſunt rectæ parallelæ EA, KZ,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι διπλασίονα τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁπαιῶν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ διπλασίονα πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

Ἔστω κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ AEZBHΘΓMNΔΛK· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Δῆλον δὴ ὅτι παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. Λέγω ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν διπλασίονα τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν AΓ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς ΓE πρὸς EA.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ZK τῇ EA, ἡ δὲ BΛ τῇ ZK· καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔH τῇ BΛ, ἡ δὲ ΘN τῇ ΔH, καὶ ἡ ΓM τῇ ΘN. Καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ

ΕΑ, ΚΖ, καὶ δύο διαγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ, πρὸς ΞΑ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δὲ ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ· ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΑΠ πρὸς ΠΡ· ὡς δὲ ἡ ΑΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ· ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΤ πρὸς ΤΤ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΗΤ πρὸς ΤΤ, ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ· ὡς δὲ ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ· καὶ ἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ. Καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστὶν [y] ὡς εἷς πρὸς ἕν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

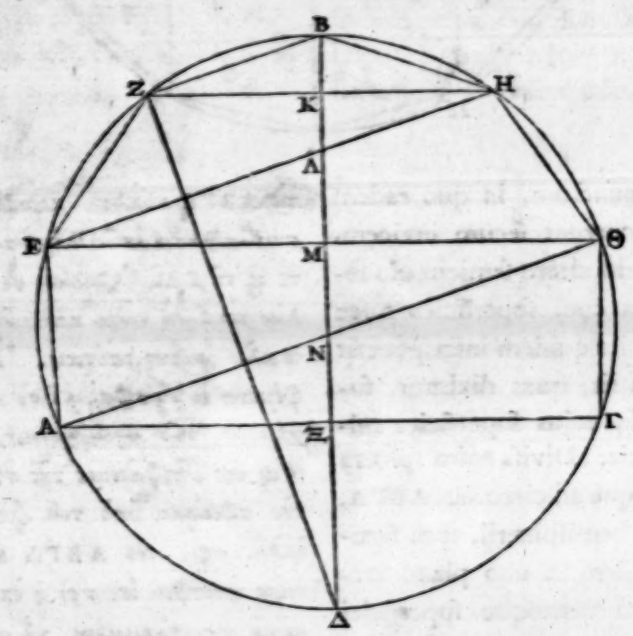
ducteæque item duæ ΕΚ, ΑΟ; ideo ut ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΚΞ ad ΞΟ; et ut ΚΞ ad ΞΟ, ita ΖΠ ad ΠΟ; et ut ΖΠ ad ΠΟ, ita ΛΠ ad ΠΡ; et ut ΛΠ ad ΠΡ, ita ΒΣ ad ΣΡ; et amplius ut ΒΣ ad ΣΡ, ita ΔΣ ad ΣΤ; et ut ΔΣ ad ΣΤ, ita ΗΤ ad ΤΤ; et amplius ut ΗΤ ad ΤΤ, ita ΝΤ ad ΤΦ; et ut ΝΤ ad ΤΦ, ita ΘΧ ad ΧΦ; denique ut ΘΧ ad ΧΦ, ita ΜΧ ad ΧΓ. Igitur omnes ſe habent ad omnes, ut una ad unam. Ut igitur ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habent ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ. Ut autem ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΓΕ ad ΕΑ. Ut igitur ΓΕ ad ΕΑ, ita ſe habent omnes ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ διάμετρος παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τοῦ διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

PROP. XXIII. Theor.

Si circuli ſegmento polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe, æqualia numeroque paria, rectæque ducantur ſegmenti baſi parallelæ, polygoni latera jungentes; quæ ductæ ſunt omnes, et adhuc ipſius baſis dimidia ad ſegmenti altitudinem eamdem habent rationem, quam quæ a circuli diametro ad polygoni latus ducitur, ad latus polygoni.



Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ, διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιοπλευρόν τι, καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευράς, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵτινες εἰσὶ παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

Ducatur enim in circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; ſegmentoque ΑΒΓ ſuper ΑΓ polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habere ΔΖ ad ΖΒ.

Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶ τῇ ΒΖ. Διὰ δὴ ταῦτα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, οὕτως ΗΚ πρὸς ΚΑ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ. Καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ [z] πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, [a] οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, [b] οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.

Rurſus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipſi ΖΒ parallelæ ſunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita ſe habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita ſe habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita ſe habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita ſe habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

PROP. XXIV. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ip-

[y] ὡς τὸν λόγον [z] πρὸς ἕν [a] ἔστιν [b] ἔστιν

puncto Δ ad BA, aut eam, quæ ipsi in directo jacet, normalis ducitur. Dico, conum ΘΚΛ ei, quod diximus, residuo æqualem esse.

Ponantur enim duo coni MNΞ, ΟΠΡ. Ac coni quidem MNΞ basis coni ABΓ superficiei æqualis sit, et altitudo rectæ ΔH; æqualis est autem ex iis, quæ demonstrata sunt, conus MNΞ rhombo ABΓΔ; coni vero ΟΠΡ basis æqualis sit superficiei coni EBZ, et altitudo rectæ item ΔH; est autem pariter conus ΟΠΡ rhombo EBZΔ æqualis. Quoniam vero coni ABΓ superficies pariter componitur ex superficie coni EBZ, atque ex ea, quæ inter EZ, AΓ interjicitur: et coni quidem ABΓ superficies æqualis est basi coni MNΞ; superficies vero coni EBZ æqualis basi coni ΟΠΡ; quæ denique inter EZ, AΓ interjicitur, æqualis basi coni ΘΚΛ: ideo basis coni MNΞ conorum ΟΠΡ, ΘΚΛ basibus est æqualis. Hi autem coni sub eadem altitudine constituuntur. Æqualis est igitur conus MNΞ conis ΘΚΛ, ΟΠΡ. Sed conus quidem MNΞ æqualis est rhombo ABΓΔ; conus vero ΟΠΡ rhombo EBZΔ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ residuo est æqualis.

καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν BA, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. Λέγω ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ σφαιρώματι.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι, οἱ MNΞ, ΟΠΡ. Καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ MNΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ABΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· διὰ δὴ τὰ προδεδειγμένα, ἴσος ἐστὶν ὁ MNΞ κῶνος τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ· τοῦ δὲ ΟΠΡ κώνου, ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ EBZ κώνου, ὁ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ κώνου, σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ EBZ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν EZ, AΓ· ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ABΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ MNΞ, ἡ δὲ τοῦ EBZ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΡΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EZ, AΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ· ἡ ἄρα βάσις τοῦ MNΞ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσισι τῶν ΟΠΡ, ΘΚΛ. Καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Καὶ ὁ MNΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν MNΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ ΟΠΡ κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘΚΛ, ἴσος ἐστὶ τῷ σφαιρώματι τῷ λοιπῷ.

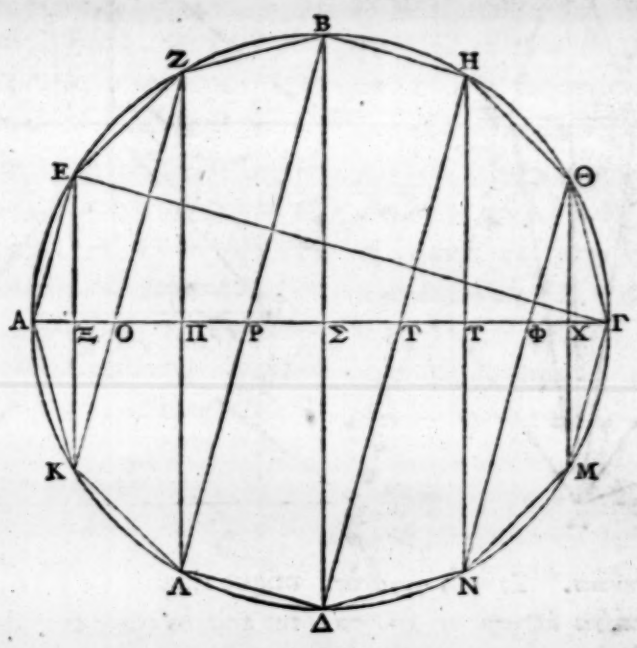
PROP. XXII. Theor.

Si circulo polygonum inscribatur parilaterum idemque æquilaterum, rectæque ducantur polygoni latera jungentes, quæ unicuilibet ex iis, quæ duobus polygoni lateribus subjiciuntur, parallelæ sint; quæ jungunt omnes polygoni latera, hæ ad circuli diametrum eamdem habent rationem, quam quæ dimidiis polygoni lateribus, præterquam uni, subjicitur, ad latus polygoni.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἁπτομένας τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιασοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἁπτόμεναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

Sit circulus ABΓΔ; eique polygonum inscribatur AEZBHΘΓMNΔΛK; et jungantur EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Constat utique hasce rectas ei parallelas esse, quæ duobus polygoni lateribus subjicitur. Dico igitur omnes, quas diximus, rectas eamdem ad circuli diametrum rationem habere, quam ΓE ad EA.



Ἔστω κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ AEZBHΘΓMNΔΛK· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Δῆλον δὴ ὅτι παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. Λέγω ὅτι, αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν AΓ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς ΓE πρὸς EA.

Jungantur enim ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Parallela igitur est ZK quidem ipsi EA; BΛ vero ipsi ZK; et amplius ΔH quidem ipsi BΛ; ΘN vero ipsi ΔH; denique ΓM ipsi ΘN. Et quoniam duæ sunt rectæ parallelæ EA, KZ,

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ZK τῇ EA, ἡ δὲ BΛ τῇ ZK· καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔH τῇ BΛ, ἡ δὲ ΘN τῇ ΔH, καὶ ἡ ΓM τῇ ΘN. Καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ

ΕΑ, ΚΖ, καὶ δύο διαγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ, πρὸς ΞΑ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δὲ ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ· ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ· ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ· καί ἐστι ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ· ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΤ πρὸς ΤΤ· καί ἐστι ὡς ἡ μὲν ΗΤ πρὸς ΤΤ, ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ· ὡς δὲ ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ· καί ἐστι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ. Καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστὶν [y] ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

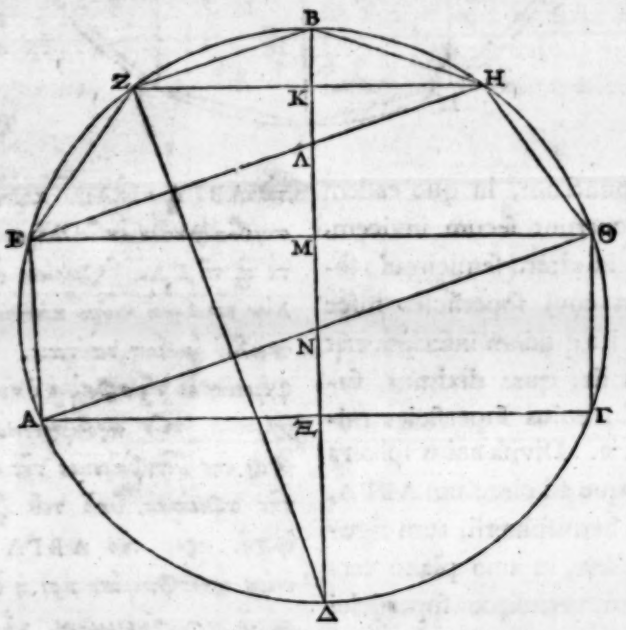
ductæque item duæ ΕΚ, ΑΟ; ideo ut ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΚΞ ad ΞΟ; et ut ΚΞ ad ΞΟ, ita ΖΠ ad ΠΟ; et ut ΖΠ ad ΠΟ, ita ΛΠ ad ΠΡ; et ut ΛΠ ad ΠΡ, ita ΒΣ ad ΣΡ; et amplius ut ΒΣ ad ΣΡ, ita ΔΣ ad ΣΤ; et ut ΔΣ ad ΣΤ, ita ΗΤ ad ΤΤ; et amplius ut ΗΤ ad ΤΤ, ita ΝΤ ad ΤΦ; et ut ΝΤ ad ΤΦ, ita ΘΧ ad ΧΦ; denique ut ΘΧ ad ΧΦ, ita ΜΧ ad ΧΓ. Igitur omnes ſe habent ad omnes, ut una ad unam. Ut igitur ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habent ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ. Ut autem ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΓΕ ad ΕΑ. Ut igitur ΓΕ ad ΕΑ, ita ſe habent omnes ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ διάμετροι παρὰ τὰς βάσιν τοῦ τμήματος, αἱ τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

PROP. XXIII. THEOR.

Si circuli ſegmento polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe, æqualia numeroque paria, rectæque ducantur ſegmenti baſi parallelæ, polygoni latera jungentes; quæ ductæ ſunt omnes, et adhuc ipſius baſis dimidia ad ſegmenti altitudinem eamdem habent rationem, quam quæ a circuli diametro ad polygoni latus ducitur, ad latus polygoni.



Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ, διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τι, καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵτινες εἰσὶ παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

Ducatur enim in circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; ſegmentoque ΑΒΓ ſuper ΑΓ polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habere ΔΖ ad ΖΒ.

Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶ τῇ ΒΖ. Διὰ δὴ ταῦτα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, οὕτως ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ. Καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ [z] πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, [a] οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, [b] οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.

Rurſus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipſi ΖΒ parallelæ ſunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita ſe habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita ſe habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita ſe habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita ſe habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

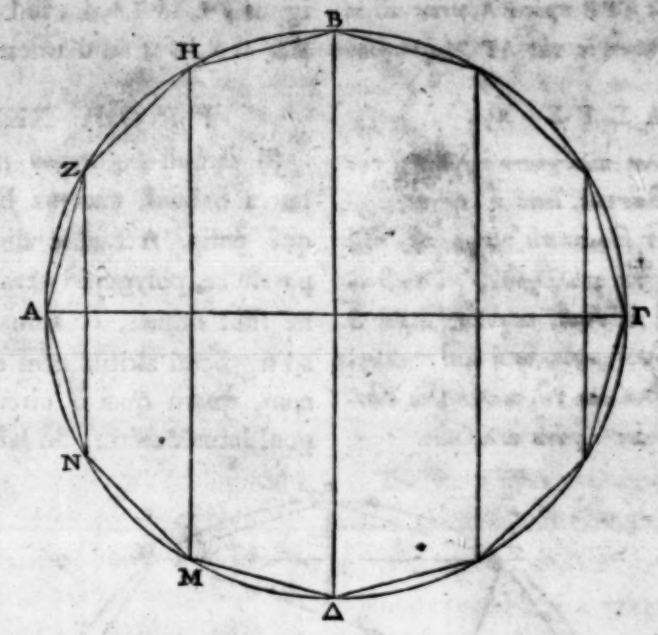
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

PROP. XXIV. THEOR.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ip-

[y] ὡς τὸν λόγον [z] πρὸς ἕν [a] ἕν [b] ἕν

ſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Sint autem AΓ, BΔ diametri. Quod ſi, manente diametro AΓ, circulus, in quo eſt polygonum, circumagatur, conſtat fore, ut ejus quidem circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; polygoni autem anguli, exceptis qui ad puncta A, Γ ſunt, ferantur ſecundum circulorum orbes, qui recti ad circulum ABΓΔ in ſphæræ ſuperficie deſcripti ſunt. Atque horum diametri erunt rectæ, quæ ipſi BΔ parallelæ polygoni angulos jungunt. Porro polygoni latera ſecundum conos quoſdam ferentur; nimirum latera quidem AZ, AN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ZN deſcribitur, et vertex punctum A. Latera vero ZH, MN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum MH deſcribitur, et vertex punctum illud, in quo eadem ZH, MN producta ſecum invicem, et cum AΓ concurrunt; denique latera BH, MΔ ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, et vertex illud punctum, in quo eadem BH, ΔM producta concurrunt ſecum invicem, et cum AΓ. Pariter et in altero ſemicirculo ferentur latera ſecundum coni ſuperficies hiſce itidem ſimiles. Atque ita quidem inſcripta erit ſphæræ quædam figura iis, quas diximus, ſuperficiebus comprehenſa, cujus ſuperficies minor erit ſphæræ ſuperficie. Diviſa enim ſphæra acto per BΔ plano, rectoque ad circulum ABΓΔ, ſuperficies cum alterius hemiſphærii, tum figuræ eidem inſcriptæ eoſdem in uno plano terminos habent; ſiquidem utriuſque ſuperficiei terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ABΓΔ circa diametrum BΔ deſcribitur; et utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehenditur. Pariter etiam figuræ, quæ in altero hemiſphærio eſt, ſuperficies minor eſt hemiſphærii ſuperficie. Tota igitur ſuperficies figuræ, quæ in ſphæra eſt, ſphæræ ſuperficie eſt minor.



ἡ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτῆ̃ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Αἱ δὲ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι ἔστωσαν. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτῆ̃ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τ̃ σφαίρας ἐνεχθήσεται αἱ δὲ τῆ̃ πολυγώνε γωνίαι, χωρὶς τῶν [c] πρὸς Α, Γ σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύσαι τὰς γωνίας τῆ̃ πολυγώνε ὑπὸ τὴν ΒΔ ὖσαι. Αἱ δὲ τῆ̃ πολυγώνε πλευραὶ κατὰ τινῶν κώνων ἐνεχθήσονται αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ κατ' ἐπιφανείας κώνε, ἧ̃ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον. Αἱ δὲ ΖΗ, ΜΝ κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΜΗ, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΖΗ, ΜΝ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΑΓ αἱ δὲ ΒΗ, ΜΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστι, ὁ κύκλος, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΒΗ, ΔΜ, ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓΑ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. Ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγραφόμενον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, τῶν προειρημένων, οὗ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθήσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΒΔ ὀρθοῦ, πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τ̃ σχήματος τ̃ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶ τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τ̃ ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τ̃ ἐπιπέδου τ̃ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. Ὁμοίως δὲ καὶ τ̃ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τ̃ τ̃ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τ̃ σχήματος τ̃ ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐλάσσων ἐστὶ τ̃ ἐπιφανείας τ̃ σφαίρας.

EUTOCIUS.

Et multitudinem laterum polygoni quaternarius metiatur. Id demum in cauſa eſt cur quaternarium po-

Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν τ̃ πολυγώνε μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Ὑπὸ τετράδος βούλεται μετρεῖσθαι τὰς πλευρὰς τῶν

[c] πρὸς τοῖς ΑΓ

πολυγώνῳ, διὰ τὸ τῦ κύκλυ μετρεῖν περὶ τὴν ΑΓ διάμετρον, πάσας τὰς πλευρὰς κατὰ κωνικῶν φερομένας ἐπιφανειῶν, χρησίμας ἐσομένου αὐτῷ ἐν τοῖς ἑξῆς τῦ τυχόντος. Μὴ γὰρ ὑπὸ τετράδος μετρουμένων τῶν πλευρῶν τῦ πολυγώνου, κἂν ἄρτίο πλευρον ᾖ, ἃ πάσας δυνατὸν κατὰ κωνικῶν φερομένας ἐπιφανειῶν· ὡς καταιδῶσαι ἔστιν ἐπὶ τῶν τῦ ἑξαγώνου πλευρῶν, δύο γὰρ τὰς ἀπεναντίον αὐτῦ παραλλήλους πλευρὰς κατὰ κυλινδρικὰς φερομένας ἐπιφανείας συμβαίνει. Ὅπερ, ὡς εἴρηται, ἃ χρήσιμον αὐτῷ πρὸς τὰ ἑξῆς.

lygoni latera metiri velit, quod circumacto circulo diametrum ΑΓ, latera omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur; quod ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui futurum eſt. Niſi enim polygoni latera quaternarius metiatur, quamvis parilaterum ſit, fieri tamen non poteſt, ut omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur: quod in hexagoni lateribus videre licet, cujus duo oppoſita latera, quæ parallela ſibi invicem ſunt ſecundum cylindricam ſuperficiem feruntur. Hoc autem, ut diximus, ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui non eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

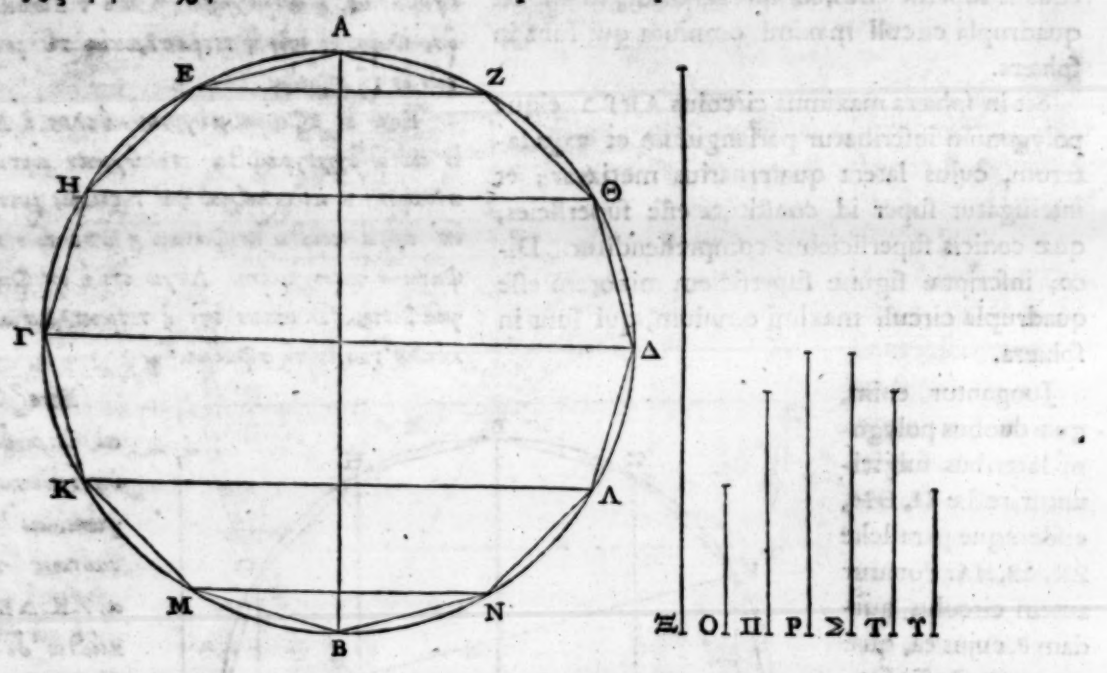
Ἡ τῦ ἐγγραφομένυ σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τῆ κέντρυ δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τῦ σχήματος, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἁπτομέναις τὰς πλευρὰς [d] τῦ πολυγώνυ, ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, καὶ ἀλλήλας ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τῦ πολυγώνυ ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

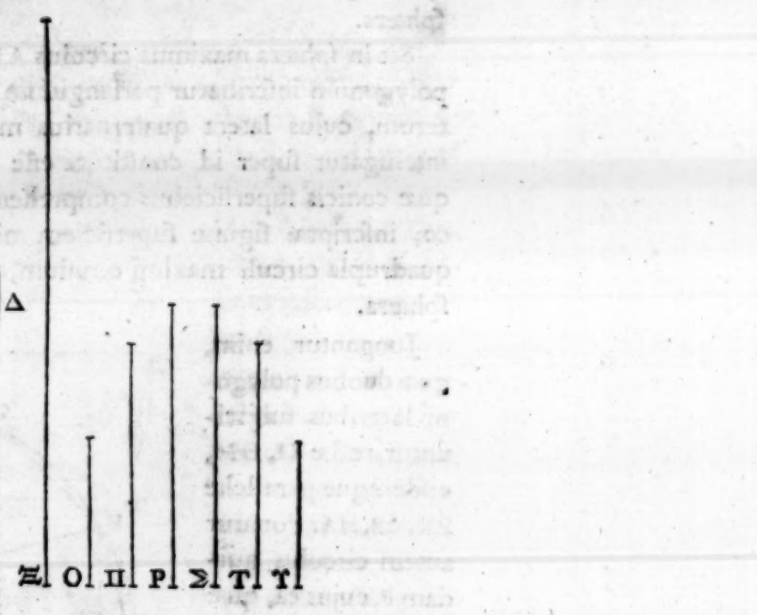
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῦνται· καὶ λόγῳ τῦ πολυγώνυ τῦ ἐγγεγραμμένυ νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγεγραφὲν σχῆμα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, παράλληλοι ἴσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΛ, ΚΛ, ΜΝ. Λέγω ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ εἰς τὸν σφαῖραν ἐγγραφομένυ σχήματος.

PROP. XXV. Theor.

Superficies figuræ ſphæræ inſcriptæ æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod ſub figuræ latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni latera jungunt, ita ut quadrilatera fiant, et parallelæ ſunt rectæ, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΓΒΔ, eique inſcribatur polygonum æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ab inſcripto polygono figura quædam in ſphæra deſcripta eſſe; junganturque ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, quæ quidem rectæ, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur, parallelæ ſint. Ponatur autem circulus quidam Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub ΑΕ, rectaque ipſis ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ æqualis continetur. Dico, hunc circulum figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem eſſe.





Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Καὶ τῦ μὲν Ο, ἡ ἐκ τῦ κέντρυ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ΕΑ, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ· ἡ δὲ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Π, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ· ἡ δὲ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Ρ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ· ἡ δὲ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Σ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ· ἡ δὲ ἐκ κέντρυ τῦ Τ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ· ἡ δὲ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Υ, δυνάσθω τὸ περιε-

Ponantur enim circuli Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Atque ea, quæ ex centro circuli Ο, poſſit ſpatium, quod ſub ΕΑ, et dimidia ipſius ΕΖ; quæ ex centro circuli Π, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΕΖ, ΗΘ; quæ ex centro circuli Ρ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΗΘ, ΓΔ; quæ ex centro circuli Σ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΓΔ, ΚΛ; quæ ex centro circuli Τ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΚΛ, ΜΝ; quæ denique ex centro circuli Υ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ip-

[d] τῦ πολυγώνυ τετραγώνυς οὔσας

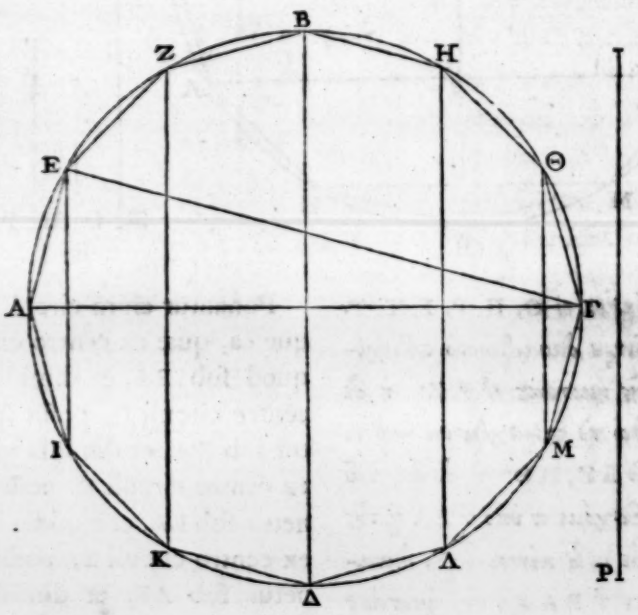
fius MN. Hinc autem æqualis eſt circulus O ſuperficiei coni AEZ; circulus Π coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter EZ, HΘ; circulus P ei, quæ interjicitur inter HΘ, ΓΔ; circulus Σ ei, quæ interjicitur inter ΔΓ, KΛ; et amplius circulus quidem T æqualis eſt ſuperficiei coni, quæ interjicitur inter KΛ, MN; circulus vero Υ coni MBN ſuperficiei eſt æqualis. Omnes igitur circuli inſcriptæ figuræ ſuperficiei æquales ſunt. Ac manifeſtum eſt eas, quæ ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, poſſe ſpatium, quod ſub AE, ipſarumque EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN dimidiis ſemel atque iterum ſumptis continentur; quæ quidem totæ ſunt EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Quæ igitur ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, hæ poſſunt ſpatium, quod continetur ſub AE, omnibuſque ſimul EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt autem, et quæ ex centro circuli Ξ, ſpatium, quod ſub AE, continetur, eaque, quæ ex omnibus ſimul componitur EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt igitur, quæ ex circuli Ξ centro, eas omnes quæ ex centris circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ. Æquales eſt igitur circulus Σ circulis O, Π, P, Σ, T, Υ. Demonſtratum autem eſt, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æquales eſſe. Igitur etiam circulus Ξ figuræ ſuperficiei eſt æqualis.

PROP. XXVI. THEOR.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

Sit in ſphæra maximus circulus ABΓΔ, eique polygonum inſcribatur pariangulum et æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ſuper id conſtituta eſſe ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur. Dico, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Jungantur enim, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, rectæ EI, ΘM, eiſdemque parallelæ ZK, ΔB, HΛ. Ponatur autem circulus quidam P, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub EA, rectaque omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM æquali continetur. Æqualis eſt igitur hic circulus per id, quod ſupra demonſtratum eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiei. Et quoniam demonſtratum eſt, ut recta omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ,



χόμενον ὑπότε τ᾽ AE, καὶ τ᾽ ἡμισείας τ᾽ MN. Διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν O κύκλος ἴσος ἐϛὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AEZ κώνου· ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ δ᾽ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν EZ, HΘ· ὁ δὲ P τῇ μεταξὺ τῶν HΘ, ΓΔ· ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΓ, KΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν T ἴσος ἐϛὶ τῇ ἐπιφανείᾳ δ᾽ κώνου τῇ μεταξὺ τ᾽ KΛ, MN· ὁ δὲ Υ τῇ τῦ MBN κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐϛί. Οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶ τῇ δ᾽ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ φανερὸν ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων, δύναντ᾽ τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ᾽ AE καὶ δϛ τῶν ἡμίσεων τῆς EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN· αἱ ὅλοι εἰσὶν αἱ EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Αἱ ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων [f] δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ᾽ AE καὶ πασῶν τ᾽ EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Ξ κύκλυ [g] δύναται τὸ ὑπὸ τῆς AE, καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τ᾽ EZ, EΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Ἡ ἄρα ἐκ τῦ κέντρυ τῦ Ξ κύκλυ δύναται τὰς ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων. Καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ, ἴσος ἐϛὶ τοῖς O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλοις. Οἱ δὲ O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ ἀρημένῃ τῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔϛαι τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ σχήματος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένυ σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τ᾽ κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐϛὶν ἢ τετραπλασία τῦ μεγίϛυ κύκλυ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔϛω ἐν σφαίρᾳ μέγιϛος κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνιον ἰσόπλευρον, ἃ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῆνται· καὶ ἐπ᾽ αὐτῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ἀπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῦ ἐγγραφέντος, ἐλάσσων ἐϛὶ ἢ τετραπλασία τῦ μεγίϛυ κύκλυ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνυσαι τῦ πολυγώνυ, αἱ [h] EI, ΘM, καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ZK, ΔB, HΛ. Ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ P, οὗ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ δύναται τὸ ὑπὸ τῆς EA, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM. Διὰ δὴ τὸ προδεδειχθὲν ἴσος ἐϛὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ ἀρημένυ σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὅτι ἐϛὶν ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλυ τὴν AΓ,

[e] δύνανται [f] δύνανται [g] δύναται [h] EIΘM

[1] οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τ̄ ἴσης πάσας τὰς ἡμιδιάνας, καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ϐ̄ Ρ κύκλου, [k] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τ̄ ΑΓ, ΓΕ. Ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ ϐ̄ κέντρου ϐ̄ Ρ, ϐ̄ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τῆς ΑΓ· ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ Ρ κύκλου, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου ϐ̄ ΑΒΓΔ κύκλου. Καὶ δύο ἄρα τῶν ΑΒΓΔ κύκλων διάμετροι, μείζονές εἰσι τῆς διαμέτρου ϐ̄ Ρ κύκλου· καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου ϐ̄ ΑΒΓΔ κύκλου, τετράκις τῆς ΑΓ, μεῖζόν ἐστι ϐ̄ ἀπὸ τ̄ τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου. Ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τ̄ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ πρὸς τὸν Ρ κύκλον. Τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, μείζονές εἰσι τοῦ Ρ κύκλου. Ὁ ἄρα κύκλος ὁ Ρ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὁ [l] δὲ Ρ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ ἐπιμελὴ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ΘΜ æqualis ad circuli diametrum ΑΓ, ita ſe habere ΓΕ ad ΕΑ; ideo ſpatium, quod ſub recta iis omnibus, quas diximus, æquali, et ſub ΕΑ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Ρ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ. Spatium autem, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli Ρ deſcribitur, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Minor eſt igitur ea quæ ex centro circuli Ρ, quam ΑΓ; ideoque circuli Ρ diameter minor dupla diametri circuli ΑΒΓΔ. Igitur etiam duæ circuli ΑΒΓΔ diametri majores ſunt diametro circuli Ρ; quadratumque quod a diametro circuli ΑΒΓΔ, hoc eſt ΑΓ, quater deſcribitur, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΓ quater deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ ita ſe habent quatuor circuli ΑΒΓΔ ad circulum Ρ. Igitur quatuor circuli ΑΒΓΔ majores ſunt circulo Ρ. Circulus igitur Ρ minor eſt quadruplo maximi circuli. Demonſtratum autem eſt, circulum Ρ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æqualem eſſe. Igitur figuræ, quam diximus, ſuperficies minor eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

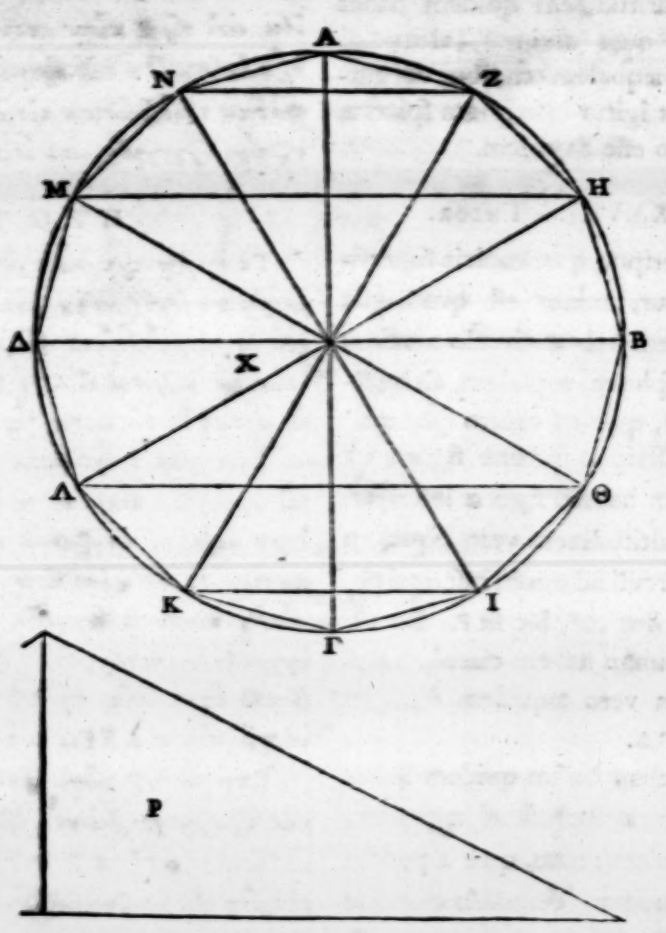
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ̄.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν [m] ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος [n] δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τ̄ σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθ᾽ἑτερομένῃ.

PROP. XXVII. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. Ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ Ρ, βάσιν μὲν ἔχων [o] ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθ᾽ἑτερομένῃ. Δεικτέον ὅτι ὁ κῶνος ὁ Ρ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.



Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, eademque alia, quæ in ſuperiore theoremate. Sit autem Ρ conus rectus, baſim quidem habens inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonſtrare conum Ρ figuræ ſphæræ inſcriptæ æqualem eſſe.

Ἀπὸ γὰρ τ̄ κύκλων ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν, κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον.

Deſcribantur a circulis, qui circa diametros ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ ſunt, coni verticem habentes ſphæræ centrum. Atque

[i] ἔ [k] καὶ ἐστὶ τῷ ὑπὸ [l] δὲ ex MS. [m] κῶνος ἐστὶ [n] ὕψος δὲ κ̄ τῇ [o] ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν

erit ſolidus rhombus compoſitus tum ex cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ZN deſcribitur, vertex vero punctum A; tum ex cono, cujus quidem baſis idem eſt circulus, vertex vero punctum X. Qui quidem rhombus cono eſt æqualis, qui baſim quidem habeat coni NAZ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad AZ normalis ducitur. Rurſus etiam reſiduum rhombi, quod coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per ZN, HM acta interjicitur, conorumque ZNX, HMX ſuperficiebus comprehenditur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ interjicitur inter parallela plana per ZN, HM acta, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad ZH normalis ducitur. Hæc enim demonſtrata ſunt. Amplius vero etiam coni reſiduum, quod comprehenditur coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per HM, BΔ acta interjicitur, et ſuperficie coni MHX, et adhuc circuli, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana per HM, BΔ acta interjicitur æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad BH normalis ducitur. Pariter et in altero hemiſphærio rhombus XKΓI, conorumque reſidua tot tantiſque conis æqualia erunt, quot quantique ii ſunt quos ſupra diximus. Itaque conſtat totam figuram ſphæræ inſcriptam omnibus, quos diximus, conis æqualem eſſe. Hi autem coni æquales ſunt cono P; quoniam conus P altitudinem quidem habet unicuique conorum, quos diximus, altitudini æqualem, baſim vero æqualem omnibus eorumdem baſibus. Conſtat igitur inſcriptam ſphæræ figuram expoſito cono eſſe æqualem.

τραν. Ἔσαι δὴ ῥόμβος στερεὸς ἐκτὸς κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστι ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν ZN, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον· καὶ τοῦ κώνου οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. Καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ NAZ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ καθέτῳ τοῦ X ἐπὶ τὴν AZ καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν δὴ κοὴ τὸ περιλειπόμενον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN, HM, καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τοῦ τε ZNX, καὶ τοῦ HMX, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN, HM, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν ZH καθέτῳ ἠγμένῃ. Δέδεικται δὲ ταῦτα. Ἔτι δὲ κοὴ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου περιεχόμενον ὑπότε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM, BΔ, καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ MHX κώνου, καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BΔ, ἴσον ἔσαι κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM, BΔ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν BH καθέτῳ ἠγμένῃ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅτι ῥόμβος ὁ XKΓI, καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔσαι τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, οἵοσι καὶ πρότερον εἰρήθησαν. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἴσον ἐστὶ πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶ τῷ P κώνῳ· ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάστῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. Δῆλον δή, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

PROP. XXVIII. Theor.

Figura ſphæræ inſcripta, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Qui enim conus inſcriptæ ſphæræ figuræ eſt æqualis, baſim quidem habens figuræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro circuli ad unum inſcripti polygoni latus normalis ducitur, hic ſit P. Sit autem conus Ξ baſim quidem habens circulo ABΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro circuli ABΓΔ.

Quoniam igitur conus P baſim quidem habet inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad AZ normalis ducitur; demonſtratumque eſt inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe

ΠΡΟΤ. κή.

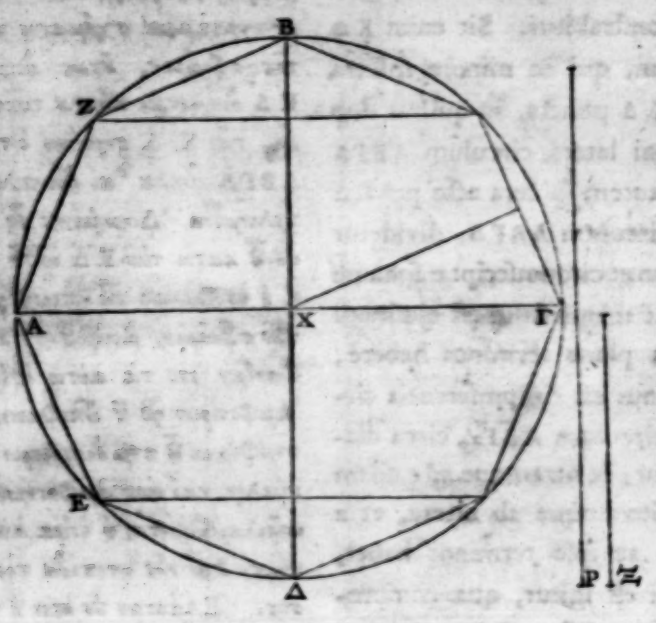
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔστω γὰρ ὁ γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ὁ P. Ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω, βάσιν ἔχων ἴσην τῷ ABΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ABΓΔ κύκλου.

Ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ [P] ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν AZ, ἐδείχθη δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου

[P] In MS. ἴσον deeſt.

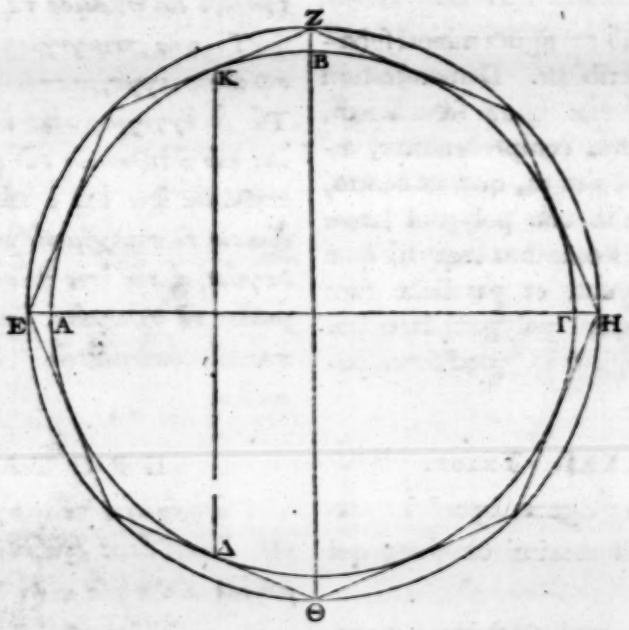
κώνου, ἐστὶν ἄρα ἡ τοῦ P κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ P ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. Ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον ὡς καὶ αὐτὸς ὁ P κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. Ἀλλὰ καὶ ὁ P κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.



quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra; ideo baſis coni P minor eſt quadrupla baſis coni Ξ. Minor eſt autem et coni P altitudo coni Ξ altitudine. Quoniam igitur conus P baſim quidem habet minorem quadrupla baſis coni Ξ, altitudinem vero minorem altitudine; conſtat eum dem conum P quadruplo coni Ξ minorem eſſe. Eſt autem conus P inſcriptæ figuræ æqualis. Igitur inſcripta figura minor eſt quadrupla coni Ξ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τι καὶ ἰσόγωνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτῷ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον, κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ, μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τότε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον δὴ ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται· ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ, κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραὶ, γράφουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται, ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸ ΕΖΗΘ κύκλον, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ [q] ἐπὶ *τοῦ πρώτου. Ἐσται δὴ τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, περὶ μὲν



PROP. XXIX. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; circuloque ΑΒΓΔ circumſcribatur polygonum æquiangulum et æquilaterum; et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Circumſcriptum autem circulo polygonum circumſcriptus circulus comprehendat, cujus idem ſit centrum ac circuli ΑΒΓΔ; et manente ΕΗ, planum in quo polygonum ΕΖΗΘ, et circulus eſt, circumagatur. Conſtat igitur fore, ut circuli quidem ΑΒΓΔ circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; circumferentia vero circuli ΕΖΗΘ feratur ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ, cujus idem ſit ac minoris centrum. Porro contactus laterum polygoni circulos in minore ſphæra deſcribent ad circulum ΑΒΓΔ rectos. At polygoniam anguli, exceptis, qui ad puncta Ε, Η ſunt, ſecundum circumferentias circulorum ferentur, qui recti ad circulum ΕΖΗΘ in ſuperficie majoris ſphæræ deſcripti ſunt; latera vero ferentur ſecundum conicas ſuperficies, ut in priore theoremate. Quæ igitur figura ſub conicis ſuperficiebus comprehenditur, minori quidem ſphæræ circumſcripta erit, ma-

[q] ἐπὶ τοῦ πρώτου ex MS.

* Sive, τῷ πρὸ τέτε.

jori vero inſcripta. At vero circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ſphæræ ſuperficie majorem eſſe, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim ΚΔ circuli alicujus eorum, qui in minore ſphæra ſunt, diameter; et Κ, Δ puncta, in quibus duo circumſcripti polygoni latera circulum ΑΒΓΔ contingunt. Diviſa autem ſphæra acto per ΚΔ plano, rectoque ad circulum ΑΒΓΔ, dividetur utique ab eodem plano et circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies. Ac manifeſtum eſt ejuſmodi ſuperficies eoſdem in plano terminos habere; utriuſque enim terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ΑΒΓΔ circa diametrum ΚΔ deſcribitur; et utramque ad eaſdem partes cavam eſſe, alteramque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehendi. Minor eſt igitur, quæ comprehenditur ſegmenti ſphærici ſuperficies, circumſcriptæ eidem ſegmento figuræ ſuperficie. Pariter etiam reliqui ſegmenti ſphærici ſuperficies minor eſt ſuperficie figuræ eidem ſegmento circumſcriptæ. Conſtat igitur totam ſuperficiem ſphæræ circumſcriptæ eidem figuræ ſuperficie minorem eſſe.

τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένων, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένων. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἔτως δειχθήσεται. Ἔστω γὰρ ἡ ΚΔ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν Κ, Δ σημεῖα ἔστω, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. Διηρήσθω δὴ ἡ σφαῖρα ὑπὸ ἐπιπέδου ἑνὸς κατὰ τὸν ΚΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. Καὶ φανερὸν ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ περὶ κύκλου περιφέρεια περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ, ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι. Καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

PROP. XXX. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiem, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ἅπερ παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν. Τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, δέδεικται ὅτι [a] τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπότε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνύσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ἅπερ παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν. Δῆλον ἄρα ἐστὶ τὸ προειρημένον.

PROP. XXXI. Theor.

Circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Sit enim ſphæra, et circulus, eademque alia, quæ antea dicta ſunt. Circulus autem Λ æqualis ſit ſuperficiei propoſitæ figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ.

Quoniam igitur circulo ΕΖΗΘ inſcriptum eſt polygonum æquilaterum et pariangulum;

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

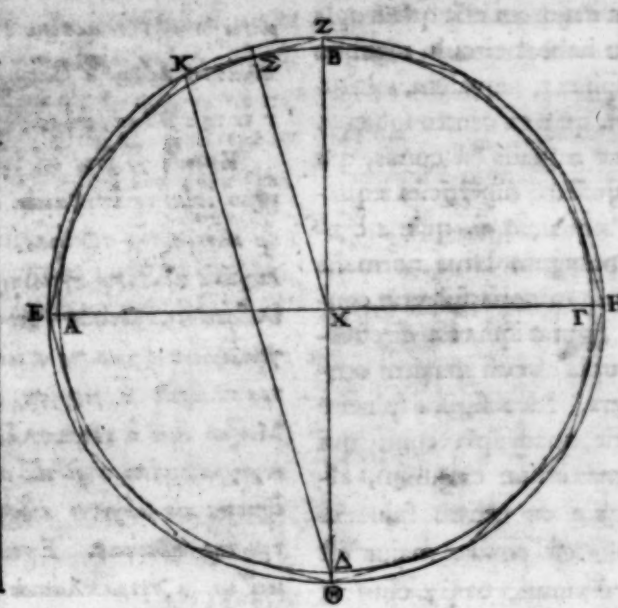
Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ [b] σφαῖραν, ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔστω γὰρ ἥτις σφαῖρα ἡ ὁ κύκλος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις. Καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω [c] προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ΕΖΗΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται, καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι

[a] αἱ δύο πλευραὶ in MS. desunt. [b] διηρημένης sic MS. [c] Τῆς ἐπιφανείας [d] τῆς ἐπιφανείας ἴσος ὁ κύκλος ἐστὶν

τὰς δ' πολυγώνε γωνίας παράλληλοι ὖσαι τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ τ αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΚΘ πρὸς ΚΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τῦ πολυγώνε καὶ τῶν ΖΘ, ΘΚ. Ὥστε ἡ ἐκ δ' κέντρε δ' Λ κύκλε ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘ, ΘΚ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ δ' κέντρε δ' Λ κύκλε τῆς ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ δ' ΑΒΓΔ κύκλε· διπλασία γάρ ἐστι τῆς ΧΣ, ὅσης ἐκ τῦ κέντρε τῦ ΑΒΓΔ κύκλε. Δῆλον ὃν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τετάρτη ἡ ὅλης φανείας δ' περιγεγραμμένε σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, δ' μεγίστε κύκλε δ' ἐν τῇ σφαίρᾳ.



quæ rectæ diametro ΘΖ parallelæ polygoni angulos jungunt, eamdem ad ΘΖ rationem habent, quam ΚΘ ad ΚΖ. Æquale eſt igitur ſpatium quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, ſpatio, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Quare ea, quæ ex centro circuli Λ poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Igitur ea, quæ ex centro circuli Λ major eſt quam ΘΚ. ΘΚ autem æqualis eſt diametro circuli ΑΒΓΔ; quippe quæ dupla eſt rectæ ΧΣ, quæ ex centro circuli ΑΒΓΔ ducitur. Conſtat igitur circulum Λ, hoc eſt figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem, majorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

EUTOCIUS.

Ἡ δὲ ΚΘ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῦ ΑΒΓΔ κύκλε. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῦ Χ ἐπιζεύξωμεν δὴ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ἡ ΚΖ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλε, νοήσωμεν τὸ Σ, ἴσαι δὴ καὶ τὴν ΧΚ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΧΚ τῇ ΧΖ, εἰσὶ δὲ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τὸ Σ· ἴση ἄρα ἡ ΚΣ τῇ ΣΖ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΖΧ τῇ ΧΘ ἴση. Παράλληλος ἄρα ἡ ΧΣ τῇ ΚΘ. Καὶ διὰ τῦτο ἔσται ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΧ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΧΣ. Διπλὴ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΧΖ. Διπλὴ ἄρα καὶ ἡ ΚΘ τῆς ΧΣ ἐκ τῦ κέντρε ὔσης τῦ ΑΒΓΔ κύκλε.

ΘΚ autem æqualis eſt diametro ciculi ΑΒΓΔ. Si enim recta jungatur a puncto Χ ad id punctum, in quo ΚΖ circulum ΑΒΓΔ contingit, quod Σ eſſe intelligatur; jungaturque pariter recta ΧΚ: quoniam æqualis eſt ΧΚ ipſi ΧΖ, quique anguli ad punctum Σ ſunt, recti; ideo etiam ΚΣ ipſi ΣΖ eſt æqualis. At vero æqualis etiam eſt ΖΧ ipſi ΧΘ. Parallela igitur eſt ΧΣ ipſi ΚΘ. Propterea, ut ΘΖ ad ΖΧ, ita ſe habet ΚΘ ad ΧΣ. Dupla eſt autem ΘΖ ipſius ΧΖ. Dupla eſt igitur etiam ΚΘ ipſius ΧΣ; quæ quidem ex centro eſt circuli ΑΒΓΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ δ' σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ δ' κέντρε τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται [x] ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. Τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ δ' σχήματος, [y] ὕψος δὴ ἴσον τῇ ἀπὸ δ' κέντρε τ σφαίρας ἤτοι μίαν πλευρὰν τῦ πολυγώνε καθέτῳ ἠγμένῃ. Αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τῦ κέντρε τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. Δῆλον ὃν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

PROP. XXXII. Theor.

Figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ figuræ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe conum, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Atque hæc quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro minoris ſphæræ. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

[w] καὶ ταῖς πάσαις [x] αὕτη [y] ὕψος δὲ τῇ

PROP. XXXIII. Theor.

Ex hoc autem manifeſtum eſt, figuram minori ſphæræ circumſcriptam majorem eſſe quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quoniam enim figuræ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ejuſdem ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur, hoc eſt ei, quæ e minoris ſphæræ centro; ſuperficies autem figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Ideo figura ſphæræ circumſcripta major erit quadrupla coni, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Nam et qui ipſi æqualis eſt conus, major eſt quadruplo ejus, quem diximus, coni; cum et baſim habeat majorem quadrupla, et æqualem altitudinem.

PROP. XXXIV. Theor.

Si ſphæræ figura inſcripta ſit, itemque alia circumſcripta, circumactis polygonis iis, quæ ſupra conſtructa ſunt, ſimilibus; circumſcriptæ figuræ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habet ejus duplam, quam habet latus circumſcripti maximo circulo polygoni ad latus polygoni eidem circulo inſcripti: ipſa autem figura circumſcripta ad inſcriptam rationem habet ejuſdem rationis triplam.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur; circumſcribatur item circulo polygonum aliud inſcripto ſimile, circumſcriptique polygoni latera circulum contingant in punctis circumferentiarum mediis, quæ ab inſcripti polygoni lateribus ſecantur. Sint autem ΕΗ, ΘΖ ejus circuli, qui circumſcriptum polygonum comprehendit, diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ſimilique modo poſitæ ac diametri ΑΓ, ΒΔ: atque intelligantur junctæ eſſe ad oppoſitos polygoni angulos rectæ lineæ, quæ quidem ſibi invicem rectiſque ΒΖ, ΘΔ parallelæ erunt. Itaque, manente diametro ΕΗ, actiſque in orbem polygonorum ambitibus, circumſcribetur ſphæræ figura, aliaque item inſcribetur. Oportet igitur demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ: ipſam autem figuram circumſcriptam ad inſcriptam habere rationem ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου, οὗ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὅτι μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένη, τετάρτῃ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐστὶ δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐπειδὴ καὶ [a] ὁ κῶνος ἴσος αὐτῷ, μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει, καὶ ὕψος ἴσον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων, τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατασκευασμένοις, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα [a] τὸ ἐγγεγραμμένον, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

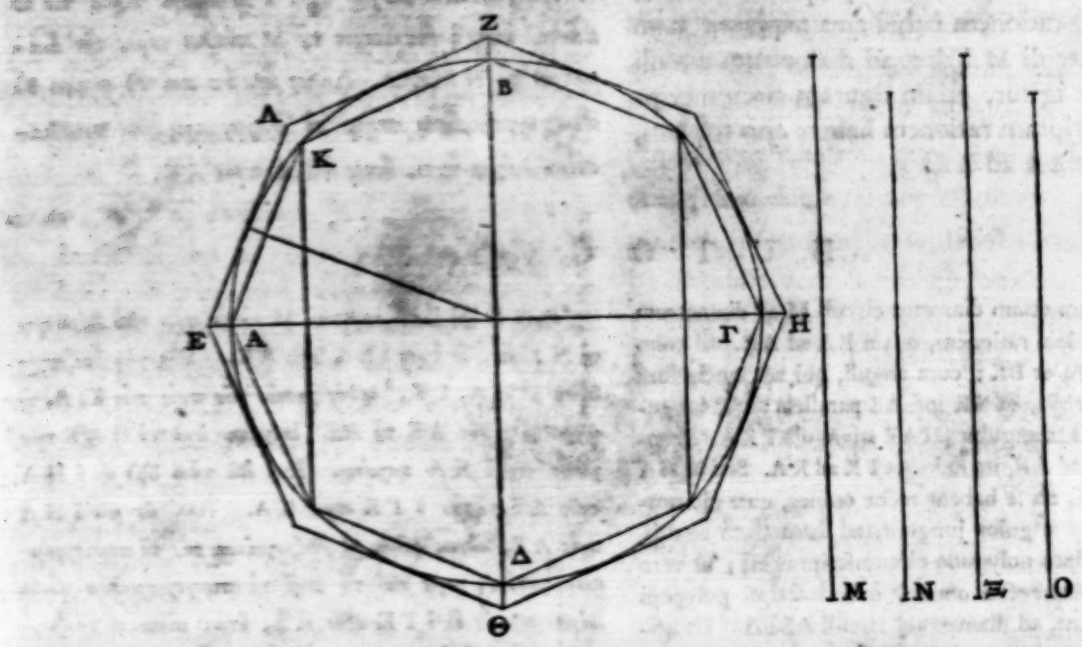
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον, ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. Αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου περιλαμβάνουσαι τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως κείσθωσαν ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις· καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἱ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΒΖ, ΘΔ παράλληλαι. Μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου, καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὸν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, τὸ μὲν περιγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον. Δεικτέον ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[a] ὁ κῶνος ὁ ἴσος

[a] τὸ ἐγγεγραμμένον, in MS. deſunt.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὴν σφαῖραν· ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς ἐγγεγραμμένης. Δεικτέον ἄρα τὸν μὲν Μ ἀπὸ τῆς κέντρου, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἁπτομέναις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου· ἀπὸ δὲ τῆς τοῦ Ν, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἁπτομέναις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου.

Sit enim circulus quidem M figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiei æqualis; circulus autem N æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Itaque ea, quæ ex centro circuli M, poteſt ſpatium, quod ſub ΕΛ continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt: et ea, quæ ex centro circuli N, illud



ἁπτομέναις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρμένων γραμμῶν, τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας. καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα ἃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. Ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρμένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. Ὥστε καὶ αἱ τοῦ Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσι τῶν διαμέτρων· εἴτινες ἴσοι εἰσὶ ταῖς ἐπιφανείαις τῆς περιγεγραμμένης, καὶ ἐγγεγραμμένου. Δῆλον ὅτι ἡ σφαίρα τῆς περιγεγραμμένης σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ἐγγεγραμμένης σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

potest, quod continetur ſub ΑΚ, æqualique recta iis omnibus, quæ angulos jungunt polygoni inſcripti. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, ſimilia utique erunt et ſpatia, quæ ſub rectis, quas diximus, hoc eſt iis, quæ polygonorum angulos jungunt, et ſub eorumdem lateribus continentur. Quare eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam polygonorum latera poteſtate. Quam autem habent rationem ſpatia, quæ ſub iis, quas diximus, rectis continentur, hanc habent poteſtate inter ſe invicem eæ, quæ ex circulorum Μ, Ν centris. Habent igitur etiam circulorum Μ, Ν diametri inter ſe invicem eamdem rationem, quam polygonorum latera. Circuli autem inter ſe invicem rationem habent ejus duplam, quam habent diametri: æqualeſque ſunt ſuperficiebus figurarum tum circumſcriptæ tum inſcriptæ. Conſtat igitur, figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ.

Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Ν· ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἠγμένην. Ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. Δέδεικται δὲ καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἀγομένην.

Sumantur modo duo coni Ο, Ξ. Et conus quidem Ξ baſim habeat circulum circulo Μ æqualem; conus vero Ο baſim habeat circulum æqualem circulo Ν: at vero altitudinem habeat conus Ξ eam, quæ ex ſphæræ centro; et conus Ο rectam, quæ a centro ejuſdem ad ΑΚ normalis ducitur. Æqualis eſt igitur conus quidem Ξ figuræ ſphæræ circumſcriptæ; conus vero Ο inſcriptæ. Hæc enim demonſtrata ſunt. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, eamdem habet rationem ΕΛ ad ΑΚ, quam ea, quæ ex centro ſphæræ ad eam, quæ a centro ſphæræ ad

[b] τῷ πολυγώνῳ τῷ ἐγγεγραμμένῳ in MS. deſunt. [c] πρὸς ἀλλήλας

PROP. XXXIII. Theor.

Ex hoc autem manifeſtum eſt, figuram minori ſphæræ circumſcriptam majorem eſſe quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quoniam enim figuræ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ejuſdem ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur, hoc eſt ei, quæ e minoris ſphæræ centro; ſuperficies autem figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Ideo figura ſphæræ circumſcripta major erit quadrupla coni, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Nam et qui ipſi æqualis eſt conus, major eſt quadruplo ejus, quem diximus, coni; cum et baſim habeat majorem quadrupla, et æqualem altitudinem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου, ὃς βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὅτι μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθ' ἑκάστην ἐγγράφεται, τετάρτῃ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐστὶ δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ τετραπλασίων ἴσης τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐπειδὴ καὶ [a] ὁ κῶνος ἴσος αὐτῷ, μείζων ἐστὶ καὶ τετραπλασίων γίνεται τοῦ εἰρημένου· βάσιν γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXXIV. Theor.

Si ſphæræ figura inſcripta ſit, itemque alia circumſcripta, circumactis polygonis iis, quæ ſupra conſtructa ſunt, ſimilibus; circumſcriptæ figuræ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habet ejus duplam, quam habet latus circumſcripti maximo circulo polygoni ad latus polygoni eidem circulo inſcripti: ipſa autem figura circumſcripta ad inſcriptam rationem habet ejuſdem rationis triplam.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur; circumſcribatur item circulo polygonum aliud inſcripto ſimile, circumſcriptique polygoni latera circulum contingant in punctis circumferentiarum mediis, quæ ab inſcripti polygoni lateribus ſecantur. Sint autem ΕΗ, ΘΖ ejus circuli, qui circumſcriptum polygonum comprehendit, diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ſimilique modo poſitæ ac diametri ΑΓ, ΒΔ: atque intelligantur junctæ eſſe ad oppoſitos polygoni angulos rectæ lineæ, quæ quidem ſibi invicem rectiſque ΒΖ, ΘΔ parallelæ erunt. Itaque, manente diametro ΕΗ, actiſque in orbem polygonorum ambitibus, circumſcribetur ſphæræ figura, aliaque item inſcribetur. Oportet igitur demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ: ipſam autem figuram circumſcriptam ad inſcriptam habere rationem ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

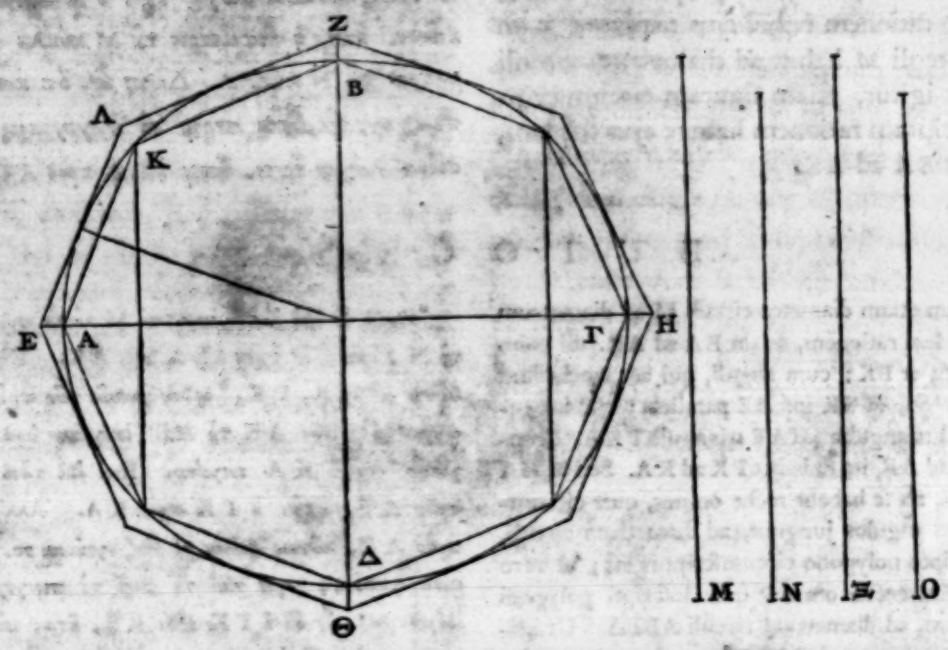
Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων, τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατασκευασμένοις, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα [a] τὸ ἐγγεγραμμένον, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον, ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. Αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ἀλλήλαις τοῦ κύκλου περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις καὶ τελείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἱ γενήσονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΒΖ, ΘΔ παράλληλοι. Μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου, καὶ περιενεχθεισῶν τῶν πλευρῶν τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιφέρειαν, τὸ μὲν περιγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον. Δεικτέον ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[a] ὁ κῶνος ὁ ἴσος

[a] τὸ ἐγγεγραμμένον, in MS. deſunt.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὴν σφαῖραν· ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς ἐγγεγραμμένης. Δυνατὴ ἄρα ἐστὶ τοῦ μὲν Μ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἁπτομέναις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυ-



σαις [b] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας. καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων. Ὡστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν [c] πρὸς ἄλληλα ἃ ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. Ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. Ὡστε καὶ αἱ τοῦ Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. Οἱ ἄρα κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσι τῶν διαμέτρων· οἵτινες ἴσοι εἰσὶ ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου, καὶ ἐγγεγραμμένου. Δῆλον ἄρα, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Ν· ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἠγμένην. Ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἀγομένην.

Sit enim circulus quidem M figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiei æqualis; circulus autem N æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Itaque ea, quæ ex centro circuli M, poteſt ſpatium, quod ſub ΕΑ continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt: et ea, quæ ex centro circuli N, illud poteſt, quod continetur ſub ΑΚ, æqualique rectæ iis omnibus, quæ angulos jungunt polygoni inſcripti. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, ſimilia utique erunt et ſpatia, quæ ſub rectis, quas diximus, hoc eſt iis, quæ polygonorum angulos jungunt, et ſub eorumdem lateribus continentur. Quare eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam polygonorum latera poteſtate. Quam autem habent rationem ſpatia, quæ ſub iis, quas diximus, rectis continentur, hanc habent poteſtate inter ſe invicem eæ, quæ ex circulorum M, N centris. Habent igitur etiam circulorum M, N diametri inter ſe invicem eamdem rationem, quam polygonorum latera. Circuli autem inter ſe invicem rationem habent ejus duplam, quam habent diametri: æqualeſque ſunt ſuperficiebus figurarum tum circumſcriptæ tum inſcriptæ. Conſtat igitur, figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ.

Sumantur modo duo coni Ο, Ξ. Et conus quidem Ξ baſim habeat circulum circulo M æqualem; conus vero Ο baſim habeat circulum æqualem circulo N: at vero altitudinem habeat conus Ξ eam, quæ ex ſphæræ centro; et conus Ο rectam, quæ a centro ejuſdem ad ΑΚ normalis ducitur. Æqualis eſt igitur conus quidem Ξ figuræ ſphæræ circumſcriptæ; conus vero Ο inſcriptæ. Hæc enim demonſtrata ſunt. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, eamdem habet rationem ΕΛ ad ΑΚ, quam ea, quæ ex centro ſphæræ ad eam, quæ a centro ſphæræ ad

[b] τῷ πολυγώνῳ τῷ ἐγγεγραμμένῳ in MS. deſunt. [c] πρὸς ἄλληλας

AK normalis ducitur. Eamdem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad coni O altitudinem, quam EΛ ad AK. Habet autem etiam diameter circuli M ad circuli N diametrum eamdem rationem quam EΛ ad AK. Conorum igitur Ξ, O diametri, quæ in baſibus ſunt diametri eamdem habent rationem, quam altitudines. Igitur coni ſunt ſimiles: ac propterea conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter circuli M habet ad diametrum circuli N. Conſtat igitur, etiam figuram circumſcriptam ad inſcriptam rationem habere ejus triplam, quam habet EΛ ad AK.

Τῶν αὐτῶν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ O κώνου, ὃν ἡ EΛ πρὸς AK. Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ EΛ πρὸς AK. Τῶν ἄρα Ξ, O κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶ καὶ διὰ αὐτὸ τριπλάσιονα λόγον ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν O κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N κύκλου. Δῆλον ὅν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ EΛ πρὸς AK.

EUTOCIUS.

Habet autem etiam diameter circuli M ad diametrum circuli N eamdem rationem, quam EΛ ad AK. Si enim jungantur HΛ, et ΓK; cum anguli, qui ad puncta ſunt K et Λ, ſint recti, et AK ipſi ΛE parallela; æquiangulum utique eſt triangulum HΛE triangulo ΓKA. Propterea, ut HΛ ad ΛE, ita ſe habet ΓK ad KA. Sed ut HΛ quidem ad ΛE, ita ſe habent rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli, qui circumſcripto polygono circumſcriptus eſt; ut vero ΓK ad KA, ita rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut igitur rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt ad diametrum circuli, qui eidem polygono circumſcriptus eſt, ita ſe habent rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungant, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut autem diameter ad latus, ita ſe habet diameter ad latus; quoniam et ut HE ad EΛ, ita ΓA ad AK. Igitur etiam ex æquo, ut rectæ, quæ jungunt, omnes ad EΛ, ita ſe habent rectæ, quæ jungunt, omnes ad AK. Sed ut illæ quidem omnes ad latus EΛ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub EΛ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli M, ad quadratum, quod ab EΛ deſcribitur, ſumpta EΛ pro communi altitudine: ut vero hæ omnes ad AK, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub AK continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod ab AK deſcribitur, AK pariter pro communi altitudine ſumpta. Ut igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EΛ, ita ſe habet quadratum quod ab ea quæ ex centro circuli N deſcribitur ad quadratum quod deſcribitur ab AK. Igitur etiam ut ea, quæ ex centro circuli M ad EΛ, ita ſe habet ea quæ ex centro circuli N, ad AK. Et permutando, ut ea, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, ita EΛ ad AK. Denique, ſumptis præcedentium duplis, ut diameter circuli M ad circuli N diametrum, ita EΛ ad AK.

Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N λόγον, ὃν ἔχει ἡ EΛ πρὸς AK. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ HΛ, ΓK, [d] ὀρθῶν γωνιῶν τῶν πρὸς τοῖς K, Λ, καὶ παραλλήλοι τῇ AK τῇ ΛE· ἰσογώνιον ἄρα τὸ HΛE τρίγωνον [e] τῷ ΓKA τριγώνῳ. Καὶ διὰ τοῦτο ἔστιν ὡς ἡ HΛ πρὸς ΛE, οὕτως ἡ ΓK πρὸς KA. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ HΛ πρὸς ΛE, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τῆς περιγεγραμμένης γωνίας, πρὸς πλευρὰν τοῦ περὶ τὸ περιγεγραμμένον κύκλον διάμετρον· ὡς δὲ ἡ ΓK πρὸς KA, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσι τὰς τῆς ἐγγεγραμμένης γωνίας πρὸς τὴν τοῦ ABΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς ἄρα πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσι τὰς τῆς περιγεγραμμένης γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλον διάμετρον, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσι τὰς τῶν ἐγγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ ABΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν, οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν· ἐπεὶ καὶ ὡς ἡ HE πρὸς EΛ, οὕτως ἡ ΓA πρὸς AK. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν EΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν AK. Ἀλλ' ὡς πᾶσαι πρὸς τὴν πλευρὰν τὴν EΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς EΛ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M πρὸς τὸ ἀπὸ EΛ, τῆς EΛ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· ὡς δὲ πᾶσαι πρὸς τὴν AK, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς AK, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς AK· κοινοῦ ὕψους πάλιν λαμβανομένης τῆς AK. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M πρὸς τὸ ὑπὸ EΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N, πρὸς τὸ [f] ὑπὸ AK. Καὶ ὡς ἄρα αὐτὸ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M πρὸς τὴν EΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N πρὸς τὴν AK. Ἐναλλὰξ [g] ἄρα ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M, πρὸς τὴν ἐκ κέντρου τοῦ N, οὕτως ἡ EΛ πρὸς AK. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ M πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N, ἡ EΛ πρὸς AK.

PROP. XXXV. Theor.

Cujuſlibet ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa.

Sit enim ſphæra aliqua, et circulus A maximi circuli quadruplus. Dico, circulum A ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo ſphæræ ſuperficies major circulo. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuper-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λέ.

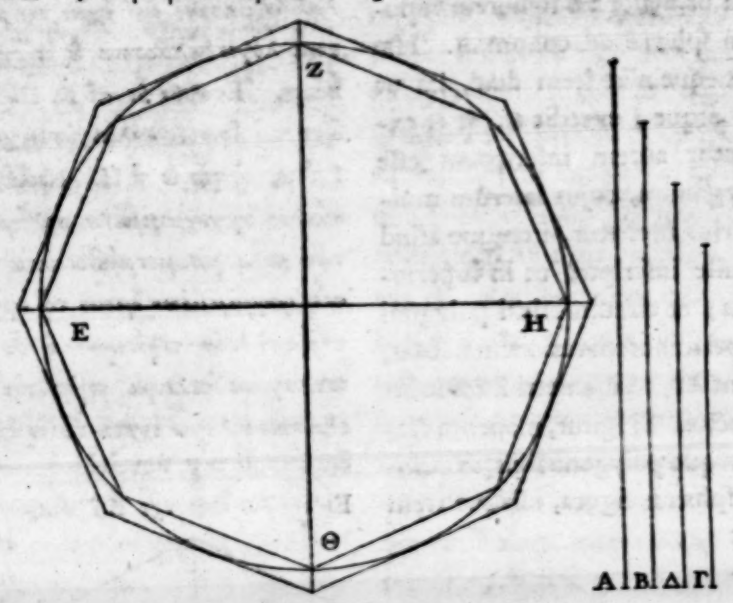
Πᾶσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλάσιά ἐστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

[h] Ἔστω γὰρ σφαῖρα τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος αὐτῆς μεγίστου κύκλου ὁ A. Λέγω ὅτι ὁ A ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, καὶ ὁ

[d] ὀρθῶ - - - - γινομένων [e] τῷ ΓKA τριγώνῳ in MS. deſunt. [f] In MS. ἀπὸ deeſt. [g] In MS. ἄρα deeſt.
[h] Ὡς γὰρ [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

Α κύκλος. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα, λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. Εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. Νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· νοείσθω δὴ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ πεπεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ, καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ. Καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ, διπλάσιός ἐστιν ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ· τῆς δὲ πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας [k] περιγεγραμμένης στερεᾶς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν [l] ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί. Δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἡ τετραπλασία· τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος. Οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω· καὶ ὁμοίως διῃρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε [m] τὸ Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τὸ Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ. Καὶ ἐγγεγράφθω καὶ περιγεγράφθω πάλιν πολύγωνον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τοῦ Β πρὸς Δ. Καὶ τὰ διπλάσια ἄρα. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου· ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. [n] Οὐκ



ficies sphæræ, et circulus Α. Fieri igitur potest, ut inæquales duæ rectæ sumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat minorem, quam sphæræ superficies ad circulum. Sumantur Β, Γ; mediaque inter Β, Γ proportionalis sit Δ. Intelligatur autem sphæra secta esse plano per centrum acto secundum circulum ΕΖΗΘ; circuloque polygonum inscriptum, circumscriptumque esse, ita ut circumscriptum inscripto simile sit, et circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Β ad Δ. Igitur dupla etiam ratio dupla ratione est minor. Ac rationis quidem ipsius Β ad Δ dupla est ratio ipsius Β ad Γ; rationis vero lateris circumscripti polygoni ad latus inscripti dupla ratio superficiei circumscripti solidi ad superficiem inscripti. Igitur figuræ sphæræ circumscriptæ superficies, ad superficiem inscriptæ minorem rationem habet, quam sphæræ superficies ad circulum Α. Quod est absurdum. Superficies enim figuræ sphæræ circumscriptæ major est sphæræ superficie; superficies vero inscriptæ minor est circulo Α. Demonstratum enim est, inscriptæ figuræ superficiem minorem esse quadrupla circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra: circulus autem Α maximi circuli est quadruplus. Non est igitur major sphæræ superficies circulo Α. Dico autem, neque minorem esse. Sit enim, si fieri potest, minor: pariterque rectæ inveniantur Β, Γ ita ut Β ad Γ rationem habeat minorem, quam circulus Α ad sphæræ superficiem; mediaque inter Β, Γ proportionalis sit Δ. Rursus autem inscribatur, et circumscribatur polygonum, ita ut circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Β ad Δ. Igitur dupla etiam harum rationum alterum alterius minora sunt. Circumscriptæ igitur polygonæ superficies ad superficiem inscriptæ minorem rationem habet, quam circulus Α ad sphæræ superficiem. Quod est absurdum. Superficies enim figuræ circumscriptæ major est circulo Α; superficies vero inscriptæ minor sphæræ superficie. Neque igi-

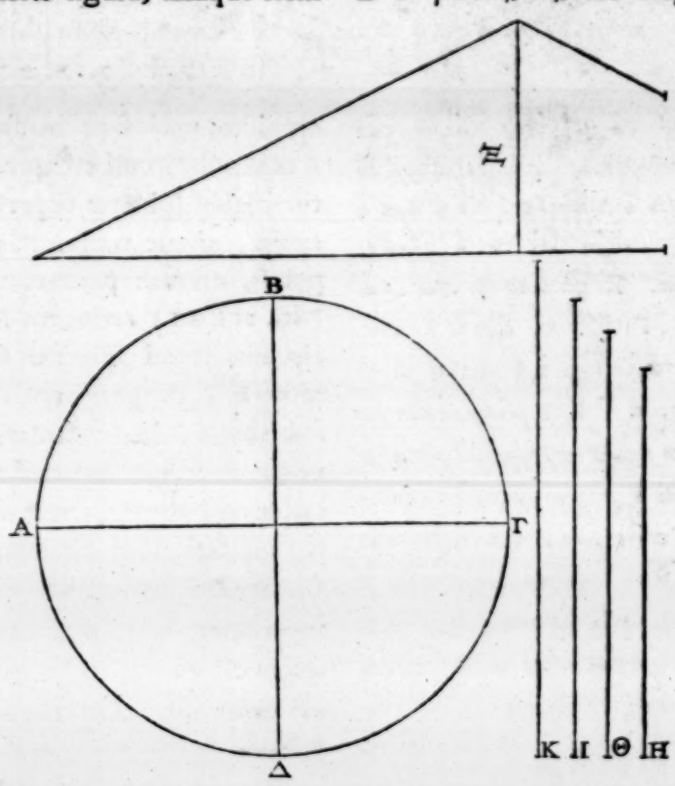
[k] τοῦ περιγεγραμμένου [l] In MS ἐπιφάνια deest. [m] Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνια τῆς σφαίρας in MS. desunt.

tur minor eſt ſphæræ ſuperficies circulo A. Demonſtratum autem eſt neque majorem eſſe. Æqualis eſt igitur ſphæræ ſuperficies circulo A, hoc eſt quadruplo maximi circuli.

PROP. XXXVI. Theor.

Quælibet ſphæra coni eſt quadrupla, baſim quidem habentis circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Sit enim ſphæra aliqua, et maximus in ea circulus ABΓΔ. Si igitur ſphæra quadrupla non eſt ejus, quem diximus, coni, ſit ea, ſi fieri poteſt, major quadrupla. Sit autem conus Ξ baſim quidem habens quadruplam circuli ABΓΔ, altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ. Major eſt igitur ſphæra cono Ξ. Duæ autem erunt magnitudines inæquales ſphæra, et conus. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat, quam ſphæra ad conum Ξ. Hæ ſint, K, H. Sumptæque aliæ item duæ, ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Intelligatur autem inſcriptum eſſe circulo ABΓΔ polygonum, cujus laterum multitudinem quaternarius metiatur, itemque aliud circumſcriptum ſimile inſcripto, ut in ſuperioribus theorematibus; et circumſcripti polygoni latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam K ad I. Ac ſint AΓ, BΔ diametri inter ſe invicem ad angulos rectos. Si igitur, manente diametro AΓ, planum, in quo polygona ſunt, circumagatur, inſcribetur ſphæræ figura, aliaque item circumſcribetur: et circumſcripta ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ABΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habet igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H rationem habet tripla ejus majorem quam habet K ad I. Hoc enim ex lemmatibus manifeſtum eſt. Multo igitur magis circumſcripta figura



ἄρα ἐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τ᾽ σφαίρας τῦ Α κύκλου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι ἐδὲ μείζων. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐςὶ τῷ Α κύκλῳ, τουτέςι τῷ τετραπλασίῳ τῦ μεγίςου κύκλου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λς΄.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλάσιά ἐςι κώνε, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσον τῷ μεγίςῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔςω γὰρ σφαῖρά τις, ἐν ᾗ ἐν αὐτῇ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. Εἰ ὖν μή ἐςιν ἡ σφαῖρα τετραπλάσια τοῦ εἰρημένε κώνε, ἔςω, εἰ δυνατὸν, μεῖζον ἢ τετραπλάσια. Ἔςω δὴ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλάσιαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλε, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τῦ κέντρε τῆς σφαίρας. Μεῖζων ἄρ᾽ ἐςὶν ἡ σφαῖρα τῦ Ξ κώνε. Ἔςαι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. Δυνατὸν ἄρ᾽ ἐςὶ δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσας, ὡς᾽ ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον [a] ἐλάσσονα, ἢ ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. Ἔςωσαν ἄρ᾽ αἱ Κ, Η. Αἱ ἄρα Ι, Θ εἰλημμέναι, ὥςε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Νοείσθω δὴ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὃ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τῦ περιγεγραμμένε πολυγώνε πλευρὰ πρὸς τὴν τῦ ἐγγεγραμμένε, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Καὶ ἔςωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Εἰ ὖν μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρε, περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔςαι τὸ σχῆμα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον· καὶ ἔξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἥπερ ἡ πλευρὰ τῦ περιγεγραμμένε πρὸς τὴν τῦ ἐγγεγραμμένε εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥςε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον, ἢ τριπλάσιον ἢ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Τῦτο δὲ φανερὸν διὰ λημμάτων. Πολ-

[a] In MS. ἐλάσσονα deeſt.

λῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸ Ξ κῶνον· οὐ γὰρ ἐναλλάξ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου· διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσον τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ εἰρημένου κώνου, ἢ τετραπλάσιον. Οὐκ ἄρα μεῖζον ἢ τετραπλάσια ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. Ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἢ τετραπλάσια· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η ὥστε, ὡς τὸν Κ μείζονα εἶναι τοῦ Η, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὸν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευασμένα τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ[o] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὸν Η μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὸν Η, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλαττόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἔλαττόν ἐστιν ἡ τετραπλάσια ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου, ὃ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσον τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μείζων. Τετραπλάσια ἄρα.

ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam ſphæra ad conum Ξ: et permutando. Quod fieri non poteſt. Circumſcripta enim figura major eſt ſphæra; inſcripta autem minor cono Ξ; eo quod conus quidem Ξ quadruplus eſt coni, qui baſim habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; figura vero inſcripta minor eſt quadrupla ejus, quem diximus, coni. Non eſt igitur ſphæra minor quadrupla coni ejus, quem diximus. Sit minor, ſi fieri poteſt, quadrupla: et ſphæra quidem minor eſt cono Ξ. Sumantur autem rectæ K, H, ita ut K major ſit quam H, et minorem ad ipſam rationem habeat, quam conus Ξ ad ſphæram. Exponantur item, ut ſupra, Θ, I; circuloque ΑΒΓΔ intelligatur polygonum inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat quam K ad I: aliaque demum eodem, quo ſupra modo conſtructa ſint. Igitur circumſcripta figura ſolida ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ΑΒΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habebit igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H majorem rationem habet tripla ejus quam habet K ad I. Igitur circumſcripta figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam conus Ξ ad ſphæram. Quod fieri non poteſt. Inſcripta enim figura minor eſt ſphæra; circumſcripta vero major cono Ξ. Neque igitur minor eſt ſphæra quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur quadrupla.

EUTOCIUS.

Αἱ δὲ Ι, Θ εἰλήμμεναι, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Τὸ προκείμενόν ἐστι, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ, ὅ ταυτόν ἐστι τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν. [p] Ποιεῖται δὲ τοῦτο οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΚ ἄνισοι· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσης τῇ ΓΚ, τῆς ΒΔ, ἡ λοιπὴ ἡ ΑΔ τετμήσθω τριχὰ

Sumptæque aliæ item duæ I, Θ; ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Nimirum hoc propoſitum eſt: Datis duabus rectis, duas proportionales medias ſecundum arithmeticam proportionem invenire; hoc eſt hujuſmodi, quod eodem recidit, ut æqualiter ſe invicem excedant. Id autem hoc plane modo conficitur. Sint datæ duæ rectæ, eademque inæquales AB, ΓK: ablataque ab AB ipſi ΓK æquali BΔ,

[o] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ in MS, deſunt.

[p] Ποιεῖται

quæ reliqua eſt AΔ in tres æquas partes ſecetur in punctis E, Z: ponantur æquales alteri quidem EB, H; alteri vero BZ, Θ. Atque hæ duæ H, Θ propoſitum conficient. Dico porro AB ad ΓK rationem habere majorem ejus tripla, quam habet eadem AB ad H. Ut enim AB ad H, ita fiat H ad aliam quamdam Λ. Et quoniam qua ſui parte AB excedit H, hac ſui parte etiam H excedit Λ: et pars ipſius AB major eſt eadem ipſius H parte; ideo majore AB excedit H, quam H excedat Λ. Qua vero parte AB excedit H, eadem H excedit Θ. Igitur majore H excedit Θ, quam H excedat Λ: ideoque A major eſt quam Θ. Quod ſi rurſus ut H ad Λ, ita fiat A ad M; multo magis hæc major erit quam ΓK. Et quoniam quatuor rectæ AB, H, Λ, M continuo proportionales ſunt; AB ad M rationem habet ejus triplam, quam habet AB ad H. Quare AB ad ΓK rationem habet majorem ejus tripla, quam habet eadem AB ad H.



κατὰ τὰ E, Z· καὶ τῇ μὲν EB ἴση κείσθω ἡ H, τῇ δὲ BZ ἴση ἡ Θ. Ἔστωσαν δὴ καὶ H, Θ πυθμένες τὰ σφαιρίσματα. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ AB πρὸς τὴν ΓK μείζονα λόγον ἔχει τριπλασίονα λόγου ἔχει, ἣν ἔχει ἡ AB πρὸς τὴν H. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ AB πρὸς τὴν H, οὕτως ἡ H πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Λ. Καὶ ἐπεὶ ᾗ μέρει ὑπερέχει ἡ AB τῆς H, ταύτῃ καὶ ἡ H ὑπερέχει τῆς Λ· τῷ δὲ αὐτῷ μέρει ἡ AB ὑπερέχει τῆς H, μείζων ἄρα ὑπερέχει ἡ AB τῆς H, ἤπερ ἡ H τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ AB τῆς H, ταύτῃ καὶ ἡ H τῆς Θ. Μείζων ἄρα ὑπερέχει ἡ H τῆς Θ, ἤπερ ἡ H τῆς Λ· ὥστε μείζων ἡ Λ, τῆς Θ. Ἐὰν δὲ πάλιν τεθῇ τοιαύτη ὡς τὴν H πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὴν A πρὸς M, πολλῷ μείζων ἔσται τῆς ΓK. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ AB, H, Λ, M, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ἡ AB πρὸς τὴν M, τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ AB πρὸς H. Ὥστε ἡ AB πρὸς τὴν ΓK μείζονα λόγον ἔχει τριπλασίονα λόγου ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν H.

PROP. XXXVII. Theor.

Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum eſt, quemlibet cylindrum, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem, una cum baſibus, ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram.

Nam cylindrus quidem, quem diximus, ſexcuplex eſt coni, qui eamdem ac ipſe baſim habeat, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro: ſphæra autem demonſtrata eſt ejuſdem coni eſſe quadrupla. Conſtat igitur cylindrum ſeſquialterum eſſe ſphæræ. Rurſus, quoniam demonſtratum eſt, cylindri ſuperficiem, exceptis baſibus, circulo æqualem eſſe, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus cylindri, et baſis diametrum: cylindri autem, quem diximus, ſphæræ circumſcripti latus æquale eſt diametro baſis; conſtat utique mediam illam proportionalem baſis diametro æqualem eſſe. Circulus autem, qui habeat eam, quæ ex centro, baſis diametro æqualem, quadruplus eſt ipſius baſis, hoc eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Igitur cylindri ſuperficies, exceptis baſibus, erit circuli maximi quadrupla. Tota igitur cylindri ſuperficies, una cum baſibus, ſexcuplex erit maximi circuli. Eſt autem ſphæræ ſuperficies quadrupla maximi circuli. Igitur tota cylindri ſuperficies ſphæræ ſuperficiei eſt ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων, φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος, βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ περιεχόμενος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλάσια οὖσα. Δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. Πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως· τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, δῆλον ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον, ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως. Ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τετύχηκε τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλάσια ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. Ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιόλιός ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

PROP. XXXVIII. Theor.

Figuræ ſphæræ ſegmento inſcriptæ ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro,

ΠΡΟΤ. κή'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ

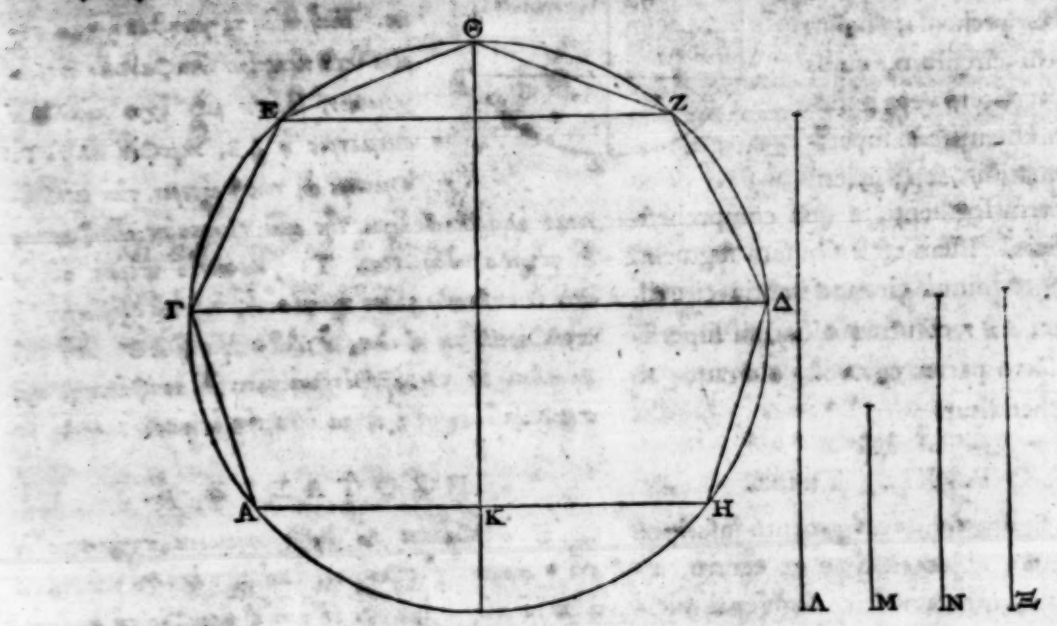
[q] ἥτις ἡ H τῆς A. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ AB τῆς H in MS. deſunt. [r] ἐστι [s] κ᾽ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμίολια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ex MS.

κέντρῳ ἴσην δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τῆ ἐγγεγραμμένης πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τῷ μείζονι κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς [1] παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος, σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος. Ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτὸ, ὃν ἔφηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ, χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς. Καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην δυνάσθω τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς, καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. Δεικτέον [a] ἐστὶν, ὅτι ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

potest ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere polygoni maximi circuli ſegmento inſcripti, rectaque iis omnibus æquali, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſunt, una cum dimidia baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et in ipſa ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa ΑΗ deſcribitur. Inſcribatur eidem figura, qualis dicta eſt, conicis ſuperficiebus comprehenſa; et maximus circulus ΑΗΘ; et polygonum parilaterum ΑΓΕΘΖΔΗ, latere ΑΗ excepto. Sumatur autem circulus Λ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub latere ΑΓ, et ſub omnibus ΕΖ, ΓΔ, et amplius ſub dimidia baſis, hoc eſt ΑΚ. Oportet igitur demonſtrare, circulum Λ figuræ ſuperficiei æqualem eſſe.



Εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. Γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. Εἰλήφθω δὲ καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ, καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῆς ΕΖ, ΓΔ. Ἔσται δὴ τοῦτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. Καὶ ἄλλος ἐμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τοῦ ΑΓ καὶ τοῦ ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. Καὶ αὐτὸς δὴ ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. Πάντες δὴ οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ· καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ΑΓ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΓΔ, καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΑΚ. Ἠδύνατο δὴ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, ἴσον τῷ

Sumatur circulus Μ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub latere ΕΘ, et dimidia ipſius ΕΖ. Æqualis eſt igitur circulus Μ coni ſuperficiei, cujus quidem baſis circulus, qui circa ΕΖ deſcribitur, vertex vero punctum Θ. Sumatur item alius circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΓ, et dimidia utriuſque ΕΖ, ΓΔ. Æqualis hic erit coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana interjicitur per ΕΖ, ΓΔ acta. Pariter alius ſumatur circulus Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΓ, et dimidia utriuſque ΓΔ, ΑΗ. Æqualis eſt igitur hic quoque coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ΑΗ, ΓΔ. Omnes igitur circuli æquales erunt toti figuræ ſuperficiei; quæque ex eorum centris poterunt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere ΑΓ, rectaque ipſis ΕΖ, ΓΔ, et dimidiæ baſis ΑΚ æquali. Poterat autem ea quoque, quæ ex cen-

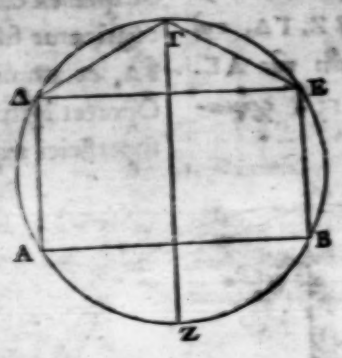
[1] παραλλήλαις

[a] In MS. ὧν deeſt.

tro circuli A huic ipsi æquale spatium. Igitur circulus A æqualis est circulis M, N, Ξ. Quare etiam inscriptæ figuræ superficiei.

PROP. XXXIX. Theor.

Secetur sphæra plano non per centrum acto, et maximus in ea circulus AEZ id ipsum, a quo secatur, planum ad rectos angulos secans: inscribaturque segmento ABΓ polygonum æquilaterum et parilaterum, basi AB excepta. Si igitur, pariter ac in superioribus theorematibus, figura, manente ΓZ, circumagatur, anguli quidem Δ, E, A, B secundum circulos, quorum diametri ΔE, AB; latera vero figuræ secundum conicas superficies ferentur. Atque orietur solida figura conicis superficiebus comprehensa, basim quidem habens circulum, cujus diameter AB, verticem vero punctum Γ. Pariter autem ac in superioribus theorematibus, superficiem habebit minorem segmenti, a quo comprehenditur, superficie. Idem est enim tam segmenti quam figuræ terminus circumferentia circuli, cujus diameter AB: et utraque harum superficierum ad easdem partes cava est, alteraque ab altera comprehenditur.



PROP. XL. Theor.

Superficies figuræ sphæræ segmento inscriptæ minor est circulo, cujus ea quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui est basis segmenti.

Sit sphæra, et maximus in ea circulus ABZE. Sit item in sphæra segmentum, cujus basis circulus, qui circa diametrum AB describitur; eique inscribatur figura, quam diximus. Circuli autem segmento inscribatur polygonum; et reliqua eadem fiant, quæ supra; ducto sphæræ diametro ΘΛ, junctisque AE, ΘA. Denique fit circulus M, cujus ea, quæ ex centro, sit ipsi AΘ æqualis. Oportet demonstrare, circulum M majorem esse figuræ superficie.



Demonstratum est enim figuræ superficiem æqualem esse circulo, cujus ea, quæ ex centro, potest spatium ei æquale, quod sub EΘ, omnibusque EZ, ΓΔ, KA continetur. At vero illud quoque demonstratum est, spatium, quod sub EΘ, omnibusque EZ, ΓΔ, KA continetur, æquale esse spatio, quod continetur sub EΛ, et KΘ: et spatium, quod continetur sub EΛ, et KΘ, minus est quadrato, quod ab AΘ describitur; eo

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθ'.

Τετμήθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ, ἡ δὲ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΖ, τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω [w] εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τι καὶ ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΒ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἔστω, μενούσης τῆς ΓΖ, περιενεχθὲν τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, Ε, Α, Β γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ ΔΕ, ΑΒ· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος, κατὰ κωνικὰς ἐπιφανείας. Καὶ ἔστω τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, κορυφὴν δὲ τὸ Γ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἔχει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος. Τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἡ ἐπιπέδου τοῦτι τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος [x] ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραί εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΖΕ. Καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ [y] βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα. Καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον, καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας ὔσης τὴν ΘΛ, ἐπιζευγμένων δὲ τῶν ΛΕ, ΘΑ. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ Μ [z] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [a] ἴση ἔστω τῇ ΑΘ. Δεικτέον ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

Ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΘ, καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΕΘ, καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ, ἐλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ· καὶ γὰρ τοῦ

[w] εἰς τὸ τμῆμα πολύγωνον [x] ἡ περιφάνεια [y] οὗτον [z] οὗτος [a] ἴσον οὖσι τῇ [b] οὗτος in MS. ut semper pro οὗ.

ὑπὸ ΑΘ, ΘΚ. [c]Ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ. Φανερὸν δή ἐστι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἧς ἐστιν ἴσος ὁ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ. Δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

quod quadrato, quod ab ΑΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΑΘ, et ΘΚ. Manifeſtum eſt igitur eam, quæ ex centro circuli, qui figuræ ſuperficiei æqualis eſt, minorem ea eſſe, quæ ex centro circuli Μ. Itaque conſtat, circulum Μ majorem eſſe figuræ ſuperficie.

EUTOCIUS.

Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΕΘ, ἢ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ δέλασται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ. Ἐν γὰρ τῷ τρίτῳ καὶ εἰκοστῷ δευτέρῳ δέδεικται, ὅτι αἱ ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, πρὸς τὴν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι, ὃν ἡ ΑΕ πρὸς ΕΘ. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τῷ δὲ ὑπὸ ΕΛ, ΚΘ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΘΑ· καὶ γὰρ τῷ ὑπὸ ΑΘ, ΘΚ, ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ, ἐστὶ ζευχθείσης ἡ ΑΛ, καὶ διὰ τοῦτο ἐλάσσων τοῦ ΘΑΚ τριγώνου τοῦ ΘΑΛ. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΛΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΚ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς μέσης.

Sed demonſtratum eſt ſpatium, quod continetur ſub ΕΘ, omnibuſque ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΕΛ, et ΚΘ. Demonſtratum eſt enim in theoremate vigeſimo tertio omnes ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ ad ΘΚ eamdem rationem habere, quam ΛΕ ad ΕΘ. Quare ſpatium, quod ſub extremis continetur, id ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis. At vero ſpatium, quod ſub ΕΛ, ΚΘ continetur, minus eſt qudrato, quod a ΘΑ deſcribitur; quippe eo quoque eſt minus, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΚ; quadratoque, quod a ΘΑ deſcribitur, eſt æquale: hoc autem manifeſtum eſt, ſi ΑΛ jungatur, et propterea triangulum ΘΑΚ triangulo ΘΑΛ ſimile fiat. Ut enim ΛΘ ad ΘΑ, ita ſe habet ΑΘ ad ΘΚ: ſpatiumque, quod ſub extremis continetur, quadrato æquale eſt, quod a media deſcribitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μά'.

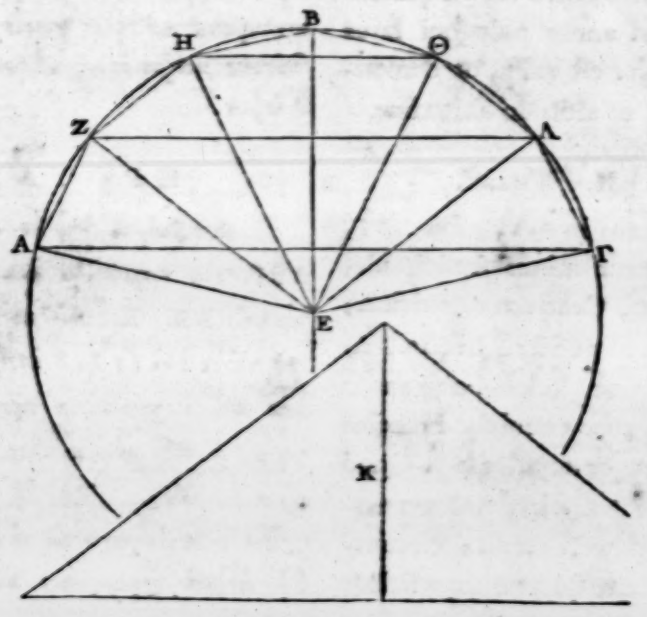
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν [d]πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθετῳ ἠγμένην.

PROP. XLI. Theor.

Figura ſegmento inſcripta, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, una cum cono qui baſim quidem habeat eamdem ac figura, verticem vero ſphæræ centrum, æqualis eſt cono, qui baſim quidem habeat figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, ᾗ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, ᾗ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς ΑΓ, ὁμοίως τοῖς πρότερον καὶ, μενούσης τῆς ΒΕ, περιεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. Καὶ εἰλήφθω κώνου ὁ Κ, βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθετῳ ἠγμένην. Δεικτέον ὅτι ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ [e]σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus; ſegmentumque minus ſemicirculo, ΑΒΓ; centrumque Ε. Inſcribatur autem ſegmento ΑΒΓ, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, polygonum æquilaterum, latere ΑΓ excepto: et ſphæra, manente ΒΕ, circumacta figuram quamdam efficiat conicis ſuperficiebus comprehenſam; et a circulo, qui circa diametrum ΑΓ eſt, conus deſcribatur verticem habens ſphæræ centrum. Sumatur porro conus Κ, baſim quidem habens figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro Ε ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonſtrare, conum Κ figuræ, quam diximus, una cum cono ΑΕΓ, æqualem eſſe.



Deſcribantur coni etiam a circulis, qui

[c] ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ in MS. deſunt. [d] πλευρὰν τῆ [e] τμήματι

circa diametros HΘ, ZΛ sunt, verticem habentes punctum E. Itaque rhombus quidem solidus HBΘE æqualis est cono, cujus basis æqualis est coni HBΘ superficiei, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad HB normalis ducitur. Residuum vero, quod comprehenditur superficie, quæ inter parallela plana per HΘ, ZΛ acta interjicitur, et conicis superficiebus ZEΛ, HEΘ, æquale est cono, cujus basis æqualis est superficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per HΘ, ZΛ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZH normalis ducitur. Rursus residuum, quod comprehenditur superficie, quæ inter parallela plana per ZΓ, AΛ acta interjicitur, et conicis superficiebus AEΓ, ZEΛ, æquale est cono, cujus basis æqualis est superficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ZΛ, AΓ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZA normalis ducitur. Igitur coni, quos diximus, æqualis sunt figuræ, una cum cono AEΓ: et altitudinem quidem habent rectæ æqualem, quæ a puncto E ad unam polygoni latus normalis ducitur, bases vero æquales figuræ AZHBΘΛΓ superficiei. Habet autem etiam conus K eamdem altitudinem, et basim figuræ superficiei æqualem. Igitur conus K æqualis est iis, quos diximus, conis. Demonstratum autem est, conos, quos diximus, æquales esse cum figuræ, tum cono AEΓ. Igitur etiam conus K cum figuræ tum cono EAΓ est æqualis.

Hinc autem manifestum est, conum, qui basim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ, quæ a vertice segmenti ducitur ad circuferentiam circuli, qui est basis segmenti; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex sphæræ centro; inscripta figura, una cum cono, majorem esse. Conus enim, quem diximus, major est cono figuræ ipsi æquali, una cum cono basim quidem habente ipsius segmenti basim, verticem vero sphæræ centrum; nimirum cono basim quidem habente figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Major est enim, ut demonstratum est, basis basi, et altitudo altitudini.

κλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς HΘ, ZΛ, κορυφὴν ἔχοντες τὸ E σημεῖον. Οἰκοῦν ὁ μὲν HBΘE ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ HBΘ κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν HB ἀγομένῃ καθέτῳ. Τὸ δὲ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HΘ, ZΛ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ZEΛ, HEΘ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HΘ, ZΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZH καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν τὸ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZΛ, AΓ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν AEΓ, ZEΛ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZΛ, AΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZA καθέτῳ ἠγμένῃ. Οἱ δὴ εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι, καὶ μετὰ τοῦ AEΓ κώνου· καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσι τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ βάσεις [f]ἴσους τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AZHBΘΛΓ σχήματος. Ἔχει δὲ καὶ ὁ K κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος, καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις· οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι, καὶ τῷ AEΓ κώνῳ. Καὶ ὁ K ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τούτοις τοῖς σχήμασι, καὶ τῷ EAΓ κώνῳ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. Ὁ γὰρ περιειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ [g]τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τετάρτην τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὴ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Ἥτε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ, δεδείχται γὰρ τοῦτο, καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

PROP. XLII. Theor.

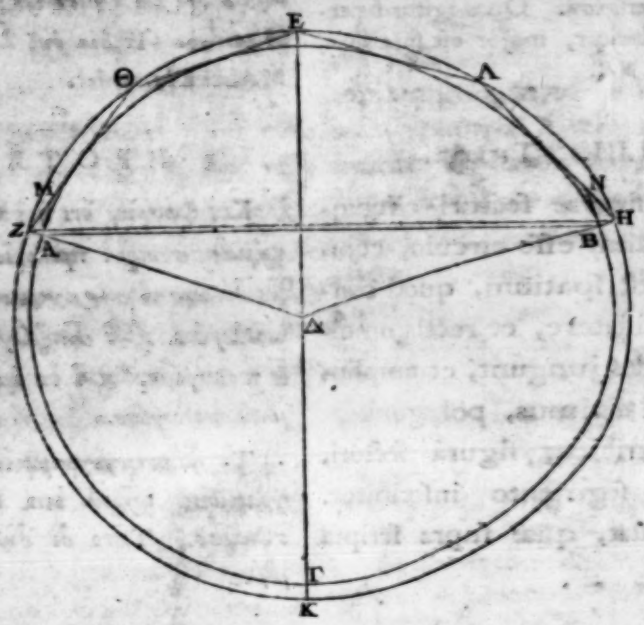
Sit sphæra, et maximus in ea circulus ABΓ, a quo segmentum secetur minus semicirculo, id nempe, quod AB secat. Centrum autem sit Δ; junganturque a centro Δ ad puncta A, B rectæ AΔ, ΔB; eique, qui inde oritur, sectori polygonum circumscribatur, et polygono circulus. Habebit sane eumdem centrum atque circulus ABΓ. Quod si polygonum, manente EK, circumactum eodem restituatur, unde moveri cœpit; circumscriptus circulus secundum sphæræ superficiem

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μβ'.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓ, καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου ὁ ἀποτέμνει ἡ AB. Καὶ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ A, B ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ΔB· καὶ περὶ τὸ γενηθὲν τμῆμα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἔχει δή, αὐτὸ κέντρον τῷ ABΓ κύκλῳ. Ἐὰν δὴ, μενούσης τῆς EK, περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ τὰς

[f] ἴσας [g] τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος

διαθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τῶν πολυγώνων κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι διαζεύγνυσι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ἴσαι παράλληλοι τῇ AB. Τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ δὲ πολυγώνου πλευραὶ, κύκλους γράψουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς, παράλληλοι οὖσαι τῇ AB· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν διαθήσονται. Καὶ ἔσται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, ἧς βάσις ὁ περὶ τὴν ZH κύκλος. Ἡ δὲ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AB κύκλος.



feretur; et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri ipsi AB parallelæ polygoni angulos jungunt. At puncta, in quibus polygoni latera minorem circulum contingunt, describent circulos in minore sphæra, quorum diametri sunt rectæ, quæ ipsi AB parallelæ jungunt contactus: ipsa autem latera ferentur secundum conicas superficies. Atque ita figura circumscribetur conicis superficiebus comprehensa, cujus basis erit circulus, qui circa diametrum ZH describitur. Figuræ autem, quam diximus, superficies major est superficie minoris segmenti, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB.

Ἦχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ AM, BN. Κατὰ κωνικὴν ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου καὶ AMΘEΛNB, ἕξει μείζονα τὴν ἐπιφανείαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB κύκλος [1] ἐστί. Πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τῷ αὐτῷ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον [k] τὴν AB κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος. Ἀλλ' ἡ γενομένη ὑπὸ τῶν ZM, HN ἐπιφάνεια κώνου, μείζων ἐστὶ τῆς γενομένης ὑπὸ τῶν MA, NB· ἡ μὲν γὰρ ZM τῆς MA μείζων ἐστὶ, ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει, ἡ δὲ NH τῆς NB. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

Ducantur enim contingentes AM, BN. Ferentur utique secundum conicam superficiem: quæ a polygono fit et figura, AMΘEΛNB, superficiem habebit majorem sphæræ segmento, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB. Nam terminum in uno eodemque plano circulum habent, qui describitur circa diametrum AB; segmentumque a figura comprehenditur. At vero coni superficies, quæ fit a rectis ZM, HN major est ea, quæ fit a MA, NB; cum ZM major sit quam MA, utpote quæ recto angulo subjicitur, et NH quam NB. Quod si aliquando contigerit, superficies major est superficie. Hæc enim in lemmatibus demonstrata sunt. Manifestum est igitur, circumscriptæ figuræ superficiem superficie segmenti minoris sphæræ majorem esse.

EUTOCIUS.

Ἔξει δὲ καὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ABΓ κύκλῳ. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ Θ, E, Λ ἴσαι ἔσονται, διὰ τὸ καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμένας εὐθείας καθέτους εἶναι ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, καὶ αὐτὰς δίχα τέμνεσθαι περὶ τὴν ἁφήν.

Habebit sane eumdem centrum, atque circulus ABΓ. Si enim a puncto Δ ad Θ, E, Λ, rectæ jungantur, æquales erunt; eo quod quæ ab eodem Δ ad contactus junguntur, normales ad contingentes sunt, ipsasque contingentes in duas æquas partes ad contactum secant.

Ὅταν δὲ τοῦτο [l] ᾖ, μείζων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἐπεὶ γὰρ ἡ MZ κατὰ κωνικὴν ἐπιφανείας φέρεται, κατὰ καλούμενον κόνου ἐπιφανείας οἰσθήσεται, ἧς ἴσος ἐστὶ κύκλος ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε ZM, καὶ τῆς ἡμισείας

Quando vero hoc contigerit, superficies major est superficie. Quoniam enim MZ secundum conicam superficiem fertur, feretur utique secundum superficiem coni mutili, cui circulus æqualis est, cujus ea, quæ ex centro, media est proportionalis inter ZM, et dimidiam

[h] γράψασαι [i] In MS. ἐστὶ deest [k] τὸν [l] μείζων γὰρ

utriuſque ſimul ZH, et MN. Pariter vero ſuperficiei coni mutili, quæ ex MA oritur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter MA, et dimidiam utriuſque ſimul AB, et MN. Ac ZM quidem major eſt quam MA; ZH vero major quam AB. Igitur major eſt etiam media quam media, hoc eſt ſuperficies quam ſuperficies. Quæ igitur ſuperficies rectis ZM, NH concluditur, major eſt ſuperficie, quæ concluditur rectis MA, NB.

συναμφοτέρῳ τῆς ΖΗ καὶ τῆς ΜΝ. Ὁμοίων δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῆς ΜΑ γινομένη [m] πολλῷ μείζων ἐπιφάνειά ἐστι κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον [n] λόγον ἔχει τῆς ΜΑ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΑΒ καὶ ΜΝ. Καὶ ἔστω ἡ μὲν ΖΜ μείζων τῆς ΜΑ, ἡ δὲ ΖΗ τῆς ΑΒ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ μέση τῆς μέσης, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΜ, ΝΗ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΜΑ, ΝΒ ἐπιφανείας.

PROP. XLIII. Theor.

Ac manifeſtum eſt, figuræ ſectori circumſcriptæ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub uno polygoni latere, et rectis omnibus, quæ polygoni angulos jungunt, et amplius dimidia baſis ejus, quod diximus, polygoni.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem majoris ſphæræ ſegmento inſcribitur. Hoc autem ex iis conſtat, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μγ'.

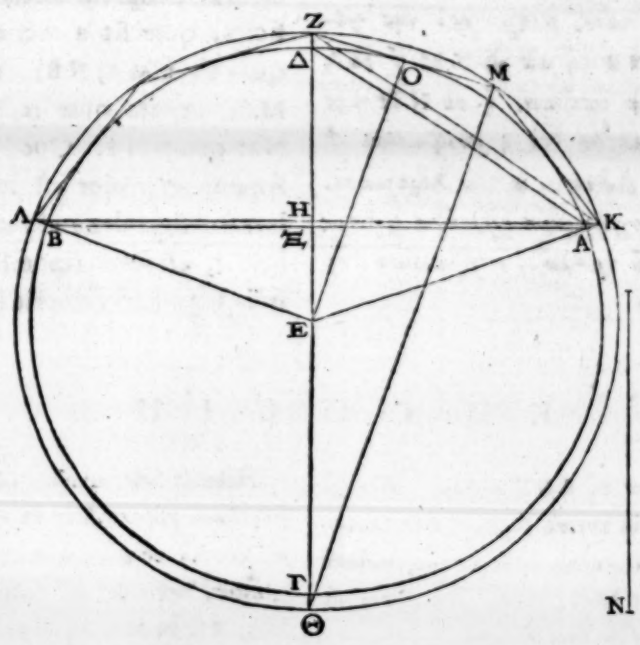
Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸ τμῆμα, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, [o] καὶ τὸ ἐπὶ ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου.

Τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τμεῖ, ἐγγεγραμμένου σχήματός ἐστιν εἰς τὸ τμῆμα τὸ μείζονος σφαίρας. Τοῦτο δὲ δῆλον, διὰ τὸ προγεγραμμένον.

PROP. XLIV. Theor.

Figuræ ſegmento circumſcriptæ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΔΒΓ, et centrum Ε. Circumſcribatur autem ſectori polygonum ΛΖΚ, et huic ipſi circulus; et oriatur figura, ut ſupra. Sit etiam circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius ΚΛ. Atque hoc, quod diximus, ſpatium æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΜΘ, et ſub ΖΗ, quæ quidem eſt ſegmenti majoris ſphæræ altitudo. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Igitur ea, quæ ex centro circuli Ν, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub ΜΘ et ΗΖ continetur. At vero ΗΖ major eſt quam ΔΞ, quæ altitudo eſt minoris ſegmenti. Si enim jungatur ΚΖ, parallela erit rectæ ΔΑ. Eſt autem etiam



ΠΡΟΤΑΣΙΣ μδ'.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τμεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐπ' αὐτῆς ὁ ΑΔΒΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ περὶ τὸ τμῆμα περιγεγράφθω τὸ ΛΖΚ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΚΛ. Ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ΖΗ, ἡ δὴ ἐστὶν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται. Τοῦ ἄρα Ν κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, ΗΖ περιεχομένῳ. [p] Ἀλλ' ἡ μὲν ΗΖ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΞ, ἥ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΚΖ, ἔσται παράλληλος τῇ ΔΑ.

[m] Σολοίκως [n] λόγον ἐπὶ [o] καὶ ἐπὶ τῆς ἡμισείας [p] καὶ ἄλλη μὲν

Ἔστι δὴ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΑΞ τριγώνῳ. Καί ἐστι μεῖζων ἡ ΖΚ τῆς ΑΔ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. Ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. Ἐὰν [a] γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ Ε, Ο, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΟ τῇ ΜΘ. Διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῆς ΕΟ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ διπλασία ἐστὶ τῆς ΕΟ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῇ ΓΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΞ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τὸ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μεῖζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις δὲ τμήματος δὲ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ. Ὁ γὰρ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τμέα σχήματος.

AB ipſi ΚΛ parallela, et ΖΕ communis. Igitur ſimile eſt triangulum ΖΚΗ triangulo ΔΑΞ. Major eſt autem ΖΚ quam ΑΔ. Major eſt igitur etiam ΖΗ quam ΔΞ. Præterea ΜΘ diametro ΓΔ eſt æqualis. Si enim jungatur Ε, Ο, cum ΜΟ æqualis ſit rectæ ΟΖ, et ΘΕ rectæ ΕΖ, parallela utique eſt ΕΟ ipſi ΜΘ. Igitur ΜΘ ipſius ΕΟ eſt dupla. Dupla eſt autem etiam ΓΔ ipſius ΕΟ. Eſt igitur ΜΘ æqualis ipſi ΓΔ. Denique ſpatium quod ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab ΑΔ deſcribitur. Igitur figuræ ΚΖΛ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; ejus ſcilicet, qui circa diametrum ΑΒ deſcribitur. Nam circulus Ν æqualis eſt ſuperficiei figuræ ſectori circumſcriptæ.

EUTOCIUS.

Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τὸ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἀσαφέστερον δοκεῖ συντῆχθαι τὸ ὑπομένον· λέγοις δ' ἂν σαφῶς οὕτως. Ἐπειδὴ ὁ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν δύναται τὸ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ· ἡ μὲν γὰρ ΜΘ ἴση δέδεικται τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΖΗ μείζων τῆς ΔΞ· Ὁ Ν ἄρα κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΑ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος, τετέσιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου, μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΑ.

Figuræ igitur ΚΖΛ ſuperficies major eſt circulo; et quæ ſequuntur. Subobſcure id collegiſſe videtur; quod clarius hoc pacto colligas. Quoniam circulus Ν æqualis eſt ſuperficiei figuræ; quæque ex centro circuli Ν, poteſt ſpatium, quod ſub ΜΘ, ΖΗ continetur, idque majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ; demonſtratum eſt enim ΜΘ æqualem eſſe ipſi ΓΔ, et ΖΗ majorem quam ΔΞ; ideo circulus Ν major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ. Quod autem ſpatium ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, id quadrato æquale eſt, quod a ΔΑ deſcribitur. Igitur circulus Ν, hoc eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies, major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΔΑ eſt æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ με'.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τμέα σὺν τῷ κώνῳ, ὃ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ ᾧ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ δ' κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἡ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ δ' κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τμεῖ, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τ' μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό. Δῆλον δ' ἂν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ δ' προγεγραμμένων.

PROP. XLV. Theor.

Quinetiam figura ipſa ſectori circumſcripta, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et vertex ipſius centrum, æqualis eſt uno, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei figuræ, et altitudo rectæ, quæ a centro ad latus normalis ducitur; quæ quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem ſegmento majoris ſphæræ, cujus idem eſt centrum, inſcribitur. Conſtat igitur quod dictum eſt ex iis, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μς'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ, μεῖζόν ἐστι κώνου τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου.

PROP. XLVI. Theor.

Hinc autem manifeſtum eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, majorem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti minoris ſphæræ ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero rectam ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ.

[a] γὰρ ex MS. [b] ὅτου;

Qui enim conus figuræ, una cum cono, æqualis fuerit, hic baſim quidem habebit majorem eo, quem diximus, circulo; altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro minoris ſphæræ.

Ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

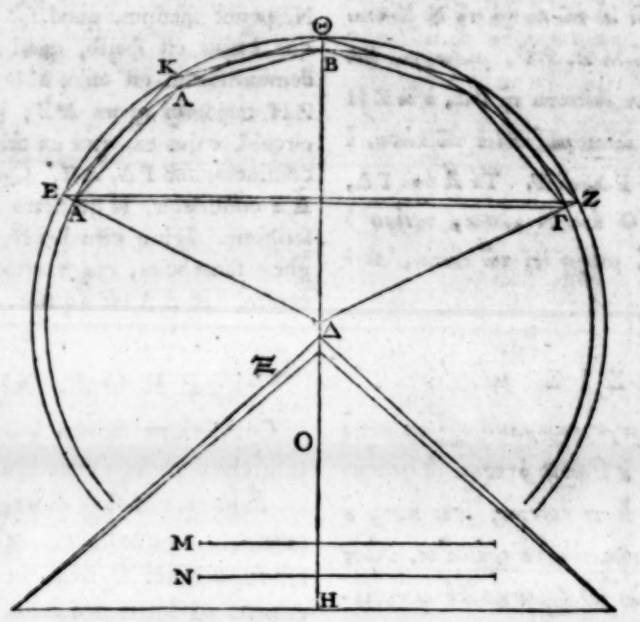
PROP. XLVII. Theor.

Sit rurſus ſphæra, et maximus in ea circulus, et ſegmentum minus ſemicirculo ABΓ; et centrum punctum Δ: et ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquiangulum, et huic ſimile aliud circumſcribatur, lateraque lateribus parallela ſint. Circumſcribatur item circumſcripto polygono circulus: et pariter ac in ſuperioribus theorematibus circuli, manente HB, circumacti figuras efficiant conicis ſuperficiebus comprehenſas. Oportet demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quàm latus circumſcripti polygoni habet ad latus polygoni inſcripti: figuram autem ipſam, una cum cono, rationem habere ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤ. μζ'.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ εἰς τὸν ΑΒΓ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τέτμηται ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον· καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον, μενούσης τῆς HB, περιενεχθέντες οἱ κύκλοι, ποιήσουσι σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ Σ περιγεγραμμένης σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν Σ ἐγγεγραμμένης σχήματος ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ πλευρὰ ἡ Σ περιγεγραμμένης πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν Σ ἐγγεγραμμένης πολυγώνου· τὸ δὲ σχῆμα, σὺν τῷ κώνῳ, τριπλασίονα λόγον ἔχει τὲ αὐτῆ.

Sit enim circulus M, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere circumſcripti, et rectis omnibus, quæ angulos jungunt, et amplius dimidia ipſius EZ. Atque erit circulus M circumſcriptæ figuræ ſuperficiei æqualis. Sumatur autem etiam circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno inſcripti polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius AΓ. Atque erit hic circulus æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem ut quadratum, quod a latere EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere AΛ. Ut igitur polygonum ad polygonum, ita ſe habet circulus M ad circulum N. Manifeſtum eſt igitur, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet EK ad AΛ; eamdem ſcilicet, quam polygonum habet ad polygonum.



Ἔστω γὰρ ὁ Μ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς EZ. Ἔστω δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Εἰλήφθω δὴ καὶ ὁ Ν κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ Σ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπότε μιᾶς πλευρᾶς Σ ἐγγεγραμμένης πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς AΓ. Ἔστω δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ Σ ἐγγεγραμμένης σχήματος. Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς EK πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AΛ πλευρᾶς. Καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν κύκλον. Φανερὸν ὦν ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆ περιγεγραμμένης σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν Σ ἐγγεγραμμένης σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ EK πρὸς τὴν AΛ· τὸν δὲ αὐτὸν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον.

Sit rurſus conus Ξ baſim quidem habens circulo M æqualem, altitudinem vero æqualem ei,

Ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ Σ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαί-

[a] ἔτι

[b] καὶ τὰς τῶν

μας. Ἴσος δὴ ἐστὶν ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὸν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. Καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσον ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην. Ἔσται δὴ καὶ ἐστὶν ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. Ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὸν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην· οὕτως ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου, καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον ἔσται ἄρα ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, οὗ ἐστι βάσις τὸ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, οὗ ἐστι βάσις τὸ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. Φανερὸν ὅν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

quæ ex centro minoris ſphæræ. Æqualis eſt igitur hic conus figuræ circumſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa ΕΖ deſcribitur, et vertex punctum Δ. Sit alius conus Ο baſim quidem habens circulo Ν æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad ΑΛ normalis ducitur. Et hic quidem conus æqualis erit figuræ inſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et vertex punctum Δ. Hæc enim omnia antea ſcripta ſunt. Et quoniam ut ΕΚ ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet ΑΛ ad rectam, quæ a centro Δ ad ΑΛ normalis ducitur: demonſtratum autem eſt, ut ΕΚ ad ΑΛ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli Μ, ad eam, quæ ex centro circuli Ν, et diametrum ad diametrum; ideo ut diameter circuli, qui baſis eſt coni Ξ, ad diametrum circuli, qui coni Ο eſt baſis, ita ſe habebit coni Ξ altitudo ad altitudinem coni Ο. Coni igitur ſimiles ſunt. Igitur conus Ξ ad conum Ο rationem habet ejus triplam, quam diameter habet ad diametrum. Manifeſtum igitur eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, ad figuram inſcriptam, una cum cono, rationem habere ejus triplam, quam ΕΚ habet ad ΑΛ.

EUTOCIUS.

Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΔΛΚ, παράλληλος οὖσα τῇ ΕΚ τῇ ΑΛ, ἐστὶν ὡς [f] ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ· καὶ ἡμίσεια τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΑΓ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας τῶν πολυγώνων δειχθήσεται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὃν ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τῶν περιγεγραμμένων γωνίας μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τὸ μείζονος τμήματος, πρὸς πάσας τὰς ἐπιζευγνύουσας τὰς τὰ ἐγγεγραμμένης γωνίας, μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τὸ ἐλάσσονος τμήματος. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς ΕΚ καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Τὰ γὰρ ὅμοια εὐθύγραμμα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Καὶ τοῦ μὲν τῆς ΕΚ πρὸς ΑΛ λόγου διπλασίων ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ. Τῶν δὲ ἐπιζευγνυουσῶν τὰς τοῦ μείζονος, πρὸς τὰς ἐπιζευγνύουσας τὰς τοῦ [z] ἐλάττονος, διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ τῆς ΕΚ, καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Ὅμοια γὰρ καὶ ταῦτα, διὰ τὸ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχειν.

Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem, ut quadratum, quod a latere ΕΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere ΑΛ. Si enim jungatur ΔΛΚ, cum ΕΚ parallela ſit ipſi ΑΛ, ut ΕΔ ad ΔΑ, ita ſe habet ΕΚ ad ΑΛ. Ut autem ΕΔ ad ΔΑ, ita ſe habet ΕΖ ad ΑΓ. Igitur et ut ΕΚ ad ΑΛ, ita ſe habet ΕΖ ad ΑΓ; dimidiaque ipſius ΕΖ ad dimidiam ipſius ΑΓ. Pariter de cæteris omnibus, quæ polygonorum angulos jungunt, illud demonſtrabitur; eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam ΕΚ ad ΑΛ. Igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes. Ut igitur ΕΚ ad ΑΛ, ita ſe habent omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, una cum dimidia baſis majoris ſegmenti, ad omnes, quæ angulos jungunt inſcripti polygoni, una cum dimidia baſis ſegmenti minoris. Quare et ut quadratum, quod ab ΕΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΛ, ita ſpatium, quod ſub ΕΚ, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΛ, ſimulque item omnibus. Quæ enim rectilinea ſimilia ſunt, hæc duplam reſpondentium ſibi invicem laterum rationem habent. Ac rationis quidem ipſius ΕΚ ad ΑΛ dupla eſt ratio quadrati, quod ab ΕΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΛ. Rationis vero rectarum omnium, quæ majoris polygoni angulos jungunt, ad rectas omnes, quæ angulos jungunt polygoni minoris, dupla eſt ratio ſpatii, quod ſub ΕΚ, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΛ, ſimulque item omnibus. Nam hæc quoque ſpatia ſimilia ſunt, quippe quæ latera habent proportionalia.

[a] ἔτως ex MS. [b] ἔτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου in MS. deſunt. [c] ἄρα ex MS. [f] ΕΔ πρὸς Δ Α ex MS. [z] ἐλάττονος

Atque ut EK ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet AΛ ad rectam, quæ a centro ad AΛ normalis ducitur. Si enim recta a centro ad contactum juncta fuerit; erit utique, quæ juncta fuit recta, ad utramque EK, AΛ normalis. Atque ut EΔ ad ΔA, hoc eſt EK ad AΛ, ita ſe habebit quæ a centro ad contactum juncta eſt; nimirum ea, quæ ex centro minoris ſphæræ, ad eam, quæ ducta a centro ad AΛ normalis fuerit.

Demonſtratum autem eſt, ut EK ad AΛ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N. Quoniam nimirum demonſtratum eſt, ut polygonum ad polygonum, ita ſe habere circulum M ad circulum N; hoc eſt quadratum, quod ab ea quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N.

Καί ἐστιν ὡς ἡ EK πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ AΛ πρὸς τὴν διὰ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ AΛ κάθετον ἐγμένην. Ἐὰν γὰρ διὰ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, [a] ἔσαι ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἐπ' ἀμφοτέρας τὰς EK, AΛ. [b] Καὶ ἔσαι ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔA, τουτέστιν ἡ EK πρὸς AΛ, [c] ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, πρὸς τὴν διὰ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν AΛ κάθετον.

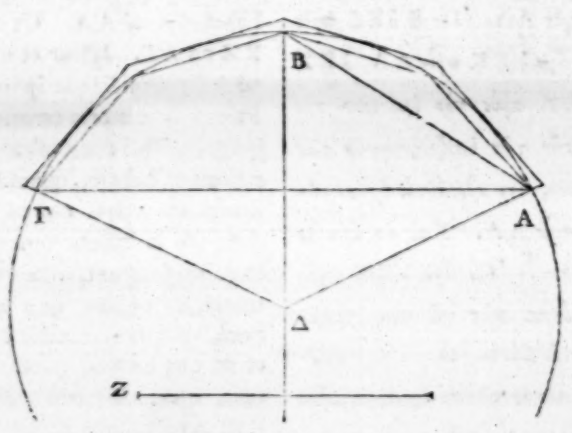
Ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου. Ἐπεὶ δέδεικται ὅτι ἐστὶν, ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N.

PROP. XLVIII. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti ſphæræ, hemiſphærio minoris, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſphæræ ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ABΓ, ſegmentumque minus hemiſphærio, cujus baſis circulus, qui circa AΓ deſcribitur, ad circulum ABΓ rectus: et ſumatur circulus Z, cujus ea, quæ ex centro, ſit rectæ AB æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmenti ABΓ ſuperficiem circulo Z æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſuperficies circulo Z: et ſumatur centrum Δ; et rectæ a centro Δ ad puncta A, Γ junctæ producantur. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſuperficies ſegmenti, et circulus Z, ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquilaterum et æquiangulum, itemque aliud huic ſimile circumſcribatur; ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſegmenti ſphæræ ſuperficies ad circulum. Circumacto autem, ut antea, circulo, duæ erunt figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ; altera quidem circumſcripta, altera vero inſcripta: et circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſe habebit ad ſuperficiem inſcriptæ, ut circumſcriptum polygonum ad inſcriptum. Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ μή.

Παντὸς τμήματος σφαίρας, ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ ABΓ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλαττον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AΓ κύκλος, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ ABΓ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Z, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AB. [d] Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ τμήματος, ἴση ἐστὶ τῷ Z κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω μεῖζον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ [e] τὰ A, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. Καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ Z κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὴν ABΓ τμέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ [f] ἀρτιγώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω· ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τὴν σφαίρας [g] πρὸς τὸν κύκλον. Περιειλήφθω δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἕξαγ δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὴ περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἕξαγ, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς

[a] ἔσω [b] καὶ ἔσω ὡς ἡ E Δ [c] ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσαν, τετέστιν [d] Δεῖ δεῖξαι ex MS.
[e] τ [f] ἀρτιγώνιον [g] πρὸς τὸν Z κύκλον.

τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. Ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον· μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. Καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. Ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. Ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴση ἄρα.

Circumſcriptum autem polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam ejus, quod diximus, ſegmenti ſuperficies ad circulum Z; majorque eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſuperficie ſegmenti. Igitur etiam inſcriptæ figuræ ſuperficies major eſt circulo Z. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiem minorem eſſe hujuſmodi circulo. Sit rurſus circulus major ſuperficie: pariterque circumſcribantur, inſcribanturque ſimilia polygona; et circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad figuræ ſuperficiem. Non eſt igitur minor ſuperficies circulo Z. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur æqualis.

EUTOCIUS.

Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ τέτῳ, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ὑπερκειμένῃ τοῦ περιγεγραμμένου, οὕτως ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἐν διπλασίοσι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἄρα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti. Illud enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt: ut ea, quæ ex centro circuli circumſcripti polygoni ſuperficiei æqualis, ad eam, quæ ex centro circuli æqualis ſuperficiei polygoni inſcripti, ita ſe habere circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circuli autem duplam earum, quæ ex centro, inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ſuperficies ad ſuperficiem duplam habent rationem lateris ad latus.

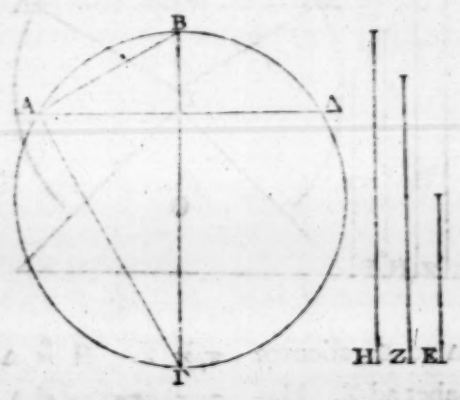
ΠΡΟΤΑΣΙΣ μθ'.

[b] Ἐὰν μείζον ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

PROP. XLIX. THEOR.

Quod ſi majus hemiſphærio ſegmentum ſit, pariter ejus ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ quæ a vertice ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ, τῷ κατὰ τὴν ΑΔ· καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλαττον ἔστω [1] ἡμισφαιρίου. Καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῶν ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· ὁ δὲ Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ· ὁ δὲ Η κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒ. Καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ. Ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας· ἐπειδήπερ ἑκατέρα



Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus: et intelligatur recto plano ſecta eſſe per ΑΔ acto; ſegmentumque ΑΒΔ minus ſit hemiſphærio. Diameter autem ΒΓ rectus ſit ad ΑΔ; et jungantur a punctis Β, Γ ad Α rectæ ΒΑ, ΑΓ. Porro ſit circulus quidem Ε, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΑΒ; circulus vero Ζ, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΑΓ: denique circulus Η, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΓΒ. Itaque circulus Η duobus circulis Ε, Ζ eſt æqualis. Circulus autem Η æqualis eſt toti ſphæræ ſuperficiei; quoniam utraque ſuperficies quadrupla

[b] Καὶ κὸ

[1] ἡμισαιρίου

est circuli, qui circa diametrum B Γ describitur; et circulus E æqualis superficiei segmenti A B Δ; hoc enim de minore hemisphærio demonstratum est. Reliquus igitur circulus Z æqualis est superficiei segmenti A Γ Δ; quod quidem segmentum majus est hemisphærio.

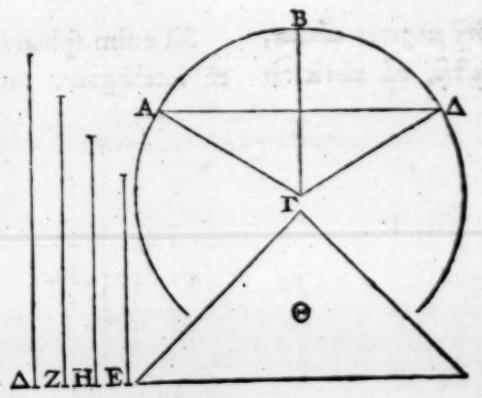
τετραπλασία ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Β Γ κύκλου· ὁ δὲ Ε κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Α Β Δ τμήματος, δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου. Λοιπὸς ἄρα ὁ Ζ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ Α Γ Δ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ὃ δή ἐστι μεῖζον ἡμισφαιρίου.

PROP. L. Theor.

Cujuslibet sphæræ sectori æqualis est conus, qui basim quidem habeat superficiei sphæræ segmenti, quod in sectore est, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ.

Sit sphæra; et maximus in ea circulus A B Δ; et centrum, punctum Γ. Sit autem conus, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei, quæ secundum A B Δ circumferentiam est, altitudinem vero rectam æqualem ipsi B Γ. Oportet demonstrare, sectorem A B Γ Δ ei, quem diximus, cono æqualem esse.

Si enim non est æqualis, major sit sector cono: ponaturque conus Θ, qualis dictus est. Duæ autem cum sint magnitudines inæquales, sector, et conus Θ, inveniantur duæ lineæ Δ, E, quarum major sit Δ; habeatque Δ ad E minorem rationem, quam sector ad conum. Sumantur item duæ lineæ Z, H; ita ut Δ æque excedat Z, atque Z excedit H, et H excedit E: planoque circuli sectori circumscribatur polygonum æquilaterum et pariangulum, itemque aliud huic simile inscribatur; ita ut circumscripti latus ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z. Circumacto autem, pariter ac in superioribus theorematibus, circulo, duæ oriantur figuræ conicis superficiebus comprehensæ. Igitur circumscripta figura, una cum cono, qui verticem habet punctum Γ, ad figuram inscriptam, una cum eodem cono, rationem habet ejus triplam, quam habet circumscripti polygoni latus ad latus polygoni inscripti. Circumscripti autem latus ad latus inscripti minorem rationem habet, quam Δ ad Z. Igitur circumscripta solida figura, quam diximus, ad inscriptam rationem habebit minorem ejus tripla, quam habet Δ ad Z. Habet autem Δ ad E rationem majorem ejus tripla, quam Δ habet ad Z. Habet igitur circumscripta sectori solida figura ad figuram inscriptam minorem rationem, quam



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ν'.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὴν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆ σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, ἧς ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ Α Β Δ, ἧς κέντρον τὸ Γ. Καὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν Α Β Δ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ Β Γ. Δεικτέον ὅτι ὁ τομεὺς ὁ Α Β Γ Δ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω μεῖζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. Δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Δ, Ε, μεῖζον δὲ ἡ Δ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Δ πρὸς Ε, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ, Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Δ τῆς Ζ, καὶ ἡ Ζ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Ε· καὶ περὶ τὸ ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον, καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, [k] ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχει πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἤπερ ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ. Καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιειλημμένου τοῦ κύκλου, γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς Ζ. Ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἔχει, ἢ τριπλάσιον, τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ περὶ Δ πρὸς Ζ. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ περὶ Δ πρὸς Ζ. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς

[k] ὅπως ex MS.

Ε. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Καὶ ἐναλλάξ. Μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα [n] τμήματος. Καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ, μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω, ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου, τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ εἰρημένῳ κύκλῳ, καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. Ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων· πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε, μείζων αὐτῆς ὅσα, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς δύο πλευρὰς τὰς αὐτὰς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, ἢ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἡ Δ πρὸς Ε· καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς [o] τὸν τομέα. Ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς [p] τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον. Μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος. [q] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος [r] περιγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα. Ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

Δ ad E. Δ autem ad E minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Igitur circumſcripta ſectori ſolida figura ad figuram inſcriptam minorem habet rationem, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Et permutando. Major eſt autem circumſcripta ſolida figura ſectore. Major eſt igitur etiam figura ſectori inſcripta cono Θ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt in ſuperioribus theorematibus, cono ejuſmodi minorem eſſe; nempe illo, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Hic autem conus eſt, quem diximus Θ; quippe baſim habet circulum æqualem ſuperficiei ſegmenti; hoc eſt ei, quem diximus, circulo; et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Non eſt igitur ſolidus ſector major cono Θ. Rurſus autem conus Θ major ſit ſolido ſectore: pariterque Δ ad E, cujus major eſt Δ, minorem rationem habeat, quam conus ad ſectorem. Et ſumatur pariter Z, H, ita duo latera eadem ſint; et latus polygoni parianguli plano ſectori circumſcripti ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z; orianturque circa ſolidum ſectorem ſolidæ figuræ. Eodem igitur modo demonſtrabimus, circumſcriptam ſolido ſectori figuram ad figuram inſcriptam minorem rationem habere, quam Δ ad E; et quam conus Θ ad ſectorem. Quare etiam ſector ad conum minorem habet rationem, quam inſcripta ſegmento ſolida figura ad figuram circumſcriptam. Major eſt autem ſector inſcripta eidem figura. Major eſt igitur conus Θ figura circumſcripta. Quod fieri non poteſt. Illud enim demonſtratum eſt, ejuſmodi conum figura ſectori circumſcripta minorem eſſe. Eſt igitur ſector cono Θ æqualis.

EUTOCIUS.

Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς [l] τὸν Θ κῶνον. Εἰ γὰρ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα [m] τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ· ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα [n] τριπλασίονα· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς

Circumſcripta igitur ſectori ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Si enim circumſcripta ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet ejus tripla, quam habet Δ ad Z; Δ vero ad E tripla hujus rationis majorem; circumſcripta figura ad inſcriptam minorem utique rationem habet,

[l] ἢ τὸ [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον in MS. deſunt. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος in MS. deſunt.

quam Δ ad E. Habet autem Δ ad E minorem rationem quam fector ad conum. Habet igitur etiam circumfcripta figura ad inſcriptam rationem minorem, quam fector ad conum.

Eutocii Aſcalonitæ commentarius in primum Archimedis librum de ſphæra, et cylindro, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

E. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον ἄρα σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον.

[a] Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδοθὲν παρασκευασθέντος τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

* Δύο τινα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

[a] Hic Commentariorum finis in MS. non inveniatur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE SPHÆRA ET CYLINDRO
LIBER SECUNDUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν * ἀπέσταλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέσταλά σοι τὰς ἀποδείξεις· ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· καὶ δὴ ὅτι παντὸς [a] τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ· καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τοῦ μεγέθους τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· καὶ δὴ ὅτι πᾶς τμεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται [c] διὰ τούτων θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβ-

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem mandasti mihi, ut quorum problematum propositiones ipse ad Cononem miseram, horum demonstrationes conscriberem. Contingit autem, ut plurima ex his per theoremata exponantur, quorum antea ad te misi demonstrationes: cujusmodi est illud, cujuslibet sphæræ superficiem quadruplam esse circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra; itemque illud, cujuslibet segmenti sphæræ superficiei æqualem esse circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ lineæ, quæ a vertice segmenti ad basis circumferentiam ducitur; quinetiam illud, cujuslibet sphæræ cylindrum, qui basim quidem habeat circulum maximum omnium, qui sunt in sphæra, altitudinem vero æqualem sphæræ diametro, magnitudine sesquialterum esse sphæræ; ipsius autem superficiem sphæræ superficiei esse sesquialteram: illud denique, quemlibet sectorem solidum æqualem esse cono, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei segmenti sphæræ, quod est in sectore, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ. Quæcunque igitur theoremata et problemata per theo-

[a] In MS. τμήματος deest. [b] ὅτου [c] δι' αὐτῶν τούτων

* Forte ἐπέσταλας.

mata iſta exponuntur, hoc in libro conſcripta ad te mitti: quæcunque vero per aliam inveniuntur contemplationem, quæ tum ad helicas tum ad conoidas pertinent, dabo operam ut ad te quamprimum mittam. Problematum autem hoc primum erat,

λιν γράψας ἀποσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, πέμψω πρὸς ἑλικῶν καὶ τὰ πρὸς τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων, τόδε,

PROP. I. Prob.

Data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale.

Hoc vero manifeſtum eſt, cum ex iis, quæ diximus, theorematibus demonſtratum ſit. Quadruplum enim circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, cum planum ſpatium eſt, tum ſphæræ ſuperficiei æquale.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

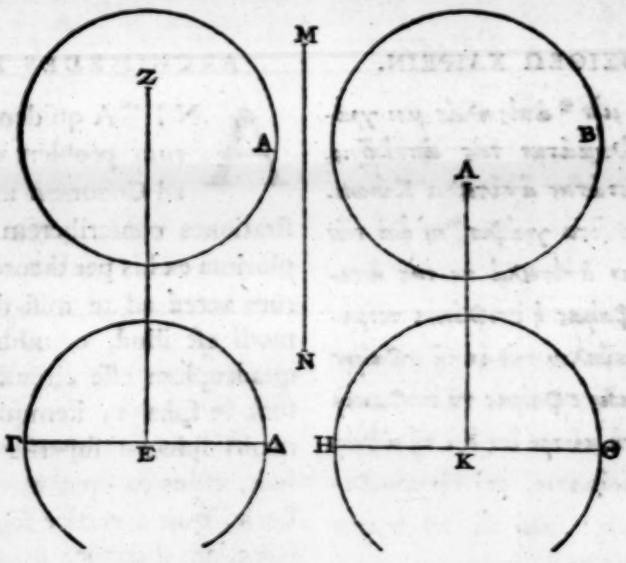
Σφαίρας δοθείσης, ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν, ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Ἔστι δὲ τοῦτο φανερὸν, ἀποδεικνύμενον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, πλατεῖόν τε χωρίον ἐστὶ, καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

PROP. II. Prob.

Alterum hoc erat: dato cono, vel cylindro, ſphæram invenire cono, vel cylindro æqualem.

Sit datus conus, vel cylindrus A, et ipſi A æqualis ſphæra B: et ponatur coni, vel cylindri A ſeſquialter cylindrus Γ Z Δ; ſphæræ autem B ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum H Θ deſcribitur, axis vero K Λ ſphæræ B diametro æqualis. Æqualis eſt igitur cylindrus E cylindro K. Æqualium autem cylindrorum baſes et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus E ad circulum K, hoc eſt, ut quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ: ita ſe habet K Λ ad E Z. Æqualis eſt autem K Λ ipſi H Θ. Qui enim cylindrus ſeſquialter eſt ſphæræ diametro æqualem; circulusque K maximus eſt omnium, qui ſunt in ſphæra. Ut igitur quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ, ita ſe habet H Θ ad E Z. Sit modo quadrato quod deſcribitur ab H Θ æquale ſpatium, quod continetur ſub Γ Δ, M N. Ut igitur Γ Δ ad M N, ita ſe habet quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ; hoc eſt H Θ ad E Z. Et permutando, ut Γ Δ ad H Θ, ita ſe habet H Θ ad M N, et M N ad E Z. Utraque autem Γ Δ, E Z data eſt. Datæ ſunt igitur inter datas duas rectas Γ Δ, E Z proportionales mediæ H Θ, M N. Utraque igitur H Θ, M N eſt data.



Componetur autem problema hoc pacto. Sit datus conus, vel cylindrus A. Oportet autem cono vel cylindro A æqualem ſphæram invenire.

ΠΡΟΤ. β'.

Τὸ δοθὲν κῶνον ἢ κύλινδρον, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Ἔστω ὁ δεδομένος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ A, τῷ δὲ A ἴση ἡ B σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ A κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ Γ Z Δ, τῆς δὲ B σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, [d] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν H Θ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ K Λ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς B σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ E κύλινδρος τῷ K κυλίνδρῳ. Τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ὡς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον, τετράγωνον ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς H Θ, οὕτως ἡ K Λ πρὸς E Z. Ἴση δὲ ἡ K Λ τῇ H Θ. Ὁ ἄρα ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ K κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ H Θ, [e] οὕτως ἡ H Θ πρὸς [f] E Z. Ἔστω τῷ ἀπὸ H Θ ἴσον τὸ ὑπὸ Γ Δ, M N. Ὡς ἄρα ἡ Γ Δ πρὸς M N, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ H Θ, τουτέστιν ἡ H Θ πρὸς E Z. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ Γ Δ πρὸς τὴν H Θ, [f] οὕτως ἡ H Θ πρὸς τὴν M N, καὶ ἡ M N πρὸς E Z. Καί ἐστι δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν Γ Δ, E Z. Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Γ Δ, E Z, δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ H Θ, M N. Δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα [g] τῶν H Θ, M N.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος, ἢ κύλινδρος ὁ A. Δεῖ δὴ τῷ A κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

[d] οὗτω [e] ᾗ [f] οὕ [g] τῶν τὰς H Θ

Ἔστω τῦ Α κώνυ, ἢ κυλίνδρυ, ἡμιόλιος κύλινδρος, ὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. Καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀναλόγον, αἱ ΗΘ, ΜΝ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτω τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὴν ΜΝ, πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ νοείσθω κύλινδρος, [a] ὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. Λέγω δὴ ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ.

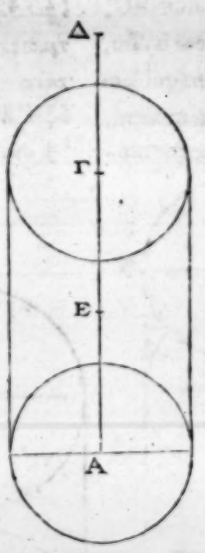
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ· καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τετράγωνον ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ. Τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ ἡμιόλιός ἐστι. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ ΗΘ, τετράγωνον ἡ Β, ἴση ἐστὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

Sit coni vel cylindri A ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΓΔ, deſcribitur, et axis ΕΖ. Sumanturque inter ΓΔ, ΕΖ duæ proportionales mediæ ΗΘ, ΜΝ; ita ut quemadmodum ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habeat ΗΘ ad ΜΝ, et ΜΝ ad ΕΖ: atque intelligatur cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΗΘ deſcribitur, et axis ΚΛ diametro ΗΘ æqualis. Dico cylindrum Ε cylindro Κ æqualem eſſe.

Quoniam enim ut ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habet ΜΝ ad ΕΖ; itemque permutando, æqualiſque eſt ΗΘ ipſi ΚΛ. Ideo ut ΓΔ ad ΜΝ, hoc eſt ut quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ, ita ſe habet circulus Ε ad circulum Κ; et ut circulus Ε ad circulum Κ, ita ΚΛ ad ΕΖ. Cylindrorum igitur Ε, Κ baſes et altitudines reciprocantur. Æqualis eſt igitur cylindrus Ε cylindro Κ. Cylindrus autem Κ ſphæræ, cujus diameter ΗΘ, eſt ſeſquialter. Igitur etiam ſphæra, cujus diameter ipſi ΗΘ eſt æqualis, hoc eſt ſphæra Β, æqualis eſt cono, vel cylindro Α.

EUTOCIUS.

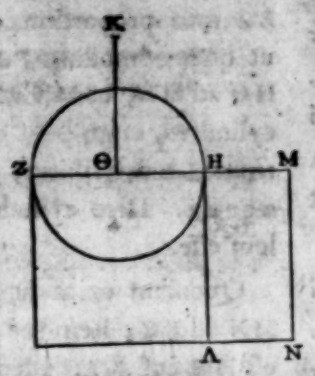
Σαφῶς ἡμῖν τὰ ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ θεωρημάτων γεγραμμένων, ἀκόλουθος καὶ ἡ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐν τοῖς δευτέρῳ θεωρήμασι πραγματεία. Φησὶ δὲ πρῶτον ἐν τῷ β θεωρήματι· εἰλήφθω τῦ δοθέντος κώνυ, ἢ κυλίνδρυ ἡμιόλιος κύλινδρος. Τῦτο δὲ δηλῶς δυνατὸν ἐστιν [1] ποιεῖν, ἤτοι τῆς βάσιως τῆς αὐτῆς σωζομένης ἐν ἀμφοτέροις, ἢ τῦ ὕψυς. Καὶ ἵνα σαφέστερον γένηται τὸ λεγόμενον, νοησάσθω κῶνος, ἢ κύλινδρος, ἧς βάσις μὲν ὁ Α κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΑΓ. Καὶ δέον ἐστὶ τὸν αὐτὸν κώνυ ἢ κυλίνδρυ ἡμιόλιον κύλινδρον εὑρεῖν. Τετμήσθω δὴ πρότερον ὁ ΑΓ κύλινδρος, καὶ προσεκβεβλήσθω τὸ ΑΓ ὕψος τῦ κυλίνδρου, καὶ κείσθω τῆς ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΓΔ. Ἡ ἄρα ΑΔ ἡμιόλιά ἐστι τῆς ΑΓ. Ἐὰν δὴ νοήσωμεν κύλινδρον, βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν, ἡμιόλιος [k] ἔσται τῦ προτεθέντος τῦ ΑΓ. Οἱ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσιως ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Εἰ δὲ κῶνος εἴη ὁ ΑΓ, τμηθείσης τῆς ΑΓ δίχα, ὡς κατὰ τὸ Ε, ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΕ, ἔσται ἡμιόλιος τῦ ΑΓ. Ὁ γὰρ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, τῦ μὲν ΑΓ κώνυ τριπλάσιός ἐστι, τῦ δὲ ΑΕ κυλίνδρυ διπλάσιος. Ὥστε δῆλον, ὅτι καὶ ὁ ΑΕ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῦ ΑΓ κώνυ. Οὕτως μὲν δή, τῆς αὐτῆς βάσιως σωζομένης, ἔν τε τῷ προτεθέντι, καὶ ἐν τῷ λαμβανομένῳ, γενήσεται τὸ πρόβλημα. Ἔστι δὲ καὶ, τῆς βάσιως διαφερῦσης τυγχανούσης, τῦ δὲ ἄξονος τῦ αὐτῦ μένοντος, τὸ αὐτὸ ποιῆσαι. Ἔστω γὰρ πάλιν κῶνος ἢ κύλινδρος,

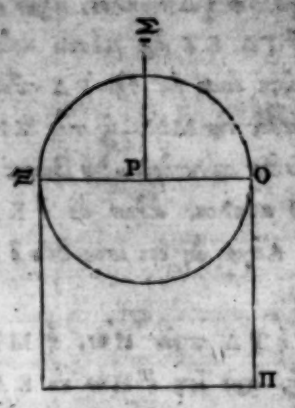


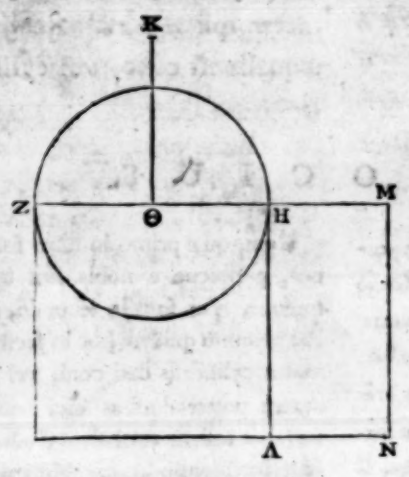
Cum, quæ primo in libro ſunt, theoremata ſatis, opinor, perſpicue a nobis ſint explicata, ſequitur, ut ea quoque, quæ ſunt in ſecundo, eadem cura perſequamur. Ac primum quidem hoc in ſecundo theoremate dicit: ſumatur cylindrus dati coni, vel cylindri ſeſquialter. Hoc autem poteſt duobus dici modis; nimirum ſervata in utroque eadem vel baſe, vel altitudine. Quod ut clarius fiat, intelligatur conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis ſit circulus A, altitudo vero AΓ. Oporteat autem cylindrum invenire coni, aut cylindri hujus ſeſquialterum. Ponatur primo AΓ cylindrus eſſe; productaque ejus altitudine AΓ, abſcindatur ΓΔ ipſius AΓ dimidia. Eſt igitur AΔ ſeſquialtera ipſius AΓ. Itaque ſi intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΔ, ſeſquialter erit propoſiti cylindri AΓ. Qui enim coni, et cylindri ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, hi ſeſe habent invicem ut altitudines. Quod ſi AΓ conus fuerit, ſecta AΓ in duas æquas partes in puncto E, ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero AE, hic erit coni AΓ ſeſquialter. Cylindrus enim baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΓ, coni quidem AΓ eſt triplus, cylindri vero AE duplus. Quare conſtat cylindrum AE ſeſquialterum eſſe coni AΓ. Atque ita quidem, eadem in utroque cum propoſito tum ſumpto baſe ſervata, problema conficietur. Quinetiam ſi baſis diverſa, et altitudo eadem fuerit, hoc ipſum fiet. Sit enim rurſus conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis circulus

[a] ἤτω [1] ποιεῖν [k] ἄρα

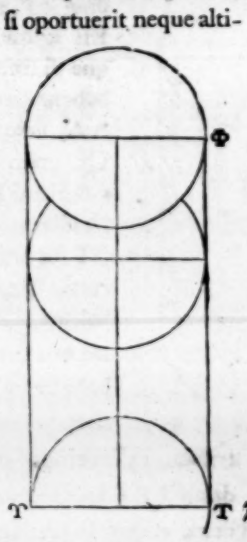
ZH, altitudo vero recta ΘK: oporteat autem cylindrum invenire, coni aut cylindri hujus ſeſquialterum, cujus altitudo ſit ipſi ΘK æqualis. Deſcribatur a circuli diametro ZH quadratum ZΛ; productaque ZH, abſcindatur ejus dimidia HM; compleaturque parallelogrammum ZN. Seſquialterum igitur eſt cum ZN ipſius ZΛ, tum MZ ipſius ZH. Conſtituatur modo quadratum ΞΠ parallelogrammo ZN æquale; deſcribaturque circa unum ejuſdem latus ΞO, velut diametrum, circulus. Erit utique circulus ΞO circuli ZH ſeſquialter. Circuli enim ſeſe habent invicem ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur. Itaque ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipſi ΘK æqualem; ſeſquialter erit cylindri, cujus quidem baſis circulus ZH, altitudo vero recta ΘK. Quod ſi conus fuerit, iiſdem pariter confectis, conſtitutoque quadrato tertiæ parti parallelogrammi ZN æquali, cujuſmodi eſt ΞΠ, circuloque circa ejuſdem latus ΞO deſcripto; ſi intelligatur cylindrus ab hoc circulo excitatus eſſe altitudinem habens ΘK, hic erit propoſiti coni ſeſquialter. Quoniam enim parallelogrammum ZN quadrati quidem ΞΠ eſt triplum, quadrati vero ZΛ ſeſquialterum; erit utique idem ZΛ ipſius ΞΠ duplum. Propterea et circulus circuli, et cylindrus cylindri duplus erit. At vero cylindrus baſim quidem habens circulum ZH, altitudinem vero ΘK, triplus eſt coni circa eamdem baſim, et altitudinem deſcripti. Quare et cylindrus baſim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipſi ΘK æqualem, ſeſquialter eſt coni propoſiti. Jam ſi oportuerit neque altitudinem, neque baſim eamdem eſſe, problema duobus pariter modis conficietur. Qui enim quæritur cylindrus, habuerit utique aut baſim, aut altitudinem datæ cuidam æqualem. Ac quæ data eſt, ſit primum baſis, puta circulus ΞO. Oporteat autem cylindrum invenire, quem a baſe ΞO excites, dati coni, aut cylindri ſeſquialterum. Sumatur eo, quo ſupra diximus, modo cylindrus ΦΥ dati coni, aut cylindri ſeſquialter, eamdemque atque propoſitus baſim habens: et fiat, ut quadratum quod a ΞO deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΥ, ita cylindri ΦΥ altitudo ad PΣ. Igitur cylindrus, qui a baſe ΞO excitatur, altitudinem habens PΣ cylindro ΦΥ æqualis eſt: reciprocantur enim inter ſe

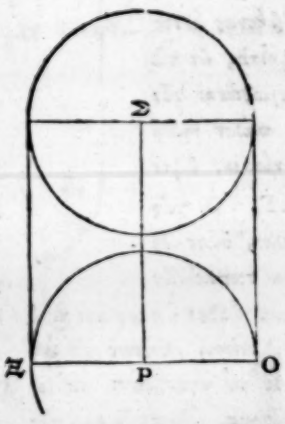












ἡ βάσις ἡ ZH κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘK εὐθεῖα, κῶνον ἢ κύλινδρον ἡμόλιον [l] κυλίνδρου τοῦ αὐτοῦ, ὑψος ἔχοντα ἴσην τῇ ΘK. Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ZH διαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον τὸ ZΛ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῆς ZH, [m] καὶ κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ HM· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ZN παραλληλόγραμμον. Τὸ ἄρα ZN ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ZΛ, καὶ ἡ MZ [n] τῆς ZH. Συνεστάτω δὲ τῷ ZN παραλληλογράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ ΞΠ· καὶ περὶ διάμετρον μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τὴν ΞO κύκλος γεγράφθω. [o] Ἔσται δὴ ὁ ΞO ἡμιόλιος τοῦ ZH. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν ΞO κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘK, [p] ἔσται ἡμιόλιος τοῦ κυλίνδρου [q] οὗ βάσις μὲν ὁ ZH κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘK. Εἰ δὲ κῶνος εἴη, ὁμοίως τὰ πρόσθεν, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ZN παραλληλογράμμου ἴσον συνεστάμενον τετράγωνον, ὡς τὸ ΞΠ· καὶ περὶ τὸν αὐτὸν ΞO κύκλον γράψαντες, ἐὰν νοήσωμεν ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρον ὕψος ἔχοντα τὸν ΘK· ἕξομεν αὖτον ἡμίολιον τοῦ προτεθέντος κώνου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ZN παραλληλόγραμμον τοῦ ΞΠ τετραγώνου τριπλάσιον, τοῦ δὲ ZΛ ἡμιόλιον· τὸ ZΛ τοῦ ΞΠ [r] ἔσται διπλάσιον. Καὶ διὰ τοῦτο [s] καὶ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου διπλάσιος, καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ κυλίνδρου. Ἀλλ' ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ZH κύκλον, ὕψος δὲ τὸν ΘK, τριπλάσιός ἐστι τοῦ, περὶ τὸν αὐτὸν βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ κώνου. Ὡστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ΞO κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘK, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ προκειμένου κώνου. Εἰ [t] δὴ δοθείη μήτε τὸν ἄξονα τὸν αὐτὸν εἶναι, μήτε τὴν βάσιν, γενήσεται τὸ πρόβλημα πάλιν διχῶς. Ἢ γὰρ τὴν βάσιν ἕξει ἴσην τῇ δοθείσῃ, ἢ τὸν ἄξονα ὁ ποιεζόμενος κύλινδρος. Ἔστω γὰρ πρότερον ἡ βάσις διδομένη, ὡς ὁ ΞO κύκλος. Καὶ δέον ἔστω κύλινδρον εὑρεῖν ἡμιόλιον τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου, ἴσην βάσιν τοῦ ΞO. Εἰλήφθω, ὡς προείρηται, τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ προτεθέντι ὁ ΦΥ· καὶ γεγονέτω ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΞO, πρὸς τὸ [u] ἀπὸ ΤΥ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΦΥ πρὸς [w] τὴν PΣ. Ἔσται ἄρα ὁ κύλινδρος ὁ ἴσην τῆς ΞO βάσιν, ὕψος ἔχων τὴν PΣ, ἴσος τῷ ΦΥ· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αἱ βάσεις [x] τοῖς ὕψεσι· καὶ γενοὺς ἂν εἴη τὸ ἐπί-

[l] In MS. κύλινδρον deeſt. [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ HM· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ZN in MS. deſunt. [n] τῇ ZH [o] ἔσται [p] ἔστω [q] οὗτος [r] ἔστω [s] In MS. καὶ deeſt. [t] δὴ ex MS. [u] ἀπὸ τοῦ ΤΥ [w] τὴν PO ἔστω [x] ταῖς

ταγμα. Εἰ δὲ μὴ ἡ βάσις ᾖ δεδομένη, ἀλλὰ ὁ ἄξων, τῷ αὐτῷ λόγῳ σφαιροειδέστος τοῦ Φ Υ, γενήσεται τὰ τῆς σφαίρας.

invicem baſes, et altitudines: confectumque eſt quod propoſitum fuit. Sin autem quæ data eſt, non baſis ſed altitudo fuerit; quæſito eadem ratione cylindro Φ Υ, quod propoſitum eſt conficietur.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β'.

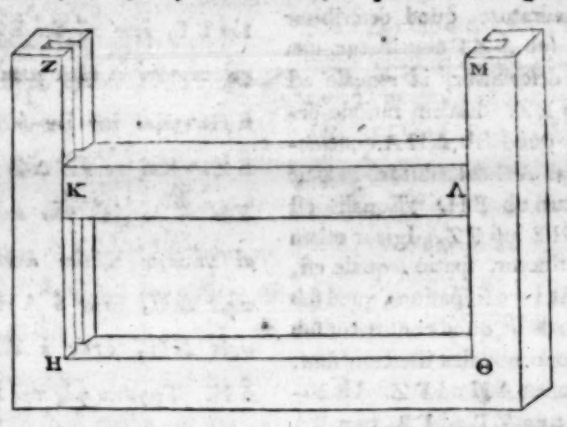
Τούτου ληφθέντος, ἐπεὶ δ' ἀναλύσεως αὐτῷ προΐοῦσι τὰ τῦ προβλήματος, λῦσάσης τῆς ἀναλύσεως εἰς τὸ δεῖν δύο δοθεισῶν δύο μέσαι ἀνάλογον σφοσευρεῖν ἐν συνθέσει ἀναλογίᾳ, φησὶν ἐν τῇ συνθέσει, εὑρήσθωσαν. Τὰν δὲ εὕρεσιν τύτων, ὑπ' αὐτῦ μὲν γεγραμμένῳ οὐδ' ὅλως εὑρίσκομεν. Πολλῶν δ' πλείστων ἀνδρῶν γραφαῖς [y] ἐντυγχάνομεν, τὸ σφόβλημα τοῦτο ἐπαγγελλομένοις, ὧν τὴν Εὐδόξυ τοῦ Κνιδίυ πεῤῥιπεσάμεθα [z] γράφεν. Ἐπειδὴ φησι μὲν ἐν σφοοιμίοις διὰ καμπύλων γραμμῶν αὐτὸν ἠυρηκέναι, ἐν δὲ τῇ ἀποδείξει σφὸ τὸ μὴ κεχρῆσθαι καμπύλαις γραμμαῖς· ἀλλὰ καὶ διηρημένην ἀναλογίαν [a] εὑρῶν, ὡς συνθεῖ χρῆται· ὅπερ ἰδεῖν ἄπασιν ὑπάρχοι. Τί λέγω σφὶ Εὐδόξυ, ἀλλὰ σφὶ τῶν καὶ μετρίως σφὶ γεωμετρίαν ἀνεσταμμένων; Ἵνα δὲ ἡ τῶν εἰς ἡμᾶς ἐληλυθότων ἀνδρῶν ἕκαστα γραφόντων, ὁ ἑκάστε τῆς ὑρίσεως τρόπος καὶ ἐνταῦθα γραφήσεται.

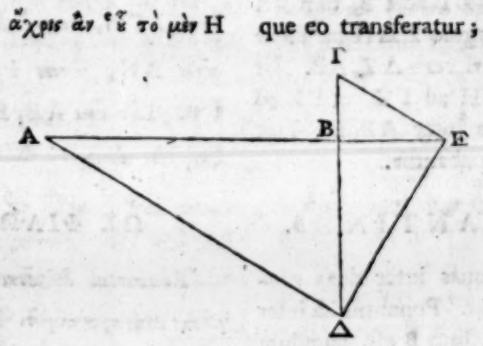
IN SECUNDI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Sumpto eo, ex cujus reſolutione, quæ ad problema pertinent, fluxerunt; cum reſolutio ipſa eo demum exierit, ut inter datas duas rectas duæ proportionales mediæ proportione continua inveniendæ ſint; illud in compoſitione dicit, inveniantur. Quo autem pacto eaſdem ipſe invenerit, compertum plane mihi non eſt. Cum autem in multorum illuſtrium virorum ſcripta inciderim, in quibus plures problematis hujus conficiendi rationes traduntur, unam Eudoxi Gnidii rejeci. Quippe quum in Proœmiis per curvas lineas illam ſe inveniſſe dicat, nullas in demonſtratione curvas lineas adhibet; diſcretaque, quam inſtituit, proportione tamquam continua utitur; quod abſurdum utique erat cogitaſſe. Quid de Eudoxo dico, cum de illis quoque dici poſſit, qui mediocriter in Geometria verſati ſunt? Ut autem eorum intelligentia, quorum ſcripta ad nos pervenerunt, cognoſcatur, qua quiſque ratione Problema illud confecerit, deinceps ſcribetur.

ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, σφὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ Δ, Ε. Καὶ κατασκευάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ Ζ Η Θ· καὶ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ Ζ Η, κανών τις ὁ Κ Λ· ἐν σωλῆνί τινι ὄντι ἐν τῷ Ζ Η ἔτως, ὥστε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ Η Θ. [b] Ἔσαι δὴ τῦτο, ἐὰν καὶ ἕτερον κανόνιον τοιῦτο συμφυὲς τῷ Θ Η, παράλληλον ᾖ τῷ Ζ Η, ὡς τὸ Θ Μ. Σωλῆνι [c] χωθισῶν γὰρ τῶν ἄνωθεν ὀπῶν τῶν Ζ Η, Θ Μ σωλῆσι στιλεσκοειδέσι, καὶ τύλων συμφυῶν γενομένων τῷ Κ Λ εἰς τὰς εἰρημένας σωλῆνας, [d] ἔσαι ἡ κίνησις τῦ Κ Λ σφαράλληλος αἰὶ τῷ Η Θ. Τύτων οὖν κατασκευασμένων, κείσθω τὸ ἐν σκέλος τῆς γωνίας Ζ Η Θ τυχὸν τὸ Η Θ, φαῦσον τῦ Γ· καὶ μεταφερέσθω ἕτι γωνία, καὶ ὁ Κ Λ κανὼν, ἐπὶ ποσῦτον, ἄχρις ἂν [e] ἕ τὸ μὲν Η σημεῖον ᾖ τῆς Β Ε εὐθείας ᾗ, τοῦ Η Θ σκέλους φαύοντος τοῦ Γ· ὁ δὲ Κ Λ κανὼν κατὰ μὲν τὸ Κ [f] φαύῃ τῆς Β Δ εὐθείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ Α. Ὥστε ἔσαι, ὡς ἔχει δεῖ τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρθὴν γωνίαν δέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ Γ Ε Δ· τὸν δὲ Κ Λ κανόνα δέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ Δ Α. Τούτων δὲ [g] γενομένων ἔσαι τὸ σφοκείμενον. Ὀρθῶν δὲ οὐσῶν τῶν σφὸς [h] τοῖς Δ, Ε, ἐσὶν ὡς ἡ Γ Β σφὸς Β Ε, ἡ Ε Β σφὸς Β Δ, καὶ ἡ Δ Β σφὸς Β Α.





QUA PLATO.

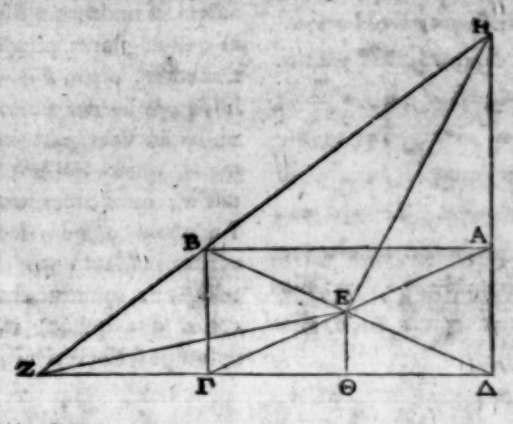
Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Sint datæ duæ rectæ, AB, BΓ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Producantur in directum ad puncta Δ, E. Conſtruatur autem rectus angulus ZHΘ: cujus in uno crure, puta ZH, per ſtrigem aliquam, quæ ducta in ipſo ſit, regula KΛ ita moveatur, ut cruri alteri HΘ parallela maneat. Hoc vero fiet, ſi ipſi ΘH intelligatur regula alia inſerta eſſe cruri ZH parallela, cujuſmodi eſt ΘM. Cum enim ſtriatæ deſuper ſint ſuperficies ZH, ΘM ſtrigibus ſecuriclatis; compactis utique in regulam KΛ ligneis clavis, iiſdemque in eas, quas diximus, ſtriges inſertis; KΛ ipſi HΘ parallela continuo movebitur. His ita confectis, admoveatur utrumlibet crus anguli ZHΘ, HΘ ad punctum Γ: et tum angulus, tum regula KΛ uſque eo transferatur; donec, crure HΘ per punctum Γ tranſeunte, punctum quidem H ſuper rectam BE cadat; regula vero KΛ ab una parte, puncto ipſius K, rectam BΔ, et ab altera rectam ΔA contingat. Nimirum figuræ hujus ſpecies exhibeatur: ita ut rectus quidem angulus eodem, quo ΓEΔ, ſitu jaceat; regula vero KΛ eodem, quo recta ΔA. Hæc enim ſi ita fiant, quod propoſitum eſt conficietur. Nam anguli, qui ad puncta ſunt Δ, E cum ſint recti; ut ΓB ad BE, ita ſe habuerit tum EB ad ΔB, tum BΔ ad BA.

[y] ἐντετυχήκαμεν [z] γραφὴν [a] εὑρεῖν [b] ἔσῳ [c] σθισῶν [d] ἔσῳ [e] In MS. ἕ deeſt. [f] φάνει [g] γενομένων ἔσῳ [h] τοῖς ΔΕ

QUA HERO

In Mechanicis inſtitutionibus, libriſque de telis fabricandis.

Sint datæ duæ rectæ AB, BΓ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et compleatur parallelogrammum; junganturque AΓ, BΔ. Manifeſtum igitur eſt eaſdem, rectæ cum ſint, in duas æquas partes ſeſe invicem ſecare. Qui enim circulus circa earum alteram deſcribitur, hic per alterius quoque extrema tranſibit; eo quod parallelogrammum rectangulum eſt. Producantur ΔΓ, ΔA ad puncta Z, H: atque intelligatur regula ZBH circa clavum aliquem ligneum moveri puncto B infixum. Moveatur autem uſque eo circa hunc clavum, donec æquales abſciderit rectas, quæ a puncto E ducuntur; hoc eſt EH, EZ. Intelligatur vero eas abſcidiſſe ubi primum ad ſitum pervenerit ZBH; atque ſint, ut dictum eſt, EH, EZ. Ducatur modo a puncto E ad ΓΔ normalis EΘ. Secat utique ipſam ΓΔ in duas æquas partes. Quoniam igitur ΓΔ in duas æquas partes in puncto Θ ſecatur, eidemque apponitur ΓZ; ſpatium quod ſub ΔZΓ continetur, una cum quadrato, quod a ΓΘ deſcribitur, quadrato æquale eſt, quod deſcribitur a ΘZ. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab EΘ. Quod igitur ſpatium ſub ΔZΓ continetur, una cum quadratis, quæ a ΓΘ, ΘE deſcribuntur, id æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a ZΘ, ΘE. Æquale autem eſt quadratis quidem, quæ a ΓΘ, ΘE deſcribuntur, quadratum, quod a ΓE deſcribitur; quadratis vero, quæ deſcribuntur a ZΘ, ΘE, quadratum, quod deſcribitur ab EZ. Quod igitur ſpatium ſub ΔZΓ continetur, una cum quadrato, quod a ΓE deſcribitur, id æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab EZ. Eadem ratione demonſtrabitur, etiam ſpatium, quod ſub ΔHA continetur, una cum quadrato, quod ab AE deſcribitur, æquale eſſe quadrato, quod deſcribitur ab EH. Æqualis eſt autem tum AE ipſi EΓ, tum HE ipſi EZ. Igitur etiam ſpatium, quod ſub ΔZΓ continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur, ſub ΔHA. At vero ſi ſpatium, quod ſub extremis continetur, ſpatio æquale ſit, quod continetur ſub mediis, quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Igitur, ut ZΔ ad ΔH, ita ſe habet AH ad ΓZ. Ut autem ZΔ ad ΔH, ita ſe habet tum ZΓ ad ΓB, tum BA ad AH. Ductæ enim ſunt in triangulo ZΔH parallelæ alteri quidem lateri ΔH, ΓB; alteri vero ΔZ, AB. Ut igitur BA ad AH, ita ſe habet AH ad ΓZ, et ΓZ ad ΓB. Proportionales igitur mediæ inter AB, BΓ ſunt AH, ZΓ: quæ inveniendæ proponebantur.



ΩΣ ΗΡΩΝ

Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς, καὶ ἐν τοῖς βελοποιικοῖς.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ AB, BΓ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ B· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ BΔ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΓ, BΔ. Φανερὸν δή, ὅτι ἴσαι εἰσὶ δίχα τέμνουσαι ἀλλήλας. Ὁ δὴ περὶ μέσου αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρθογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ Δ Γ, Δ A ἐπὶ τὰ Z, H, καὶ νοείσθω χαράσσων ὁ τὸ Z B H, κινούμενον περί τινα τύλον μένοντα πρὸς τῷ B. Καὶ ἐπισθω ἕως ἀποτέμῃ ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ E, τουτέστι τὰς EH, EZ. Καὶ νοείσθω ἀποτεμών, καὶ ἔστω ἔχων τὴν Z B H, [l]ἴσων, ὡς εἴρηται, γενομένων τῶν EH, EZ. Ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἡ EΘ. Δίχα δὴ τέμνει, [k]διότι ἴση ἐστὶ τὴν ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Θ, καὶ πρόσκειται ἡ ΓZ, τὸ ὑπὸ ΔZΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΘ, ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΘZ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ EΘ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΔZΓ μετὰ τῶν ἀπὸ ΓΘ, ΘE, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ZΘ, ΘE. Καί ἐστι τοῖς μὲν ἀπὸ ΓΘ, ΘE, ἴσον τὸ ἀπὸ ΓE· τοῖς δὲ ἀπὸ ZΘ, ΘE, ἴσον τὸ ἀπὸ EZ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΔZΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓE, ἴσον τῷ ἀπὸ EZ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ ΔHA μετὰ τοῦ ἀπὸ AE, [l]ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EH. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν AE τῇ EΓ, ἡ δὲ HE τῇ EZ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΔZΓ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔHA. Ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσι. Ἔστιν ἄρα ὡς ZΔ πρὸς ΔH, οὕτως ἡ AH πρὸς ΓZ· Ἀλλ' ὡς ἡ ZΔ πρὸς ΔH, οὕτως ἡ ZΓ πρὸς ΓB, καὶ ἡ BA πρὸς AH. Τριγώνου γὰρ τοῦ ZΔH παρὰ μίαν μὲν τὴν ΔH, ἦκται ἡ ΓB, παρὰ δὲ τὴν ΔZ ἡ AB. Ὡς ἄρα ἡ BA πρὸς AH, οὕτως ἡ AH πρὸς ΓZ, καὶ ἡ ΓZ πρὸς ΓB. Τῶν ἄρα AB, BΓ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ AH, ΓZ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

QUA PHILO BYZANTINUS.

Sint datæ duæ rectæ AB, BΓ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et junctæ AΓ, deſcribatur circa ipſam ſemicirculus ABEΓ: ducanturque AΔ, et ΓZ, altera quidem ad BA, altera vero ad ΓB, utraque ad angulos rectos. Admoveatur autem ad punctum B regula rectas abſcindens AΔ, ΓZ: eademque moveatur uſque eo circa id punctum, donec quæ recta a puncto B ad Δ du-

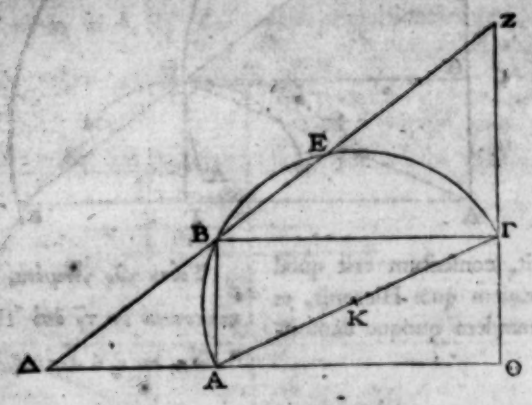
ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ AB, BΓ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν, ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ B· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΓ, γεγράφθω περὶ [m]αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ ABEΓ· καὶ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν, τῇ μὲν BA, ἡ AΔ, τῇ δὲ BΓ ἡ ΓZ. Καὶ παρεκβεβλήσθω κανὼν κινούμενος περὶ τὸ B, τέμνων τὰς AΔ, ΓZ· καὶ κεκινήσθω περὶ μὲν τὸ B, ἕως οὗ ἡ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸ Δ

[l] ἴσην [k] δηλονότι [l] ἴσον τὸ [m] αὐτῶν

ἴσον γίνηται τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὸ Z, τυτέστι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ΓZ. Νενοήσθω οὖν ἔχον τὸ χαρίεντα διάστημα, οἷον [a] ἔχει ἡ ΔBEZ, ἴσας ὄσας, ὡς ἔφαμεν, τῇ ΔB τῇ EZ. Λέγω ὅτι αἱ AΔ, ΓZ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν AB, BΓ. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΔA, ZΓ, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ. Φανερὸν δή ἐστι παραλλήλων ὄντων τῶν BA, ZΘ, ἡ πρὸς [b] τῷ Θ γωνία ἐρθή ἐστι· καὶ ὁ AEΓ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Θ. Ἐστω δὴ ἴσον ἐστὶν ἡ ΔB τῇ EZ, καὶ τὸ ὑπὸ EΔB ἄρα [c] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ BZE. Ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ EΔB, ἴσον ἔχει τῷ ὑπὸ ΘΔA· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Δ. Τὸ δὲ ὑπὸ BZE ἴσον τῷ ὑπὸ ΘZΓ· ἑκάτερον γὰρ ὁμοίως ἴσον ἐστὶ [d] τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Z. Ὥστε τὸ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΔA ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘZΓ· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘZ, οὕτως ἡ ΓZ πρὸς ΔA. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘZ, οὕτως ἥ τε BΓ πρὸς ΓZ, καὶ ἡ ΔA πρὸς AB. Τριγώνου γὰρ τοῦ ΔΘZ, παρὰ μὲν τὴν ΔΘ, ἦκται ἡ BΓ, παρὰ δὲ τὴν ΘZ ἡ BA. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ BΓ πρὸς ZΓ, ἡ ΓZ πρὸς ΔA καὶ ἡ ΔA πρὸς AB· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

Ἰσέον δή, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδὸν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ [e] Ἥρωνος κατασκευῇ. Τὸ γὰρ BΘ παραλληλόγραμμον ταυτόν ἐστι τῷ τῆς τοῦ Ἥρωνος κατασκευῆς, καὶ αὐταὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι πλευραὶ αἱ Θ A, Θ Γ, καὶ ὁ κατὰ τὸ B κινούμενος κανών. Ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν αὐτὸν τὸ B τὸν κάνονα, ἄχρις ἂν αἱ κατὰ τῆς διχοτομίας τῆς AΓ, τυτέστι τοῦ K, ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀπετέμνοντο πρὸς ταῖς Θ Δ, Θ Z προσπίπτουσαι, ὡς αἱ K Δ, K Z· ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ἂν ἡ ΔB ἴση γένηται τῇ EZ. Ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ. Τὸ δὲ τῶν εἰρημένων πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ ΔB, EZ ἴσας τηρεῖν εὐθέχεται, διαιρούσης τῆς ΔZ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνέχη. Πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ κεκλίνῳ διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ K ἴσας πρὸς [f] τὰ Δ, Z.



citur rectæ æqualis fiat, quæ ducitur a puncto E ad Z; nempe illi, quæ inter circumferentiam circuli, et ΓZ interjicitur. Itaque intelligatur regula hæc ad ſitum perveniſſe ΔBEZ, ubi primum fuerit ΔB ipſi EZ, ut dictum eſt, æqualis. Dico rectas AΔ, ΓZ medias inter AB, BΓ proportionales eſſe. Intelligantur enim productæ eſſe rectæ ΔA, ZΓ, eædemque in puncto Θ concurriſſe. Manifeſtum utique eſt, cum BA, ZΘ parallelæ ſint, angulum, qui ad punctum Θ eſt, rectum eſſe: ideoque fore, ut ſi circulus AEΓ perficiatur, per id punctum tranſeat. Quoniam igitur æqualis eſt BΔ ipſi EZ, æquale etiam eſt ſpatium, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub BZE. Æquale autem eſt ſpatium quidem, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘΔA: utrumque enim quadrato eſt æquale, quod a recta, quæ circulum a puncto Δ contingit, deſcribitur. Spatium vero, quod ſub BZE continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘZΓ: utrumque enim pariter quadrato eſt æquale, quod a recta deſcribitur, quæ circulum contingit a puncto Z. Igitur etiam ſpatium, quod ſub ΘΔA continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub ΘZΓ: et propterea ut ΔΘ ad ΘZ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA. Ut autem ΘΔ ad ΘZ, ita ſe habet tum BΓ ad ΓZ, tum ΔA ad AB. Ductæ enim ſunt in triangulo ΔΘZ parallelæ alteri quidem lateri ΔΘ, BΓ; alteri vero ΘZ, BA. Ut igitur BΓ ad ZΓ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA et ΔA ad AB: quod demonſtrandum proponebatur.

Illud vero ſciendum eſt, conſtructionem hanc eamdem fere, quæ Hieronis, eſſe. Nam parallelogrammum BΘ idem eſt atque illud Hieronis; eædemque ſunt productæ rectæ ΘA, ΘΓ; itemque regula, quæ circa punctum B movetur. Hoc uno inter ſe differunt, quod regula in illa quidem uſque eo circa punctum B movebatur, donec rectas æquales abſcinderet, quæ a puncto rectam AΓ in duas æquas partes ſecante, hoc eſt K, ad ΘΔ, ΘZ ducuntur, cujuſmodi ſunt KΔ, KZ; in hac vero eo uſque movetur, donec ΔB ipſi EZ æqualis fiat. Cæterum in utraque res eodem recidit. Sed altera, quam modo diximus, uſui accommodatior eſt: cum obtineatur, ut ΔB, EZ æquales deprehendantur, regula in æquas partes eaſque continuas diviſa. Quod ſane longe facilius eſt, quam circino explorare, an quæ a puncto K ad Δ, Z ducuntur, æquales ſint.

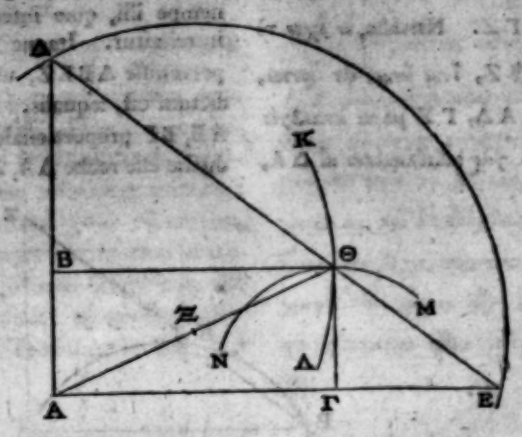
ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ BAΓ, περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ A. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ B, διαστήματι δὲ τῷ AΓ, κύκλου περιφέρεια γεγράφθω [w] ἡ KΘΛ· καὶ πάλιν κέντρῳ [x] τῷ Γ, καὶ διαστήματι τῷ AB, κύκλου [y] περιφέρεια γεγράφθω ἡ MΘN, καὶ τετμήσθω τὸν KΘΛ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπι-

Sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat, BAΓ: eædemque rectam, qui ad punctum A eſt, angulum comprehendant. Deſcribatur centro quidem B, intervallo vero AΓ circumferentia circuli KΘΛ: rurſuſque centro Γ, et intervallo AB circumferentia circuli MΘN; quæ quidem priorem illam KΘΛ in puncto Θ ſecet; et jungantur ΘA,

[a] ἔχει ἡ ΔBEZ, ἴσας ὄσας ὡς εἴρηται τῆς ΔB τῇ EZ. Λέγω ὅτι in MS. deſunt. [b] τὸ Γ [c] In MS. ἴσον deeſt. [d] τῇ ex MS. [e] Ἥρωνος. Τὸ γὰρ BΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτό ἐστι τῷ λεφθέντι ἐπὶ τῆς Ἥρωνος κατασκευῆς καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι [f] τὸ K Z [g] Hæc in MS. deſunt. [w] περιφέρεια [x] τῷ Λ [y] περιφέρεια

ΘΒ, ΘΓ. Parallelogrammum igitur eſt ΒΓ, ejuſque diameter ΘΑ. Secetur ΘΑ in duas æquas partes in puncto Ζ: centroque Ζ circulus deſcribatur qui rectas ΑΒ, ΑΓ ſecet ad puncta Δ, Ε productas; ita ut puncta Δ, Ε, et Θ in directo jaceant. Hoc autem fiet, ſi regula rectas ΑΔ, ΑΕ ſecans uſque eo circa punctum Θ moveatur, donec rectæ, quæ a puncto Ξ ad Δ, Ε ducuntur, æquales fiant.



Hoc enim quando contigerit, confectum erit quod quæritur. Nam conſtructio eadem quæ Hieronis, et Philonis eſt. Quare conſtat eamdem quoque demonſtrationem huic convenire.

ζυγχθωσι αἱ ΘΑ, ΘΒ, ΘΓ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΑ. Τετμήσθω δίχα ἡ ΘΑ τῷ Ξ· καὶ κέντρῳ τῷ Ξ γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς ΑΒ, ΑΓ κατὰ τὰ Δ, Ε· ὥστε τὰ μέντοι τὰ Δ, Ε ἐπ' εὐθείας εἶναι τῷ Θ. Ὅταν δὴ γένοιτο κατὰ τοῦτο κινούμενον περὶ τὸ Θ, τέμνοντες τὰς ΑΔ, ΑΕ, καὶ παραγόμενον ἐπὶ τοῦτο, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὰ Δ, Ε ἴσαι γένωνται.

Τοῦτο γὰρ γινομένου, ἴσαι τὸ ζητούμενον. Ἡ γὰρ αὐτὴ κατασκευή ἐστι τῇ ὑπὸ Ἥρωνος καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

QUA DIOCLES IN LIBRO DE IGNIARIIS.

Ducantur in circulo duæ diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ΑΒ, ΓΔ: et abſcindantur ab utraque parte puncti Β æquales duæ circuli circumferentiæ ΕΒ, ΒΖ: ductaque per punctum Ζ recta ΖΗ ipſi ΑΒ parallela, jungatur ΔΕ. Dico rectas ΖΗ, ΗΔ duas eſſe proportionales medias inter ΓΗ, ΗΘ. Ducatur enim per punctum Ε ipſi ΑΒ parallela ΕΚ. Æqualis eſt igitur tum ΕΚ ipſi ΖΗ, tum ΚΓ ipſi ΗΔ. Quod quidem manifeſtum fuerit, rectis lineis a puncto Λ ad Ε, et Ζ junctis. Æquales enim ſunt anguli ΓΛΕ, ΖΛΔ; iique recti, qui ad puncta ſunt Κ et Η. Igitur omnia etiam omnibus æqualia ſunt; cum ΛΕ ipſi ΛΖ ſit æqualis; ideoque etiam reliqua ΓΚ reliquæ ΗΔ. Quoniam igitur ut ΔΚ ad ΚΕ, ita ſe habet ΔΗ ad ΗΘ; et ut ΔΚ ad ΚΕ, ita ΕΚ ad ΚΓ; media enim inter ΔΚ, ΚΓ proportionalis eſt ΕΚ; ideo ut ΔΚ ad ΚΕ, et ΕΚ ad ΚΓ, ita ſe habet ΔΗ ad ΗΘ. Æqualis eſt autem tum ΔΚ ipſi ΓΗ, tum ΚΕ ipſi ΖΗ, tum ΚΓ ipſi ΗΔ. Ut igitur ΓΗ ad ΗΖ, ita ſe habet ΖΗ ad ΗΔ, et ΔΗ ad ΗΘ. Itaque ſi ab utraque puncti Β parte æquales ſumantur circumferentiæ ΜΒ, ΒΝ; et per punctum Ν ducatur ΝΞ ipſi ΑΒ parallela; jungaturque ΔΜ, erunt rurſus inter ΓΞ, ΞΟ proportionales mediæ ΝΞ, ΞΔ. Ductis autem hoc pacto pluribus parallelis, iiſque continuis inter puncta Β, Δ; poſitiſque circumferentiis iis, quæ inter has, et punctum Β interjiciuntur, æqualibus aliis a puncto Β ad Γ circumferentiis; junctiſque ordine a puncto Δ ad alia puncta eodem modo, quo ΔΕ, ΔΜ junctæ ſunt, rectis lineis: ſecabuntur utique parallelæ, quæ inter puncta Β, Δ interjiciuntur, in aliquibus punctis, cujuſmodi ſunt in appoſita figura Ο, Θ. Quæ puncta ſi admota regula juncta rectis lineis fuerint, deſcribetur in circulo quædam linea, in qua ſumpto quolibet puncto, ductaque per ipſum recta

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.

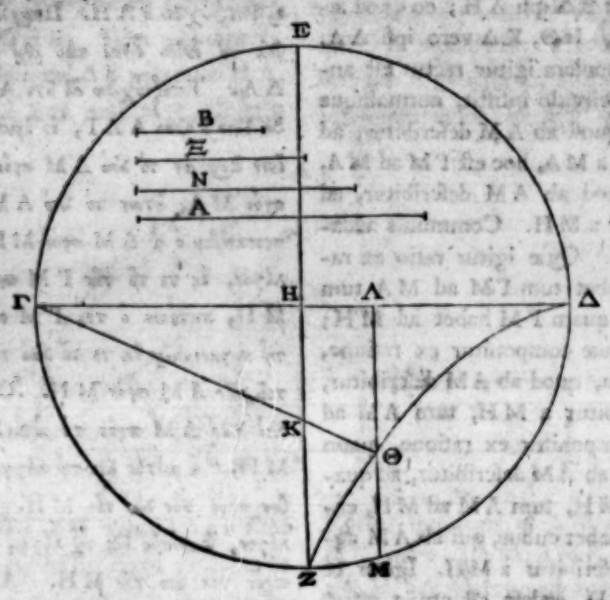
Ἐν κύκλῳ ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ δύο περιφέρειαι ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἀφ' ἑκατέρα τοῦ Β αἱ ΕΒ, ΒΖ· καὶ διὰ τοῦ Ζ παράλληλος τῇ ΑΒ, ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ. Λέγω ὅτι τῶν ΓΗ, ΗΘ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσι αἱ ΖΗ, ΗΔ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΕΚ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΚ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΚΓ τῇ ΗΔ. Ἔσται γὰρ τοῦτο δῆλον, ἐπὶ τοῦ Λ ἐπὶ τὰ Ε, Ζ ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. Ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ ΓΛΕ, ΖΛΔ, καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Κ, Η. Καὶ πάντα ἄρα ταῦτα ἴσα, [b] διὰ τὸ τὴν ΛΕ τῇ ΛΖ ἴσην εἶναι· καὶ λοιπὰ ἄρα ἡ ΓΚ τῇ ΗΔ ἴση ἐστίν. Ἐστὶ δὲ ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΓ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ ΕΚ τῶν ΔΚ, ΚΓ· ὡς ἄρα ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, καὶ ἡ ΕΚ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν ΔΚ τῇ ΓΗ, ἡ δὲ ΚΕ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΚΓ τῇ ΗΔ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ. Ἐὰν δὴ παρὰ ἑκατέρα τὰ Β λαμβάνωσι περιφέρειαι ἴσαι αἱ ΜΒ, ΒΝ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ν παράλληλος ἀχθῇ τῇ ΑΒ ἡ ΝΞ, ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ ΔΜ, ἔσονται πάλιν τῶν ΓΞ, ΞΟ μέσαι ἀνάλογον αἱ ΝΞ, ΞΔ. Πλειόνων δὲ οὐσῶν καὶ πλαγίων παραλλήλων ἐκβαλλομένων μεταξὺ τῶν Β, Δ, καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ Β ἴσων τεθεισῶν ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ὅτι τετυγμένα σημεῖα ἐπιζευγνυόντων εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ Δ, ὡς τῶν [d] ὁμοίως ταῖς ΔΕ, ΔΜ· τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν Β, Δ κατά τινα σημεῖα, [e] ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ Ο, Θ. Ἐφ' ἃ κανόνος παραθέντες ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἕξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἧς ἐὰν λάβῃ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ ΑΒ [f] ἔσονται ἡ

[a] ἴσῳ [a] δηλονότι [b] διὰ τὸ τὴν ΑΒ [c] αἱ ΜΒ [d] ὁμοίων [e] In MS. ὡς deeſt. [f] ἔσῃ ἡ

ἐχθείσα, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆ διαμέτρε πρὸς τῷ Δ μέση ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς καὶ τῆς διαμέτρε πρὸς τῷ Γ σημείῳ, καὶ τῆς μείζονος αὐτῆς τοῦ ἀπὸ [g] τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείε ἐπὶ τὸν Γ Δ διάμετρον.

Ipſi A B parallela; erunt quæ ducta eſt, quamque ipſa a diametro verſus punctum Δ abſcindit, proportionales mediæ inter eam, quam abſcindit item a diametro verſus punctum Γ, eamque ejus partem, quæ puncto in linea ſumpto, et diametro Γ Δ concluditur.

Τούτων προκατασκευασμένων, ἴσωται αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ A, B. Καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ Γ Δ, E Z· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμή, ἧς πεπέρατω, ἡ Δ Θ Z. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, ἡ Γ H πρὸς H K· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ K, ἐκβεβλήσθω τε καὶ συμπιπτέτω τῇ γραμμῇ κατὰ τὸ Θ· καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ E Z παράλληλος ἤχθω ἡ Λ M. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν Γ Λ, Λ Θ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι αἱ M Λ, Λ Δ. Καὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἡ Γ Λ πρὸς Λ Θ, οὕτως ἡ Γ H πρὸς H K, ὡς δὲ ἡ Γ H πρὸς H K, οὕτως ἡ A πρὸς τὴν B· καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς Γ Λ, Λ M, Λ Δ, Λ Θ παρημμένων μέσαι τῶν A, B, ὡς τὰς N, Ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν A, B μέσαι ἀνάλογον αἱ N, Ξ. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

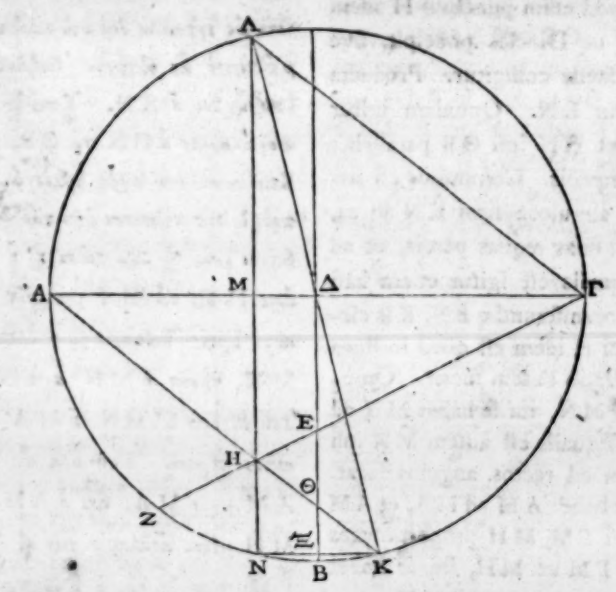


His ita confectis, ſint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oportet, A, B. Sit autem circulus cujus duæ diametri Γ Δ, E Z ad rectos angulos ſeſe invicem ſecent: deſcribaturque in eo per continua puncta, ut ſupra dictum eſt, linea Δ Θ Z. Porro fiat, ut A ad B ita Γ H ad H K; junctaque Γ K eademque producta lineam ipſam ſecet in puncto Θ; et ducatur per id punctum ipſi E Z parallela Λ M. Itaque ex his, quæ ſupra diximus, mediæ inter Γ Λ, Λ Θ proportionales ſunt M Λ, Λ Δ. Et quoniam ut Γ Λ ad Λ Θ, ita ſe habet Γ H ad H K; et ut Γ H ad H K, ita A ad B; ſi mediæ inter A, B interjiciantur N, Ξ pro eadem illa ratione, quam invicem habent Γ Λ, Λ M, Λ Δ, Λ Θ; ſumptæ utique fuerint mediæ inter A, B proportionales N, Ξ. Quod facere oportebat.

Ω Σ ΠΑΠΠΟΣ

Ἐν Μηχανίκαις εἰσαγωγαῖς.

Προέθετο μὲν ὁ Πάππος κύβον εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον λόγον ἔχοντα δεδομένον. Καὶ ὡς πρὸς τὴν τοιαύτην [h] πρόθεσιν ἡ τὰ ὑπ' αὐτῆς ἀποδείξεως αὐτῷ συνέρχεται. Δῆλον δὲ ὅτι τούτου εὑρεθέντος, καὶ τὸ προκείμενον εὑρέθησεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, [i] ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι, ἡ δευτέρα εὑρεθῇ, καὶ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται. Γεγράφθω γὰρ, ὡς φησὶν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ A B Γ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ Δ B, καὶ κεκινήσθω κανόνιον περὶ τὸ A σημεῖον· ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ περικεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ A [k] σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος, ὡς ἀεὶ κέντρον περὶ τὸ τυλάριον περιέχειν μεταξὺ τῶν B, Γ. Τούτων δὲ κατασκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα. Καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς ὑποκείσθω ὁ τοῦ B Δ πρὸς Δ E· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ E ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z. Παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν B, Γ, ἕως [l] οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν Z E, E B εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ μεταξὺ



QUA PAPPUS

In mechanicis Inſtitutionibus.

Propoſuit ſibi Pappus cubum invenire, qui ad datum cubum datam rationem habeat. Quæ autem demonſtratio ab eo inſtituitur rei huic conficiendæ inſervit. Manifeſtum enim eſt, cubo hoc invento, quod propoſitum nobis eſt inventum iri. Datis ſiquidem duabus rectis; ſi mediæ inter ipſas inveniendæ ſint, et ſecunda inventa fuerit, inventa erit et tertia. Deſcribatur, ut ipſe dicit, ſemicirculus A B Γ; ducaturque a puncto Δ ad rectos angulos Δ B: et moveatur regula circa punctum A; ita ut ejus termini, alter quidem clavo cuidam ligneo ad punctum A infixus ſit, alter vero circa hunc clavum tamquam centrum inter puncta B et Γ circumagatur. His ita confectis, propoſitum ſit duos cubos invenire, qui propoſitam inter ſe invicem rationem habeant. Fiat ratio, quam habet B Δ ad Δ E, eadem quæ data: junctaque Γ E producatur ad punctum Z. Circumagatur autem regula inter puncta B, Γ uſque eo, donec quæ pars ejus inter rectas Z E, E B interjicitur, æqualis ſit parti illi, quæ interjicitur inter rectam

[g] In MS. τοῦ deeſt. [h] πρόθεσιν [i] ἐὰν τῶν ὀφθειλουσῶν μέσων ἡ δευτέρα [k] σημεῖον ἴσω. Τὸ [l] ὃ,

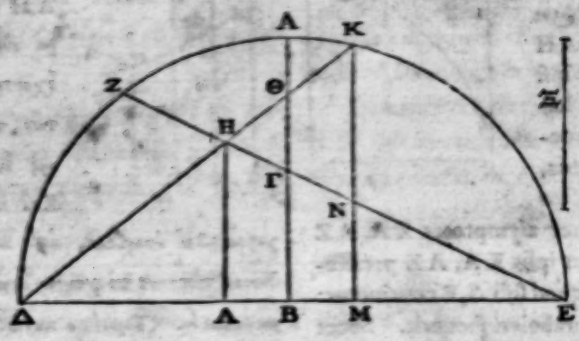
BE, et circumferentiam BKΓ. Hoc enim explorando, transferendoque regulam facile assequemur. Itaque factum sit, et regula eo, quo AK, situ jaceat; ita ut HΘ, ΘK æquales invicem sint. Dico cubum, qui ab BΔ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΘ, propositam rationem habere: hoc est eandem, quam BΔ ad ΔE. Intelligatur enim circulus completus esse: junctaque KΔ, eademque ad punctum A producta, jungatur AH. Parallela igitur est BΔ ipsi AH; eo quod æquales sunt, KΘ quidem ipsi HΘ, KΔ vero ipsi ΔΛ. Jungantur AΛ et ΛΓ. Quoniam igitur rectus est angulus AΛΓ utpote qui semicirculo insistit, normalisque AM; ideo ut quadratum, quod ab ΛM describitur, ad quadratum, quod describitur a MA, hoc est ΓM ad MA, ita se habet quadratum, quod ab AM describitur, ad quadratum, quod describitur a MH. Communis addatur ratio ipsius AM ad MH. Quæ igitur ratio ex ratione componitur, quam habet tum ΓM ad MA tum AM ad MH; hoc est ea, quam ΓM habet ad MH; hæc eadem est atque ratio quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab AM describitur, ad quadratum, quod describitur a MH, tum AM ad MH. Ratio autem quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab AM describitur, ad quadratum, quod describitur a MH, tum AM ad MH, eadem est atque ratio, quam habet cubus, qui ab AM describitur, ad cubum, qui describitur a MH. Igitur et ratio, quam ΓM habet ad MH, eadem est atque ratio, quam habet cubus, qui ab AM describitur, ad cubum, qui describitur a MH. Ut autem ΓM ad MH, ita se habet ΓΔ ad ΔE; et ut AM ad MH, ita AΔ ad ΔΘ. Igitur etiam ut BΔ ad ΔE, quæ quidem data est ratio, ita se habet cubus, qui a BΔ describitur, ad cubum, qui describitur a ΔΘ. Cum igitur duæ inter rectas BΔ, ΔE proportionales mediæ inveniendæ sint, rectarum secunda est ΔΘ. Quod si ut BΔ ad ΔΘ, ita fiat ΘΔ ad aliam quamdam, hæc erit tertia. Illud vero animadvertendum est, constructionem hanc eamdem atque illam esse, quam Diocles tradidit. Hoc uno inter se differunt, quod ibi quidem Diocles descripta linea quadam inter A, et B per continua puncta, sumit in ea punctum H, producta ΓE, eademque lineam, quam diximus, secante; hic vero Pappus id punctum exhibet circumacta circa punctum A regula AK. Quod enim punctum H idem sit, utcunque sumatur, sive ut Diocles præcipit, sive ut Pappus, regulæ ope, ita facile colligitur. Producta MH ad punctum N, jungatur KN. Quoniam igitur æqualis est KΘ ipsi ΘH, et HN ipsi ΘB parallela; ideo etiam KΞ ipsi ΞN est æqualis. Communis est autem ΞB eademque ad rectos angulos: nam KN ab ea, quæ per centrum ducitur, in duas æquas partes, et ad rectos angulos secatur. Æqualis est igitur etiam basi basis, et quod consequitur, circumferentiæ BN, KB circumferentia. Punctum igitur H idem est quod in linea Dioclis: quinetiam demonstratio eadem fuerit. Quippe aiebat Diocles, ut ΓM ad MN, ita se habet MN ad ad MA, et AM ad MH. Æqualis est autem MN ipsi MA: nam diameter eamdem ad rectos angulos secat. Ut igitur ΓM ad MΛ, ita se habet AM ad MA, et AM ad MH. Igitur mediæ inter ΓM, MH proportionales sunt AM, MA. Ut autem ΓM ad MH, ita se habet ΓΔ ad ΔE: et ut ΓM ad MΛ, ita AM ad MH; hoc est ΓΔ ad ΔΘ. Cum igitur inter rectas ΓΔ, ΔE duæ mediæ inveniendæ sint, rectarum secunda est ΔΘ; quam quidem et Pappus exhibuit.

πρὸς τὰς BE εὐθείας, καὶ τὰς BKΓ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ περαίνοντες, καὶ μεταγοντες τὸ κανόνιον ῥᾳδίως ποιήσομεν. Γεγονέτω δὴ, ὡς ἔχετο δίκτυ τὸν AK, οὕτως τὰς εἶναι τὰς HΘ, ΘK. Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς BΔ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον, λόγον ἔχει τὸν δίκτυχ δίκτυ, τουτέστι ὃν BΔ πρὸς ΔE. Νενεύσθω γὰρ ὁ κύκλος ἀπταπλευρούμενος· ὡς ἐπιζευχθείσα ἡ KΔ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Λ, ὡς ἐπιζεύχθω ἡ AH. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ BΔ τῇ ΛH, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν KΘ τῇ HΘ, τὴν δὲ KΔ τῇ ΔΛ. Ἐπιζεύχθω δὴ ἔτι AΛ καὶ ἡ ΛΓ. Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ AΛΓ, ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ, καὶ κάθετος ἡ ΛM, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ ἀπὸ MA, τουτέστιν ὁ ΓM πρὸς MA, οὕτως τὸ ἀπὸ AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH. Καὶ συνθέντι ὁ AM πρὸς MH λόγος. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος, ἔκ τε τοῦ τῆς ΓM πρὸς MA, καὶ τοῦ τῆς AM πρὸς MH, τουτέστιν ὁ τῆς ΓM πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH, καὶ τοῦ τῆς AM πρὸς MH. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔστι τοῦ ἀπὸ τῆς AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH, καὶ τοῦ τῆς AM πρὸς MH, [p] ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Καὶ ὁ ἄρα ΓM πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓM πρὸς MH, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔE· ὡς δὲ ἡ AM πρὸς MH, ἡ AΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ BΔ πρὸς ΔE, τουτέστιν ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς BΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον. [q] Τῶν ἄρα ὑφειλουσῶν εὑρεθῆναι δύο μέσαι ἀνάλογον τῶν BΔ, ΔE, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ. Καὶ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν BΔ πρὸς ΔΘ, τὴν ΘΔ πρός ἄλλην τινὰ, οὕτως ἡ τρίτη [r] εὑρεθήσεται. Περιέχειν δ' χρὴ, ὡς ἡ παύτη κατασκευὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ τοῦ Διοκλέους εὑρεθείσῃ. Τούτῳ μόνον διαφέρουσι, τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινα καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν A, B· ἐφ' ἧς ἐλαμβάνετο τὸ H, ἐκβαλλομένης τῆς ΓE, καὶ τεμούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ H πρόσκειται, διὰ τοῦ AK κανόνος κινουμένου περὶ τὸ A. Ὅτι γὰρ τὸ H τὸ αὐτό ἐστι, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος λαφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως. Ἐκβεβλήσθω τῆς MH κατὰ τὸ N, ἐπεζεύχθω ἡ KN. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ KΘ τῇ ΘH, καὶ παράλληλος ἡ HN τῇ ΘB, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ KΞ τῇ ΞN. Καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΞB· ἡ γὰρ KN διχά τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ βάσις ἄρα βάσει ἴση, καὶ ἀφ' τοῦτο καὶ ἡ KB περιφέρεια τῇ BN. Τὸ ἄρα H ἐστὶ τὸ αὐτὸ τῇ γραμμῆς τῇ Διοκλέους· καὶ ἡ ἀπόδειξις δὴ αὐτή ἐστιν. Ἔφασκεν γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓM πρὸς MN, οὕτως ἡ MN πρὸς MA, καὶ ἡ AM πρὸς MH. Ἴση δέ ἐστιν ἡ [s] MN τῇ MA· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓM πρὸς MΛ, οὕτως ἡ ΛM πρὸς MA, καὶ ἡ AM πρὸς MH. Τῶν ἄρα ΓM, MH μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΛM, [t] MA. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓM πρὸς MH, ἡ ΓΔ πρὸς ΔE· ὡς δὲ ἡ ΓM πρὸς MΛ, ἡ AM [u] πρὸς MH, τουτέστιν ἡ ΓΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν ΓΔ, ΔE, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ, ἣν τινα ἐπεζήτουν καὶ ὁ Πάππος.

[m] ἐπὶ pro ἐφ' ex MS. [n] τῇ AH in MS. desunt. [o] AΓ [p] τουτέστιν ὁ τῆς ΓM πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Ἀλλ' ὡς μὲν &c. [q] τῶν γὰρ [r] εὑρεθήσεται [s] MN pro HM, ex MS. [t] MA. Ἀλλ' ὡς &c. usque ad literam [u], in MS. desunt.

ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.

[v]Ἐστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ AB, BΓ. Δεῖ δὴ τῶν AB, BΓ [x]δύο μέσας ἀνάλογον εἰρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ B τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔBE· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ B, διαστήματι δὲ τῷ BA ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΔAE. Καὶ διὰ τοῦ E τῇ Γ εὐθείᾳ ἐπεζεύχθω ἡ EZ· καὶ τῷ Δ τῇ αὐτῇ ἴση κείσθω ἡ HΘ τῇ ΘK. Τοῦτο γὰρ δυνατόν. Καὶ ἤχθωσαν τοῖς H, K τῇ αὐτῇ ΔE πρὸς ὀρθὰς αἱ HA, KNM. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ KΘ πρὸς ΘH, ἡ MB πρὸς BΛ, ἴση δὲ ἡ KΘ τῇ ΘH· ἴση ἄρα καὶ ἡ MB τῇ BΛ; ὅλη τι καὶ λοιπὴ ἡ ME τῇ ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔM τῇ ΛE ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ MΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΛE [y]πρὸς EM. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ MΔ πρὸς ΔΛ, ἡ KM πρὸς HΛ· ὡς δὲ ἡ ΛE πρὸς EM, ἡ HΛ πρὸς NM. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔM πρὸς MK, [z]ἡ KM πρὸς ME· ὡς ἄρα ἡ ΔM πρὸς ME, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔM πρὸς τὸ ἀπὸ MK, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ, τουτέστι τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ· ἴση γὰρ ἡ ΔB τῇ BA. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ MΔ πρὸς ΔB, ἡ AE πρὸς EB· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ MΔ πρὸς ΔB, ἡ KM πρὸς ΘB· ὡς δὲ ἡ ΛE πρὸς EB, ἡ HΛ πρὸς ΓB· καὶ ὡς ἄρα ἡ KM πρὸς ΘB, ἡ HΛ πρὸς ΓB· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ KM πρὸς HΛ, [a]ἡ ΘB πρὸς ΓB. Ἀλλ' ὡς ἡ KM πρὸς HΛ, ἡ MΔ πρὸς ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΔM πρὸς ME, τουτέστι τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ [b]AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, ἡ BΘ πρὸς BΓ. Εἰλήφθω τῶν ΘB, BΓ μέση ἀνάλογον ἡ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ AB, πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ, ἡ ΘB πρὸς BΓ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ AB πρὸς BΘ· ἡ δὲ ΘB πρὸς BΓ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ΘB πρὸς Ξ· καὶ ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς BΘ, ἡ BΘ πρὸς Ξ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘB πρὸς Ξ, ἡ Ξ πρὸς BΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς BΘ, ΘB πρὸς Ξ, ἡ ἡ Ξ πρὸς BΓ. Φανερὸν δὲ ὅτι ἡ αὐτὴ ἡ αὐτῇ ἐστιν, ἥτις ἐστὶ Πάππῳ καὶ Διοκλεῖ [b]εἰρημένη.



QUA SPORUS.

Sint datæ inæquales duæ rectæ AB, BΓ. Oportet autem duas inter AB, BΓ proportionales medias proportione continua invenire. Ducatur a puncto B ipsi AB ad rectos angulos ΔBE; describaturque centro quidem B, intervallo vero BA, semicirculus ΔAE. Porro juncta a puncto E ad Γ recta producatur ad punctum Z: et ducatur a puncto Δ recta quædam ejusmodi, ut HΘ ipsi ΘK æqualis fit. Hoc enim fieri potest. Ducantur denique a punctis H, K ad ΔE normales HΛ, KNM. Quoniam igitur ut KΘ ad ΘH, ita se habet MB ad BΛ; æqualisque est KΘ ipsi ΘH; ideo etiam MB ipsi BΛ, et reliqua ME reliquæ ΛΔ est æqualis. Igitur tota etiam ΔM toti ΛE æqualis est: et propterea ut MΔ ad ΔΛ, ita se habet ΛE ad EM. Ut autem MΔ ad ΔΛ, ita se habet KM ad HΛ; et ut ΛE ad ad EM, ita HΛ ad NM. Rursus quoniam ut ΔM ad MK, ita se habet KM ad ME; ideo ut ΔM ad ME, ita se habet quadratum, quod a ΔM describitur, ad quadratum, quod describitur a MK; hoc est quadratum, quod a ΔB, sive AB, describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ: æqualis est enim ΔB ipsi BA. Rursus quoniam ut MΔ ad ΔB, ita se habet AE ad EB: ut autem MΔ ad ΔB, ita KM ad ΘB; et ut ΛE ad EB, ita HΛ ad ΓB: ideo etiam ut KM ad ΘB, ita se habet HΛ ad ΓB; et permutando, ut KM ad HΛ, ita ΘB ad ΓB. Ut autem KM ad HΛ, ita se habet MΔ ad ΔΛ; hoc est ΔM ad ME; hoc est quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Igitur etiam ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, ita se habet BΘ ad BΓ. Sumatur media inter ΘB, BΓ proportionalis Ξ. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, ita se habet BΘ ad BΓ: et quadratum quidem, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, rationem habet ejus duplam, quam habet AB ad BΘ; BΘ vero ad BΓ rationem habet ejus item duplam, quam ΘB habet ad Ξ: ideo etiam ut AB ad BΘ, ita se habet BΘ ad Ξ. Ut autem ΘB ad Ξ, ita se habet Ξ ad BΓ. Igitur etiam ut AB ad BΘ, ita se habet ΘB ad Ξ, et Ξ ad BΓ. Illud autem manifestum est, constructionem hanc eamdem atque illam esse, quam Diocles, et Pappus tradidit.

ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.

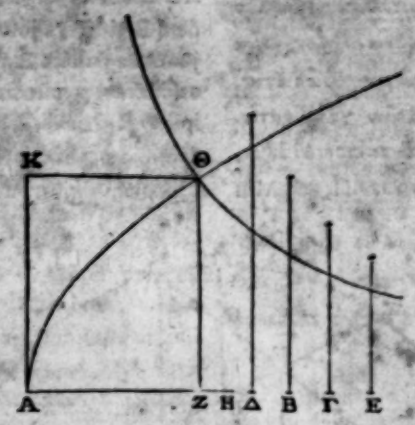
[c]Ἐστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [d]αἱ Δ, E. Δεῖ δὴ [e]τῶν Δ, E δύο μέσας ἀνάλογον εἰρεῖν. Γεγονέτω· ᾗ ἔστωσαν αἱ B, Γ. Καὶ ἐκκείσθω δοθεῖσα εὐθεῖα [f]ἡ AH τετμημένη κατὰ τὸ A· ᾗ πρὸς τῷ A τῇ Γ ἴσον κείσθω [g]ἡ AZ· καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ZΘ, καὶ τῇ B ἴσον κείσθω ἡ ZΘ. Ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν [h]αἱ Δ, B, Γ, τὸ ὑπὸ [i]τῶν Δ, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B. [k]Τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ, τουτέστι τῆς AZ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ZΘ. Ἐπὶ παραλλήλῳ ἄρα [l]τὸ Θ, διὰ τοῦ A γε-

QUA MENECHMUS.

Sint datæ duæ rectæ Δ, E. Oportet autem duas inter Δ, E proportionales medias invenire. Inventæ fuerint: eæque sint B, et Γ. Exhibeatur autem recta AH positione data, eademque terminata ad punctum A: ponaturque ad id punctum ipsi Γ æqualis AZ: et ducatur ad rectos angulos ZΘ, eaque ipsi B æqualis fiat. Quoniam igitur tres proportionales rectæ sunt Δ, B, Γ; spatium, quod sub Δ, Γ continetur, æquale est quadrato, quod a B describitur. Quod igitur spatium continetur sub data Δ et Γ, hoc est AZ, id quadrato æquale est, quod describitur a B, hoc est a ZΘ. Itaque punctum Θ

[v] Ἐστωσαν δύο δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [x] δύο εὐθείας [y] πρὸς ΘM [z] ἡ ΘΓ [a] AΘ [b] γεγραμμένη
[c] αἱ AE [d] τῶν AE [e] ἡ δὴ τετμημένη κατὰ τὸ Δ καὶ πρὸς τὸ Δ [f] ἡ ΔZ [g] αἱ ABΓ [h] τῶν ΔΓ
[i] τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ in MS. desunt. [k] τὸ pro τῆς ex MS.

in parabola eſt per punctum A deſcripta. Ducantur parallelæ Θ K, A K. Et quoniam datum eſt ſpatium, quod ſub B, Γ continetur; quippe æquale eſt illi, quod ſub Δ, E; ſpatium quoque datum eſt, quod continetur ſub K Θ Z. Itaque punctum Θ in hyperbola eſt deſcripta inter aſymptotos K A, A Z. Datum eſt igitur punctum Θ; atque adeo etiam Z. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ quidem rectæ Δ, E; quæ vero poſitione data eſt A H, terminata ad punctum A; et deſcribatur per punctum A parabole, cujus quidem axis A H; rectum vero figuræ latus Δ. Quæ autem ad rectos angulos ad A H ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ipſi Δ applicantur, latitudinemque habent rectas, quæ ab ipſis ad punctum A abſcinduntur. Deſcribatur, eaque ſit A Θ: et ſit A K ad rectos angulos. Deſcribatur porro inter aſymptotos K A, A Z hyperbole, a qua ſi rectæ ducantur ipſis K A, A Z parallelæ, ſpatium conficient ei æquale, quod ſub Δ, E continetur: atque hæc quidem hyperbole parabolen ſecuerit. Secet in puncto Θ; et ducantur normales Θ K, Θ Z. Quoniam igitur quadratum, quod a Z Θ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Δ, Γ continetur, ut Δ ad Z Θ, ita ſe habet Z Θ ad Z A. Rurſus quoniam ſpatium, quod ſub Δ, E continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ Z A; ut Δ ad Z Θ, ita ſe habet Z A ad E. Ut autem Δ ad Z Θ, ita ſe habet Z Θ ad Z A. Igitur etiam ut Δ ad Z Θ, ita ſe habet Z Θ ad Z A, et Z A ad E. Ponatur ipſi Θ Z æqualis B; et ipſi A Z æqualis Γ. Ut igitur Δ ad B, ita ſe habet B ad Γ, et Γ ad E. Igitur Δ, B, Γ, E deinceps proportionales ſunt. Quas invenire oportebat.

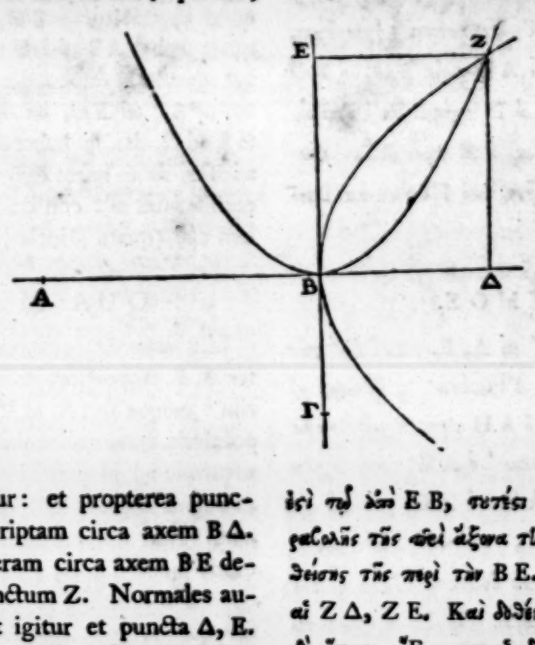


γραμμήν. Ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ Θ K, A K. Καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ B, Γ· ἴσον γάρ ἐστι τῷ ὑπὸ Δ, E· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ K Θ Z. Ἐπεὶ ὑπερβολῆς ἄρα τὸ Θ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς K A, A Z. Δοθὲν ἄρα τὸ Θ, ὥς τι καὶ τὸ Z.

Συντίθεσθαι δὲ ἔστω. Ἔστωσαν αἱ μὲν δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ Δ, E· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ A H συνεχὴς κατὰ τὸ A, ἐφ' ἣν γεγράφθω διὰ τοῦ A παραβολὴ, ἧς ὀρθία μὲν ἡ A H, ὀρθία δὲ τῷ εἴδει πλευρὰ ἡ Δ. Αἱ δὲ κατεγόμεναι δεῖ τὸν A H ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ δυνάδυσαν τὸ μετὰ τὸν Δ παραλείμμα χωρίον, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ A σημείῳ. Γεγράφθω, ἐφ' ἧς ἡ A Θ· καὶ ἤχθω ἡ A K. Καὶ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς K A, A Z γεγράφθω ὑπερβολὴ, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς K A, A Z ἀχθεῖσαι πίπτουσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, E· * τεμεῖ δὴ τὴν παραβολήν. Τετμήτω κατὰ τὸ Θ, καὶ ἤχθωσαν αἱ Θ K, Θ Z. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ Z Θ, ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A. Πάλιν ἐστὶ τὸ ὑπὸ Δ, E ἴσον τῷ ὑπὸ Θ Z A, ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z A πρὸς τὴν E. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν Z Θ, ἡ Z Θ πρὸς Z A, τὴν ἡ Z A πρὸς E. Κείσθω τῇ μὲν Θ Z [l]ἴση ἡ B, τῇ δὲ A Z ἴση ἡ Γ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν B, ἡ B πρὸς τὴν Γ, καὶ ἡ Γ πρὸς E. Αἱ Δ, B, Γ, E ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ALITER.

Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos A B, B Γ: et mediæ inter ipſas fiant Δ B, B E; ita ut quemadmodum Γ B ad B Δ, ita ſe habeat B Δ ad B E, et B E ad B A; et ducantur normales Δ Z, E Z. Quoniam igitur ut Γ B ad B Δ, ita ſe habet Δ B ad B E; ſpatium, quod ſub Γ B E, hoc eſt ſub data et B E, continetur, æquale eſt quadrato, quod a B Δ, hoc eſt ab E Z, deſcribitur. Et quoniam ſpatium, quod ſub data, et B E continetur, æquale eſt quadrato, quod ab E Z deſcribitur; punctum Z parabolen contingit circa axem B E deſcriptam. Rurſus quoniam ut A B ad B E, ita ſe habet B E ad B Δ; ſpatium, quod ſub A B Δ, hoc eſt ſub data, et B Δ, continetur, æquale eſt quadrato, quod ab E B, hoc eſt Δ Z, deſcribitur: et propterea punctum Z parabolen contingit deſcriptam circa axem B Δ. Contigerat autem et datam alteram circa axem B E deſcriptam. Datum eſt igitur punctum Z. Normales autem ſunt Z Δ, Z E. Data ſunt igitur et puncta Δ, E. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos A B, B Γ: producanturque indefinite a puncto B, B Δ, B E. Deſcriba-



ΑΛΛΩΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ A B, B Γ· καὶ γεγονέτωσαν αὐτῶν μέσαι αἱ Δ B, B E· ὥς τε εἶναι, ὡς τὴν Γ B πρὸς B Δ, οὕτως τὴν B Δ πρὸς B E, καὶ τὴν B E πρὸς B A· καὶ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ Δ Z, E Z. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς [m]ἡ Γ B πρὸς B Δ, οὕτως ἡ Δ B πρὸς B E· τὸ ἄρα ὑπὸ Γ B E, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ [n]τῆς B E, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ [n]τῆς B Δ, τουτέστι [n]τῇ E Z. Ἐστὶ ὧν τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς B E, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ E Z, τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὸν B E. Πάλιν ἐστὶν ὡς ἡ A B πρὸς B E, ἡ B E πρὸς B Δ, τὸ ἄρα ὑπὸ A B Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς B Δ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ E B, τουτέστι [n]τῇ Δ Z· τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὸν B Δ. Ἦπται δὲ καὶ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ τὸν B E. Δοθὲν ἄρα τὸ Z. Καὶ κάθητται αἱ Z Δ, Z E. Καὶ δοθέντα [o]ἄρα τὰ Δ, E. Συντίθεσθαι δὲ οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ A B, B Γ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τοῦ B, [p]B Δ, B E. Καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὸν B E παρα-

[l] ἴση ἡ H B [m] ὡς ἡ Γ B πρὸς B Δ ex MS. [n] τῆς E Z [o] ἄρα ex MS. [p] B Δ, B E in MS. desunt.

* Sive τέμῃ, sive etiam τέμνει.

ζολὰ, ὅς τι τὰς κατεγομένας ὀρθὰς τὰν ΒΕ δύναιτο τὰ παρὰ τὰν ΒΓ. Πάλιν γεγράφθω περὶ τὰν μείζονα τὰν ΑΔ κύκλος ὁ ΑΒΔΖ· καὶ τᾷ Γ ἴσα ἐκκείσθω ἡμιδιάμετρος ὁ ΑΒ· καὶ ἐκβαλλέσθω συμπιπτέτω τᾷ κατὰ τὸ Δ ἐφαπτομένᾳ τᾶς κύκλω κατὰ τὸ Π· παρὰ δὲ τὰν ΠΔ ἤχθω ἁ ΒΕΖ. Καὶ γινέσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ ΑΒΔ ἡμικυκλίου· ἐπὶ δὲ τὰν ΑΔ ἡμίκυκλον ὀρθὸν, ἐν τᾷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον. Τοῦτο δὲ τὸ ἡμίκυκλον φερόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β, μένοντος τοῦ Α πέρατος τᾶς διαμέτρου· τέμνει τὰν κυλινδρικὰν ἐπιφάνειαν ἐν τᾷ φερομένᾳ, καί γράφει ἐν αὐτᾷ γραμμάν τινα. Πάλιν δὴ ἐπεὶ, τᾶς ΑΔ μενούσας, τὸ ΑΠΔ τρίγωνον περιενεχθὲν τὰν ἐναντίαν τᾷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, καταλὰ πτῶσιν ἐπιφάνειαν· τᾷ ΑΠ εὐθείᾳ, ἁ δὲ φερομένα συνβαλεῖ τᾷ κυλινδρικᾷ γραμμᾷ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ Β φερόμενον ἡμικύκλιον ἐν τᾷ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ. Ἐχέτω δὴ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τᾶς συμπτώσιος τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὸ τοῦ ΔΚΑ· τὸ δὲ αὐτὸ σημαινόμενον τρίγωνον τὸ τοῦ ΔΛΑ· τὸ δὲ τᾶ ἐφερμένας συμπτώσιος σημεῖον ἔστω τὸ Κ. Ἤχθω δὲ καὶ τὸ ἀφ' τοῦ Β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ ΒΜΖ, κατὰ δὲ αὐτᾶς τομὰ, καὶ τοῦ ΒΔΖΑ κύκλου ἔστω ἁ ΒΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὀρθὰ τὸ τοῦ ΒΔΑ ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω, πεσεῖται δὴ ὀρθὰ τὸ τοῦ κύκλου ἐπιφέρειαν, ἀφ' τὸ ὀρθὸν ἐστᾶναι τὸν κυλίνδρον. Πιπτέτω, καὶ ἔστω ἁ ΚΙ· καὶ ἁ λὰ τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευχθεῖσα συμβαλέτω τᾷ ΒΖ κατὰ τὸ Θ· ἁ δὲ ΑΛ τᾷ ΒΜΖ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ Μ· ἐπιζεύχθωσαν ἁ

tur autem circa axem ΒΕ parabole, ita ut quæ ad ΒΕ ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ipſi ΒΓ applicantur. Rurſuſque circa axem ΒΔ parabole deſcribatur, ita ut quæ ad ΔΒ ducuntur, poſſint ſpatia, quæ applicantur ipſi ΑΒ. Hæ parabolæ utique invicem ſecantur. Secentur in puncto Ζ: et ducantur a puncto Ζ normales ΖΔ, ΖΕ. Quoniam igitur ducta eſt in parabola ΖΕ, hoc eſt ΔΒ, ſpatium, quod ſub ΓΒΕ continetur, æquale eſt quadrato, quod a ΒΔ deſcribitur. Propterea ut ΓΒ ad ΒΔ, ita ſe habet ΔΒ ad ΒΕ. Rurſus quoniam ducta eſt in parabola ΖΔ, hoc eſt ΕΒ, ſpatium, quod ſub ΔΒΑ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab ΕΒ deſcribitur. Propterea ut ΔΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΒΕ ad ΒΑ. Ut autem ΔΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΓΒ ad ΔΒ. Igitur etiam ut ΓΒ ad ΔΒ, ita ſe habet ΒΔ ad ΒΕ, et ΕΒ ad ΒΑ. Quas invenire oportebat.

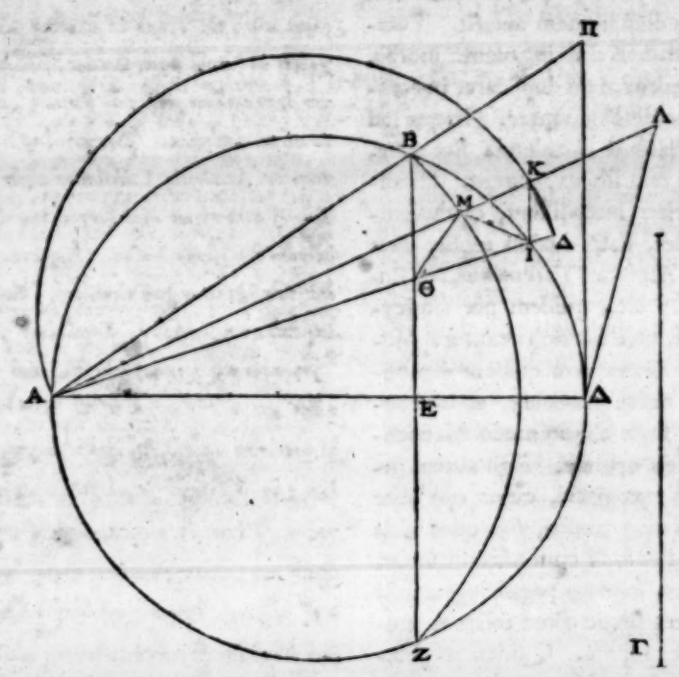
Deſcribitur autem parabole circini ope ab Iſidoro Mileſio Mechanico Præceptore noſtro inventi, effictique in Commentario, quem in Heronis librum de fornicatis parietibus conſcripſit.

Η ΑΡΧΙΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ

Ἐχόντων αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, Γ. Δεῖ δὴ τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγράφθω περὶ τὰν μείζονα τὰν ΑΔ κύκλος ὁ ΑΒΔΖ· καὶ τᾷ Γ ἴσα ἐκκείσθω ἡμιδιάμετρος ὁ ΑΒ· καὶ ἐκβαλλέσθω συμπιπτέτω τᾷ κατὰ τὸ Δ ἐφαπτομένᾳ τᾶς κύκλω κατὰ τὸ Π· παρὰ δὲ τὰν ΠΔ ἤχθω ἁ ΒΕΖ. Καὶ γινέσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ ΑΒΔ ἡμικυκλίου· ἐπὶ δὲ τὰν ΑΔ ἡμίκυκλον ὀρθὸν, ἐν τᾷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον. Τοῦτο δὲ τὸ ἡμίκυκλον φερόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β, μένοντος τοῦ Α πέρατος τᾶς διαμέτρου· τέμνει τὰν κυλινδρικὰν ἐπιφάνειαν ἐν τᾷ φερομένᾳ, καί γράφει ἐν αὐτᾷ γραμμάν τινα. Πάλιν δὴ ἐπεὶ, τᾶς ΑΔ μενούσας, τὸ ΑΠΔ τρίγωνον περιενεχθὲν τὰν ἐναντίαν τᾷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, καταλὰ πτῶσιν ἐπιφάνειαν [a] τᾷ ΑΠ εὐθείᾳ, ἁ δὲ φερομένα συνβαλεῖ τᾷ κυλινδρικᾷ γραμμᾷ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ Β φερόμενον ἡμικύκλιον ἐν τᾷ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ. Ἐχέτω δὴ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τᾶς συμπτώσιος τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὸ τοῦ ΔΚΑ· τὸ δὲ αὐτὸ σημαινόμενον τρίγωνον τὸ τοῦ ΔΛΑ· τὸ δὲ τᾶ ἐφερμένας συμπτώσιος σημεῖον ἔστω τὸ Κ. Ἤχθω δὲ καὶ τὸ ἀφ' τοῦ Β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ ΒΜΖ, κατὰ δὲ αὐτᾶς τομὰ, καὶ τοῦ ΒΔΖΑ κύκλου ἔστω ἁ ΒΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὀρθὰ τὸ τοῦ ΒΔΑ ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω, πεσεῖται δὴ ὀρθὰ τὸ τοῦ κύκλου ἐπιφέρειαν, ἀφ' τὸ ὀρθὸν ἐστᾶναι τὸν κυλίνδρον. Πιπτέτω, καὶ ἔστω ἁ ΚΙ· καὶ ἁ λὰ τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευχθεῖσα συμβαλέτω τᾷ ΒΖ κατὰ τὸ Θ· ἁ δὲ ΑΛ τᾷ ΒΜΖ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ Μ· ἐπιζεύχθωσαν ἁ

QUA ARCHITAS, UT EUDEMUS TRADIT.

Sint datæ duæ rectæ ΑΔ, Γ. Oportet autem duas inter ΑΔ, Γ proportionales medias invenire. Deſcribatur circa majorem ΑΔ circulus ΑΒΔΖ; eique ΑΒ accommodetur Γ ipſi æqualis; quæ quidem producta concurrat in puncto Π cum recta circulum ad punctum Δ contingente: ducaturque ΒΕΖ contingenti ΠΔ parallela. Intelligatur autem rectus eſſe ad ſemicirculum quidem ΑΒΔ ſemicylindrus; ad rectam vero ΑΔ ſemicirculus, idemque in ſemicylindri parallelogrammo poſitus. Itaque hic ſemicirculus ſi, manente diametri termino Α, a puncto Δ verſus Β circumagatur, cylindricam ſuperficiem ſecabit, et lineam quamdam in ipſa deſcribet. Rurſus autem ſi, manente ΑΔ, circumagatur triangulum ΑΠΔ motu priori illi contrario, conicam ſuperficiem deſcribet recta ΑΠ; quæ quidem circumacta in puncto aliquo cum cylindrica ſuperficie concurret; dum punctum ejus Β ſemicirculum in conica ſuperficie deſcribet. Ubi igitur primum hæ lineæ invicem concurrunt, circumactus quidem ſemicirculus eodem, quo ΔΚΑ, ſitu jaceat; triangulum vero huic occurrens eodem, quo ΔΛΑ: et in quo concurrunt puncto, hoc



ſit Κ. Porro ſemicirculus, qui a puncto Β deſcribitur, ſit ΒΜΖ; communiſque ipſius, et circuli ΒΔΖΑ ſectio, ΒΖ: et ducetur a puncto Κ ad ſemicirculi ΒΔΑ planum normalis; quæ utique, cum cylindrus rectus ſit, in circuli circumferentiam cadet. Itaque cadat, eaque ſit ΚΙ: et occurrat recta quidem, quæ a puncto Ι ad Α jungitur, ipſi ΒΖ in puncto Θ; recta vero ΑΛ ſemicirculo ΒΜΖ in puncto Μ: rectæque jungantur ΚΔ,

[a] μακρηνῶν [b] αἱ ΑΒΓ [c] τῶν ΑΒΓ [d] τεμεῖ [e] τᾶς ΑΠ εὐθείας, αἱ δὲ

MI, MΘ. Quoniam igitur uterque ſemicirculus ΔKA, BMZ rectus ad ſubjectum planum eſt, communis etiam ipſorum ſectio MΘ ad planum circuli eſt recta: quare MΘ recta etiam eſt ad BZ. Quod igitur ſpatium ſub ΘB, ΘZ continetur; hoc eſt illud, quod continetur ſub ΘA, ΘI, id quadrato æquale eſt, quod a MΘ deſcribitur. Hinc triangulum AMI utrique horum eſt ſimile MIΘ, MAΘ; rectuſque angulus IMA. Eſt autem rectus etiam angulus ΔKA. Parallelæ ſunt igitur KΔ, MI: Et propter triangulorum ſimilitudinem, ut ΔA ad AK, hoc eſt, ut KA ad AI, ita ſe habebit IA ad AM. Hæ igitur quatuor ΔA, AK, AI, AM proportionales deinceps ſunt. Æqualis eſt autem AM ipſi Γ, quoniam et ipſi AB æqualis eſt. Datis igitur duabus AΔ, Γ, duæ proportionales mediæ inventæ ſunt AK, AI.

καὶ αἱ KΔ, MI, MΘ. Ἐστὶ δὴ ἑκάτερον τῶν ΔKA, BMZ ἡμικυκλίων ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ MΘ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὥστε τι καὶ πρὸς τὴν BZ ὀρθή ἐστιν ἡ MΘ. Τὸ ἄρα [a] ὑπὸ τῶν ΘB, ΘZ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘA, ΘI, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ MΘ. Ὁμοίων δὴ ὄντων τῶν AMI τριγώνων ἑκατέρῳ τῶν MIΘ, MAΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ IMA. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔKA ὀρθή. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ KΔ, MI. [x] Καὶ ἔστιν ἀνάλογον ὡς ἡ ΔA πρὸς AK, τουτέστιν ἡ KA πρὸς AI, ἕτως ἡ IA πρὸς AM, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων. Τέσσαρες ἄρα αἱ ΔA, AK, AI, AM ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. Καί ἐστιν ἡ AM ἴση τῇ Γ, ἑκατέρα δὲ τῶν AB. Δύο ἄρα δεδομέναις τῇ, AΔ, Γ δύο μέσαι ἀνάλογον [y] εὕρηνται αἱ AK, AI.

QUA ERATOSTHENES.

Eratoſthenes Regi Ptolemæo Salutem.

Veterum tragœdorum quemdam introduxiſſe Minoem ferunt ſepulchrum Glauco extruentem. Qui cum percontando audiſſet centum illud pedes quaquaverſum patere; exiguum refers, inquit, regii ſepulchri modum; duplum id fiat. Cum autem cujuſque lateris craſſitudinem duplicaſſet; ſervata licet cubi figura, tamen erraſſe viſus eſt. Si enim ſolidi alicujus latera duplicaveris, ſuperficies quidem quadrupla fiet, ſolidum vero ipſum, octuplum. Quocirca illud a Geometris quæſitum eſt, quomodo aliquis datum ſolidum, eadem ſervata figura, duplicaret. Problema autem hujuſmodi cubi duplicatio vocabatur: quippe, cubo propoſito, qua illud ratione duplicari poſſet, quærebatur. Porro cum cæteri omnes diu de re hac ſuſpenſi fuiſſent, primus animadvertit Hippocrates Chius, ſi, datis duabus rectis, quarum major dupla minoris eſſet, ratio aliqua inveniretur duas proportionales medias proportione continua ſumendi; tunc cubum duplicatum iri: quo factum eſt, ut difficultas illa in aliam haud minorem difficultatem abierit. Tempore autem poſt aliquo, cum Delii, ingruente morbo, juſſi eſſent ab oraculo quamdem aram duplicare, in eamdem hanc difficultatem incidiſſe dicuntur. Itaque ad Geometras, qui tum in Platonis Academia florebant, quoſdam oratum miſere, ut rem ſibi expedirent. Hi autem cum animum in id acriter intendiſſent, quæſiſſentque, ſi qua ratio iniri poſſet, datis duabus rectis, duas medias ſumendi; dicuntur Architas Tarentinus, et Eudoxus propoſitum confeciſſe; alter quidem per ſemicylindros, alter vero per lineas, quæ curvæ vocantur. Verum contigit, ut hi, aliique omnes rem quidem demonſtrando aperire, non vero manu perficere, et uſui accommodare potuerint; niſi forte aliquo modo Menechmus, et hic quidem ipſe ſatis operoſe. Ego autem inſtrumentum quoddam facile excogitavi, cujus ope inter datas duas rectas non modo duæ mediæ, ſed quot quis imperaverit, invenientur. Porro id cum aſſecuti ſimus, generaliter quis poterit datum ſolidum parallelogrammis comprehenſum in cubum, aut ſimile aliud ſolidum mutare, ſervataque ſimilitudine augere. Quinetiam poterit templa Deum, et aras, et humidorum ſiccorumque menſuras, puta metretam et medimnum, mutare in cubum; et per hujus latus vaſa horum capacia metiri, quantum unumquodque contineat. Præterea inſtrumentum hoc iis quoque utile erit, qui catapultas, baliſtaſque augere volent. Hæc enim omnia proportionaliter au-

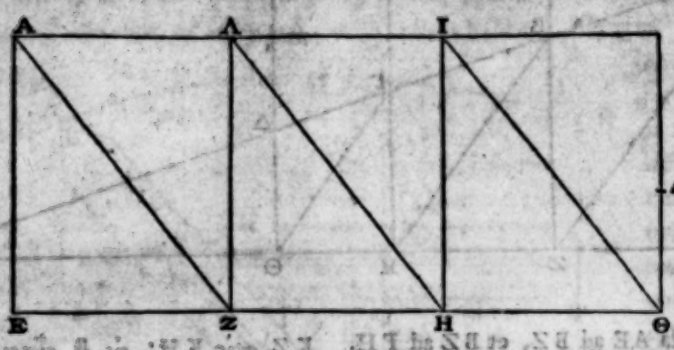
[z] ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασὶν, εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα τάφον. Πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχῇ ἑκατόμπηχύς ἐστι, εἰπεῖν, μικρὸν γ' ἔλεξας βασιλικῷ σηκὸν τάφῳ, διπλάσιος ἔστω. [a] Τῶν γὰρ τῆς κύβου μὲν σφαλεὶς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφῳ, ἔθηκεν διημαρτηκέναι. Τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιαθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον [b] γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. Ἐζητεῖτο δὴ ἐκ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις, τίνα ἂν τις τρόπον τὸ δοθὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. Καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα, κύβου διπλασιασμὸς· ὑποθεμένου γάρ κύβον, ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι. Πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, φῶτον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπινόησεν, ὅτι ἐὰν τυχὸν δύο τοιούτων γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονός ἐστι διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος· ὥς τι τὸ ἀπόρημα αὐτὸ εἰς ἕτερον ἐκ ἔλασσον ἀπόρημα καταγῆφαι. Μετὰ χρόνον δέ [c] τινά φασιν Δηλίους, θεραπευομένους [d] νόσου, κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν [e] θελήσαντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. [f] Διατεμνομένους δὲ, τοὺς περὶ τῷ Πλάτωνι ἐν Ἀκαδημίᾳ γεωμέτρας ἀξιῶν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον. Τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοὺς, καὶ ζητούντων, [g] δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι. Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν. Συμβῆναι δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτῶς [h] γεγραφέναι, χειρουργῆσαι δὲ, καὶ εἰς χρῆσιν πρόειν μὴ δύνασθαι· πλὴν ἐπί γε τοῦ Μενέχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. Ἐπινοῆται δέ τις ὑφ' ἡμῶν [i] ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὁσας ἄν τις ἐπιτάξῃ. Τόπον δὲ εὑρισκομένης, δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιχόμενον εἰς κύβον καθιστᾶναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον [k] μεταπλάσειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν, καὶ ἐπιόξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. Ὥς τι καὶ βωμοὺς, καὶ ναοὺς, δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν μέδιμνον, εἰς κύβον [l] καθιστᾶναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα, πόσον χωρεῖ. Χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ὄπτανμα, καὶ τοῖς βελοποιοῖς ἐπαυξεῖν κατα παλτικὰ, καὶ λιθόβολα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀνάλο-

[a] ὑπὸ τῶν ΘBZ τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘAI, ἴσον καλῶς μὴ σφαλεὶς διπλασιάζειν ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφῳ [b] γὰρ ταχθέντας deeſt. [f] διαμεμψαμένους [g] δύο τῶν δοθεισῶν τίζειν [l] καθιστάσθαι [x] καὶ ἔστιν [y] εὑρηνται [z] Ὡς Ἐρατοσθένης φησὶ [a] τῷ δὲ τῷ [c] τινὰς φασὶ [d] νόσου in MS. deeſt. [e] in MS. ἐπιτάξειν [h] ἀπογεγραφέναι [i] ὀργανικὴ λῆψις ῥαδία [k] μεταπλάσσειν

ζων ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὴ μήκει, καὶ τὴ μεγέθει, καὶ τὴς περιφερείας, καὶ τὴς χαμπίδος, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα ξύλα, ἃ μέλλει καὶ ὁ βολὰ ἀπέλεγαι ἐπαυξηθῆναι. Ταῦτα δὲ ἐ δυατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως. Τὴν δὲ ἀπόδειξιν καὶ τὴν κατασκεδὴν τῦ λεχθέντος ὀργάνε ὑπογράψομέν σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ AE, Δ Θ. Καὶ κείσθω ὅτι τυχὸς εὐθείας τῆ EΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ AE· καὶ δεῖ τῆς EΘ τρία παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ AZ, ZI, IΘ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ AZ, AH, IΘ· ἔσονται δὴ αὗται παράλληλοι. Μένοντος δὲ τῦ μέσου παραλληλογράμμε τῆ ZI, συνωσθήτω, τὸ μὲν AZ ἐπάνω τῦ μέσου, τὸ δὲ IΘ ὑποκάτω, καθάπερ δεῖ τῦ δευτέρου σχήματος, ἕως ἂ γένηται τὰ A, B, Γ, Δ κατ' εὐθείας· καὶ διήχθω ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ σημείων εὐθεῖα, καὶ συμπιπτέτω τῆ EΘ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ K. Ἔσται δὴ ὡς ἡ AK πρὸς KB, ἐν μὲν ταῖς AE, ZB παραλλήλοις, ἡ EK πρὸς KZ· ἐν δὲ ταῖς AZ, BH παραλλήλοις, ἡ ZK πρὸς KH. Ὡς ἄρα ἡ AK πρὸς KB, ἡ EK πρὸς KZ, καὶ ἡ KZ πρὸς KH. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ BK πρὸς KΓ, ἐν μὲν ταῖς BZ, ΓH παραλλήλοις, ἡ ZK πρὸς KH· ἐν δὲ ταῖς BH, ΓΘ παραλλήλοις, ἡ HK πρὸς KΘ· ὡς ἄρα ἡ BK πρὸς KΓ, ἡ ZK πρὸς KH, οὕτως ἡ HK πρὸς KΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ZK πρὸς HK, ἡ EK πρὸς KZ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ EK πρὸς KZ, ἡ ZK πρὸς KH, καὶ ἡ HK πρὸς KΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ EK πρὸς KZ, ἡ AE πρὸς BZ· ὡς δὲ ἡ ZK πρὸς KH, οὕτως ἡ BZ πρὸς ΓH· ὡς δὲ ἡ HK πρὸς KΘ, οὕτως ἡ ΓH πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ AE πρὸς BZ, οὕτως ἡ BZ πρὸς ΓH, οὕτως ἡ ΓH πρὸς ΔΘ. Ἠνωμένου ἄρα τῶν AE, ΔΘ δύο μέσαι, αἵτε BZ καὶ ἡ ΓH.



Ταῦτα μὲν οὖν τῶν γεωμετρικῶν ἐπιφανειῶν ἀποδέδεικται. Ἵνα δὲ καὶ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διατέτυπται πλινθίον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκοῦν ἔχον αὐλίς τρεῖς παχίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐπήρμοσται, οἱ δὲ δύο ἐπτοὶ εἰσὶν ἐν χολίδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι καὶ ταῖς συμμετρίαις, ὡς ἕκαστοι ἑαυτοὺς πλίνθοις. Τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ἀσαύτως συντελεῖται. Πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέστερον λαμβάνειν τὰς γραμμὰς φιλοτιμητέον, ἵνα ἐν τῷ σωλῆνι τοὺς παχίσκους ἁβρόλια διαμένῃ πάντα, καὶ ἄρσεα, καὶ ἐμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις. Ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκοῦν ἐστι, καὶ καθήρμοσαι ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς πίλης πρὸς μεμολιβδοχυμένον. Ὑπ' αὐτῷ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη, καὶ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα. Ὑπογεγράφθω ἐν σοι καὶ ταῦτα, ἵνα ἔχοις καὶ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι. Τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ πίλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Δεδόσθωσαν αἱ AE, Δ Θ. Συνάγω δὴ

genda sunt, crassitudines, magnitudines, foramina, schoenicides, quique iis inseruntur funes; siquidem jactus ipse augeri proportionaliter debeat. Neque vero hoc fieri potest, quin mediæ inveniantur. Sed instrumenti, quod diximus, constructionem, demonstrationemque hic tibi descriptam subjeci. Datæ sint inæquales duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat, AE, Δ Θ. Ponatur AE ad rectos angulos super rectâ aliqua EΘ: et excitentur super EΘ tria parallelogramma deinceps posita AZ, ZI, IΘ: ducanturque in iisdem diametri AZ, AH, IΘ; quæ quidem parallelæ invicem erunt. Itaque, manente medio parallelogrammo ZI, propellantur extrema, alterum quidem supra medium, alterum vero infra; ut in secunda figura, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: et ducatur per hæc puncta A, B, Γ, Δ recta, quæ cum EΘ producta in puncto K concurrat. Igitur ut AK ad KB, ita se habebit; in parallelis quidem AE, ZB; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut AK ad KB, ita se habebit EK ad KZ et KZ ad KH. Rursus quoniam ut BK ad KΓ, ita se habet; in parallelis quidem BZ, ΓH; ZK ad KH; in parallelis vero BH, ΓΘ; HK ad KΘ; ideo ut BK ad KΓ, ita se habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Ut autem ZK ad KH, ita se habet EK ad KZ. Igitur ut EK ad KZ, ita etiam se habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Se habet autem, ut EK quidem ad KZ, ita AE ad BZ; ut ZK vero ad KH, ita BZ ad ΓH; denique ut HK ad KΘ, ita ΓH ad ΔΘ. Se habet igitur, ut AE ad BZ, ita BZ ad ΓH, et ΓH ad ΔΘ. Inventæ sunt igitur inter duas AE, ΔΘ duæ mediæ BZ et ΓH.

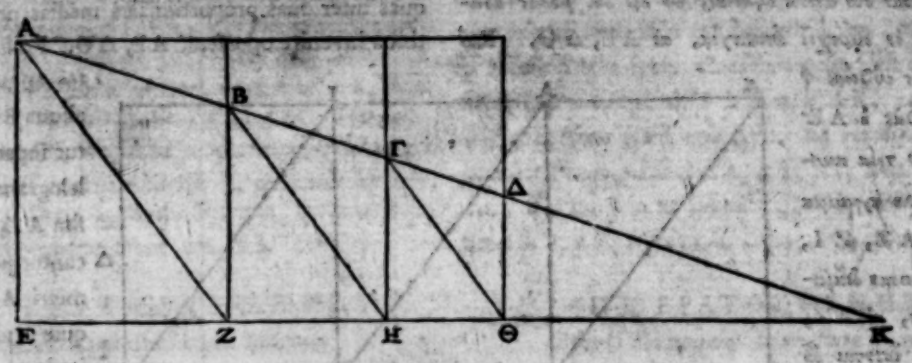
Atque hæc quidem in geometricis superficiebus demonstrata sunt. Ut autem etiam per instrumentum duæ mediæ sumi possint, laterculus elaboretur vel ligneus, vel eburneus, vel æreus, in quo æquales tres tabellæ sint quam maxime exiles; quarum media fixa sit, duæ vero aliæ in strigibus mobiles, ea magnitudine, eaque forma, qua cuique libuerit. Quod autem ad demonstrationem attinet, ea similiter conficietur. Illud vero diligenter animadvertendum est, ut tabellis invicem subeuntibus, cætera omnia parallela maneant, eademque non hiantia, sed æqua lege inter se aptata et connexa. In donario instrumentum æreum est, idque plumbo ferruminatum sub ipsa columnæ corona collocatum fuit. Demonstratio infra ipsum est breviore sermone peracta, itemque figura, et post ipsam epigramma. Igitur hæc quoque subjiciantur; quo rem, etiam ut in donario est, cognoscas. Duarum autem figurarum secunda in columna insculpta est.

Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Datæ sint AE, Δ Θ. Col-

[m] καταμετρήσεως [n] In MS. σημείων deest. [o] ἴσω ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΝ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ. [p] πρὸς ΚΝ [q] καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς Ὡς δὲ ἡ ΚΗ πρὸς ΚΘ, ἡ ΚΓ πρὸς ΔΘ. Καὶ [r] εὕρηνται [s] ἀποδέδεικται pro ἀποδείκται ex MS. [t] παχίσκας [u] ἐμαλὼς [w] μεμολιβδοχυμένον

ligo tabellas, quæ in inſtrumento ſunt, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: quæ utique intelligantur ita ſe habere, ut eſt in figura ſecunda. Ut igitur AK ad KB, ita ſe habet; in parallelis quidem AE, BZ; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut EK ad KZ, ita ſe habet KZ ad KH: et ut

τῆς ἐν τῷ ἐργάνῳ πίναξας, ἕως ἂν κατ' εὐθεῖαν γένηται τὰ A, B, Γ, Δ σημεῖα· γινέσθω δή, ὡς ἔχει ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AK πρὸς KB, ἐν μὲν ταῖς AE, BZ παραλλήλοις, ἡ EK πρὸς KZ· ἐν δὲ ταῖς AZ, BH, ἡ ZK πρὸς KH. Ὡς ἄρα ἡ EK πρὸς KZ, ἡ



ipſæ inter ſe invicem, ita AE ad BZ, et BZ ad ΓH. Eodem modo id quoque demonſtrabitur, ut ZB ad ΓH, ita ſe habere ΓH ad ΔΘ. Proportionales ſunt igitur AE, BZ, ΓH, ΔΘ: et propterea inter datas duas rectas duæ mediæ inventæ ſunt. Quod ſi datæ rectæ æquales ipſis AE, ΔΘ non fuerint; ubi proportionales AE, ΔΘ illis fecerimus, duas inter has ſumemus proportionales medias; regrediendoque ad illas mandatum perficiemus. Sin autem jubeamur plures adhuc medias invenire; diſpoſitis utique in inſtrumento tabellis una pluribus, quam quæ inveniri debent mediæ, id aſſequemur. Cujus rei demonſtratio eadem eſt.

ΚΖ πρὸς ΚΗ· ὡς δὲ αὗται [x] πρὸς ἀλλήλας, ἔστι καὶ ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, καὶ ἡ ΒΖ [y] πρὸς ΓΗ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΓΗ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Ἀνάλογον ἄρα αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΗ, ΔΘ· ἐμπίπτουσι ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι. Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς ΑΕ, ΔΘ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς ΑΕ, ΔΘ, τούτων λαμβάνομεν τὰς μέσας, καὶ ἀναπαλιν ἐπ' ἐκείνας, καὶ ἐσόμεθα ποιήσαντες τὸ ἐπιταχθέν. Ἐὰν δὲ πλείονες μέσαι ἐπιταχθῶσιν εὑρεῖν, εἰ ἐπὶ πλείονι πίνακός κατατεθείμεθα ἐν τῷ ἐργανίῳ τῶν λαμβανομένων μέσων, ταυτὸν γενήσεται. Ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ἑλίγμα διπλάσιον, ὦ γαδὶ, τύχειν
Φράζεαι, τλιὼ στερεὼ πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι, τὸ δέ τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνθρῃ,
Ἢ σίγειν, ἃ καίλε φρεάτος ἐὸν κύτος
Τῷδ' ἀναμετρήσαι, μίσας ὅτι τέρμασιν ἄκροις
Συνδρομάδας διακῶν ἐντὸς ἕλῃς καλόων.
Μὴ δὴ σύ γ' Ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρου,
Μὴ δὲ Μυοχμείνης κανοτομιῶν τριάδας
Δίζεαι· μηδ' εἴ τι σπουδῆος Εὐδόξειο
Καμπυλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖσδε γ' ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τύχοις
Ῥηϊδίᾳ κεν, ἐκ σαύρου συνδμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων [z] Πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ [a] συναίζων
Πάντ' ὄσα καὶ μέσαις ἐν βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω. τὸ δ' ἐς ὕστερον, ἐρέπει Ζεῦ,
Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε [b] χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοντο, λέγοι δέ τις [c] ἄνδιμα λεύσσων·
Τοῦ Κυρηναίης τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

QUA NICHOMEDES
In libro de lineis conchoidibus.

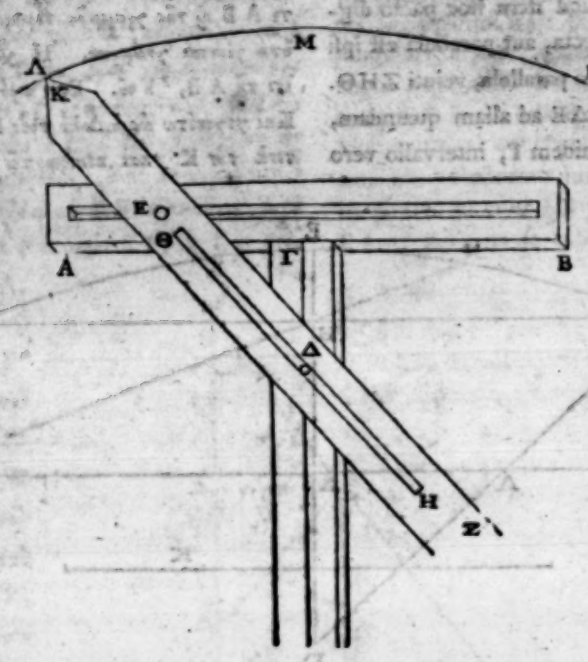
Deſcribit etiam Nicodemes in libro, quem de conchoidibus lineis inſcripſit, inſtrumenti cujuſdam conſtructionem, cujus ope eadem res abſolvitur. Quo quidem in libro magnifice ſeſe jactare videtur, et Eratoſthenis inventa irridere, utpote quæ ardua ſunt, minuſque Geometrica. Itaque ut iis, qui problemati huic operam dederunt, grata res fiat, ſimulque Nicomedes cum Eratoſthene conferri poſſit, cæteris, quos adhuc attulimus, hunc quoque adjungimus hoc fere modo ſcribentem. Intelligendæ ſunt duæ regulæ ad angulos in-

ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ
Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.

Γράφει δὲ καὶ Νικομήδης, ἐν τῷ [d] ὑπογεγραμμένῳ πρὸς αὐτῷ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι, ὀργάνου κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληροῦντος [e] χρείαν. Ἐφ' ᾧ καὶ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολλὰ δὲ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπιγελῶν εὑρέμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τὸ ἅμα καὶ γεωμετρικῆς [f] ἕξεως ἐσχημένοις, [g] τοῦτο ἀνειλεικρῆς. Τῶν τοίνυν, περὶ τοῦ στόλεμα προτεθέντος, τῆς τε πρὸς Ἐρατοσθένη συγκρίσεως ἕνεκα, καὶ αὐτὸν τοῖς ἤδη γεγραμμένοις συναπλομεν δυνάμει γράφοντα ἅπερ.

[x] πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν [y] πρὸς K H [z] Ita MS. [a] Ita MS. [b] χειρὸς [c] ἀνθ' ἁμαλεύσων [d] περιγεγραμμένῳ
[e] χρείας [f] ἕξεως pro δέξεως ex MS. [g] τοῦτο ἀνειλεικρῆς pro -οῦ τ' εἰς ἐλλείποις ex MS.

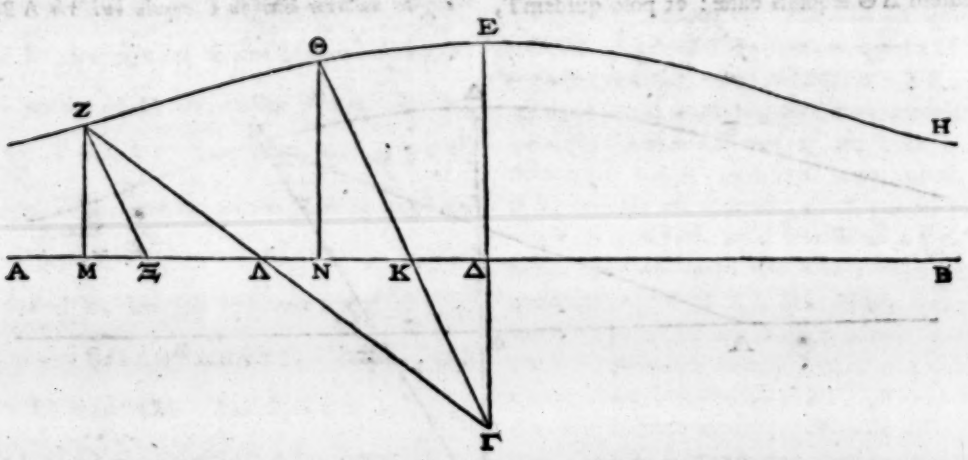
Νοῶν χρὴ κανόνας δύο πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένους ὄντως, ὧν τὸ μίαν ἀποτέμνειν αὐτῶν ὑπερέχοντα παλάστρῳ τισὶν οἱ AB, ΓΔ· ἐν δὴ τῷ AB σωλῆνα [b] πλευροειδῆ, εἰς ὃν ὀχλαίνων διατρέχειν δυνήσεται. Ἐν δὴ τῷ ΓΔ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τῷ Δ, [c] ᾗ μέσην πως διαίρουσιν εὐθεῖαν τὸ πλάτος αὐτῶν, κυλινδρίου συμφυὲς τῷ κανόνι, ᾗ βραχύ τι ὑπερέχον τῶν ἄκρων ἔξωθεν ὑπαρτίους αὐτῶν τῶν κανόνος. Ἄλλον κανόνα, ὡς τὸν EZ, μετὰ βραχύ τι διάστημα τοῦ πρὸς τῷ Z πέρατος ἀνατομὴν ἔχοντα, ὡς τὸν HΘ, δυναμένου [k] περαίνειν τῷ περὶ τῷ Δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὴ τῷ E ὀπὴν στρογγύλην, ἣ τις ἐγκείσεται εἰς τὸ ἄξονιον, συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χαλκαρίῳ ἐν τῷ πλαγιαίῳ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ AB κανόνι. Ἐναρμοδίντος τοίνυν τοῦ EZ κανόνος, κατὰ μὲν τὸν HΘ ἀνατομὴν, ἐν τῷ περὶ Δ κυλινδρίῳ, κατὰ ᾗ τὸ E ὄντων ἐν τῷ ἀξονίῳ τῷ συμφυοῦς τῷ χαλκαρίῳ· ἐάν τις ὀθιλαβόμενος τοῦ K ἄκρου τοῦ κανόνος κινῇ αὐτὸν ὧδε πρὸς τὸ A μέρη, ἔπειτα ὧδε πρὸς τὸ B· τὸ μὲν E σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τοῦ AB κανόνος ἐνεχθήσεται, ἡ δὲ HΘ ἀνατομὴ ὧδε τῷ περὶ τὸ Δ κυλινδρίῳ κυκλήσεται· ἀεὶ τοῦ [l] μέσου τοῦ EZ κανόνος εὐθείας ἐν τῇ κατάσει ἀφ' οὗ ἄξονος τοῦ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίῳ γομένης, τοῦ δὲ EK ὑπερεχοῦς τοῦ κανόνος ἀεὶ τοῦ αὐτοῦ μενόντος. Ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ K ὀπτόμενόν τι γραφεῖον ἐφαπτόμενον τοῦ ἐδάφους, γραφήσεταί τις γραμμὴ, οἷά ἐστιν ἡ ΛMN, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμήν· καὶ διάστημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ EK, μέγεθος τοῦ κανόνος· πόλον δὲ, τὸ Δ.



Ταύτῃ δὴ τῇ γραμμῇ συμβαῖνον δεῖκνυσι, τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπιπτούσῃ τῇ AB κανόνι· καὶ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς καὶ τοῦ AB κανόνος, ὅτι πάντων τέμνει τὴν γραμμήν. Καὶ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐστὶν ἀκατάληκτον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε κειμένου τοῦ AB, [a] πόλου δὲ τοῦ Γ, διαστήματος δὲ τοῦ ΔE, γραμμῆς δὲ κογχοειδοῦς τῆς ZEH. Περαιτέρω δὲ τοῦ Γ δύο αἱ ΓΘ, ΓZ, ἴσων δῆλον ὅτι γινομένων τῶν KΘ, ΛZ. Λέγω ὅτι ἡ ZM καθέτος ἐλάττων τῆς ΘN καθέτου. Μείζονος γὰρ ὄντος τοῦ ὑπὸ MΛΓ γωνίας τοῦ ὑπὸ NKΓ,

vicem rectos ita inter ſe aptatæ et connexæ, ut in una eademque ſuperficie utraque jaceat; cujuſmodi ſunt AB, et ΓΔ: et in AB quidem ſtrix ſecuriclata, in qua ligula moveri poſſit. In ΓΔ vero ab ea parte, in qua eſt Δ, puſillus cylindrus regulæ infixus, atque e ſuperficie ejuſdem regulæ paululum extans; utique in recta, quæ media ipſius latitudinem dividit. Intelligenda item eſt alia regula, puta EZ, modico ab ejus termino Z intervallo rimam habens, puta HΘ, quæ circa cylindrum Δ circumagi poſſit: et ad E foramen rotundum, cui axiculus inferi debet ligulæ infixus, quæ in ſtrige ſecuriclata, quæ in AB eſt, movetur. Itaque accommodata regula EZ, qua quidem rima HΘ eſt, ad cylindrum Δ; qua vero foramen E, ad axiculum ligulæ inſertum: ſi quis; ſumpto regulæ hujus extremo K, eam primum moveat verſus partes A, deinde verſus partes B; punctum quidem E continuo movebitur in regula AB, rima vero HΘ, in cylindro Δ; utique cum eo ut recta, quæ media regulam EZ dividit, per cylindri Δ axem tranſire intelligatur, reliqua regulæ parte EK eadem continuo manente. Quæ cum ita ſint, ſi intelligatur graphium aliquod per K trajectum pavimentum contingere, deſcribetur quædam linea, cujuſmodi eſt ΛMN, quam primam conchoiden lineam Nicomedes vocat; atque intervallum quidem lineæ EK vocat magnitudinem regulæ; punctum vero Δ, polum.

Itaque demonſtrat duo hæc potiſſimum huic lineæ contingere: ut ad regulam AB continuo magis magiſque accedat; et ſi qua recta inter regulam AB et ipſam ducatur, ab hac omnino ſecetur. Horum autem primum facile in figura altera deprehenditur, in qua AB regula eſſe intelligitur; Γ polus; ΔE intervallum; de-



nique ZEH linea conchois. Cadant a puncto Γ hæ duæ ΓΘ, ΓZ; æqualibus videlicet inter ſe invicem KΘ, ΛZ. Dico normalem ZM, ΘN normali minorem eſſe. Major enim cum ſit angulus MΛΓ angulo NKΓ, qui re-

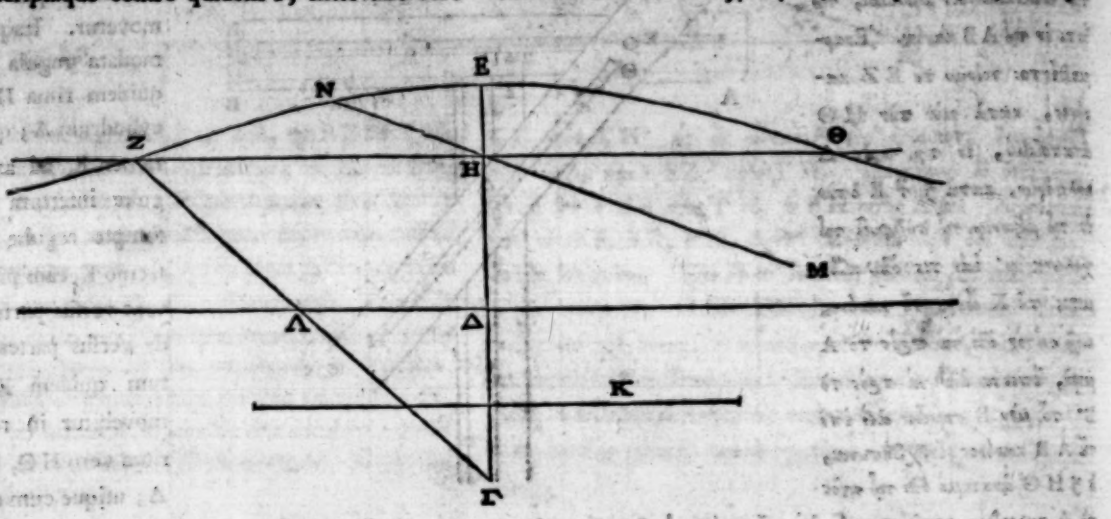
[b] πλευροειδῆ [c] πρὸς [k] περιμένειν [l] τοῦ Z [a] πολὸν [a] πολῶ

liquus est ad duos rectos, MΛZ, reliquo NKΘ est minor. Propterea cum anguli ad puncta M, N sint recti; major est angulus ad punctum Z angulo ad punctum Θ. Quod si angulo ad Θ æqualis constituatur angulus MZΞ; KΘ, hoc est ΛZ, ad ΘN eamdem habebit rationem, quam ΞZ ad ZM. Quare ZΛ minorem ad ΘN rationem habet, quam ad ZM: ideoque ΘN major est quam ZM.

Alterum erat: rectam, quæ inter AB, et lineam ducitur, lineam ipsam secare; quod item hoc pacto dignoscitur. Quæ enim ducitur recta, aut parallela est ipsi AB, aut non parallela. Sit primo parallela, veluti ZHΘ. Fiat autem ut ΔH ad HΓ, ita ΔE ad aliam quamdam, puta K: descriptaque centro quidem Γ, intervallo vero

λαμβὰ ἡ λυτοῦσα τὰς δύο ἐφθὰς ἡ ὑπὸ MΛZ λυτῆς ἡ ὑπὸ NKΘ ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ διὰ τοῦτο ἐφθῶν ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν πρὸς τοῖς M, N, μείζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Z τῆ πρὸς τῷ Θ. Καὶ ἐὰν τῇ πρὸς τῷ Θ ἴσην συνισώμεθα τὴν ὑπὸ MZΞ, ἡ KΘ, τουτέστιν ἡ ΛZ, πρὸς ΘN τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ ΞZ πρὸς ZM. Ὥστε καὶ ἡ ZΛ πρὸς τὴν ΘN ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ZM· ἡ δὲ τοῦτο μείζων ἡ ΘN τῆς ZM.

Τὸ δὲ δεύτερον ὧδε τὸ, τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς τε AB καὶ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν γραμμήν· ἃ καὶ τούτων ἐστὶ γίνεται γνώριμον. Ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλός ἐστι τῇ AB, ἢ οὔ. Ἐστω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ ZHΘ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ ΔH πρὸς HΓ, οὕτως ἡ ΔE πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν K· καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ K φε-

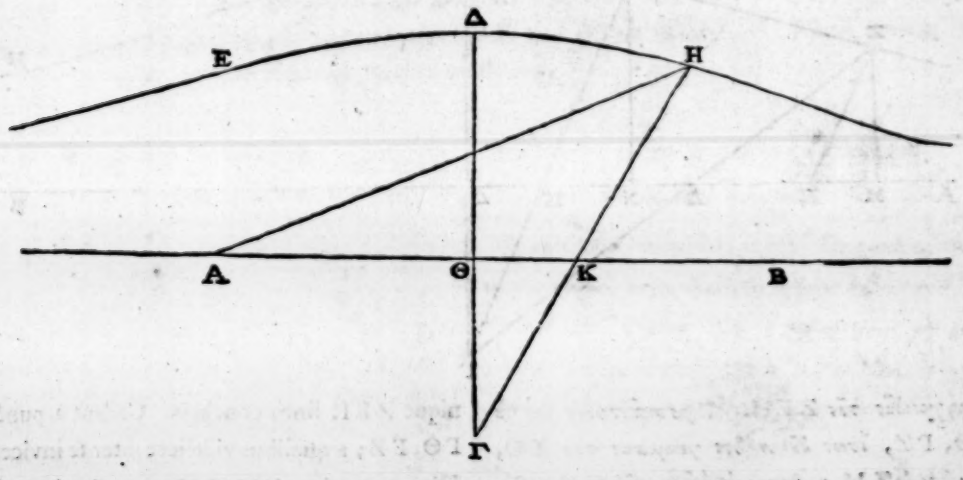


K circumferentia secet ZH in puncto Z: et jungatur ΓZ. Ut igitur ΔH ad HΓ, ita se habet ΛZ ad ZΓ. Ut autem ΔH ad HΓ, ita se habet ΔE ad K, hoc est ΓZ. Æqualis est igitur ΔE ipsi ΛZ: quod fieri non potest. Oportet enim punctum Z ad lineam esse. At vero, quæ ducitur recta, parallela non sit, cujusmodi est MHN: ducaturque per punctum H, ZH ipsi AB parallela. Occurret igitur ZH, atque adeo multo magis MN ipsi lineæ. Itaque cum hæc ex instrumenti constructione consequantur, quod in rem nostram facit hoc pacto demonstratur.

Dato rursus angulo A, puncto que extra ipsum Γ, ducere rectam ΓH, atque in ea KH datæ æqualem efficere. Ducatur a puncto Γ ad AB normalis ΓΘ, eaque producatur. Sit autem ΔΘ æqualis datæ: et polo quidem Γ,

φέρεια γραφεῖσα τεμείτω τὴν ZH κατὰ τὸ Z, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓZ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔH πρὸς HΓ, οὕτως ἡ ΛZ πρὸς ZΓ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΔH πρὸς HΓ, οὕτως ἡ ΔE πρὸς τὴν K, τουτέστι τὴν ΓZ. Ἴση ἄρα ἡ ΔE τῇ ΛZ ὅπερ ἀδύνατον. Δεῖ γὰρ εἶναι τὸ Z πρὸς τῇ γραμμῇ. Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ διαγομένη παράλληλος, καὶ ἔστω ὡς ἡ MHN· λέγω ὅτι καὶ διὰ τοῦ H παράλληλος τῇ AB, ἡ ZH. Ἡ ἄρα ZH συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, ὅπου τε πολλῷ μᾶλλον ἡ MN. Τούτων δὲ ὄντων τῶν παρακελευσμάτων διὰ τοῦ ὀργάνου, τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται οὕτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς A, καὶ σημείου ἐκτὸς τοῦ Γ, διάγειν τὴν ΓH, καὶ ποιεῖν τὴν KH ἴσην τῇ δοθείσῃ. Ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν AB, ἡ ΓΘ, καὶ



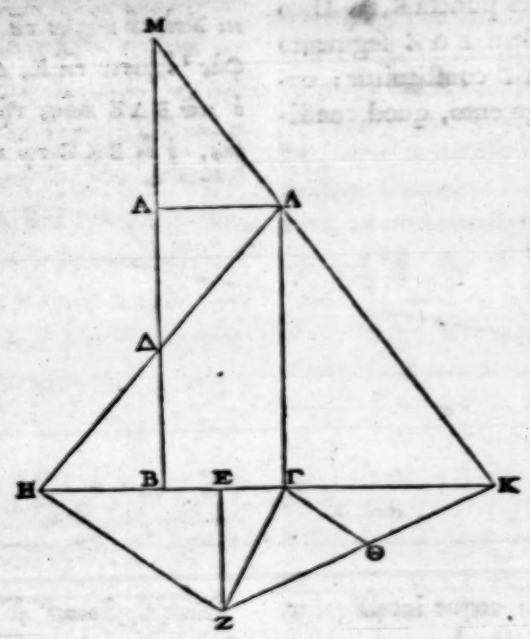
intervallo vero data ΔΘ, denique regula AB, prima describatur linea conchois EΔZ; quæ quidem cum ipsa

ἐκβεβλήσθω. Καὶ τῇ δοθείσῃ ἴσον ἔστω ἡ ΔΘ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ ΔΘ, κύκλου δὲ τοῦ AB, γε-

[o] καὶ τοῦτο δέος. Οὕτω γὰρ γνώριμον. [p] ἢ ὅτι [q] ὅπερ ex MS. [r] διαλεγομένη [s] πολλῷ

γεάφθω συγχοειδὴς γεαμμὴ σφότε ἡ ΕΕΖ. Συμβάλλει ἄρα τῇ ΑΗ, διὰ τὸ σφοδιχθῆν· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΓΗ. Ἴση ἄρα ἡ ΚΗ τῇ διαθέσει.

Τέτων διχθέντων, διπλάσιον λόγον ἔξουσιν αἱ ΓΑ, ΑΑ σφὸς ἀλλήλας, ὃν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΒΓΛ σφαλληλόγεαμμον· καὶ τετμήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ, τοῖς Δ, Ε σημείοις· καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ ΔΑ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΒ ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ Η. Τῇ δὲ ΒΓ σφὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΖ· καὶ σφοσεκβεβλήσθω ἡ ΓΖ ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ σφάλληλος ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας ὀφθείσης τῆς ὑπὸ τῶν ΚΓΘ, ἀπολαβόντος τὴ Ζ, διήχθω ἡ ΖΘΚ, σοιῶσα τὴν ἴσην τῇ ΘΚ τῇ ΑΔ, ἢ τῇ ΓΖ. Τοῦτο γὰς ὡς δυνατὸν ἐδείχθη διὰ τῆς συγχοειδοῦς. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΛ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΑΒ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Μ. Λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ΓΛ σφὸς ΚΓ, ἡ ΚΓ σφὸς ΜΑ, καὶ ἡ ΜΑ σφὸς τὴν ΑΛ.



Ἐπεὶ ἡ ΒΓ τέτμηται δίχα τῷ Ε, καὶ σφόσκειται αὐτῇ ἡ ΚΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΚ. Κοινὸν σφοσκείσθω, τὸ ἀπὸ ΕΖ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τῶν ἀπὸ ΓΕ, ΕΖ, τετέσι τῦ ἀπὸ ΓΖ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τετέστι τῷ ἀπὸ ΚΖ. Καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ ΜΑ σφὸς ΑΒ, [w] ἡ ΜΛ σφὸς ΛΚ· ὡς δὲ ἡ ΜΑ σφὸς ΑΚ, ὕτως ἡ ΒΓ σφὸς ΓΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΜΑ σφὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΒΓ σφὸς ΓΚ. Καί ἐστι τῆς μὲν ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΔ, τῆς δὲ ΒΓ διπλῆ ἡ ΓΗ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΛΓ [x] τῆ ΑΔ. [y]Ἐσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΜΑ σφὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΗΓ σφὸς ΓΚ. Ἀλλ' ὡς [y] ἡ ΗΓ σφὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΖΘ σφὸς ΘΚ, διὰ τὰς σφαλλήλους τὰς ΗΖ, ΓΘ. Καὶ σκωδέντι ἄρα ὡς ἡ ΜΔ σφὸς ΔΑ, ἡ ΖΚ σφὸς ΚΘ. [z]Ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΘΚ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΓΖ [a] ἴση ἐστίν ἡ ΑΔ. [z]Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΜΔ, ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΑ· τῷ δὲ ἀπὸ ΖΚ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, [a] μετὰ τῦ ἀπὸ ΓΖ. [z]Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τῦ ἀπὸ ΓΖ· ὧν τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ, ἴση γὰς ὑπόκειται ἡ ΑΔ τῇ ΓΖ. [z]Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΒΜΑ τῷ ὑπὸ ΒΚΓ. [b]Ὡς ἄρα ἡ ΜΒ σφὸς ΒΚ, ἡ ΚΓ σφὸς ΑΜ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΜ σφὸς ΒΚ, ἡ ΓΛ σφὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΛ [b] σφὸς ΓΚ, ὕτως ἡ ΓΚ σφὸς ΑΜ. [c]Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΛΓ σφὸς ΓΚ, ἡ ΜΑ σφὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΓ σφὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ σφὸς ΑΜ, καὶ ἡ ΑΜ σφὸς ΑΛ.

AH, ut demonſtratum eſt, concurret. Concurrat utique in puncto H: et jungatur ΓH. Eſt igitur KH datæ æqualis.

Quæ cum demonſtrata ſint, dentur modo duæ rectæ ΓΑ, ΑΑ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat. Compleatur parallelogrammum ΑΒΓΛ: et ſecetur utraque ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes punctis Δ et Ε: junctaque ΔΑ producatur, eademque cum ΓΒ producta in puncto H concurrat. Sit autem ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΓ: et ducatur ΓΖ ipſi ΑΔ, æqualis: jungaturque ΖΗ; eidemque parallela ΓΘ. Porro dato angulo, qui a ΚΓΘ continetur, punctoque Γ, recta ducatur ΖΘΚ, in qua ΘΚ ipſi ΑΔ, vel ΓΖ æqualis fiat. Hoc enim per conchoiden lineam fieri poſſe demonſtratum eſt. Poſtremo juncta ΚΑ producatur, eademque in puncto Μ cum ΑΒ producta concurrat. Dico, ut ΓΑ ad ΚΓ, ita ſe habere tum ΚΓ ad ΜΑ, tum ΜΑ ad ΑΛ. Quoniam ΒΓ ſecta in duas æquas partes eſt in puncto Ε, eique addita ΚΓ; ſpatium, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadrato, quod a ΓΕ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΕΚ. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Spatium igitur, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadratis, quæ a ΓΕ, ΕΖ deſcribuntur; hoc eſt quadrato, quod a ΓΖ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a ΚΕ, ΕΖ; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur a ΚΖ. Et quoniam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΜΛ ad ΛΚ; et ut ΜΛ ad ΑΚ, ita ΒΓ ad ΓΚ; ideo etiam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΒΓ ad ΓΚ. Eſt autem ipſius quidem ΑΒ dimidia ΑΔ; ipſius vero ΒΓ dupla ΓΗ; quoniam et ΛΓ ipſius ΑΔ eſt dupla. Igitur etiam ut ΜΑ ad ΑΔ, ita ſe habebit ΗΓ ad ΓΚ. Ut autem ΗΓ ad ΓΚ, ita ſe habet ΖΘ ad ΘΚ, propter parallelas ΗΖ, ΓΘ. Igitur etiam componendo, ut ΜΔ ad ΔΑ, ita ſe habebit ΖΚ ad ΚΘ. Ponitur autem ΑΔ æqualem eſſe ipſi ΘΚ; cum ipſi quoque ΓΖ æqualis ſit. Æqualis eſt igitur etiam ΜΔ ipſi ΖΚ; ideoque et quadratum, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΖΚ. At quadrato quidem, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale eſt ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΔΑ; quadrato vero, quod deſcribitur a ΖΚ, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod ab ΑΔ deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ: quadratum autem quod ab ΑΔ deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur a ΖΓ, eſt æquale; quoniam ΑΔ ipſi ΓΖ eſt æqualis. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ. Ut igitur ΜΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΓ ad ΑΜ. Ut autem ΒΜ ad ΒΚ, ita ſe habet ΓΛ ad ΓΚ. Igitur etiam ut ΓΛ ad ΓΚ, ita ſe habet ΓΚ ad ΑΜ. Se habet autem etiam ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΜΑ ad ΑΛ. Se habet igitur ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΓΚ ad ΑΜ, et ΑΜ ad ΑΛ.

[a] ἡ ΓΘ ἴση οὖση τῇ ΑΔ· καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ σφαλλήλος ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας [z] ἴσον τὸν ΘΚΑΔΗ, τῇ ΓΖ [w] ἡ ΜΑ σφὸς ΑΚ. [x] τῆς ΑΒ. ἴση [y] ἡ ΜΓ [z] ἴση ἐστὶ ἡ ἀπὸ ΜΔ. [z]Ἴσον τὰ ὑπὸ ΒΜ μετὰ τῦ ἀπὸ ΔΑ [a] μετὰ τῦ ἀπὸ ΓΖ. [b]Ὡς τὸ ΑΒ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ. [b] σφὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ [c] ἴση δὲ καὶ ὡς ἡ ΛΓ σφὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα

PROP. III. Theor.

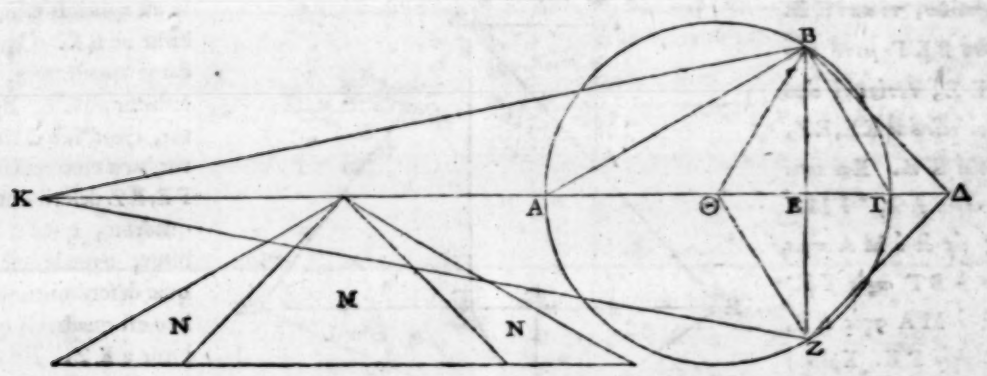
Cuilibet ſphæræ ſegmento æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat eamdem ac ſegmentum, altitudinem vero rectam, quæ ad ſegmenti altitudinem eamdem rationem habeat, quam utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo, ad reliqui ſegmenti altitudinem.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus, cujus diameter AΓ: et ſecetur ſphæra plano per BZ acto, eodemque recto ad AΓ; et centrum ſit punctum Θ. Fiat autem, ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ΔE ad ΓE; rurſuſque fiat, ut utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE, ita KE ad EA: et deſcribantur a circulo, qui circa diametrum BZ eſt, coni vertices habentes puncta K, Δ. Dico æqualem eſſe conum quidem BΔZ ſegmento ſphæræ, quod ad punctum Γ conſtituitur; conum vero BKZ ſphæræ ſegmento, quod conſtituitur ad punctum A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, ὁ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα, τῷ διὰ τοῦ BZ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Καὶ πεπλήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ· καὶ πάλιν πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ, κορυφὰς [d] ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν BΔZ κῶνος τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τῷ κατὰ τὸ Α σημεῖον.



Jungantur enim BΘ, ΘZ: atque intelligatur conus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum BZ deſcribitur, verticem vero punctum Θ. Sit item conus M, baſim quidem habens æqualem ſuperficiei ſphæræ ſegmenti BΓZ; nempe illius, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit rectæ BΓ; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Eſt autem conus M æqualis ſolido ſectori BΓΘZ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Quoniam vero ut ΔE ad EΓ, ita ſe habet utraque ſimul ΘA, AE ad AE; ſe habebit, dividendo, ut ΓΔ ad ΓE, ita ΘA ad AE, hoc eſt ΓΘ ad AE; et permutando, ut ΔΓ ad ΓΘ, ita ΓE ad EA; et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓA ad AE: hoc eſt quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Ut igitur ΘΔ ad ΓΘ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Æqualis eſt autem quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Æqualis eſt autem ΓB ei, quæ ex centro circuli M, et BE ea eſt, quæ ex centro circuli, qui circa diametrum BZ deſcribitur. Ut igitur ΔΘ ad ΘΓ, ita ſe habet circulus M ad circulum, qui circa diametrum BZ deſcribitur. Æqualis eſt autem ΘΓ axi coni M. Ut igitur ΔΘ ad axem coni M, ita ſe habet cir-

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ BΘ, ΘZ· καὶ [e] νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον. Καὶ ἔστω κῶνος ὁ M, βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ὁποτεοῦν τοῦ BΓZ τμήματος τῆς σφαίρας· τετάσθω [f] δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ BΓ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἔστι δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ BΓΘZ στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτω συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ· διελόντι [g] ἔσται ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΑΕ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐστὶν, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ BΕ. [h] Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ BΕ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓΒ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, ἡ δὲ BΕ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὸν BZ κύκλον. Καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ M κώνου. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ

[d] ἔχοντα [e] νοείσθω [f] ὕτως [g] ἐστὶν [h] ὡς ἄρα ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΔΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ BΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΕ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ BΕ. ἴση

Μ κώνυ, ἔτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι δέδεικται. Ἢ ἔτως. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὸ ὕψος [k] Μ κώνυ, ἔτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, [l] ἴσος ἄρα ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, [m] ἧ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΘ. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ' ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΔΘ, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Μ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΘΖ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΓΖΘ στερεῷ τομεῖ. Καὶ ὁ ΒΓΖΘ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνυ, [n] ἧ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ, λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΖΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος, ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, ἔτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, διελόντι ἄρα ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, ἔτως ἡ ΘΓ πρὸς ΓΕ. Ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΘ, ἔτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τετέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ Ν, ἴσον ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τὴν [o] ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ὑπὸ φανείσῃ τοῦ ΒΑΖ τμήματος. Καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ Ν, ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ ΒΘΖΑ στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, ἔτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τετέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλου, τετέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῷ ὕψει τοῦ Ν κώνου. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου, ἔτως ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τετέστιν ὁ ΒΘΖΑ τομεὺς τῷ ΒΘΖΚ σχήματι. Κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ. Ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΖΚ κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ φανερὸν ὅτι γίγνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον [a] τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον ὡς συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ καθετὸς τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν καθετὸν τοῦ λοιποῦ τμήματος.

culus Μ ad circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur. Æqualis eſt igitur conus, qui baſim quidem habet circulum Μ, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ, rhombo ſolido ΒΔΖΘ. Hoc enim in lemmatibus primi libri demonſtratum eſt. Vel hoc pacto. Quoniam ut ΔΘ ad altitudinem coni Μ, ita ſe habet circulus Μ ad circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur; ideo conus Μ æqualis eſt cono, cujus quidem baſis circulus, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudo vero ΔΘ. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudinem vero ΔΘ, æqualis eſt rhombo ſolido ΒΔΖΘ. Igitur etiam conus Μ æqualis eſt rhombo ſolido ΒΔΖΘ. Sed conus Μ æqualis eſt ſolido ſectori ΒΓΖΘ. Igitur ſolidus etiam ſector ΒΓΖΘ æqualis eſt rhombo ſolido ΒΔΖΘ. Igitur ablato communi cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudo vero ΕΘ, reliquus conus ΒΔΖ ſphæræ ſegmento ΒΖΓ eſt æqualis. Pariter vero demonſtrabitur etiam conum ΒΚΖ ſphæræ ſegmento ΒΑΖ æqualem eſſe. Quoniam enim ut utraque ſimul ΘΓ, ΓΕ ad ΓΕ, ita ſe habet ΚΕ ad ΕΑ; dividendo, ut ΚΑ ad ΑΕ, ita ſe habet ΘΓ ad ΓΕ. Æqualis eſt autem ΘΓ rectæ ΘΑ. Igitur etiam permutando, ut ΚΑ ad ΑΘ, ita ſe habet ΑΕ ad ΕΓ. Quare etiam componendo, ut ΚΘ ad ΘΑ, ita ſe habet ΑΓ ad ΓΕ; hoc eſt quadratum quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΕ. Rurſus autem ponatur circulus Ν habens eam, quæ ex centro, ipſi ΑΒ æqualem. Circulus igitur Ν æqualis erit ſegmenti ΒΑΖ ſuperficiei. Atque intelligatur conus Ν æqualem habens altitudinem ei, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis eſt igitur ſolido ſectori ΒΘΖΑ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Et quoniam demonſtratum eſt, ut ΚΘ ad ΘΑ, ita ſe habere quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΕ; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Ν, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro circuli circa diametrum Β Ζ deſcripti; hoc eſt circulus Ν ad circulum circa diametrum Β Ζ deſcriptum. Æqualis autem eſt ΑΘ altitudini coni Ν. Ideo ut ΚΘ ad coni Ν altitudinem, ita ſe habet circulus Ν ad circulum circa diametrum Β Ζ deſcriptum. Æqualis eſt igitur conus Ν, hoc eſt ſector ΒΘΖΑ, figuræ ΒΘΖΚ. Communis addatur conus, cujus quidem baſis circulus circa Β Ζ deſcriptus, altitudo vero ΕΘ. Totum igitur ſegmentum ſphæræ ΑΒΖ æquale eſt cono ΒΖΚ: quod oportebat demonſtrare.

Illud quoque generaliter manifeſtum eſt, ſphæræ ſegmentum ita ſe habere ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, ut utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti normalis, ad reliqui ſegmenti normalem. Ut

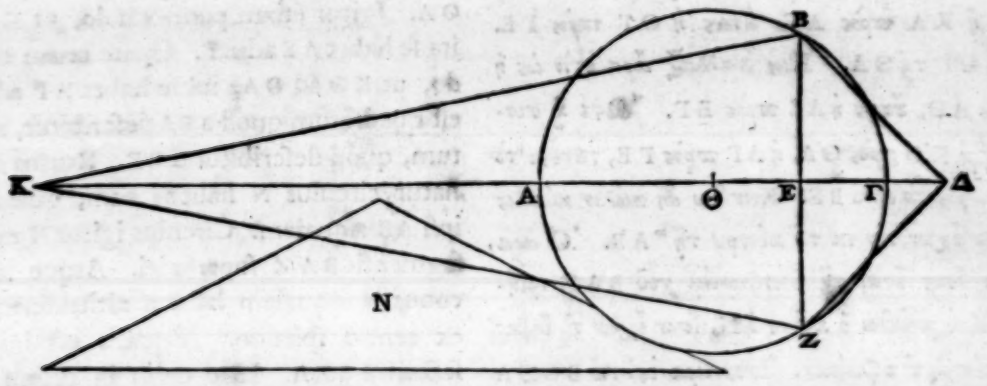
[k] ἔτω [l] ἔτω [m] ΑΒ. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ in MS. deſunt. [a] τὸν ex MS.

enim ΔE ad EΓ, ita ſe habet conus ΔZB, hoc eſt ſegmentum BΓZ, ad conum BΓZ.

Iiſdem poſitis, demonſtrabimus etiam conum KBZ æqualem eſſe ſphæræ ſegmento AZB. Sit enim conus N baſim quidem habens æqualem ſphæræ ſuperficiei, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis igitur ſphæræ eſt conus. Demonſtratum enim eſt, ſphæram coni eſſe quadruplam, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. At vero etiam conus N ejuſdem coni eſt quadruplus: quoniam quadrupla eſt cum baſis, tum ſphæræ ſuperficies circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Et quoniam ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ſe habet ΔE ad EΓ; dividendo, et permutando, ut ΘΓ ad ΓΔ ita ſe habet AE ad EΓ. Rurſus quoniam ut KE ad EA, ita ſe habet utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE; dividendo, et permutando, ut KA ad ΓΘ, hoc eſt ad ΘA, ita ſe habet AE ad EΓ; hoc eſt ΘΓ ad ΓΔ. Et componendo. Æqualis eſt autem AΘ ipſi ΘΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΔΓ; ac tota KΔ ita ſe habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc eſt, ut KΘ ad ΘA. Quod igitur ſpatium ſub ΔΘ, ΘK continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔK, ΘA. Rurſus quoniam ut KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΓΔ; permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΘΓ ad ΓΔ. Ut autem ΘΓ ad ΓΔ ita demonſtratum eſt ſe habere AE ad EΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub KΔ, AΘ. Ut igitur quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΔ, AΘ continetur; hoc eſt, ut KΔ ad AΘ; ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ; hoc eſt ad quadratum, quod deſcribitur ab EB. Æqualis eſt autem AΓ ei, quæ ex centro circuli N. Ut igitur quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadra-

Ὡς γὰρ ἡ ΔE πρὸς EΓ, οὕτως ὁ ΔZB κῶνος, τουτέστι τὸ BΓZ τμῆμα πρὸς τὸν BΓZ κῶνον.

Τῶν αὐτῶν ὑπακειμένων, [a] δείξομεν ὅτι καὶ ὁ KBZ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ AZB τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔστω γὰρ ὁ N κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ. Ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ N κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπλάσιος· ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τέ ἐστι τῆς αὐτῆς. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘA, AE πρὸς AE, ἡ ΔE πρὸς EΓ· διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ AE πρὸς EΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ KE πρὸς EA, συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓE πρὸς ΓE· διελόντι. καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ KA πρὸς ΓΘ, τουτέστι πρὸς ΘA, οὕτως ἡ AE πρὸς EΓ· τετάρτων ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Καὶ συνθέντι. Ἴση ἐστὶν ἡ AΘ τῇ ΘΓ. Ὡς ἄρα ἡ KΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ KΔ [p] πρὸς ΔΘ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ὡς ἡ KΘ πρὸς ΘA. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘK, τῷ ὑπὸ τῶν ΔK, ΘA. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ KΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλὰξ, ὡς [q] ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ AE πρὸς EΓ. Ὡς ἄρα ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, [r] ἡ AE πρὸς EΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ KΔ πρὸς τὸ ὑπὸ KΘ, ΘΔ, τὸ ἀπὸ AΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν AE, EΓ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν KΘ, ΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ KΔ, AΘ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ KΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν KΔ, AΘ, τουτέστιν ἡ KΔ πρὸς AΘ, τὸ ἀπὸ AΓ πρὸς τὸ ὑπὸ AE, EΓ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ EB. Καί ἐστιν ἴση ἡ AΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ BE, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, οὕτως ἡ KΔ πρὸς AΘ· τουτέστιν



[a] In MS. δείξομεν deeſt [p] πρὸς AΘ [q] ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ in MS. deſunt. [r] ἡ AΘ

ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τετάρτῃ ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἢ ἔτως. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ἕτως ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. Ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ᾽ ἕτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τετάρτη ἡ σφαῖρα ἴση ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ, τῷ ἐκ τῶν κώνων συγκειμένῳ τῶν ΒΔΖ, ΒΚΖ· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆ σφαίρας. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

tum, quod deſcribitur a BE; hoc eſt circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriptum, ita ſe habet KΔ ad AΘ; hoc eſt KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſphæra, rhombo ſolido BΔZK. Vel hoc pacto. Ut igitur circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriptum, ita ſe habet KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N cono, cujus quidem baſis eſt circulus circa diametrum BZ deſcriptus, altitudo vero ΔK. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed hic conus æqualis eſt rhombo ſolido BKZΔ. Igitur etiam conus N, hoc eſt ſphæra, æqualis eſt rhombo ſolido BKZΔ, quod ex conis componitur BΔZ, BKZ: quorum quidem demonſtratum eſt conum BΔZ ſphæræ ſegmento BΓZ æqualem eſſe. Reliquus igitur conus BKZ æ-æqualis eſt ſphæræ ſegmento BAZ.

EUTOCIUS.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τετάρτη τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ὡς γὰρ ἔν τε αὐτῆς τῆς ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς, ἐπὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ [a]τῷ ΓΒΑ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΒΕ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΓΒ πρὸς ΒΕ. Ὥστε ἐξ ἴσου ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως [b]τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ δὴ τῶν αὐτῶν δείξουσι, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ [c]πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἔστι πάλιν, ὡς ἡ μὲν ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ· τετάρτη ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.

Et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓΑ ad ΑΕ; hoc eſt quadratum, quod a ΓΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Quoniam enim, ut in allata figura, in triangulo rectangulo ΓΒΑ, ducta ab angulo recto ad baſim eſt normalis BE; quæ ad normalem ſunt triangula, ea cum inter ſe invicem tum toti triangulo ſimilia ſunt. Propterea ut ΓΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΒΑ ad ΑΕ, et ΓΒ ad ΒΕ. Atque hinc etiam ut quadratum, quod a ΓΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΒ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Ut autem quadratum, quod a ΓΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΒ, ita ſe habet ΓΑ ad ΑΕ: ut enim prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima, ad quadratum, quod a ſecunda deſcribitur. Ut igitur ΓΑ ad ΑΕ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Eadem ratione demonſtratur ut ΓΑ ad ΓΕ, ita ſe habere quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Rurſus enim, propter triangulorum ſimilitudinem, ut ΑΓ quidem ad ΓΒ, ita ſe habet ΒΓ ad ΓΕ; hoc eſt ut quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΒ, ita ΑΓ ad ΓΕ; ut vero quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΒ, ita ſe habet quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Igitur etiam ut ΑΓ ad ΓΕ, ita ſe habet quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE.

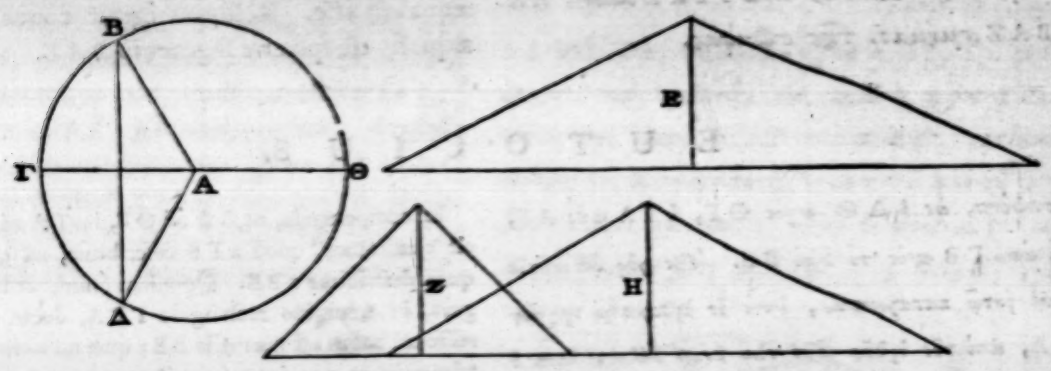
Εἶτα ἐφεξῆς δεικνύναι ποιούμενος τὸ ΒΑΖ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον τῷ ΒΚΖ κώνῳ· ἐκθέμενος κῶνον τὸν Ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσον τῷ ἐπιφανείᾳ τῇ ΒΑΖ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ Ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΖΑΒΘ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἰσέον δέ, ὅτι ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ ὁ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀποδείκνυσι ἴσον ὄντα τῷ ἴτους λαμβανομένῳ [d]κώνῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τῆ κώνου ἐπιφανείας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου· ὃν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίνετο. Ἔφασκεν γάρ· τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ὅταν σφαίρας κῶνος τέμνει τὰν

Deinceps vero cum hoc ſibi demonſtrandum ſuſciperet, ſegmento ſphæræ BAZ æqualem eſſe conum BKZ; poſito cono N baſim quidem æqualem habente ſuperficiei ſegmenti BAZ, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; conum hunc æqualem eſſe dicit ſolido ſectori ZABΘ, ut in primo libro demonſtratum eſt. Illud autem ſciendum eſt, eum primo in libro ejuſmodi ſectorem non huic quidem cono æqualem eſſe demonſtraſſe, ſed ei, qui a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ hemiſphærio minore comprehenditur: quem quidem in definitionibus ſectorem ſolidum proprio nomine vocat. Ait enim: ſectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram

[a] τῷ ΓΒ ἀπὸ [b] τὸ ἀπὸ ΓΘΒ [c] πρὸς τὸ ἀπὸ [d] κώνῳ

conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur. Quæ vero figura nunc propoſita eſt, ea ſane comprehenditur a ſuperficie coni verticem ad ſphæræ centrum habentis, et a ſuperficie ſphæræ; non tamen ea, quæ intra conum ſit. Itaque ejuſmodi figuram cono æqualem eſſe, qui baſim quidem æqualem habeat ſuperficiei ſphæræ, quæ ſegmentum comprehendit, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; ex iis, quæ tradita primo in libro ſunt, hoc pacto demonſtrabitur.

Intelligatur ſphæra ſeorſum poſita: eaque ſecetur plano aliquo, non per centrum; nempe circulo circa diametrum B Δ deſcripto: et ſit ſphæræ centrum punctum A. Intelligatur autem conus baſim quidem habens circulum circa diametrum B Δ deſcriptum, verticem vero punctum A: et ponatur conus E, cujus baſis æqualis ſit ſu-



perficiei ſphæræ, et altitudo ei, quæ ex ſphæræ centro. Hic igitur conus æqualis eſt ſphæræ; quippe coni eſt quadruplus baſim quidem habentis maximum ſphæræ circulum, altitudinem vero eamdem ac ſphæra; cujus quidem coni ſphæram ipſam quadruplam eſſe demonſtratum eſt. Ponantur item alii duo coni Z, H, quorum alter quidem Z baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Γ Δ, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; alter vero H baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Θ Δ, et altitudinem eamdem. Itaque conus Z æqualis eſt ſectori verticem quidem habenti punctum A, baſim vero ſphæræ ſuperficiem B Γ Δ. Quoniam igitur coni E baſis conorum Z, H baſibus æqualis eſt, iique ſub eadem altitudine conſtituuntur; ideo conus E, hoc eſt ſphæra, conis Z, H eſt æqualis. Demonſtratum autem eſt, conum Z ſolido ſectori, qui ad B Γ Δ eſt, punctum A verticem habenti æqualem eſſe. Reliquus igitur conus H æqualis eſt reliquo ſegmento, baſim habenti ſegmenti B Θ Δ ſuperficiem, et altitudinem eam, quæ ex centro.

Rurſus autem dicit: æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſector B Θ Z A, figuræ B Θ Z K. Quoniam enim colligendo concluſit, conum N æqualem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K: conus autem, cujus baſis eadem ſit, et altitudo E K, æqualis eſt ei, quem diximus, cono; et adhuc illi, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ; quippe ſe habent inter ſe invicem ut altitudines. Ideo communi ablato cono, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ, reliqua figura B Θ Z K cono eſt æqualis, qui baſim quidem habet circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K; hoc eſt cono N, ſive ſectori B A Θ Z.

Poſtremo cum corollarium, quod ex demonſtratis ſponte fluit, in theorematis fine ſubjecerit; mox aliam ingreſſus demonſtrandi viam ſphæræ ſegmentum B A Z

---

x ὁ ἄρα E κῶνος y ἴσην z ὅτι τὸ A κεφαλὴ μὲν a ὅτι b ἴση c πρὸς ἀλλήλους

θφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΚΖ κώνῳ. Καὶ σχείσθω φανερὸν ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, [d]ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστίν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ· καὶ συνθέντι· ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. [e]Ἦν γὰρ ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ μετ' ὀλίγον· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ΑΕΓ.

Νοείσθωσαν γὰρ κείμεναι αἱ ΚΔ, ΑΓ· καὶ ἐστω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Λέγω ὅτι καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν ΑΕΓ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ. Ὥστι καὶ τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· ἀλλ' ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, κοινοῦ ὕψους τῆς ΘΔ λαμβανομένης. Ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΕΓ [e]πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ [f]ΓΑ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ ἀναπάλιν. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

cono BKZ æquale esse, quæ postrema erat theorematis pars, colligendo conclusit. Progressusque paululum: ut igitur, inquit, KΘ ad ΘΓ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; totaque KΔ ita se habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc est ut KΘ ad ΘA. Quoniam enim ut KΘ ad ΘΓ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; et permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ΘΓ ad ΓΔ; ideo etiam componendo, ut KΔ ad ΘΔ, ita se habet ΘΔ ad ΔΓ; hoc est KΘ ad ΘA. Ut enim KΘ ad ΘΓ, ita se habebat ΘΔ ad ΔΓ: æqualisque est ΘΓ ipsi ΘA. Et paullo post: ut igitur KΘ ad ΔΘ, ita se habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ describitur, ad spatium, quod sub KΘΔ continetur, ita se habet quadratum, quod describitur ab AΓ, ad spatium, quod continetur sub AEΓ.

Intelligantur enim KΔ, AΓ seorsum positæ: et ut KΘ ad ΘΔ, ita se habeat AE ad EΓ. Dico etiam ut quadratum, quod a KΔ describitur, ad spatium, quod sub KΘΔ continetur, ita se habere quadratum, quod describitur ab AΓ, ad spatium, quod continetur sub AEΓ. Quoniam enim ut KΘ ad ΘΔ, ita se habet AE ad ΓE; etiam componendo ut KΔ ad ΔΘ, ita se habet AΓ ad ΓE. Quare etiam quadratum, quod a KΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΔ, se habet ut quadratum, quod ab AΓ describitur, ad quadratum, quod describitur ab EΓ. Rursus quoniam ut KΘ ad ΘΔ, ita se habet AE ad EΓ: et ut KΘ quidem ad ΘΔ, ita spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a ΘΔ describitur, sumpta ΘΔ communi altitudine. Ut vero AE ad EΓ, ita spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ, sumpta rursus communi altitudine AΓ. Ideo etiam ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a ΘΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ. Demonstratum autem est, ut quadratum, quod a ΘΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔK, ita se habere quadratum, quod describitur ab EΓ, ad quadratum, quod describitur a ΓA. Igitur etiam æqua proportione, ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a KΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab AΓ: et invertendo. Quod oportebat demonstrare.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Τρίτον [e]δὲ πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω ἡ μὲν σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν· καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς σφαίρας τοῦ ΔΑΕ τμήματος, πρὸς τὴν σφαῖραν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ σφαίρᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, [g]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ· τῇ δὲ σφαίρᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ· ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ

A
E
Γ

Ut vero AE ad EΓ, ita spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ, sumpta rursus communi altitudine AΓ. Ideo etiam ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a ΘΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab EΓ. Demonstratum autem est, ut quadratum, quod a ΘΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔK, ita se habere quadratum, quod describitur ab EΓ, ad quadratum, quod describitur a ΓA. Igitur etiam æqua proportione, ut spatium, quod sub KΘΔ continetur, ad quadratum, quod a KΔ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub AEΓ, ad quadratum, quod describitur ab AΓ: et invertendo. Quod oportebat demonstrare.

PROP. IV. Theor.

Tertium problema hoc erat: datam sphæram plano secare, ita ut segmentorum superficies eamdem ac quæ data est inter se invicem rationem habeant.

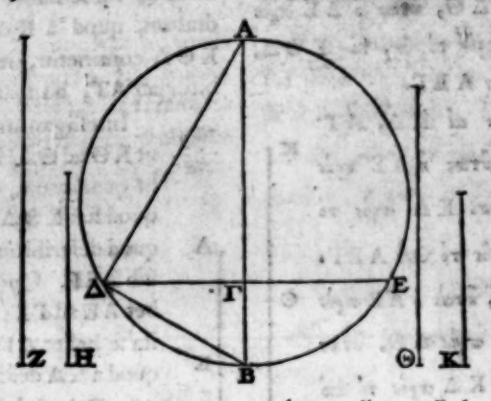
Factum sit: et maximus sphæræ circulus sit ΑΔΒΕ, ejusque diameter ΑΒ: et producatur planum ad ΑΒ rectum; quod quidem planum sectionem in circulo ΑΔΒΕ faciat ΔΕ; junganturque ΑΔ, ΒΔ.

Quoniam igitur ratio superficiei segmenti ΔΑΕ ad segmenti ΔΒΕ superficiem data est: et superficiei quidem segmenti ΔΑΕ æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΑΔ est æqualis; superficiei vero segmenti ΔΒΕ æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΔΒ; atque ut ii, quos diximus, circuli inter se invicem, ita se habet quadratum, quod ab ΑΔ

[d] ἡ Θ Δ πρὸς Δ Γ in MS. desunt. [e] πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕΓ [f] ΓΔ [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ. Τῇ δὲ σφαίρᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ. In MS. desunt.

deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔB; hoc eſt ut AΓ ad ΓB: ideo ratio ipſius AΓ ad ΓB eſt data. Quare datum eſt punctum Γ. Recta autem ad AB eſt ΔE. Datum eſt igitur poſitione etiam planum, quod per ΔE agitur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit ſphæra, cujus maximus circulus AΔBE, et diameter AB. Data autem ratio eadem ſit quæ rectæ Z ad H: ſeceturque AB in puncto Γ, ita ut quemadmodum AΓ ad ΓB, ita ſe habeat Z ad H; et per punctum Γ plano ſphæra ſecetur ad rectos angulos ipſi AB; ſitque communis ſectio ΔE; et jungantur AΔ, ΔB. Ponantur porro duo circuli Θ, K; alter quidem æqualem habens eam, quæ ex centro, ipſi AΔ; alter vero eam, quæ ex centro, æqualem habens ipſi ΔB. Æqualis eſt igitur circulus quidem Θ ſuperficiei ſegmenti ΔAE, circulus vero K ſuperficiei ſegmenti ΔBE. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Et quoniam datus eſt angulus AΔB, normaliſque eſt ΓΔ; ideo ut AΓ ad ΓB, hoc eſt Z ad H, ita ſe habet quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔB; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Θ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro circuli K; hoc eſt ſegmenti ΔAE ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ ſegmenti ΔBE.



ἀπὸ ΔB, τετάρτη ἡ AΓ πρὸς ΓB· λόγος ἄρα τῆς AΓ πρὸς ΓB δοθείς. Ὥστε δοθὲν ἐστὶ τὸ Γ σημεῖον. Καί ἐστι τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔE. Θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔE ἐπίπεδον.

Συντεθήσεται δὲ ἕτως. Ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ AΔBE, καὶ διάμετρος ἡ AB. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Z πρὸς H· καὶ τετμήσθω ἡ AB, κατὰ τὸ Γ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν AΓ πρὸς ΓB, ἕτως τὴν Z πρὸς H· καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ AB εὐθεῖα, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ ΔE, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ΔB. Καὶ ἐκκείσθωσαν δύο κύκλοι οἱ Θ, K, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ AΔ, ὁ δὲ K τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ ΔB. Ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔAE τμήματος, ὁ δὲ K τοῦ ΔBE τμήματος. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ AΔB, καὶ καθετὸς ἡ ΓΔ, ἐστὶν ὡς ἡ AΓ πρὸς ΓB, τετάρτη ἡ Z πρὸς H, τὸ ἀπὸ AΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB, τετάρτῃ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου K κύκλου· τετάρτη ἄρα ἐστὶν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον· τετάρτη ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔAE τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔBE τμήματος τῆς σφαίρας.

EUTOCIUS.

Atque ut ii, quos diximus, circuli inter ſe invicem, ita ſe habet quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔB; hoc eſt ut AΓ ad ΓB. Quoniam enim, ut in allata figura, ducta eſt in triangulo rectangulo AΔB a recto ejus angulo normalis ΔΓ; hæc utique media proportionalis eſt inter ſegmenta baſis; quæque ad normalem ſunt triangula, ea ſunt cum toti, tum ſibi invicem ſimilia. Quare ut BΓ ad ΔΓ, ita ſe habet BΔ ad ΔA; idemque de quadratis dicendum eſt, quæ ab his deſcribuntur. Ut autem quadratum, quod a BΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΔ, ita ſe habet prima BΓ ad tertiam ΓA. Igitur etiam ut BΓ ad ΓA, ita ſe habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔA. Ratio autem ipſius AΓ ad ΓB eſt data. Quare datum eſt punctum Γ. Quoniam enim ponitur ſphæram datam eſſe, data etiam eſt ejus diameter AB. Data eſt autem ratio ipſius AΓ ad ΓB: et ſi data magnitudo pro data ratione ſecetur, utrumque ſegmentum eſt datum. Quare data eſt AΓ. Datum eſt autem punctum A, utpote quod in communi datarum poſitione linearum ſectione eſt. Datum eſt igitur et punctum Γ.

Ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἕτως τὸ ἀπὸ AΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB, τετάρτη ἡ AΓ πρὸς ΓB. [h] Ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ AΔB κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ ΔΓ, μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. Ὡς τέ ἐστιν ὡς ἡ BΓ πρὸς ΔΓ, ἡ BΔ πρὸς ΔA· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἄρα. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ BΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ἕτως ἡ πρώτη ἡ BΓ πρὸς τρίτην τὴν ΓA. Καὶ ὡς ἄρα ἡ BΓ [i] πρὸς ΓA, οὕτως τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔA. Δοθεὶς δὲ λόγος ὁ AΓ πρὸς ΓB. Ὡς τε δοθὲν ἐστὶ τὸ Γ σημεῖον. Ἐπεὶ δὲ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται διδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ AB. Καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς AΓ πρὸς ΓB· ἐὰν δὲ διδομένου μεγέθους εἰς διδομένου λόγον διαιρεθῇ δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων. Ὡς τε δοθεῖσά ἐστιν ἡ AΓ. Καὶ δοθὲν τὸ A, ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστι θέσει δεδομένων γραμμῶν. Δέδοται ἄρα καὶ τὸ Γ.

[h] ὡς δὲ [i] πρὸς ΓA. Ἡ BΔ πρὸς ΔA δοθεῖς

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὡς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ὁμοίως, ὡς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

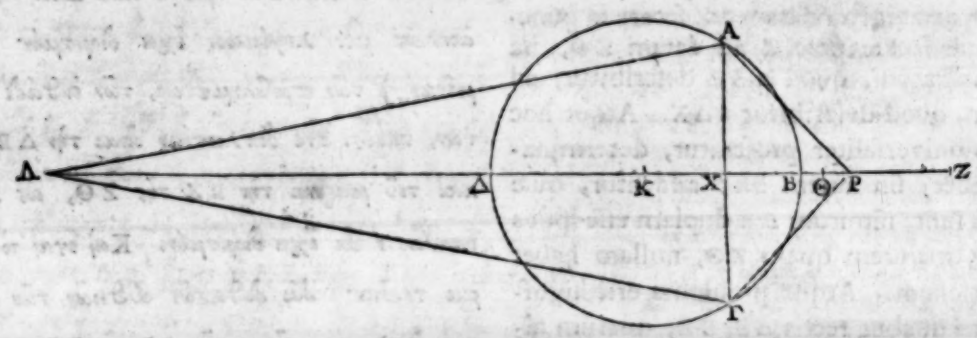
Τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ὁμοίως. Λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. Τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. Καὶ πεποιείσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς. Ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ· ἐπίπεδον γὰρ αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τετράκις πρὸς ΚΔ, ἕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛ, ΛΔ, τῷ ἀπὸ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, ἕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ· διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον· Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ. Ὡς τε καὶ ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθεὶς, καὶ τῆς ΡΛ

PROP. V. Theor.

Datam ſphæram ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta eamdem ac quæ data eſt inter ſe invicem rationem habeant.

Sit data ſphæra ΑΒΓΔ: oportet autem eam plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant.

Secetur plano per ΑΓ. Ratio igitur ſegmenti ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ eſt data. Secetur item ſphæra per centrum, ſectioque ſit maximus circulus ΑΒΓΔ, ejuſque centrum Κ, et diameter ΔΒ. Fiat porro, ut utraque quidem ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; ut utraque vero ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΧΔ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Æqualis eſt igitur conus quidem ΑΛΓ ſegmento ſphæræ ΑΒΓ; conus vero ΑΡΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ. Data eſt igitur etiam ratio coni ΑΛΓ ad conum ΑΡΓ. Ut autem conus ad conum ita ſe habet ΛΧ ad ΧΡ; quoniam eamdem habent baſim circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur. Data igitur eſt etiam ratio ipſius ΛΧ ad ΧΡ. Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΒ



ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Et quoniam ut ΡΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΔ ad ΛΔ; componendo, ut ΡΚ ad ΚΒ, hoc eſt ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΔ. Igitur etiam tota ΡΛ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Igitur ſpatium, quod ſub ΡΛ, ΛΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod a ΚΛ deſcribitur. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Et quoniam ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ; invertendo, et componendo, ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Igitur etiam ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΔΧ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ; dividendo, ut ΛΔ ad ΔΧ ita ſe habet ΚΒ ad ΒΧ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Atque ut ΛΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΖΒ ad ΒΧ. Quare etiam ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Quoniam vero data eſt ratio cum

ipſius ΔΛ ad ΛX, tum ipſius PΛ ad ΛX; data eſt etiam ratio ipſius PΛ ad ΛΔ. Itaque quoniam ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet PΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΔΛ habet ad ΛX: atque ut PΛ quidem ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΔB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; ut vero ΔΛ ad ΛX, ita ſe habet BZ ad ZX: ideo ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Fiat modo, ut PΛ ad ΛX, ita BZ ad ZΘ. Data eſt autem ratio ipſius PΛ ad ΛX. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ZB ad ZΘ. Data eſt autem BZ, cum ei, quæ ex centro, ſit æqualis. Data eſt igitur etiam ZΘ. Igitur etiam ratio ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Ratio autem ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet BZ ad ZX tum ex ea, quam ZX habet ad ZΘ. Communis auferatur ea, quam habet BZ ad ZX. Reliqua eſt igitur ratio, in qua ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita ſe habet XZ ad ZΘ, hoc eſt ad datum. Data eſt autem recta ZΔ. Oportet igitur datam ΔZ ſecare in puncto X, atque facere ut XZ ad datam ZΘ, ita datum quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet; ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi: datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla ſit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita XZ ad ZΘ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data ratio eadem quæ rectæ Π ad Σ, majoris ad minus. Detur autem quædam ſphæra, eaque plano ſecetur per centrum acto; ſectioque ſit circulus ABΓΔ, ejuſque diameter BΔ, et centrum K. Ponatur porro ipſi KB æqualis BZ; ſeceturque BZ in puncto Θ, ita ut quemadmodum ΘZ ad ΘB, ita ſe habeat Π ad Σ; et amplius ſecetur BΔ in puncto X, ita ut quemadmodum XZ ad ΘZ, ita ſe habeat quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; et producatur per punctum X planum ad BΔ rectum. Dico, planum hoc ſphæram ita ſecare, ut quemadmodum majus ſegmentum ad minus, ita ſe habeat Π ad Σ.

πρὸς ΛX· καὶ ἡ PΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX· ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX, ἕτως ἡ BZ πρὸς ZX· ὁ ἄρα τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. Πεποιήσθω ᾗ ὡς ἡ PΛ πρὸς ΛX, ἡ BZ πρὸς ZΘ. Λόγος δὴ τοῦ PΛ πρὸς ΛX δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ZB πρὸς ZΘ δοθείς. Δεδόσθω δὲ ἡ BZ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ZΘ. Καὶ ὁ τοῦ BZ ἄρα λόγος πρὸς ZΘ συγκεῖται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. Ἀλλ' ὁ BZ πρὸς ZΘ λόγος συγκεῖται ἔκ τε τοῦ τῆς BZ πρὸς ZX, καὶ τοῦ τῆς ZX πρὸς ZΘ. Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τοῦ BZ πρὸς ZX. Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ BΔ, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, ἕτως ἡ XZ πρὸς ZΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ZΔ δόσει. *Καὶ δὴ δοθεῖσαν τοῦ ΔZ τμεῖν δεῖ κατὰ τὸ X, ᾗ ποιεῖν ὡς τὸ ὑπὸ XZ πρὸς δοθεῖσαν τὸ ZΘ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX. Τοῦτο ἕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν προσειθισμένων ᾗ τῶν προβλημάτων, τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστιν ὅτε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔB τῆς BZ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν BZ τῆς ZΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται τὸ πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν δόσεων τῶν ΔB, BZ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔB τῆς BZ, καὶ σημείου ὄντος τῆς BZ τοῦ Θ, τμεῖν [k] τῷ ΔB κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, τὸ XZ πρὸς ZΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ὄντος τέλει ἀναλυθήσεταί τε, καὶ συντεθήσεται.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα ἕτως. Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ, μεῖζον πρὸς ἔλασσον. Καὶ διδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ὄντος ἐπίπεδῳ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τομὴ ὁ ABΓΔ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ BΔ, κέντρον δὲ τὸ K. Καὶ τῇ KB ἴση κείσθω ἡ BZ, καὶ τετμήσθω ἡ BZ κατὰ τὸ Θ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘZ πρὸς ΘB, τὴν Π πρὸς Σ· καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ BΔ κατὰ τὸ X, ὥς τε εἶναι ὡς τὴν XZ πρὸς ΘZ, τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ διὰ τοῦ X ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὸ BΔ. Λέγω ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο [l] τέμνει τὴν σφαῖραν, ὥς τε εἶναι ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν Π πρὸς Σ. Πεποιήσθω γὰρ ὡς

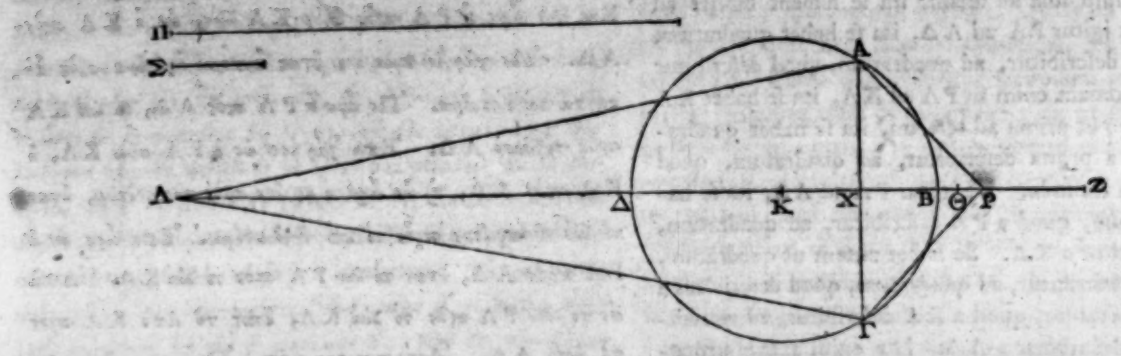
[k] τὴν AB

[l] τεμεῖ

* Καὶ δή· Ut Eutocius: ſive ἄρα

μὲν συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΛ, ΛΓ,

Fiat enim, ut utraque quidem ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΔΧ; ut utraque vero ſimul ΚΔ, ΔΧ, ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ,



ΑΡ, ΡΓ. [n]Ἔσαι δὴ διὰ τὴν κατασκευὴν ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ ΡΛ, ΛΔ τῷ [n]ἀπὸ ΛΚ· καὶ ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ [o]πρὸς ΔΧ. [p]Ὡς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τὴν ΡΛ, ΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ ἐστὶν ἴσον, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. [q]Ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τουτέστιν ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δὲ ἐστιν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ· ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ. Ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ. [r]Ὥστε καὶ ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τουτέστιν ὁ ΑΓΛ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

ΑΡ, ΡΓ. Itaque erit per conſtructionem, quemadmodum in analyſi demonſtravimus, ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ: atque ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Quare etiam, ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Et quoniam ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ; ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΛΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Igitur etiam, ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit quadratum quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ; hoc eſt, ut ΧΖ ad ΖΘ. Et quoniam, ut utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ſe habet ΛΧ ad ΧΔ, æqualiſque eſt ΚΒ ipſi ΒΖ; ideo etiam ut ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habebit ΛΧ ad ΧΔ. Et convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habebit ΧΛ ad ΛΔ. Quare etiam ut ΛΔ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Et quoniam ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet ΧΖ ad ΖΘ; atque ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad ΖΧ; ideo etiam æqua eademque perturbata proportione, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΘ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, ita ſe habebit ΖΘ ad ΘΒ. Ut autem ΖΘ ad ΘΒ, ita ſe habet Π ad Σ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, hoc eſt conus ΑΓΛ ad conum ΑΡΓ, hoc eſt ſegmentum ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ, ita ſe habet Π ad Σ.

EUTOCIUS.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἡ [p]ΛΔ πρὸς ΔΚ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἐν μὲν τῷ πρὸ τούτου συνήγετο ὅτι· ἐπεί ἐστιν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΧ ἡ ΡΒ πρὸς ΒΧ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΔ, τουτέστιν ἡ ΚΒ, πρὸς ΒΡ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι,

Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Nam in ſuperiore theoremate ita collegit: quoniam ut utraque ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΧ ad ΧΒ; dividendo, ut ΚΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΒ ad ΒΧ; et permutando, ut ΚΔ, hoc eſt ΚΒ, ad ΒΡ, ita ΔΧ ad ΧΒ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΧΔ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΧΒ; dividendo, et per-

[n] ἴσται [p] ἀπὸ ex MS. [o] πρὸς ΔΧ. Ὡστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. [p] Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. [q] Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ· τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ &c. [r] πρὸς ΑΚ

mutando, ut ΑΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ. Ut autem ΔΧ ad ΧΒ, ita ſe habebat ΚΒ ad ΒΡ. Ut igitur ΑΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ, et ΚΒ ad ΒΡ. Igitur etiam tota ΡΑ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Ut enim una ad unam, ita ſe habent omnes ad omnes. Ut igitur ΡΑ ad ΑΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΑΔ. Quoniam enim ut ΡΑ ad ΚΛ, ita ſe habet ΚΛ ad ΑΔ; ideo ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda. Ut igitur ΡΑ ad ΑΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΡΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΛ. Se habet autem ut quadratum, quod a ΡΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΛ, ita quadratum, quod a ΚΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΑΔ. Hæ enim rectæ propotionales invicem ſunt. Se habet igitur ut ΡΑ ad ΑΔ ita quadratum, quod a ΚΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΑΔ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Quoniam enim ut ΧΔ ad ΧΒ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, majorque eſt ΔΧ quam ΒΧ; ideo major eſt etiam ΚΒ quam ΒΡ. Cadit igitur punctum Ζ extra punctum Ρ.

Quoniam vero data eſt ratio cum ipſius ΔΛ ad ΛΧ, tum ipſius ΡΑ ad ΑΧ; data eſt etiam ratio ipſius ΡΑ ad ΑΔ. Quoniam enim ut utraque ſimul ΚΒ,ΒΧ ad ΒΧ, hoc eſt ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habet ΑΧ ad ΧΔ; convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habet ΧΑ ad ΑΔ; et invertendo, ut ΒΖ ad ΖΧ, ita ΑΔ ad ΑΧ. Data eſt autem ratio ipſius ΒΖ ad ΖΧ. Nam ΖΒ æqualis eſt ei, quæ a ſphæræ centro ducitur; et ΒΧ, ideoque tota etiam ΧΖ data eſt, datis utique prioris illius terminis Β et Χ; eo quod ſphæra plano per ΑΓ, ut ponitur, ſecta, ΔΒ ipſi ΑΓ ad rectos angulos eſt. Quare data eſt ratio ipſius ΧΖ ad ΖΒ; et, quod conſequitur, ipſius ΑΧ ad ΑΔ. Rurſus quoniam data eſt ſegmentorum ratio, data eſt etiam ratio coni ΑΑΓ ad conum ΑΡΓ. Quare etiam ratio ipſius ΑΧ ad ΧΡ: coni ſiquidem ſe invicem habent ut altitudines: et totius ΡΑ ad ΑΧ eſt data. Quoniam igitur ratio utriuſque ſimul ΡΑ, ΑΔ ad ΑΧ data eſt; ratio quoque ipſius ΡΑ ad ΑΔ eſt data. Quæ enim ad idem datam habent rationem, ea datam etiam inter ſe invicem rationem habent.

Itaque quoniam ratio ipſius ΡΑ ad ΑΧ componitur tum ex ea, quam habet ΡΑ ad ΑΔ, tum ex ea, quam ΑΔ habet ad ΑΧ. Rationum quidem compoſitionem hic inſtitui, ſumpta media ΑΔ, quemadmodum etiam in elementis inſtituitur, manifeſtum eſt. Quoniam vero totum hoc forma caret, nec omnino ita ſe habet, ut ſcientiam pariat, quemadmodum deprehendere eſt in multis Pappi, Theonis, et Arcadii ſcriptis, quæ hoc ipſum inductione, non demonſtratione patefaciunt; haud abſurdum fuerit paulo longiore oratione iiſdem lucis aliquid afferre. Itaque dico, ſi inter duos numeros duaſve magnitudines medius aliquis terminus ſumatur, numerorum, qui ſumpti initio ſunt, rationem componi cum ex ea, quam primus habet ad medium, tum ex ea, quam medius habet ad tertium. Illud autem prius in mentem revocandum eſt, quando ratio ex rationibus componi dicatur. Nimirum, haud ſecus quam in Elementis, cum rationum quantitates in ſe invicem ductæ quantitatem aliquam fecerint; ſi quantitatis nomine numerum intelligas, a quo data ratio denominatur, uti docent cum alii, tum Nicomachus in primo de Muſica libro, et Heronas in Commentario, quem in Arithmeticas Inſtitutiones conſcripſit. Hoc autem idem eſt ac ſi quantitas

ἡ ἀναλογία, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἡ δὲ ἡ ὁτὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Ὡς ἄρα ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, οὕτω ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΑ πρὸς ὅλην ΚΛ ἐστίν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ὡς ἄρα ἡ ΡΑ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΚΛ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ δὲ ἄφεσις ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ. [q] Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ; οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἀνάλογον γάρ εἰσιν. Ὡς ἄρα ἡ ΡΑ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι μὲν ἐκτὸς τῆς Ρ πεσεῖται, δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΧΔ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΒΧ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ. Ἐκτὸς ἄρα τοῦ Ρ πίπτει τὸ Ζ.

Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ, πρὸς ΒΧ, τουτέστιν ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, διαιρεθέντι ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως [r] ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Δίδοται δὲ ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ λόγος. Ἐπειδὴ ἡ μὲν ΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς δεδομένης σφαίρας· ἡ δὲ ΒΧ, τῶν Β, Χ περάτων αὐτῆς δεδομένων, καθ' ὑπόθεσιν τετμημένης τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ διὰ τοῦ ΑΓ ἐπιπέδου, καὶ τῆς ΔΒ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῇ ΑΓ, δέδοται. Καὶ διὰ τοῦτο καὶ ὅλη ἡ ΧΖ· καὶ ὁ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΒ· ὥς τε καὶ ὁ [s] τῆς ΛΧ πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Πάλιν ἐπεὶ δὲ δέδοται ὁ λόγος τῶν τμημάτων, καὶ ὁ τοῦ ΛΑΓ κώνου πρὸς ΑΡΓ κῶνον λόγος [t] ἔστι δοθείς. Ὡς τε καὶ ὁ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ· πρὸς ἀλλήλας γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὅλη ἄρα τῆς ΡΑ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρας τῶν ΡΑ, ΑΔ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΡΑ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΑ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΑ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Ὅτι μὲν ἡ σύνθεσις τῶν λόγων λαμβάνεται, τὸ ΛΔ μέσος λαμβανόμενος, ὡς καὶ τῇ στοιχειώσει ἐλαμβάνετο, φανερόν. Ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον [u] ἀδιαρθώτως, καὶ οὐχ [v] οὕτως, ὡς τε τὸν ὅρον ἀναπληρῶσαι, λέλεκται, ὡς ὄξιν εὐρεῖν ἐντυγχάνοντες Πάππῳ τε καὶ Θέωνι καὶ Ἀρκαδίῳ, ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ [w] ἀποδεικτικῶς, ἀλλ' ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον πιστοῦσθαι· [x] ὄφελον ἄτοπον πρὸς βραχὺ [y] διατρίψαντας τῷ λόγῳ [z] τὸ σαφέστερον παρασῆσαι. Φημὶ τοίνυν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμῶν, ὅτε μεγεθῶν μέσος τὶς ὅρος ληφθῇ, ὁ τῶν ἐξ ἀρχῆς ληφθέντων ἀριθμῶν λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν μέσον, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ μέσος πρὸς τὸν τρίτον. Ὑπομνήσαι δὲ πρότερον πῶς ἐλέγετο λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι. Ὡς γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει, ὅταν αἱ τῶν λόγων πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσιν τινὰ φανερόν ἐστιν ὅτι λεγομένης τῆς ἀριθμοῦ, οὗ παρώνυμός ἐστιν ὁ διδόμενος λόγος, ὡς φασιν ἄλλοι τε καὶ Νικόμαχος ἐν τῷ πρώτῳ τῷ περὶ Μουσικῆς, καὶ Ἡρώνας ἐν τῷ Ὑπομνήματι τῷ εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Εἰσαγωγήν. Ταυτὸν δὲ ἐστὶν καὶ τῆς ἀριθμοῦ τῆς πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸ ἐπίμοιρον ὅρον τῆς λόγου,

[q] ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ ex MS. [r] ἡ ΧΖ [s] τῆς ΔΑ [t] δεδεῖς ἔτω [u] ἀδιαρθρώτως τὸ ὃ ἔχ [v] Sic MS. [w] Sic MS. [x] Sic MS. [y] ἐνδιατρίψαντας

[z] Forte τόδε

καὶ φωῦντος τὸν ἡγούμενον. Καὶ κυριώτερον μὲν δὴ τῶν πολλαπλασίων ὁ πολλοστὸς ἂν λαμβάνοιτο· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιμορίων, ὁ ἀπὸμονῶν, οὐκ ἔτι τῷ πολλοστὸν ἀνατὸν λαμβάνεσθαι, ἀλλαχόθι μενούσης τῆς μονάδος. Ὡς τ' ἐπ' ἐκείνων ἀμετάτιον τὸν μονάδα· εἰ μὴ κατὰ τὸ προσῆκον τῇ Ἀριθμητικῇ, ἀλλὰ τῇ Λογιστικῇ τυγχάνει. Διαιρεῖται δὲ ὁ μονὰς κατὰ τὸ μέρος, ἢ τὰ μέρη, ἀφ' ὧν ὀνόμασται ὁ λόγος· ὥς τι ἔσται ὡς ἐν συμφώνῳ τῷ λέγειν, τῷ μὲν ἡμιολίῳ λόγῳ πολλοστὸν πρὸς τῇ μονάδι ἡ τὸ ἥμισυ τῆς μονάδος· τῷ δὲ ἐπιτρίτῳ, πρὸς τῇ μονάδι τὸ τρίτον· ὅς τι, καθὰ καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, τῷ πολλοστὸν τῷ λόγου δεῖ τὸν ὑπόμονον ὅρον πολλαπλασιαζομένῳ ποιεῖν τὸν ἡγούμενον. Τῷ γὰρ ἐπτὰ πρὸς τὰ ἓξ ἡμιολίῳ πολλοστὸν, ἓν ὁ μονὰς καὶ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιαθὲν ποιεῖ τὸν ϛ′ ποιεῖ τὸν θ′. Καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἡ τὸ αὐτὸ ἔξεισι κατανοῆσαι. Τούτων δὴ προαποδεδειγμένων, ἐπάνοδον ἐπὶ τὸ προτεθέν. Ἔστωσαν γὰρ οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, μέσος δὲ αὐτῶν εἰλήφθω τις ὁ Γ. Δεικτέον δὴ, ὅτι ὁ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγος συνέστηκε ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β. Εἰλήφθω γὰρ τῷ μὲν Α Γ λόγῳ πολλοστὸς, ὁ Δ· τῷ δὲ Γ Β, ὁ Ε· [a]ὁ ἄρα Ε τὸν Δ πολλαπλάσιας τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι ὁ Ζ πολλοστὸς ἔσται τοῦ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ, τουτέστιν, ὅτι ὁ Ζ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ γὰρ Β [b]τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η ποιείτω. Ἐπεὶ οὖν ὁ Β τὸν μὲν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ [c]πρὸς τὸν Α. Ἐναλλὰξ, ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ Γ πρὸς τὸν Α. Καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἀλλ' ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ἐδείχθη ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Γ, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα ὁ Α τῷ Η. Ἀλλ' ὁ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η πεποίηκεν. Καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ Ζ ἄρα πολλοστὸς ἔσται [d]τοῦ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ. Καί ἐστιν ὁ Ζ, τῷ Δ δὴ τὸν Ε πολλαπλασιαθέντος, τουτέστι τῆς πολλοστότητος τοῦ Α Γ λόγου, δὴ τὴν πολλοστότητα τοῦ Γ Β λόγου. Ὁ ἄρα τῷ Α [e]πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ δῆλόν τι παράδειγμα φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῖς ιβ′, καὶ τοῖς β′ μέσος τις ἀριθμὸς ὁ δ′. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ ιβ′ πρὸς τὸν β′ λόγος, τουτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, συγκεῖται ἔκτε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ′ πρὸς τὸν δ′, καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ′ πρὸς τὸν β′. Ἐὰν γὰρ τὰς πολλοστότητας [f]τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν εἰς ἀλλήλας, τουτέστι τὸν γ′ ἐπὶ τὸν β′, [g]γίνεται ὁ ϛ′, πολλοστὸς ὢν τοῦ ιβ′ πρὸς τὸν β′ λόγου· καί ἐστιν ἑξαπλάσιος, ὅπερ καὶ προέκειτο ὑποδεῖξαι. Εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων, ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων· καὶ ἔτως ἡ σύνθεσις ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει. Τῷ δὲ καὶ τῷ ϛ′ μέσος τις παρεμπιπτέτω, ἀμφοτέρων μείζων, ὁ ιβ′. Λέγω ὅτι ἔκτε [h]τοῦ ὑπ' ὀπτρίτου, τοῦ δὲ πρὸς τὸν ιβ′ λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου, τοῦ ιβ′ πρὸς τὸν ϛ′,



illa numerus esse dicatur, qui in sequentem rationis terminum ductus præcedentem facit. Cæterum magis proprie in multiplicibus rationibus quantitas sumetur; cum in super particularibus, aut super partientibus ea sumi nequeat quin unitas secetur. Quare in iis secanda est unitas; licet hoc non Arithmeticæ, sed Logisticæ conveniat. Porro unitas secatur secundum partem, aut partes, a quibus ratio denominatur: ita ut sesquialteræ quidem rationis quantitas sit, ut clarius dicam, præter unitatem dimidia unitatis pars; sesquitertiæ vero, præter unitatem pars unitatis tertia: ut rationis quantitas, quemadmodum et supra dictum est, in sequentem terminum ducta præcedentem faciat. Novenarii enim ad senarium sesquialteræ rationis quantitas, quæ unitas est cum dimidio, in senarium ducta novenarium facit. Hoc idem de aliis quoque intelligere licet. Itaque his explicatis ad id, quod propositum est, redeamus. Sint dati duo numeri A, B; quos inter medius aliquis sumatur Γ. Oportet demonstrare rationem ipsius A ad B componi ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B. Sumatur enim quantitas rationis quidem AΓ, numerus Δ; rationis vero ΓB, numerus E: ductusque E in Δ faciat numerum Z. Dico Z quantitatem esse rationis ipsius A ad B; hoc est ductum in B facere A. B enim in Z ductus faciat H. Quoniam igitur B in Z ductus fecit H, et ductus in E fecit Γ; ideo ut Z ad E, ita se habet H ad Γ. Rursus quoniam Δ in E ductus fecit Z, et ductus in Γ fecit A; ideo ut E ad Γ, ita se habet Z ad A. Et permutando, ut E ad Z, ita se habet Γ ad A. Et invertendo, ut Z ad E ita se habet A ad Γ. Demonstratum autem est, ut Z ad E, ita se habere H ad Γ. Igitur etiam ut H ad Γ, ita se habet A ad Γ. Est igitur A ipsi H æqualis. B autem in Z ductus fecit H. Idem igitur B ductus in Z facit A. Igitur Z quantitas est rationis ipsius A ad B. Factus est autem Z ex Δ in E ducto; hoc est ex quantitate rationis AΓ in rationis ΓB quantitatem. Ratio igitur ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B: quod oportebat demonstrare.

Sed ut exemplo etiam manifesta res fiat, inter numeros 12, et 2 medius aliquis cadat 4. Dico, rationem ipsius 12 ad 2, nempe sexcuplam, ex ratione cum tripla ipsius 12 ad 4, tum dupla ipsius 4 ad 2 componi. Si enim harum rationum quantitates in se invicem ducantur, id est 3 in 2, fit 6; qui numerus quantitas est rationis ipsius 12 ad 2; nempe sexcupla, qualis demonstranda proponebatur. Quod si medius, qui intercidit numerus, non sit majore quidem minor, minore vero major; sed viciſſim, aut utroque major, aut utroque minor; tunc sequetur compositio quoque, quam diximus. Inter numeros 9 et 6 medius aliquis cadat utroque major, 12. Dico rationem ipsius 9 ad 6 sesquialteram componi ex ratione cum sesquitertia ipsius 9 ad 12, tum dupla ipsius 12 ad 6. Quantitas enim

[a] ὅσα ἡ μονὰς τὸν Ζ ποιεῖ· λόγῳ [b] πρὸς τὸν Ζ [c] πρὸς τὸν Ζ Α [d] τῷ Α [e] πρὸς τὸν Θ [f] τῶν λόγων in MS. desunt. [g] In MS. γίνεται deest. [h] τῷ ἐπιτρίτῳ

rationis ipſius 9 ad 12 idem eſt ac tres quartæ partes, hoc eſt dimidium et pars quarta: et quantitas rationis ipſius 12 ad 6, idem eſt ac 2. Si igitur 2 in dimidium et partem quartam ducatur, fit unitas cum dimidio; quæ quidem quantitas eſt ſeſquialteræ rationis, quam 9 habet ad 6. Pariter vero ſi inter 9 et 6 medius cadat 4, ſeſquialtera ratio componitur ex ratione cum duplo ſeſquiquarta ipſius 9 et 4, tum ſubſeſquitertia ipſius 4 ad 6. Rurſus enim ſi quantitas rationis duplo ſeſquiquartæ, nempe duo et pars quarta, in ſubſeſquialteræ rationis quantitatem, hoc eſt in duas tertias partes, ducatur; fiet unitas cum dimidio: quæ ſeſquialteræ rationis, ut diximus, quantitas eſt. Atque eadem hæc argumentatio omnibus convenit. Manifeſtum eſt autem ex iis, quæ dicta ſunt, ſi inter datos duos numeros, duaſve magnitudines non unus ſed plures medii termini cadant, extremorum rationem componi ex omnibus rationibus, quas numeri habent deinceps poſiti; ſi incipias ab eorum primo, et in ultimum deſinas, eo ordine, quo ſeſe invicem excipiunt. Cadant enim inter terminos A, et B plures quam unus Γ et Δ. Dico rationem ipſius A ad B componi ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ, tum Δ ad B. Quoniam enim ratio ipſius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Δ, tum Δ ad B, ut ſupra dictum eſt; ratio vero ipſius A ad Δ ex ratione componitur, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad Δ; ideo ratio ipſius A ad B componitur ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ tum Δ ad B. Idem de cæteris demonſtrabitur.



Amplius in theoremate dicit: atque ut P A quidem ad A Δ, ita demonſtrandum eſt ſe habere quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X. Quoniam enim demonſtratum eſt, ut P A ad A Δ, ita ſe habere quadratum, quod a A K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ A; et ut quadratum, quod a K A deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a A Δ, ita quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X: demonſtratum enim eſt, ut K A ad A Δ, ita ſe habere B Δ ad Δ X, propter rationis compoſitionem: ideo ut P A ad A Δ, ita ſe habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X. Jam fiat ut P A ad A X, ita B Z ad Z Θ. Ubicunque punctum Θ, ſive hoc, ſive illo modo poſitum, ceciderit, argumentatio, ad concluſionem, quod attinet, recte ſe habet. At vero id punctum inter puncta B, P ſemper cadere, ſi ponatur, ut eſt in figura, hoc pacto conſtat. Quoniam enim, ut A K ad Δ K, hoc eſt ad K B, ita ſe habet K P ad P B; ideo ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes; nimirum ut A P ad P K, ita K P ad P B. Habet autem A P ad P X majorem rationem quam A P ad P K. Habet igitur etiam A P ad P X majorem rationem, quam K P ad B P; hoc eſt Z B ad B P. Et convertendo, P A ad A X minorem rationem habet, quam B Z ad Z P. Itaque ſi fiat ut P A ad A X, ita B Z ad aliam quandam; major hæc erit quam Z P. Hinc vero manifeſtum eſt, ipſam Z Θ majorem eſſe quam Θ B. Quoniam enim demonſtratum eſt; ut A Δ ad Δ K, ita ſe habere cum Δ X ad X B, tum K B ad B P; majorque eſt Δ X quam X B; ideo major etiam eſt A Δ quam Δ K, et K B quam B P; et, quod conſequitur, A Δ quam B P. Major eſt igitur tota A X quam X P; ideoque etiam Θ Z quam Θ B.

Ἔστι δὲ τῇ μὲν τάξει φανερόν. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Ρ Α πρὸς Α Δ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ Ρ Α πρὸς Α Δ, τὸ ὑπὸ Α Κ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Α· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ Κ Α πρὸς τὸ ὑπὸ Α Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ Β Δ πρὸς τὸ [s] ὑπὸ Δ Χ· ἐδείχθη δέ, ὡς ἡ Κ Α πρὸς Α Δ, ἡ Β Δ πρὸς Δ Χ, διὰ τὴν συνθέσιν· ὡς ἄρα ἡ Ρ Α πρὸς Α Δ, τὸ ὑπὸ Β Δ, πρὸς τὸ ὑπὸ Δ Χ. Πεποίηδαι δὲ ὡς ἡ Ρ Α πρὸς Α Χ, [t] ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Θ. Τὸ Θ σημεῖον οὕπως δὲ πέσῃ, οὕτε ποτὲ μὲν ἂν πεσεῖν, ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆς ἀποδείξεως, κατ' οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ. Ὅτι δὲ, καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν Β, Ρ πίπτει, [u] οὕτω διάδηλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α Κ πρὸς Δ Κ, τετάρτι πρὸς Κ Β, οὕτως ἡ Κ Ρ πρὸς Ρ Β· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἓν οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα, ὡς ἡ Α Ρ πρὸς Ρ Κ, ἡ Κ Ρ πρὸς Ρ Β. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ Α Ρ πρὸς Ρ Χ, ἤπερ ἡ Α Ρ πρὸς Ρ Κ. Καὶ ἡ Α Ρ ἄρα πρὸς Ρ Χ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ Ρ πρὸς Β Ρ· τετάρτου ἡ Ζ Β πρὸς [v] Β Ρ. Ἀναστρέψαντι ἡ Ρ Α πρὸς Α Χ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Ρ. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς Ρ Α πρὸς Α Χ, οὕτως τὴν Β Ζ πρὸς ἄλλην τινά, [x] ἔσται πρὸς μείζονα τῆς Ζ Ρ. Φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ Ζ Θ τῆς Θ Β μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Κ, ἡ Δ Χ πρὸς Χ Β, καὶ ἡ Κ Β πρὸς Β Ρ, μείζων ἡ Δ Χ τῆς Χ Β· μείζων ἄρα καὶ ἡ Α Δ τῆς Δ Κ καὶ ἡ Κ Β τῆς Β Ρ· ὥς τι καὶ ἡ Α Δ τῆς Β Ρ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ Α Χ τῆς Χ Ρ μείζων ἐστὶν, ὥς τι καὶ ἡ Θ Ζ τῆς Θ Β.

[i] τὸ Β [k] In MS. γίνεται deeſt. [l] In MS. καὶ deeſt. [m] διπλάσιον ἐπὶ τετάρτῳ [n] διπλασίῳ ἐπὶ τετάρτῳ
[o] μεγέθων [p] κείμενοι ἅμα [q] δύο γὰρ ὄντων ὅρων [r] ὧν ἔχει ὁ Α [s] ἀπὸ Β Χ [t] ἡ Β Ψ Ζ πρὸς [u] οὕτως ἴσῳ δῆλον
[v] Ζ Ρ· ἀναστρέψαντι ἡ Ρ Α πρὸς Ρ Α Χ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Ρ ex MS. [x] ἴσῳ ἄρα μείζονα

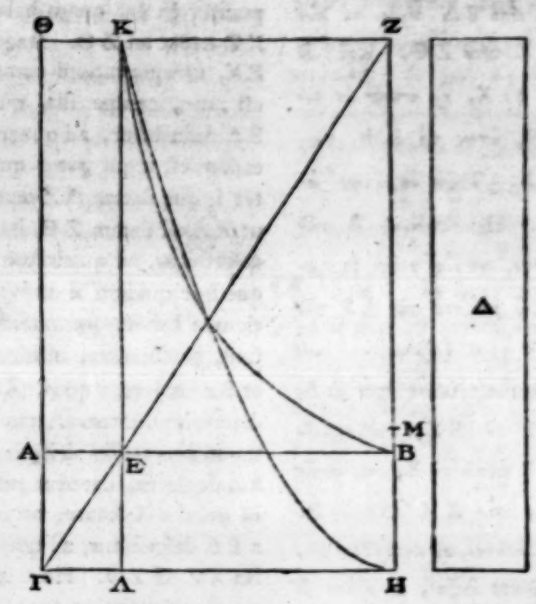
* Meibomius legit: μία † Meibomius adjicit: ἴσον

Λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ B Δ, τετάρτῳ τοῦ δοθέντος, πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, οὕτως ἡ Z X πρὸς Z Θ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ τῆς B Z πρὸς Θ Z λόγῳ ὁ αὐτὸς εἰδέχθη ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ [f] ἀπὸ Δ X; καὶ τῷ τῆς B Z πρὸς Z X· ὁ αὐτὸς ἄρα τῷ τῆς B Z πρὸς Z Θ ἐστί, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς B Z πρὸς Z X, καὶ τοῦ τῆς Z X πρὸς Z Θ λόγος· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ [g] ἀπὸ Δ X, καὶ τοῦ τῆς B Z πρὸς [h] Z X λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς B Z [i] πρὸς Z X, καὶ τοῦ [k] τῆς X Z πρὸς Z Θ. Ἐὰν οὖν τὸν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς B Z πρὸς Z X, λοιπὸς ὁ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς X Z πρὸς Z Θ. Καὶ [l] δὴ δοθείσης [m] τῆς Δ Z τετμῆσθαι δεῖ κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν X Z πρὸς δοθεῖσαν, τετάρτην τὴν Z Θ, οὕτως τὸ δοθέν, τουτέστι τὸ ἀπὸ B Δ, πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X. Τῶν δὴ οὕτως [n] ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προσδιωρισμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνδέχεσθαι ὑπαρχόντων, τετάρτῳ τοῦτο διπλασίαν εἶναι τὴν Δ B τῆς B Z, καὶ τοῦ μείζονα τὴν B Z τῆς Z Θ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν, οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Δ B, B Z, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς Δ B τῆς B Z, καὶ σημεῖον δὴ τῆς B Z τοῦ Θ, τμηθῆναι τὴν Δ B κατὰ τὸ X, καὶ ποιῆσαι ὡς τὸ ἀπὸ Δ B πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, τὴν X Z πρὸς Z Θ. Ἐκάτερα δὲ ταῦτα δεῖ τέλει ἀναλυθῆναι, καὶ συντεθῆναι. Ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προρρηθὲν ἐπαγγέλλατο δείξειν, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν ἔνεστι τόδε ἐπάγγελμα. Ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν ὑφίστημεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ [o] ὁπωσδήποτε τῷ καταλειφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἣν τινα ἐξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέν τοι καὶ [p] αὐτὸς ἐν τῷ περὶ πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπαγγέλλεσθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, [q] μή ποτε πεπεικέναι ᾖ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπλῆσαι ἐπιχείρησι. Καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἐξῆς γράψομεν. Ἔστι γὰρ καὶ αὐτοῦ οὐδέν μὲν ἔχον πρὸς τὰ [r] προλελημμένα λέγειν· ὁμοίως ᾗ τῷ Διονυσοδώρῳ δὲ ἑτέρας λαμβάνεσθαι κατασκευάζων τὸ πρόβλημα. Ἔν τινι μέν τοι παλαιῷ βιβλίῳ, εἰς ὃ ἐκ τῶν παλαιὰ ζητήσεως ἀπέβημεν, ἐντυχόντες διαγράμμασι γεγραμμένοις, οὐκ [s] ὀλίγων τῶν ἐκ τῶν πλασμάτων ἔχοντων ἀσάφειαν περί τι τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις. Τῶν μέν τοι ζητουμένων εἶχον τινὰ ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλιον διωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς σωνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τὴν μὲν παραβολὴν ὀρθογωνίου κώνου τομὴν ὀνομαζομένην, τὴν δ' ὑπερβολὴν ἀμβλυγωνίου κώνου τομήν· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπαγγελμένα ἐπερχόμενος γράφεσθαι. Ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν, ὡς γέγραπται, διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται, τῶν πλασμάτων δυχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλλέγοντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ διωρισμένον γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ἐπ' αὐτῆ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν. Εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Reliqua eſt igitur ratio, in qua, ut quadratum, quod a B Δ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, ita ſe habet Z X ad Z Θ. Quoniam enim demonſtratum eſt, rationem, quæ componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, et ex ea, quam B Z habet ad Z X, eandem eſſe atque rationem ipſius B Z ad Θ Z: ratio autem ipſius B Z ad Θ Z eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet B Z ad Z X, et ex ea, quam Z X habet ad Z Θ: ideo quæ ratio componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, et ex ea, quam B Z habet ad Z X, eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet B Z ad Z X, et ex ea, quam X Z habet ad Z Θ. Itaque ſi ratio, quam habet B Z ad Z X, utrique rationi communis, auferatur; quæ reliqua eſt ratio, nempe illa, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, eadem eſt atque ratio quam X Z habet ad Z Θ. Oportet igitur datam Δ Z ſecare in puncto X, atque facere, ut X Z ad datam Z Θ, ita datum quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet: ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, problemata, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius B Z, et B Z majorem quam Z Θ, ut ex analyſi, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis Δ B, B Z, quarum altera Δ B alterius B Z dupla ſit, datoque item in B Z puncto Θ, Δ B ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, ita X Z ad Z Θ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur. Id quidem Archimedes ſe facturum in fine pollicitus eſt; nec tamen in ullo exemplari invenitur, quod pollicitus erat, eum præſtitiſſe. Quapropter Dionyſodorus a diverſis principiis orſus cum in lemma, quod Archimedes ſibi ſumpſit, incidere non potuerit, aliam totius problematis conficiendi rationem iniit, quam deinceps deſcribemus. Diocles quidem ipſe in libro, quem de igniariis conſcripſit, exiſtimans Archimedem promiſſo, quod hac de re fecerat, nunquam ſatisfeciſſe, eidem ſatisfacere aggreſſus eſt. Quam autem rationem inierit, deinceps videbimus. Nihil enim habet ne iſta quidem, quod cum lemmate illo conveniat; quippe, haud ſecus quam Dionyſodorus, aliam ingreſſus demonſtrandi viam problema conficit. Porro hæc theoremata in vetuſto quodam libro; plures enim conquiſivimus; ſcripta invenimus, quæ valde obſcura erant propter menda, quæ irrepſerant, figuraſque maltifariam depravatas. Quæ porro quæruntur, propoſita erant Dorica lingua, quam Archimedes imprimis amat, aliqua ex parte ſervata nominibuſque rerum apud veteres uſitatis. Quippe parabole, et hyperbole, altera quidem rectanguli, altera vero obtuſianguli coni ſectio vocabatur: ut ex iis animum ſubeat cogitatio, num ipſe ſit, qui, quod in fine ſe facturum pollicitus erat, id præſtare aggrediatur. Quocirca ſtudioſius conati, cum orationem, ut diximus, difficilem propter mendorum multitudinem nacti ſimus, ſingulas ejus ſententias paulatim aperire, magiſque clare ac populariter, quantum fieri verbis poterit, explicare conabimur. Ac primo quidem theorema ipſum generaliter deſcribetur, ut quod de eo circa determinationes dictum eſt clarum fiat. Deinde vero ad ea, quæ in problemate reſoluta ſunt, idem accommodabitur.

[f] ἀπὸ Δ K καὶ τῆς B Z πρὸς Z K. Τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς B Z πρὸς Z Θ ὁ αὐτὸς ἐστὶ καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς B Z πρὸς Z K. Καὶ τῆς X Z πρὸς Z Θ. Καὶ ὁ &c. [g] ἀπὸ Δ K [h] Z K [i] πρὸς B X [k] Z B [l] In MS. δὴ deeſt. [m] τῆς Δ Z [n] ἁπλῶς in MS. deeſt. [o] ἐπιβαλεῖν [p] αὐτὸς pro αὐτὸ ex MS. [q] μήτι [r] παραλελημένα [s] ὀλίγων μὲν

Data recta AB, aliaque item AΓ, ſpatioque Δ; proponatur ſumendum in AB punctum aliquod E ejuſmodi, ut quemadmodum AE ad AΓ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur. Factum ſit; et ponatur AΓ ad rectos angulos ipſi AB; junctaque ΓE producatur ad Z. Ducatur autem per punctum Γ ipſi AB parallela ΓH; et per punctum B, ZBH parallela ipſi AΓ, eademque cum utraque ΓE, ΓH concurrens. Compleatur porro parallelogrammum HΘ: ducaturque per punctum E, KEΛ utrilibet ΓΘ, HZ parallela: ſpatioque Δ æquale ſit ſpatium, quod ſub ΓHM continetur. Quoniam igitur ut EA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur: ut autem EA ad AΓ, ita ſe habet ΓH ad HZ; et ut ΓH ad HZ, ita quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur: ideo ut quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB, hoc eſt ad id, quod a KZ deſcribitur. Et permutando, ut quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium Δ; hoc eſt ad ſpatium, quod ſub ΓHM continetur; ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Ut autem quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHM continetur, ita ſe habet ΓH ad HM. Igitur etiam ut ΓH ad HM, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Ut autem ΓH ad HM, ita, ſumpta communi altitudine HZ, ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub MHZ. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub MHZ, ita ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub MHZ continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Itaque ſi circa axem ZH parabole per punctum H deſcribatur, ita ut quæ a ſectione ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad HM applicantur, hæc per punctum K tranſibit; dataque erit poſitione, cum data magnitudine ſit HM, quæ una cum data HΓ datum ſpatium Δ comprehendit. Punctum igitur K datam poſitione parabolen contingit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit HK. Rurſus quoniam ſpatium ΘΛ æquale eſt ſpatio ΓB; nempe illud, quod ſub ΘKΛ continetur, illi, quod continetur ſub ABH; ſi circa aſymtotos ΘΓ, ΓH per punctum B hyperbole deſcribatur, hæc, per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, per punctum K tranſibit, eademque data erit poſitione; cum utraque ΘΓ, ΓH, et amplius punctum B poſitione datum ſit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit KB. Punctum igitur K datam poſitione hyperbolen contingit. Contigebat autem et datam poſitione parabolen. Datum eſt igitur punctum K. Ducta eſt autem ab hoc puncto ad datam poſitione AB normalis KE. Punctum igitur E eſt datum. Et quoniam ut EA ad datam AΓ, ita ſe habet datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur; ideo duorum ſolidorum, quorum quidem baſes ſunt quadratum, quod deſcribitur ab EB, et ſpatium Δ;

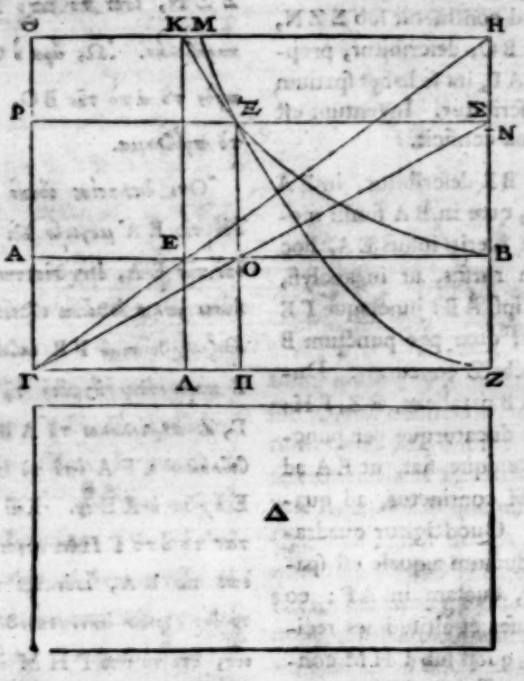


Εἰδείας δεδόσης τῆς AB, καὶ ἑτέρας τῆς AΓ, καὶ χωρὶς τοῦ Δ, παραβάλλειν δεῖ τῇ AB σημεῖον ἐπὶ τὸ E, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν AE πρὸς AΓ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ EB. Γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ AΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ AB· καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ μὲν AB παράλληλος ἡ ΓH, διὰ δὲ τοῦ B τῇ AΓ παράλληλος ἡ ZBH συμπιπτέτωσαν ἑκατέρα τῶν ΓE, ΓH. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ HΘ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ E ὁποτέρᾳ τῶν ΓΘ, HZ παράλληλος ἤχθω ἡ KEΛ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΓHM. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ EA πρὸς AΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ὑπὸ EB· ὡς δὲ ἡ EA πρὸς AΓ, [m]οὕτως ἡ ΓH πρὸς HZ· ὡς δὲ ἡ ΓH πρὸς HZ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHZ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHZ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ EB, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ KZ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ ΓH πρὸς τὸ Δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHM, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ ZK. Ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHM, οὕτως ἡ ΓH πρὸς HM. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓH πρὸς HM, [n]οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ ZK. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓH πρὸς HM, ἡ HZ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ MHZ. Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ MHZ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ ZK. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ MHZ τῷ ὑπὸ ZK. Ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὸν ZH γραφῇ διὰ τοῦ H παραβολὴ, ὡς τε τὰς κατηγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν HM, ἥξει διὰ τοῦ K· καὶ ὅσαι θέσει δεδομέναι, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν HM τῷ μεγέθει, περιέχουσαι μετὰ τῆς HΓ δεδομένης δεδὸν τὸ Δ. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς. Γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ HK. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ΘΛ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓB, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘKΛ τῷ ὑπὸ ABH· ἦκται διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΘΓ, ΓH γραφὴ [o]ὑπερβολή, ἥξει διὰ τοῦ K, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ιβ' θεωρήματος δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Στοιχείων, καὶ ἔσαι θέσει δεδομένη, διὰ τὸ τὴν ἑκατέραν τῶν ΘΓ, ΓH, ἔτι μὴν καὶ τὸ B τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω [p]ὡς ἡ KB. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ K. Καί ἐστιν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ KE ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν AB. Δέδοται ἄρα τὸ E. Ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν AΓ, οὕτως δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ EB· δύο ἄρα στερεῶν, ὧν βάσεις τὸ ὑπὸ EB, καὶ τὸ Δ, ὕψη δὲ αἱ

[m] οὕτως τὸ ἀπὸ ΓH [n] ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ [o] ἡ γραφὴ περιφερὴς [p] ὡς ἡ K

Ε Α, Α Γ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὧν τὸ ἴσον ἐστὶ τὸ στερεόν. Τὸ [q] ἄρα ἀπὸ Ε Β ἐστὶ τῇ Ε Α, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἐστὶ δοθῆναι τὴν Γ Α. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ Β Ε ἐστὶ τῆς Ε Α μέγιστον ἐστὶ πάντων τῶν ἡμίσεις λαμβανομένων ἐστὶ τῆς Β Α, ὅταν [r] ᾖ διπλασία ἡ Β Ε τῆς Ε Α, ὡς διεχθήσονται. Δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐστὶ πλεῖον δοθέντος μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐστὶ πλεῖον Ε Α.

Συντεθήσεται [s] ὅτος. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ Α Β; ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ Α Γ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ Δ. Καὶ δεῖ ἴσον ἔστω τμηθῆναι τὴν Α Β, ὡς τὸ εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ τμῆμα πρὸς τὸν δοθέντα τὸν Α Γ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος. Εἰλήφθω τῆς Α Β τρίτον μέρος ἡ Α Ε. Τὸ ἄρα Δ ἐστὶ τὸν Α Γ, ἢ τοι μεῖζόν ἐστι [t] τοῦ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐστὶ τὸν Ε Α, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν μεῖζόν ἐστιν, ἢ συντεθήσεται, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται. Εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ, τὸ Ε σημεῖον ποιήσει τὸ προβλημα. Ἴσων [u] γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καί ἐστιν ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Β Ε. Εἰ δ' ἔλασσόν ἐστι τὸ Δ ἐστὶ τὸν Α Γ, τῷ ἀπὸ Β Ε ἐστὶ τὸν Ε Α, συντεθήσεται οὕτως. Κείσθω ἡ Α Γ πρὸς ὀρθὰς τῇ Α Β· καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ Α Β παράλληλος ἤχθω ἡ Γ Ζ· διὰ δὲ τοῦ Β τῇ Α Γ παράλληλος ἤχθω ἡ Β Ζ, [x] καὶ συμπιπτέτω τῇ Γ Ε ἐκβαλλομένη κατὰ τὸ Η. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Ζ Θ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ Ζ Η παράλληλος ἤχθω ἡ Κ Ε Λ. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ ἐστὶ τὸν Α Γ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ Β Ε ἐστὶ τὸν Ε Α· ἔστιν ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς Β Ε, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς Η Κ. Ἔστω οὖν ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ὑπὸ Η Μ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν πρὸς τὸ ὑπὸ Η Μ· ἀλλ' ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Η· ὡς δὲ ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Η, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η· ἐν ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Γ Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν πρὸς τὸ ἀπὸ Η Μ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ Γ Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Η Μ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Γ Ζ [y] πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν, οὕτως ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Ν· ὡς δὲ ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Ν, [z] ἡ Ζ Η κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η πρὸς τὸ ὑπὸ Ν Ζ Η. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η πρὸς τὸ ὑπὸ Ν Ζ Η, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Η πρὸς τὸ ἀπὸ Η Μ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ Η Μ τῷ ὑπὸ Η Ζ Ν. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Ζ περὶ ἄξονα τὸν Ζ Η γρά-



altitudines vero Ε Α, et Α Γ; baſes, et altitudines reciprocantur: et propterea ſolida æqualia ſunt. Quadratum igitur, quod ab Ε Β deſcribitur, ductum in Ε Α, æquale eſt dato ſpatio Δ ducto in datam Γ Α. Quod autem quadratum a Β Ε deſcribitur, id in ea ductum, maximum eſt omnium, quæ in Β Α ſimili modo ſumuntur, quando Β Ε ipſius Ε Α eſt dupla, quemadmodum demonſtrabitur. Oportet igitur datum ſpatium in datam rectam ductum quadrato majus non eſſe, quod a Β Ε deſcribitur, ducto in Ε Α.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data quidem recta, Α Β; data vero quædam alia, Α Γ; denique datum ſpatium, Δ. Oporteat autem Α Β ita ſecare, ut quemadmodum alterum ejus ſegmentum ad datam Α Γ, ita ſe habeat datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab altero ſegmento deſcribitur. Sumatur tertia ipſius Α Β pars, Α Ε. Itaque ſpatium Δ in Α Γ ductum quadrato, quod a Β Ε deſcribitur, ducto in Ε Α, aut majus eſt, aut æquale, aut minus. Et ſi quidem majus, problema non componetur, ut in reſolutione demonſtratum eſt. Sin æquale, punctum Ε illud confecerit. Solida enim æqualia cum ſint, eorum baſes, et altitudines reciprocantur: atque ut Ε Α ad Α Γ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a Β Ε deſcribitur. Si denique ſpatium Δ in Α Γ ductum minus eſt quadrato, quod a Β Ε deſcribitur, ducto in Ε Α, componetur hoc pacto. Ponatur Α Γ ipſi Α Β ad rectos angulos: ducaturque per punctum Γ ipſi Α Β parallela Γ Ζ; et per punctum Β parallela ipſi Α Γ, Β Ζ; eaque cum Γ Ε producta in puncto Η concurrat. Compleatur porro parallelogrammum Ζ Θ; et per punctum Ε ipſi Ζ Η parallela ducatur Κ Ε Λ. Quoniam igitur ſpatium Δ in Α Γ ductum minus eſt quadrato, quod a Β Ε deſcribitur, ducto in Ε Α; ideo ut Ε Α ad Α Γ ita ſe habet ſpatium Δ ad ſpatium aliquod minus quadrato, quod a Β Ε, hoc eſt Η Κ, deſcribitur. Itaque ut Ε Α ad Α Γ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod deſcribitur ab Η Μ; ſpatioque Δ æquale fit ſpatium, quod continetur ſub Γ Ζ Ν. Et quoniam ut Ε Α ad Α Γ, ita ſe habet ſpatium Δ; hoc eſt illud, quod ſub Γ Ζ Ν continetur, ad quadratum, quod ab Η Μ deſcribitur: ut autem Ε Α ad Α Γ, ita ſe habet Γ Ζ ad Ζ Η; et ut Γ Ζ ad Ζ Η, ita quadratum, quod a Γ Ζ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Γ Ζ Η continetur: ideo etiam ut quadratum, quod a Γ Ζ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Γ Ζ Η continetur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub Γ Ζ Ν, ad quadratum, quod deſcribitur ab Η Μ. Et permutando, ut quadratum, quod a Γ Ζ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub Γ Ζ Ν, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ Ζ Η continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Η Μ. Ut autem quadratum, quod a Γ Ζ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub Γ Ζ Ν, ita ſe habet Γ Ζ ad Ζ Ν; et ut Γ Ζ ad Ζ Ν, ita, ſumpta communi altitudine Ζ Η, ſpatium, quod ſub Γ Ζ Η continetur, ad ſpatium quod continetur ſub Ν Ζ Η. Ut igitur ſpatium, quod ſub Γ Ζ Η con-

[q] In MS. ἄρα deeſt. [r] ᾗ [s] τοῦ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐστὶ τὴν Ε Α ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν in MS. deſunt. [t] καὶ συμπιπτέτω τῇ Γ Ε in MS. deſunt. [u] πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν, Η Γ Ζ πρὸς Ζ Ν· ὡς &c.

tinetur, ad ſpatium, quod continetur ſub NZH, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓZH continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HM. Æquale eſt igitur quadratum, quod deſcribitur ab HM ſpatio, quod continetur ſub HZN. Itaque ſi circa axem ZH per punctum Z parabole deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ applicantur ad ZN; hæc per punctum M tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit MΞZ. Et quoniam æquale eſt ſpatium ΘΛ ſpatio AZ; nempe illud, quod ſub ΘΚΛ continetur, illi, quod continetur ſub ABZ; ſi circa aſymptotos ΘΓ, ΓZ per punctum B deſcribatur hyperbole, hæc per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, tranſibit per punctum K. Deſcribatur, eaque ſit BΞK parabolen ſecans in puncto Ξ: ducaturque a puncto Ξ ipſi AB normalis ΞOΠ; et parallela eidem AB per idem punctum, PΞΣ. Quoniam igitur BΞK hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti ΘΓ, ΓZ; ductæque ſunt rectæ PΞ, ΞΠ rectis AB, BZ parallelæ; ideo æquale eſt ſpatium, quod ſub PΞΠ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ABZ; et propterea etiam ſpatium PO æquale ſpatio OZ. Itaque ſi a puncto Γ ad Σ recta jungatur, per punctum O tranſibit. Tranſeat, eaque ſit ΓOΣ. Quoniam igitur ut OA ad AΓ, ita ſe habet OB ad BΣ, hoc eſt ΓZ ad ZΣ: ut autem ΓZ ad ZΣ, ita, ſumpta communi altitudine ZN, ſpatium, quod ſub ΓZN continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΣZN: ideo etiam ut OA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓZN continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΣZN. Æquale eſt autem ſpatio quidem, quod ſub ΓZN continetur, ſpatium Δ; ſpatio vero, quod continetur ſub ΣZN, quadratum, quod a ΣΞ, hoc eſt BO, deſcribitur, propter parabolen. Ut igitur OA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a BO deſcribitur. Inventum eſt igitur punctum O, quod problema conficit.

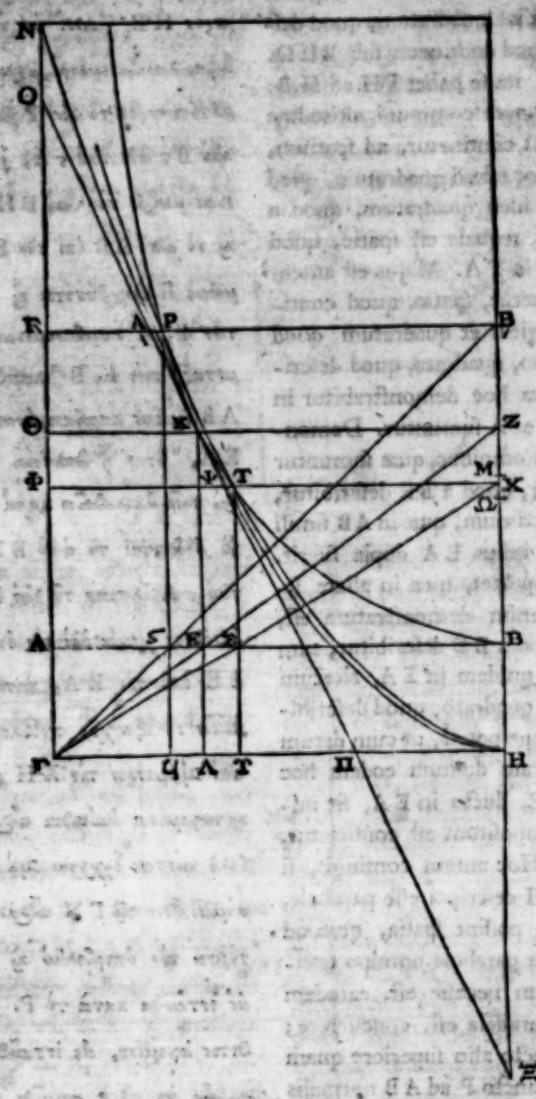
At vero quadratum, quod a BE deſcribitur, in EA ductum, omnium eſſe maximum, quæ in BA ſimili modo ſumuntur, quando BE dupla fuerit ipſius EA, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim rurſus, ut in analyſi, data recta AΓ ad rectos angulos ipſi AB: junctaque ΓE producatur, eademque cum recta, quæ per punctum B ipſi AΓ parallela ducitur, in puncto Z concurrat. Ducatur porro per puncta Γ, Z ipſi AB parallelæ, ΘZ, ΓH; et producatur ΓA ad punctum Θ: ducaturque per punctum E huic parallela KEΛ. Denique fiat, ut EA ad AΓ, ita ſpatium, quod ſub ΓHM continetur, ad quadratum, quod ab EB deſcribitur. Quod igitur quadratum a BE deſcribitur, id in EA ductum æquale eſt ſpatio, quod ſub ΓHM continetur, ductam in AΓ; eo quod duorum horum ſolidorum baſes et altitudines reciprocantur. Itaque dico, ſpatium, quod ſub ΓHM continetur, ductum in AΓ, omnium eſſe maximum, quæ in BA ſimili modo ſumuntur. Deſcribatur enim circa axem ZH per punctum H parabole; ita ut, quæ ad axem ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ad HM applicantur. Hæc utique per punctum K tranſibit, ut in analyſi demonſtratum eſt, et producta cum ΘΓ, quæ ſectionis diametro parallela eſt, per theorema ſextum et vigeſimum primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, concurret. Producatur, eademque concurrat in puncto N: et circa aſymptotos NΓH hyperbole deſcribatur. Hæc item per punctum K, ut in analyſi dictum eſt, tranſibit. Itaque tranſeat, veluti BK: et ponatur ipſi ZH productæ æqualis HΞ: junctaque ΞK producatur ad punctum O. Manifeſtum igitur eſt hanc parabolen contingere, per reciprocationem theorematis tertii et tri-

φαμεν παραβολὴν, ὅτι τὸ τὰς καταγομένας δυνάμεις παρὰ τὴν ZN, ἴσχει διὰ τοῦ M. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ MΞZ. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΘΛ τῷ AZ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΚΛ τῷ ὑπὸ ABZ· ἀλλὰ διὰ τὸ B σημεῖον διαμέτρους τὰς ΘΓ, ΓZ γράφαμεν ὑπερβολὴν, ἴσχει διὰ τοῦ K, ἀφ' ἧς ἀντιφρὰξ τοῦ ιβ' θεωρήματος [w] τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ BΞ K, πλαγία τὴν φθεῖσαν κατὰ τὸ Ξ· καὶ διὰ τοῦ Ξ ἤχθω τῇ AB καθέτου ἡ ΞOΠ· καὶ ἀφ' οὗ Ξ τῇ AB φθείσαι ἤχθωσαν [x] αἱ PΞΣ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστι ἡ BΞK, ἀσύμπτωτοι δέ αὐτῆς αἱ ΘΓ, ΓZ, καὶ φθείσαι ἦκται αἱ PΞ, ΞΠ ταῖς AB, BZ· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ PΞΠ τῷ ὑπὸ ABZ· ὅπερ ἦν καὶ [y] τὸ PO τῷ OZ. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευχθῇ [z] εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ O. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ἡ ΓOΣ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΘA πρὸς AΓ, οὕτως ἡ OB πρὸς BΣ, τουτέστιν ἡ ΓZ πρὸς ZΣ· ὡς δὲ ἡ ΓZ πρὸς ZΣ, τῆς ZN κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓZN πρὸς τὸ ὑπὸ ΣZN· καὶ ὡς ἄρα ἡ OA πρὸς AΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓZN πρὸς τὸ ὑπὸ ΣZN. Καί ἐστι τῷ μὲν [a] ὑπὸ ΓZN, τὸ Δ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ ΣZN, ἴσον τὸ ἀπὸ ΣΞ, τουτέστι τὸ ἀπὸ BO, διὰ τὴν παραβολήν. Ὡς ἄρα ἡ OA πρὸς AΓ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BO. Εὕρηται ἄρα τὸ O σημεῖον, ὃ ἦν τὸ πρόβλημα.

Ὅτι διπλασίας οὔσης τῆς BE τῆς EA, τὸ ἀπὸ τῆς BE ἐπὶ τὴν EA μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ἀπὸ [b] τῆς αὐτῆς λαμβανομένων ἐπὶ τῆς EA, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστω γάρ, ὡς ἐν [c] τῇ ἀναλύσει πάλιν δεδεῖσθαι εὐθεῖα τρὶς ὑφὰς τὴν AB, ἡ AΓ· καὶ διηρημένη ἡ ΓE ἐκβεβλήσθω, ᾗ συμπίπτῃ τῇ διὰ τοῦ B παραλλήλῳ ἠγμένῃ τῇ AΓ κατὰ τὸ Z. Καὶ διὰ τῶν Γ, Z παράλληλοι τῇ AB ἤχθωσαν αἱ ΘZ, ΓH· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓA ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ E ἤχθω ἡ KEΛ. Καὶ γεγονέτω, ὡς ἡ EA πρὸς AΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHM πρὸς τὸ ἀπὸ EB. Τὸ ἄρα ἀπὸ BE ἐπὶ τὴν EA, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓHM ἐπὶ τὴν AΓ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. Λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ ΓHM ἐπὶ τὴν AΓ, μέγιστόν ἐστι [d] πάντων ὁμοίως ἐπὶ τῆς BA λαμβανομένων. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ H περὶ ἄξονα τὴν ZH παραβολὴ, ὡς τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν HM. Ἥξει δὴ διὰ τοῦ K, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπιπτέτω ἐκβαλλομένη τῇ ΘΓ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, διὰ τὸ ἔκτον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ N· καὶ διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς NΓH, γεγράφθω ὑπερβολή. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ K, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται. Ἐρχέσθω ἐπὶ τὰ ὅπερ ἡ BK· καὶ ἐκβεβλήσθω τῇ ZH ἴση κείσθω ἡ HΞ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞK, ᾗ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ O. Φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιγραφὴν τῶν τρίτου καὶ

[w] τοῦ δευτέρου βιβλίου in MS. desunt. [x] ἡ PΞZ [y] τὸ PΘ [z] εὐθεῖα ex MS. [a] ὑπὸ ΓZN ἴσον τὸ Δ
[b] τῆς ex MS. pro τῆς [c] πάντων τῶν ὁμοίως

ἡμικυκλίου διαμέτρου τοῦ αὐτοῦ βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐπεὶ οὖν διπλασίων ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, ἔστιν γὰρ ἐπιζευχθεῖσα, τετάρτη ἡ ΖΚ τῆς ΚΘ· καὶ ἐστὶν ὅμοιον τὸ ΟΘΚ τρίγωνον τῷ ΞΖΚ τριγώνῳ· διπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΚ τῆς ΚΟ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΞΚ τῆς ΚΠ διπλῆ, ἐπεὶ καὶ τὸ ΞΖ τῷ ΞΗ, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΠΗ τῇ ΚΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΟΚ τῇ ΚΠ. Ἡ ἄρα ΟΚΠ ψαύουσα τῆς παραβολῆς, καὶ μεταξὺ ἐστι τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται. Ἐφάπτεται ἄρα ἡ ὑπερβολὴ διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐφάπτοιτο δὴ ἡ αὐτὴ εὐθεῖα κατὰ τὸ αὐτὸ Κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τὴν ὑπερβολὴν ἐφάπτεται κατὰ τὸ Κ. Νενοήσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Ρ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Σ· καὶ διὰ τοῦ Σ τῇ ΚΛ αὐτῇ παράλληλος ἤχθω ἡ ΤΣΥ, καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Τ· καὶ διὰ τοῦ Τ τῇ ΓΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΦΤΧ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑπερβολὴν ἐστὶν ὡς αἱ ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ ΦΤ τῷ ΓΒ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΣ, ἴσον ἄρα τὸ ΣΦ τῷ ΣΗ· ἐστὶ δὲ καὶ τοῦτο ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Χ διῆκται συζυγομένη τεταγμένως κατὰ τοῦ Σ. Ἐρχέσθω, ἐστω ὡς ἡ ΓΣΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΨΧ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΧΗΜ, διὰ τὴν παραβολήν· τὸ λοιπὸ ΤΧ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΧΗΜ. Γεγονέτω οὖν τῷ λοιπῷ ΤΧ ἴσον τὸ [h] ὑπὸ ΧΗΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΣΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ· ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ, ἡ ΗΩ κοινὸν ὕψος λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΩ πρὸς τὸ [i] ὑπὸ ΧΗΩ, ἐστὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΣ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐστὶ τὴν ΣΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΩ ἐστὶ τὴν ΓΑ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΗΩ, ἐστὶ τὴν ΓΑ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΗΜ ἐστὶ τὴν ΓΑ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐστὶ τὴν ΣΑ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐστὶ τὴν ΕΑ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν Ε, Β. Ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν Ε, Α σημεῖον τὸ ς. Λέγω ὅτι καὶ ἔστως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐστὶ τὴν [k] ΕΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ Βς ἐπὶ τὴν ςΑ. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων, ἤχθω διὰ τοῦ ς τῇ ΚΛ παράλληλος ἡ ηςΡ· καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Ρ, συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλος εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ· καὶ διὰ τοῦ Ρ παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ ΑΒ ἡ ΑΡΒ, συμβαλέτω τῇ ΗΖ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γη καὶ τῷ ΑΗ· ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Β, διῆκται συζυγομένη εὐθεῖα, ἦκται διὰ τοῦ ς. Ἐρχέσθω, καὶ



gesimi, primi libri Conicorum Apollonii Elementorum. Quoniam igitur dupla est ΒΕ ipsius ΕΑ; hoc enim ponitur; id est ΖΚ ipsius ΚΘ: et triangulum ΟΘΚ simile triangulo ΞΖΚ; ideo etiam ΞΚ ipsius ΚΟ est dupla. Dupla est autem et ΞΚ ipsius ΚΠ; eo quod ΞΖ ipsius ΞΗ dupla est; et ΠΗ ipsi ΚΖ parallela. Æqualis est igitur ΟΚ ipsi ΚΠ. Quocirca recta ΟΚΠ, quæ parabolen contingit, eademque posita est inter asymptotos, in duas æquas partes secatur. Itaque contingit hyperbolen per reciprocationem tertii theorematis libri secundi Conicorum Apollonii Elementorum. Contingebat autem et parabolen in puncto eodem Κ. Parabole igitur hyperbolen in puncto Κ contingit. Itaque intelligatur hyperbole producta esse, puta ad punctum Ρ: et sumatur in ΑΒ quodvis punctum Σ: ducaturque per punctum Σ ipsi ΚΛ parallela ΤΣΥ, quæ cum hyperbola in puncto Τ concurrat: et per punctum Τ ducatur ΦΤΧ parallela ipsi ΓΗ. Quoniam igitur propter hyperbolen et asymptotos æquale est spatium ΦΤ spatio ΓΒ; communi ablato ΓΣ, spatium ΦΣ spatio ΣΗ est æquale: et propterea quæ a puncto Γ ad Χ recta jungitur, per punctum Σ transibit. Transeat, eaque sit ΓΣΧ. Et quoniam quadratum, quod a ΨΧ describitur, æquale est spatio, quod sub ΧΗΜ continetur, propter parabolen; ideo quadratum, quod describitur a ΤΧ, minus est spatio, quod continetur sub ΧΗΜ. Itaque quadrato, quod describitur a ΤΧ æquale fiat spatium, quod continetur sub ΧΗΩ. Quoniam igitur ut ΣΑ ad ΑΓ, ita se habet ΓΗ ad ΗΧ: ut autem ΓΗ ad ΗΧ, ita, sumpta communi altitudine ΗΩ, spatium, quod sub ΓΗΩ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΧΗΩ; hoc est quadratum eidem æquale, quod a ΧΤ, id est ΒΣ, describitur. Ideo quadratum, quod a ΒΣ describitur, in ΣΑ ductum, æquale est spatio, quod sub ΓΗΩ continetur, ducto in ΓΑ. Spatium autem, quod sub ΓΗΩ continetur, in ΓΑ ductum, minus est spatio, quod sub ΓΗΜ continetur, ducto in ΓΑ. Quod igitur quadratum a ΒΣ describitur, id in ΣΑ ductum quadrato est minus, quod describitur a ΒΕ, ducto in ΕΑ. Idem hoc demonstrabitur etiam in omnibus punctis, quæ inter Ε et Β sumuntur. At vero sumatur inter Ε, et Α punctum ς. Dico tunc quoque quadratum, quod a ΒΕ describitur, in ΕΑ ductum, quadrato majus esse, quod describitur a Βς, ducto in ςΑ. Iisdem enim constructis, ducatur per punctum ς ipsi ΚΛ parallela ηςΡ, quæ utique cum hyperbole in puncto Ρ concurret, utpote quæ asymptoto parallela est: et ducatur item per punctum Ρ, ΑΡΒ parallela ipsi ΑΒ, eaque concurrat cum ΗΖ producta in puncto Β. Et quoniam

[d] ΖΚ [e] ὑπερβολῆς [f] ἀφήπτετο [g] τὴν ΚΛ [h] ὑπὸ ΧΝΩ [i] ὑπὸ ΧΝΩ [k] ΒΑ

rursus, propter hyperbolen, æquale est spatium, Γ,η spatio AH; quæ a puncto Γ ad B recta jungitur, per punctum ϛ transibit. Transeat, eaque sit, Γ ϛ B. Et quoniam rursus, propter parabolen, æquale est quadratum, quod ab A B describitur, spatio, quod sub ,B H M continetur; ideo quadratum, quod describitur a P B, minus est spatio quod continetur sub ,B H M. Fiat quadratum, quod describitur a P B, æquale spatio, quod continetur sub ,B H Ω. Quoniam igitur ut ϛ A ad AΓ, ita se habet ΓH ad H,B: ut autem ΓH ad H B, ita, sumpta communi altitudine H Ω, spatium, quod sub ΓH Ω continetur, ad spatium, quod continetur sub ,B H Ω; hoc est ad quadratum, quod a P B, id est B ϛ, describitur: ideo quadratum, quod a B ϛ describitur, in ϛ A ductum, æquale est spatio, quod sub ΓH Ω continetur, ductum in Γ A. Majus est autem spatium, quod sub ΓH M continetur, spatio, quod continetur sub ΓH Ω. Majus est igitur et quadratum, quod a B E describitur, in E A ductum, quadrato, quod describitur a B ϛ, ducto in ϛ A. Idem hoc demonstrabitur in omnibus punctis, quæ inter E, et A sumuntur. Demonstratum autem est et in cæteris omnibus, quæ sumuntur inter E, et B. Quadratum igitur, quod a B E describitur, ductum in E A, omnium est maximum, quæ in AB simili modo sumuntur; quando BE ipsius E A dupla fuerit. Cognoscere autem ea quoque oportet, quæ in allata figura contingunt. Quoniam enim demonstratum est, quadratorum utrumvis, tum quod a B Σ describitur, tum quod describitur a B ϛ, alterum quidem in Σ A, alterum vero in ϛ A ductum, minus esse quadrato, quod describitur a B E, ducto in E A; fieri utique potest, ut cum datum quoque spatium in datam rectam ductum eodem hoc quadrato, quod describitur a B E, ducto in E A, fit minus; problema, quod initio propositum est conficiatur, AB in duobus punctis secta. Hoc autem contingit, si intelligatur circa diametrum X H descripta esse parabole, ita ut quæ ad axem ducuntur, possint spatia, quæ ad H Ω applicantur. Hæc si quidem parabole omnino transit per punctum T. Et quoniam necesse est, eamdem cum ΓN, quæ diametro ipsi parallela est, concurrere; constat secare hyperbolen in puncto alio superiore quam K, ut hic in P. Quæ autem a puncto P ad A B normalis ducitur, ut hic P ϛ, hæc AB secat in puncto ϛ; ita ut punctum hoc ϛ problema conficiat: æqualeque fiat quadratum, quod a B Σ describitur in Σ A ductum, quadrato, quod describitur a B ϛ, ducto in ϛ A; quemadmodum ex superioribus demonstrationibus manifestum est. Cum itaque fieri possit, ut duo puncta in B A sumantur, quæ propositum conficiant, utro quis malit, hoc ei uti licet; sive illo, quod inter E, B; sive etiam illo, quod inter E, A interjicitur. Si enim eo utatur, quod interjicitur inter E, B; descripta, ut dictum est, per puncta H, T parabola, quæ hyperbolen in duobus punctis secet; horum quidem alterum, quod puncto H, hoc est axi paraboles, propius est, punctum definiet, quod inter E, B interjicitur: ut hic T punctum Σ definit; alterum vero, quod ab eodem puncto remotius est, definiet punctum, quod interjicitur inter E, A: ut hic P definit punctum ϛ.

Hoc igitur modo problema generaliter resolutum, compositumque est. Ut autem hoc ipsum ad Archemedis verba accommodetur, intelligatur, ut in allata figurâ, diameter quidem sphæræ esse Δ B; quæ vero ex ejus centro, B Z; denique data recta, Z Θ. Eo igitur devenimus, inquit, ut Δ Z in puncto X ita secare oporteat, ut quemadmodum X Z ad datam rectam, ita se habeat datum spatium ad quadratum, quod a Δ X describitur. Atque hoc quidem si universaliter proferatur determi-

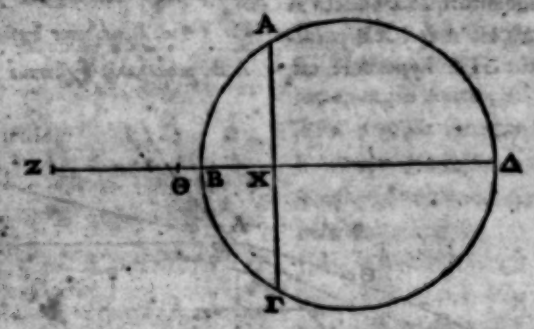
ἔστω ὁρ᾽ ἡ Γ ϛ ,B. Καὶ ἐστὶ φανὲν, διὰ τὶ παραβολὴ, ἴσον ἔσται τὸ ὑπὸ A, B, τῷ ὑπὸ B, H M· τὸ ἄρα ὑπὸ P B, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ [1],B H M. Γεγονέτω τὸ ὑπὸ P B, ἴσον τῷ ὑπὸ ,B H Ω. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ϛ A πρὸς AΓ, ἕτως ἡ ΓH, πρὸς H B,· Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΓH πρὸς H ,B, τῶν H Ω κοινῶν ὑψῶν λαμβανομένων, ἕτως τὸ ὑπὸ ΓH Ω πρὸς τὸ ὑπὸ ,B H Ω· τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ P ,B, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ B ϛ· τὸ ἄρα ὑπὸ B ϛ ἴσον ἐστὶ τῷ ϛ A, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Γ H Ω ἐπὶ τὴν Γ A. Καὶ μεῖζόν τὸ ὑπὸ Γ H M τοῦ ὑπὸ Γ H Ω. Μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ B E ἐπὶ τὴν E A, τοῦ ὑπὸ B ϛ ἐπὶ τὴν ϛ A. Ὁμοίως δὲ διῃρθρώσθω ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν E, A λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὴ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν E, B [m] λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ ϛ A B ὁμοίως λαμβανομένων, μεγίστον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ϛ B E ἐπὶ ϛ E A, [n] ὅταν ἡ διπλασία ἡ B E τῆς E A. Ἐστιν [o] δὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὸν εἰρημένον κατασκευήν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ B Σ ἐπὶ τὸν Σ A, καὶ τὸ ὑπὸ B ϛ ἐπὶ τὸν ϛ A ἔλασσον τοῦ ὑπὸ B E ἐπὶ τὸν E A· δυνατὸν ἐστὶ τῷ δοθέντος χωρίου ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάσσονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς B E ἐπὶ τὴν E A, κατὰ δύο σημεῖα τὴν A B τετμημένην ποιεῖν τὸ ἐξαρχῆς πρόβλημα. Τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ τύχοιμεν ὡς ἐλάχιστον τὴν X H γραφομένην παραβολήν, ὡς τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὸν H Ω. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ πάντως ἥξει διὰ τοῦ T. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ Γ N παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολὴν κατ᾽ ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ K, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ P. Καὶ ἀπὸ τοῦ P ἐπὶ τὴν A B κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ P ϛ, τέμνει τὴν A B κατὰ τὸ ϛ, ὥς τε τὸ ϛ σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, ἤγουν γίνεσθαι τὸ ἀπὸ B Σ ἐπὶ τὸν Σ A, τῷ ἀπὸ B ϛ ἐπὶ τὴν ϛ A, ὡς ἐστι διὰ τῶν προειρημένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὡς τε δυνατοῦ ὄντος ὅτι τῆς B A δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεστιν ὁπότερόν τις βούλοιτο λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, A. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ὡς εἴρηται, τῆς διὰ τῶν H, T σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμούσης τὴν ὑπερβολὴν τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ H, τουτέστι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν E, B· ὡς ἐνταῦθα τὸ T εὑρίσκει τὸ Σ· τὸ δὲ ἀπωτέρω τὸ μεταξὺ τῶν E, A, ὡς ἐνταῦθα τὸ P εὑρίσκει τὸ ϛ.

Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλύεται καὶ συντίθεται τὸ πρόβλημα. Ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδίους ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νενοήσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν [p] τῆς σφαίρας ἡ Δ B, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ B Z, ἡ δὲ δοθεῖσα ἡ Z Θ. Κατηντήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ δεῖν τὴν Δ Z τμηθῆναι κατὰ τὸ X, ὡς τε εἶναι ὡς τὴν X Z πρὸς τὴν δοθεῖσαν, ἕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ X. Τοῦτο δὲ

[l] B H Ω [m] λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν E B. Πάντων ἄρα &c. [n] ὅταν ἡ [o] δὴ [p] τῆς σφαίρας, ἡ Δ B ἐκ τοῦ κέντρου ἡ B Z, καὶ ἡ &c.

ἀπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐστὶ τῷ δοθέντι μεῖζον ἐνέγκαντι τῷ ὑπὸ τῶν Δ Β ἐπὶ τὴν Β Ζ, δυνατὸν ἐδείκνυτο τὸ προβλημα, ὡς δέδεικται· εἰ δ' ἴσον, τὸ Β σημεῖον ἐποίει τὸ προβλημα, ἐν ὅτῳ δ' οὐδὲν ἔν ἐστι τὸν ἐξαρχῆς Ἀρχιμήδης προθεῖναι· ὁ γὰρ σφαῖρα καὶ ἐπίπεδον τοῖς τὸν δοθέντα λόγον. Ἁπλῶς ἄρα λεγόμενον ἔχον ἂν διορισμόν. Προστιθέντων δ' τῶν προβλημάτων τῶν ἐνδεδειγμένων, συντίθει τοῦ τε δυνατὸν εἶναι τὸν Δ Β τῷ Ζ Β, ἐν τῷ μείζονα εἶναι τὸν Β Ζ τοῦ Ζ Θ, οὐκ ἔχει διορισμόν. Τὸ γὰρ ὑπὸ Δ Β τὸ δοθὲν ὅτι τῷ Ζ Θ τῷ δοθέντι ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Δ Β ἐπὶ τὴν Β Ζ· διὰ τὸ τὸν Β Ζ τῆς Ζ Θ μείζονα εἶναι· οὕτω γὰρ ὑπαρχόντος ἐδείξαμεν δυνατὸν, καὶ ὅτῳ· σχίσεται τὸ προβλημα. Κατανοῦν δὲ χρὴ καὶ τοῖς ὑπ' Ἀρχιμήδους λεγομένοις συμφώνως ἔχουσι τοῖς ὑφ' ἡμῶν ἀποδεδειγμένοις. Πρῶτον μὲν γὰρ, μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτῶν καθόλου, τὸ εἰς ὃ καταντῆσαι λέγων, φησὶ· δοθείσαν τὴν Δ Ζ τμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν Χ Ζ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ Χ. Εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλου μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστιθέντων δ' τῶν ἐπ' αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, ἔν τι εἶναι διαλαμβάνει τὸ προβλημα, καὶ φησι, ὅτι καὶ ὧδε προβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Δ Β, Β Ζ, καὶ δυναμένης οὕσης τῆς Δ Β τῆς Β Ζ, καὶ σημεῖον δεῖ τῆς Β Ζ τοῦ Θ, τμεῖν τὴν Δ Β κατὰ τὸ Χ· ἐὰν ἔτι, ὡς πρότερον, ἡ Δ Ζ αὐτὸν, ἀλλὰ τῷ Δ Β δεῖν τμεῖν· ἀφ' τὸ, ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς ἀπεδείξαμεν οὐδὲναι αὐτὸν, ὡς δύο σημεῖα δεῖ τὰ λαμβανόμενα δεῖ τῆς Δ Ζ, καὶ φανῆναι τὸ προβλημα, ἐν μὲν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β, ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν Β, Ζ. Ὧν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β ἐν τῷ πρὸς ἡ ἐξαρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.

Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλουθα τοῖς Ἀρχιμήδους ῥήμασι, κατὰ τὸ δυνατὸν, σαφῶς ἀπεγράμμεθα. Ἐπεὶ δ', ὡς πεποίηται, καὶ Διονυσόδωρος ἰδιαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ' Ἀρχιμήδους * ἐπαγγελμένοις ἐντυχὼν, ἀτυπώτους δ' ὅμως προσευρεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλου προβλήματος, οὐκ ἄχαριν τυγόντως [x] συνέγραψε τὸν τρόπον ἀναγκαῖον, οἰόμενον δεῖν καὶ αὐτὸν τούτοις ἐπισυνάψαι διορθωσόμενον κατὰ δύναμιν. Καὶ γὰρ αὐτὸς ἐν πολλῇ ἀμελησίᾳ τῶν ἀνδρῶν τὰ πολλὰ τῶν ἀποδείξεων τῇ πλάνῃ τῶν πλαστμάτων ἐφαπτομένας ἔχων ἐν πᾶσιν, οἷς ἡμεῖς ἐντυγχάνομεν ἀπογράφοις ἐφίετο.



rationem habet. Si enim datum ſpatium in datam rectam ductum majus fuerit quadrato, quod deſcribitur a Δ B, ducto in B Z; problema, ut demonſtratum eſt, conſici non poteſt: ſin autem æquale, id quidem per punctum B conficitur, ſed ad id, quod Archimedes initio propoſuit, nihil facit; quippe ſphæra pro data ratione non ſecatur. Illud igitur ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet. Quod ſi duo hæc addantur, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius Z B, et B Z majorem quam Z Θ; nullam habet determinationem. Quod enim quadratum a Δ B deſcribitur, id eſt datum, id in Z Θ, id eſt datam ductum minus eſt quadrato, quod deſcribitur a Δ B, ducto in B Z; eo quod B Z major eſt quam Z Θ. Hoc autem ſi quando contingat, fieri problema poſſe, et qua ratione fiat, docuimus. Illud porro animadvertendum eſt, quæ reſoluta a nobis ſunt, ea cum Archimedis verbis maxime convenire. Primo enim, cum poſt analyſim ab ipſo inſtitutam, id, in quod incidit, generaliter docuiſſet, hoc dicit: oportet datam Δ Z ſecare in puncto X, atque facere, ut X Z ad datam rectam, ita datum ſpatium ad quadratum, quod a Δ X deſcribitur. Deinde vero cum adjeciſſet, hoc ipſum ſi univerſaliter proferatur, determinationem habere; ſin autem hæc addantur, quæ ab ipſo reperta ſunt, problemata, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius B Z, et B Z majorem quam Z Θ, nullam habere determinationem; hoc, inquam, cum adjeciſſet, problema ipſum magis particulariter reſumens ait: atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis Δ B, B Z, quarum altera Δ B alterius B Z dupla ſit, datoque item in B Z puncto Θ, Δ B ipſam in puncto X ſecare; et quæ ſequuntur: oportere autem dixit Δ B, non vero, ut prius, Δ Z ſecare; quod intelligeret duo eſſe puncta in Δ Z, quemadmodum ſupra demonſtravimus, quæ ſumpta problema conficiant; alterum quidem, quod inter Δ, B, alterum vero, quod inter B, Z interjicitur. Horum autem quod interjicitur inter Δ, B ad id, quod initio propoſitum eſt, facit.

Hæc igitur cum Archimedis verbis maxime convenientia, quantum fieri potuit, perſpicue explicuimus. Quoniam vero Dionyſodorus etiam, ut dictum eſt, cum id nuſquam inveniſſet, quod Archimedes in fine pollicitus erat, conatus ipſe, quæ expoſita ab eo non ſunt, patefacere, aliam viam ingreſſus, haud inelegantem totius problematis conficiendi rationem deſcripſit; muneris noſtri eſſe duximus hanc quoque cæteris adjungere, emendatione pro viribus adhibita. Hæc enim quoque, quæ ſumma eſt hominum negligentia, plures demonſtrationes propter mendorum multitudinem tenebricoſas habens in omnibus, in quæ nos incidimus, exemplaribus circumferebatur.

ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς λημμένης ἡ Α Β· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ Ε. Δεῖ δὴ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν Α Β, ὥς τε τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Α, πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Β, λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ Ε. Ἐκβεβλήσθω ἡ [y] Β Α ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῆς [z] Α Β ἡμίσεια ἡ Α Ζ. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ Γ Ε πρὸς Ε Δ, ἐχέτω

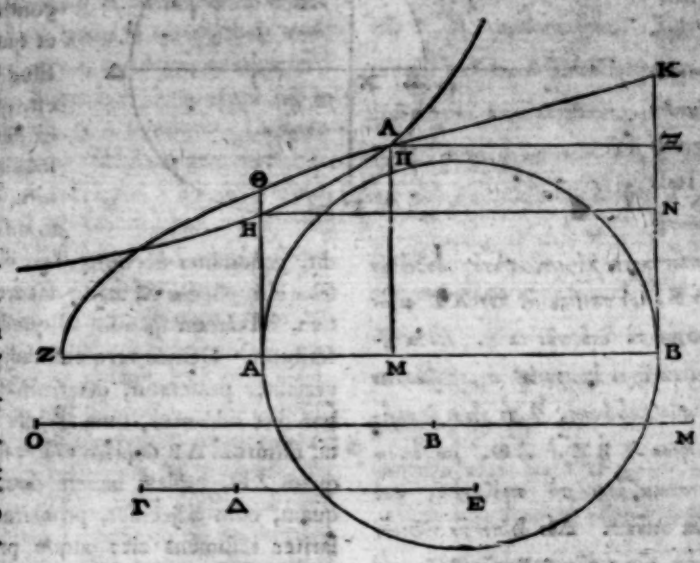
[q] εἶχεν [r] προβαίνει [s] ἐπιδείξαμεν [t] ἐξ ἀρχῆς [u] ἀπεγραψάμεθα [w] ὁ χάριν [x] συνέγραψατο [y] Β Γ [z] Α Γ ἡμίσεια ἡ Α Β Ζ

* Forte ἐπαγγέλμασιν.

UT DIONYSODORUS.

Datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant. Data ſphæra ea ſit, cujus diameter A B: eaque data ratio, quam habet Γ Δ ad Δ E. Oportet autem ſphæram plano ſecare ad A B recto, ita ut alterum ejus ſegmentum, cujus vertex eſt A, ad alterum ſegmentum, cujus vertex eſt B, eamdem habeat rationem, quam Γ Δ ad Δ E. Producatur B A ad punctum Z: ponaturque A Z dimidia ipſius A B. Quam autem rationem habet Γ E ad E Δ, hanc

habeat ZA ad AH, quæ quidem ſuper AB ad rectos angulos jaceat; et ſumatur inter ZA, AH proportionalis media AΘ. Major eſt igitur AΘ quam AH. Deſcribatur porro circa axem ZB per punctum Z parabole; ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad AH applicantur. Hæc utique per punctum Θ tranſibit; quoniam ſpatium, quod ſub ZAH continetur, æquale eſt quadrato, quod ab AΘ deſcribitur. Itaque deſcribatur eaque ſit ZΘK: ducaturque per punctum B ipſi AΘ parallela BK, quæ in puncto K parabolen ſecet. Deſcribatur deinde circa aſymptotos ZBK per punctum H hyperbole; quæ quidem parabolen ſecabit intra puncta Θ, K. Itaque ſecet in puncto Λ: ducanturque a puncto Λ ad AB normalis ΛM; et a punctis H, Λ ipſi AB parallelæ, HN, ΛΞ. Quoniam igitur HΛ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti ABK; et adhuc parallelæ ipſis AHN, MΛΞ; æquale eſt ſpatium, quod ſub AHN continetur, ſpatio, quod continetur ſub MΛΞ, propter theorema duodecimum libri ſecundi conicorum Apolloni Elementorum. Æqualis eſt autem cum HN ipſi AB, tum ΛΞ ipſi MB. Quod igitur ſpatium ſub ΛMB continetur, id æquale eſt ſpatio, quod continetur, ſub HAB. Et quoniam ſpatium, quod ſub extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis; quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Ut igitur AM ad HA, ita ſe habet AB ad BM: atque etiam ut quadratum, quod a AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HA, ita quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BM. Et quoniam propter parabolen quadratum, quod a AM deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub ZM, AH continetur; ut ZM ad MA, ita ſe habet MA ad AH. Igitur etiam ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda; et adhuc quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia. Ut igitur ZM ad AH, ita ſe habet quadratum, quod a AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HA. Ut autem quadratum, quod a AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AH, ita demonſtratum eſt ſe habere quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BM. Ut igitur quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BM, ita ſe habet ZM ad AH. Ut autem quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BM, ita ſe habet circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi AB eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro ipſi AB eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM, ita ſe habet ZM ad AH. Conus igitur baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi AB eſt æqualis, et altitudinem AH, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM, et altitudinem ZM. Quorum enim conorum



ὡς ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς ἐφ' ἑαυτὴν τὴν ΑΒ. καὶ τῶν ΖΑ, ΑΗ μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ ΑΘ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΘ τῆς ΑΗ. Καὶ περὶ ἄξονα τὴν ΖΒ διὰ τοῦ Ζ γεγράφθω παραβολή, ἥτις τε τὰς καταγομένας δυνήσεται παρὰ τὴν ΑΗ. Ἔξει ἄρα διὰ τοῦ Θ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΘ. Γεγράφθω ταύτην, ἧς ἔστω ὀρθία ἡ ΖΘΚ· καὶ διὰ τοῦ Β διήχθω παρὰ τὴν ΑΘ ἡ ΒΚ, καὶ τετμήσθω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ Κ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Η περὶ ἐφαπτόμενος τὰς ΖΒΚ γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν Θ, Κ. Τεμνέτω κατὰ τὸ Λ· ἧς δὴ τῷ Λ διὰ τὴν ΑΒ καθῆκται ἤχθω ἡ ΛΜ· ἧς δὴ τῶν Η, Λ τῇ ΑΒ παράλληλοι ἦχθωσαν αἱ ΗΝ, ΛΞ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΗΛ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ ΑΒΚ, ἧς παράλληλοι ταῖς ΑΗΝ, αἱ ΜΛΞ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΗΝ τῷ [b] ὑπὸ ΜΛΞ, διὰ τὸ ιβ΄ θεώρημα τῶν δευτέρᾳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν Στοιχείων. Ἀλλ' ἡ μὲν ΗΝ τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ΛΞ τῇ ΜΒ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΜΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΗΑΒ. Καὶ διὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. Ἔστι ἄρα ὡς ἡ ΛΜ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΜ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ ΛΜ ἴσον ἐστὶ [c] τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ, ἴση ἄρα [d] ὡς ἡ ΖΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΜΛ πρὸς ΑΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης. Ὡς ἄρα ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [e] ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ, οὕτως ἡ ΖΜ πρὸς ΑΗ. Ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, ὕψος δὲ [g] τὴν ΑΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ [h] ΒΜ, ὕψος δὲ τὴν ΖΜ. Ὧν γὰρ κώνων διπλασιόνδασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ,

[a] καὶ τῇ ΑΒ [b] ὑπὸ ΜΛΞ· καὶ διὰ &c. [c] τῷ ὑπὸ ΑΜΑΗ [d] ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΜΛ. οὕτως ἡ ΜΑ [e] ἴσα ἐστὶ τῇ ΑΜ· καὶ ὡς πρὸς τὸν κύκλον ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ· οὕτω &c. [f] οὗτος [g] τῇ ΑΗ [h] ΑΜ

ὕψος ᾗ τὴν Z A, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, ὕψος ᾗ τὴν A H, ἐστὶν ὡς ἡ Z A πρὸς A H, τουτέστιν ἡ Γ E πρὸς E Δ· ἐστὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ὡς τὰ ὕψη. Καὶ ὁ κῶνος ἄρα ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος δὲ τὴν Z A, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἐστὶν ὡς ἡ Γ E πρὸς E Δ. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος δὲ τὴν Z A, [1]ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν [k]Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν ἐστὶ [l]τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, ὡς ἐξῆς διεχθήσεται. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ Γ E πρὸς E Δ. Καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ A, ὕψος δὲ ἡ A M πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ E. Τὸ ἄρα διὰ τῆς A M ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὸν A B, τέμνει τὸν σφαῖραν εἰς τὸν δεδόντα λόγον. Ὅπερ ἔδει πεῖσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, διεχθήσεται οὕτως. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ Z M πρὸς M A, οὕτως ἡ O M πρὸς M B. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν O M, ἴσος ἐστὶ τμήματι. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Z M πρὸς M A, οὕτως ἡ O M πρὸς M B· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ Z M πρὸς M O, οὕτως ἡ A M πρὸς M B. Ἀλλ' ὡς ἡ A M πρὸς M B, οὕτως τὸ ἀπὸ Π M πρὸς τὸ ἀπὸ M B· [m]καὶ οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B. Ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τῆς κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B, οὕτως ἡ M Z πρὸς M O. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τῆς κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, ὕψος δὲ τὴν M O. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς τι καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐστί.

bases, et altitudines reciprocantur, hi sunt æquales. At vero conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsi A B est æqualis, et altitudinem Z A, se habet ad conum basim eamdem habentem, et altitudinem Z H, ut Z A ad A H; hoc est Γ E ad E Δ: quippe super eadem base constituti se invicem habent ut altitudines. Conus igitur basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro ipsi A B est æqualis, et altitudipem Z A, se habet ad conum basim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi B M, et altitudinem Z M, ut Γ E ad E Δ. At vero conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipsi A B est æqualis, et altitudinem Z A, æqualis, est sphæræ: conus autem basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi B M, et altitudinem Z M, æqualis sphæræ segmento, cujus vertex punctum B, et altitudo B M; ut deinceps demonstrabitur. Igitur sphæra ad id, quod diximus, segmentum eamdem rationem habet, quam Γ E ad E Δ. Et dividendo, segmentum, cujus vertex est punctum A, et altitudo A M, ad segmentum, cujus est vertex punctum B, et altitudo B M, eamdem habet rationem, quam Γ Δ ad Δ E. Igitur planum, quod per A B agitur, ad ipsam A B rectum, sphæram pro data ratione secat. Quod facere oportebat.

At vero conum basim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi B M, sphæræ segmento, cujus vertex est punctum M, et altitudo B M, æqualem esse, hoc pacto demonstrabitur. Fiat enim ut Z M ad M A, ita O M ad M B. Igitur conus, qui eamdem ac segmentum basim habet, et altitudinem O M, segmento ipsi est æqualis. Et quoniam ut Z M ad M A, ita se habet O M ad M B; etiam permutando, ut Z M ad M O, ita se habet A M ad M B. Ut autem A M ad M B, ita se habet quadratum, quod a Π M describitur, ad quadratum, quod describitur a M B; itemque circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi Π M est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi M B. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi Π M est æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi M B, ita se habet M Z ad M O. Igitur conus basim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi M B, et altitudinem Z M, æqualis est cono basim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro æqualis est ipsi Π M, et altitudinem M O. Horum enim bases, et altitudines reciprocantur: quare idem conus segmento etiam ipsi est æqualis.

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ

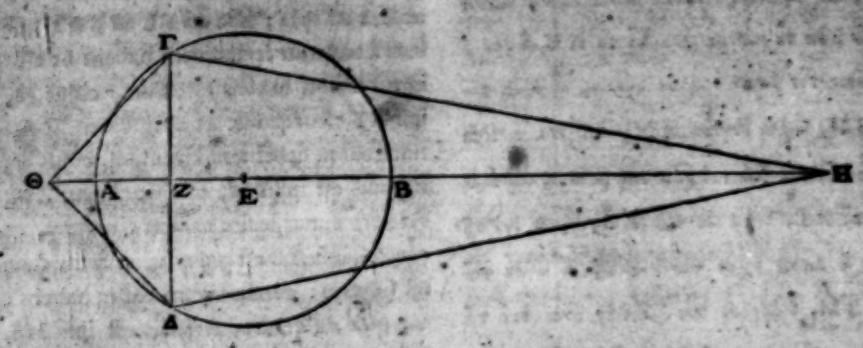
Ἐν τῷ περὶ Πυρείων.

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς [n]ἐν τῷ περὶ πυρίων, προλέγων τάδε. Ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ κώνῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν τινὰ λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον. Οἷον ἐὰν ᾖ σφαῖρα ἡ A B Γ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τινὶ τῷ περὶ διάμετρον τὴν Γ Δ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς A B, κέντρου δὲ τοῦ E, ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον [o]τὴν E A, A Z πρὸς Z A, οὕτως τὴν H Z πρὸς Z B· ἔστι δὲ ὡς συναμφότερον [p]τὴν E B, B Z πρὸς Z B, οὕτως τὴν

Diocles etiam in libro de igniariis rem aggreditur, hæc præfatus. Archimedes in libro de sphæra, et cylindro hoc demonstravit: quodlibet sphæræ segmentum cono æquale esse, qui basim quidem habeat eamdem ac segmentum, altitudinem vero quamdam rectam, quæ ad normalem a vertice segmenti ad basim ductam eamdem rationem habeat, quam utraque simul, tum ea, quæ ex centro sphæræ, tum alterius segmenti normalis, ad normalem alterius segmenti; utique si hæc segmenta vicissim sumantur. Nimirum si sphæra sit A B Γ, cujus diameter A B, et centrum punctum E; eaque secetur plano aliquo, id est circulo circa diametrum Γ Δ descripto; deinde fiat: ut utraque simul E A, A Z ad Z A, ita H Z ad

[1] ἴσον [k] B M [l] τὸ Δ [m] In MS. καὶ deest. [n] In MS. deest τῷ [o] τὰν E Z

ZB; et amplius ut utraque ſimul EB, BZ ad ZB, ita ΘZ ad ZA; demonſtratum eſt, ſegmentum quidem ſphæræ ΓBΔ æquale eſſe cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZH; ſegmentum vero ΓAΔ cono æquale eſſe, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ΘZ: cum itaque Archimedes hoc ſibi propoſuiſſet, datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant; conſtructis, quæ diximus, ait: data eſt igitur etiam ratio coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZΘ, ad conum, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ZH. Hoc autem demonſtratum eſt, conos, qui ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, ſe invicem habere ut altitudines. Igitur etiam ratio ipſius ΘZ ad ZH eſt data. Et quoniam ut ΘZ ad ZA, ita ſe habet utraque ſimul EBZ ad ZB; ideo dividendo, ut ΘA ad AZ, ita ſe habet EB ad ZB. Eadem ratione et ut HB ad ZB, ita ſe habet eadem illa recta ad ZA. Itaque problema hujuſmodi eſt: data poſitione recta AB, duobuſque punctis A, B, dataque etiam EB; rectam AB in puncto Z ſecare, eidemque rectas apponere ΘA, BH; ita ut ratio ipſius ΘZ ad ZH data ſit: et amplius ſe habeat, ut ΘA quidem ad AZ, ita data recta ad ZB; ut vero HB ad BZ, ita data eadem recta ad ZA. Hoc autem deinceps demonſtratum eſt. Quod quidem cum longiore ſermone Archimedes demonſtraſſet, Problema unum in aliud convertit; nec tamen illud in libro de ſphæra, et cylindro demonſtrat.



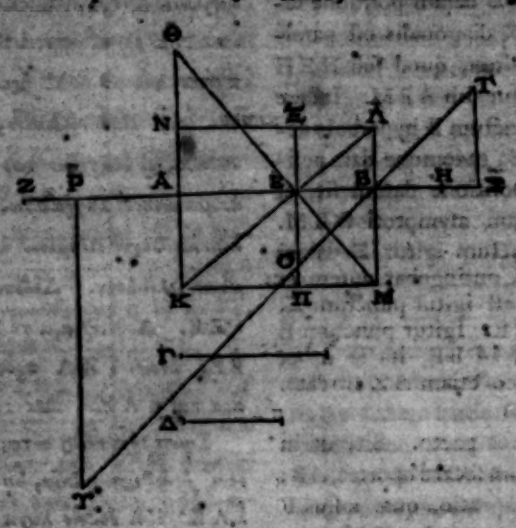
Data poſitione recta AB; duobuſque punctis A, B; et ratione, quam habet Γ ad Δ; rectam AB in puncto E ſecare, eidemque rectas apponere ZA, HB; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ZE ad EH: amplius vero quemadmodum ZA ad AE, ita ſe habeat data aliqua recta ad BE; et quemadmodum HB ad BE, ita data eadem recta ad EA. Factum ſit: et ducantur ipſi AB ad rectos angulos ΘAK, ΛBM; et ponatur utraque AK, BM datæ rectæ æqualis; junctæque KE, ME ad puncta Λ, Θ producantur. Jungatur porro KM: ducaturque per punctum Λ, ΛN ipſi AB parallela; et per punctum E, ZEOΠ parallela ipſi NK. Quoniam igitur ut ZA ad AE, ita ſe habet MB ad BE; hoc enim ponitur; et ut MB ad BE, ita, per triangulorum ſimilitudinem, ΘA ad AE; ideo ut ZA ad AE, ita ſe habet ΘA ad AE. Æqualis eſt igitur ZA ipſi ΘA. Eadem ratione etiam BH ipſi BΛ eſt æqualis. Et quoniam ut utraque ſimul ΘAE ad utramque ſimul MBE, ita ſe habet utraque ſimul KAE ad utramque ſimul ΛBE; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius AE ad EB; ideo ſpatium, quod ſub utraque cum ABE, tum ΘAE continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque cum KAE, tum MBE. Ponatur ipſi KA æqualis utraque AP, BΣ. Quoniam igitur æqualis eſt utraque ΘAE ipſi ZE, et utraque ΛBE ipſi EH, et utraque KAE ipſi PE, ut utraque MBE ipſi ΣE: demonſtratumque eſt, ſpatium, quod ſub utraque cum ΘAE, tum ABE continetur, æquale eſſe ſpatio, quod

ΘZ πρὸς ZA, δεδείκται ὅτι τὸ μὲν ΓBΔ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ τὴν ZH· τὸ δὲ ΓAΔ τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ τὴν ZΘ. Προτείνεται οὖν αὐτῷ τὸν δοθέντα σφαίρας ὅτου δοθὲν τμῆμα, ὡς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλλο τι χωρίον ἔχειν δοθέν, τεμνοῦσαν τὴν σφαῖραν, φησὶ λοιπὸν ἄρα δέδοται καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ τὴν ZΘ, πρὸς δὲ τοῦτον ἀποδέδεικται, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ τὴν ZH. Καὶ δὴ τοῦτο ἀποδέδεικται, οἱ κῶνοι οἱ ὧν αἱ βάσεις ἴσοι κύκλοι ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη. Λοιπὸς ἄρα τὸν ὃν ΘZ πρὸς ZH δοθείς. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΘZ πρὸς ZA, οὕτως συναμφότερος ἡ EBZ πρὸς τὴν ZB· διελόντι ὡς ἡ ΘA πρὸς AZ, οὕτως ἡ EB πρὸς ZB. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, ἐπεὶ ὡς ἡ HB πρὸς ZB, οὕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ZA. Γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον. Θέσει δύσης εὐθείας τῆς AB, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν A, B, καὶ δοθείσης τῆς EB, τμηθῆναι τὴν AB κατὰ τὸ Z, καὶ προσδιῆναι τὰς ΘA, BH· ὥστε τὸ λόγον εἶναι τὸν ΘZ πρὸς ZH δοθέντα· ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τὴν ΘA πρὸς AZ, οὕτως τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ZB· ὡς δὲ τὴν HB πρὸς BZ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν πρὸς ZA. Τοῦτο δὲ ἐξῆς δέδεικται· Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ διέξεισι, καὶ ὥστε εἰς πρόβλημα ἕτερον ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδέδεικται ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Θέσει δεδόσθω εὐθεῖα τὸν AB, καὶ δύο δοθέντα σημεῖα τὰ A, B, καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ, τετμῆσθαι τὴν AB κατὰ τὸ E, καὶ προσδιῆσθαι τὰς ZA, HB· ὥστε τὸ εἶναι ὡς τὸ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ZE πρὸς τὸν EH· ἔτι τε εἶναι ὡς τὸν ZA πρὸς AE, οὕτως δοθεῖσαν τινὰ εὐθεῖαν πρὸς τὸν BE· ὡς δὲ τὸν HB πρὸς BE, οὕτως τὸν αὐτὸν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν EA. Γεγονέτω· καὶ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΘAK, ΛBM· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσαι κείσθω ἑκατέρα τῶν AK, BM· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ KE, ME καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Λ, Θ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἡ KM· καὶ διὰ τοῦ Λ παράλληλος ἤχθω τῇ AB ἡ ΛN· διὰ δὲ τοῦ E τῇ NK ἡ ΞEOΠ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ZA πρὸς AE, οὕτως ἡ MB πρὸς BE· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ MB πρὸς BE, οὕτως ἡ ΘA πρὸς AE, διὰ τὸ ὁμοίους τοὺς τριγώνους· ὡς ἄρα ἡ ZA πρὸς AE, οὕτως ἡ ΘA πρὸς AE. Ἴσον ἄρα ἡ ZA τῇ ΘA. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ BH τῇ BΛ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘAE πρὸς συναμφότερον τὴν MBE, οὕτως συναμφότερος ἡ KAE πρὸς συναμφότερον τὴν ΛBE· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς AE πρὸς EB· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΛBE, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΘAE ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς KAE, καὶ συναμφοτέρου τῆς MBE. Κείσθω τῇ KA ἴση ἑκατέρα τῶν AP, BΣ. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ ΘAE ἴση ἐστὶ τῇ ZE, συναμφότερος δὲ ἡ ΛBE ἴση τῇ EH συναμφοτέρῳ δὴ τῇ KAE ἴση τῇ PE, συναμφοτέρῳ δὴ τῇ MBE ἴση τῇ ΣE· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου ΘAE, καὶ

[p] πρὸς ZΔ [q] βάσις ἐστὶ [r] καὶ γὰρ καὶ τοῦτο [s] In MS. ἴσων deeſt [t] δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς ZA [u] ἐπάγει [w] αἱ ΘAZ, [x] In MS. καὶ deeſt. [y] ἐκβεβλήσθωσαν [z] καὶ διὰ τοῦ Λ [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου ΘAE, καὶ συναμφοτέρου τῆς ABE ἴσον ἐστὶ

ΑΒΕ, ἴσον καὶ ὁμοιον συναμφοτέρῳ τῷ ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρῳ δὲ ΜΒΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ καὶ ὁμοιον τῷ ΡΕΣ. Διὰ δὴ τοῦτο ἐπεὶ τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Α, Ζ πίπτει, πίπτει καὶ τὸ Σ ἐφεξῆς τῷ Η κατέναντι, ὡς τὸ ἀναπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ ΖΕ πρὸς ΕΗ· ὡς δὲ ὁ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Κείσθω τῇ ΒΕ ἴσον ὁ ΕΘ· καὶ διῃρήσθω ἡ ΒΘ δίχα κατὰ τὸ Ο, καὶ ἀπὸ τῶν Σ, Ρ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΣΤ, ΡΤ, συμπιπτέτωσαν αὐταῖς κατὰ Τ, Τ. Ἐπεὶ οὖν διὰ μὲν δίδοται τὸ Β, πρὸς δοθεῖσαν θέσει τὴν ΑΒ, ἴσται ἡ ΤΤ, διὰ δὲ τοῦτο συνεπόμενον γένοιτο τὸ ὑπὸ ΕΒΟ ἐμβαδὸν δοθέν, δίδοται ἡ ΤΤ τῇ θέσει. Καὶ ἀπὸ δοθέντων τῶν Σ, Ρ δίδονται ἐγγραμμαὶ αἱ ΣΤ, ΡΤ γράφουσαι αὐτὰς κατὰ τὰ Τ, Τ· δίδονται ἄρα καὶ τὰ Τ, Τ. Δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΤΤ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. Καὶ ἐστὶ διὰ τὰ τῶν ΕΟΒ, ΣΤΒ τρίγωνα ὁμοιοειδῆ εἶναι ὡς ὁ ΤΒ πρὸς ΒΟ, οὕτως ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ· καὶ συνθέντι ἐστὶν, ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΒ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΟ πρὸς ΟΤ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΤ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΤ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ· ὡς δὲ ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΤ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΕΡ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΟΤ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιόν ἐστιν· ἐπειδήπερ καὶ τὸ ἀπὸ ΟΒ τοῦ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΤ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΣΕΡ ἐστὶ διπλάσιον. Τὸ δὲ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἐδείχθη λόγον ἔχον ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΤ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς [i] τὸν Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΞΟ· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΕΗ, ΞΟ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΛΒΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγος. Δίδοται ἄρα καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγος. Ἐὰν ἄρα ποιώμεν ὡς τὸν Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τοῦ Γ, οὕτως τὴν ΤΤ πρὸς ἄλλην τινά, ὡς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν ΤΤ γράφωμεν ἔλλειψιν, ὃς τὰς καταγομένας ἐν τῷ ὑπὸ ΞΟΒ [k] γωνίᾳ, πεσεῖται ἐν ἐλλείψει ἡ δοθεῖσα, δύναται τὸ ἀφ' ἑαυτῆς τὴν Φ ἐλλείποντα



continetur ſub utraque earum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ; ideo ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΡΕΣ, eſt æquale. Propterea quando punctum Ρ inter puncta Α, Ζ cadit, tunc punctum Σ citra Η cadet; et viciſſim. Quoniam igitur ut Γ ad Δ, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ; et ut ΖΕ ad ΕΗ, ita ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur; ideo ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Spatium autem, quod ſub ΖΕΗ continetur, ſpatio æquale eſſe demonſtratum eſt, quod continetur ſub ΡΕΣ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ponatur ipſi ΒΕ æqualis ΕΘ; junctaque ΒΘ ab utraque parte producatur, ut ΣΤ, ΡΤ ad rectos angulos ductæ in punctis Τ, Υ cum eadem concurrant. Quoniam igitur per datum punctum Β ad datam poſitione ΑΒ ducta eſt ΤΤ, quæ datum angulum ΕΒΟ, dimidium recti anguli, efficit; ideo ΤΤ poſitione data eſt. Quæ autem a datis poſitione punctis Σ, Ρ ducuntur; hoc eſt ΣΤ, ΡΤ; hæ in punctis Τ, Υ eamdem ſecant: ideoque puncta Τ, Υ data ſunt. Data eſt igitur poſitione et magnitudine ΤΥ. Et quoniam, propter triangulorum ΕΟΒ, ΣΤΒ ſimilitudinem, ut ΤΒ ad ΒΟ, ita ſe habet ΣΒ ad ΒΕ; ideo etiam componendo, ut ΤΟ ad ΟΒ, ita ſe habet ΣΕ ad ΕΒ. Ut autem ΒΟ ad ΟΤ, ita ſe habet ΒΕ ad ΕΡ. Ut igitur ΤΟ ad ΟΤ, ita, æqua proportione, ſe habet ΣΕ ad ΕΡ. Ut autem ΤΟ ad ΟΤ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΤ deſcribitur; et ut ΣΕ ad ΕΡ, ita ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΤ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ita ſe habet quadratum, quod ab ΟΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Sed quadratum quod ab ΟΤ deſcribitur duplum eſt quadrati quod ab ΕΡ deſcribitur; quoniam etiam quadratum, quod ab ΟΒ deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a ΒΕ, eſt duplum. Duplum eſt igitur etiam ſpatium, quod ſub ΤΟΤ continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣΕΡ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub ΣΕΡ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, eamdem rationem habere, quam Γ ad Δ. Spatium igitur, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ. Quadratum autem, quod ab ΕΗ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΞΟ: utralibet enim ΕΗ, ΞΟ æqualis eſt utrique ſimul ΛΒΕ. Spatium igitur, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ. Quadratum autem, quod ab ΕΗ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΞΟ: utralibet enim ΕΗ, ΞΟ æqualis eſt utrique ſimul ΛΒΕ. Spatium igitur, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ: data eſt autem ratio duplæ ipſius Γ ad Δ. Data eſt igitur etiam ratio ſpatii, quod ſub ΤΟΤ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur. Itaque ſi fiat: ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita ΤΤ ad aliam quamdam, puta Φ: et circa ΤΤ ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum ΞΟΒ;

[b] In MS. ἐστὶ deeſt [c] ΖΕΝ [d] ΕΘ [e] αἱ ΣΡ, ΤΥ [f] ΕΤΥ [g] ΕΒ [h] πρὸς ΟΥΣ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ· οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ [i] τὸν Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἔχει ὃν ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ· τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ [k] γωνία pro γίνεται ex MS.

hoc eſt dimidium recti anguli; poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub T T Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur; hæc ellipſis, per reciprocationem primi et vigeſimi theorematis primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, per punctum Ξ tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit T Ξ T. Punctum igitur Ξ datum poſitione ellipſin contingit. Et quoniam A K diagonalis eſt parallelogrammi N M; æquale eſt ſpatium, quod ſub N Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B M. Itaque ſi circa aſymptotos Θ K M per punctum B hyperbole deſcribatur, tranſibit per punctum Ξ, eademque data poſitione erit; cum et punctum B poſitione datum ſit, et utralibet A B, B M; ideoque etiam aſymptoti Θ K M. Deſcribatur, eaque ſit Ξ B. Punctum igitur Ξ datam poſitione hyperbolen contingit. Contingebat autem et datam poſitione ellipſin. Datum eſt igitur punctum Ξ, et quæ ab ipſo normalis ducitur Ξ E. Igitur punctum E eſt datum. Et quoniam ut M B ad B E, ita ſe habet Z A ad A E; dataque eſt A E; ideo etiam A Z eſt data. Eadem ratione data eſt et ipſa H B.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit, ut in allata figura, data quidem recta, quam ſecare oportet, A B; data vero alia, A K; denique data ratio, quæ ipſius Γ ad Δ. Ducatur ipſi A B ad rectos angulos B M, quæ rectæ A K æqualis ſit; jungaturque K M; et ipſi K A æqualis ponatur utraque A P, et B Σ; et a punctis P, Σ ducantur ad rectos angulos P T, Σ T. Conſtituatur autem ad punctum B angulus A B O dimidio recti anguli æqualis; productaque B O ab utraque parte ſecet Σ T, P T in punctis T, T. Fiat porro, ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita T T ad Φ: et circa T T ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum dimidio recti anguli æqualem, poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub T T Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur. Deinde deſcribatur circa aſymptotos A K, K M per punctum B hyperbole B Ξ ellipſin in puncto Ξ ſecans: ducaturque a puncto Ξ ad A B normalis Ξ E, eademque ad Π producta. Ducatur per idem punctum Ξ ipſi A B parallela A Ξ N. Denique producantur K A, M B ad puncta Λ, Θ: jungaturque K E; eademque producta cum K N in puncto Θ concurrat. Quoniam igitur B Ξ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti, Θ K, K M; æquale eſt ſpatium, quod ſub N Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B M, per duodecimum theorema libri ſecundi Conicorum Apollonii Elementorum; ideoque K E Λ eſt recta. Itaque ponantur æquales, ipſi quidem Θ A, A Z; ipſi vero Λ B, B H. Et quoniam ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet Φ ad T T; et ut Φ ad T T, ita, per theorema primum et vigeſimum libri primi Conicorum Apolloni Elementorum, ſpatium, quod ſub T O T continetur, ad quadratum, quod a Ξ O deſcribitur; ideo ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub T O T continetur, ad quadratum, quod a Ξ O deſcribitur. Quoniam vero ut T B ad B O, ita ſe habet Σ B ad B E; etiam componendo, ut T O ad O B, ita ſe habet Σ E ad E B. Ut autem B O ad O T, ita ſe habet B E ad E P. Ut igitur T O ad O T, ita etiam, æqua proportione, ſe habet Σ E ad E P. Propterea ut ſpatium, quod ſub T O T continetur, ad quadratum, quod ab O T deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub Σ E P, ad quadratum, quod deſcribitur ab E P. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub T O T continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ E P, ita ſe habet quadratum, quod ab O T deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E P. Duplum eſt autem quadratum, quod ab O T deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur ab E P; cum quadratum etiam, quod a B Θ deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a B E, duplum ſit. Æqualis eſt enim B E ipſi E O; quippe uterque angulus, qui ad puncta B, O eſt, dimidius eſt anguli recti. Duplum eſt

ἡμίσῃ τοῦ ὑπὸ T T Φ, ἔχῃ δὲ καὶ τὸ Ξ, δὲ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ τρόπου ᾗ εἰκοστῷ διορίσομεν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν στοιχείων. Γεγράφθω, ᾗ ἔστω ὡς ἡ T Ξ T. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται δοθείσης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιός ἐστιν ἡ Λ K τοῦ N M παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ N Ξ Π τῷ ὑπὸ A B M. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ B δοθῇ ἀσυμπτώτους τὰς Θ K M γραμμὴν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, καὶ ἴσην δοθείσῃ, διὰ τὸ ᾗ τὸ B σημεῖον τῇ δοθείσῃ, ᾗ ἑκατέραν τῶν A B, B M, ᾗ διὰ τοῦτο τὰς Θ K M ἀσυμπτώτους. Γεγράφθω, ᾗ ἔστω ὡς ἡ Ξ B. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται δοθείσης δοθείσης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ δοθείσης ἐλλείψεως. Δέδοται ἄρα τὸ Ξ, ᾗ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ Ξ E. Δέδοται ἄρα τὸ E. Καὶ ἐστὶ ἴσον ὡς ἡ M B πρὸς B E, οὕτως ἡ Z A πρὸς A E, ᾗ δέδοται ἡ A E· δέδοται ἄρα καὶ ἡ A Z. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δέδοται ᾗ ἡ H B.

Συντίθεται δὲ οὕτως. Ὡς γὰρ ἔστι τὸ αὐτὸ διαγραφῆναι, ἔστω δύο εὐθεῖαι δοθεῖσαι, ἴσον δὲ τὸ τμηθὲν, ἡ A B· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ A K· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸ Δ. Ἤχθω τῇ A B πρὸς ὀρθὰς ἡ B M ἴση οὖσα τῇ A K· ᾗ ἐπεζεύχθω ἡ K M, ᾗ τῇ μὲν K A ἴση κείσθω ἑκατέρα ἡ A P, ᾗ ἡ B Σ· καὶ διὰ τῶν P, Σ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ P T, Σ T. Καὶ πρὸς τῷ B σημείῳ συνεστάτω ἡμίσεια ὀρθῆς ἡ ὑπὸ A B O, ᾗ ἐκβεβλήσθω ἡ B O ἐφ' ἑκάτερα τιμήτω τὰς Σ T, P T κατὰ τὰ T, T. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τοῦ Γ, οὕτως ἡ T T πρὸς τὸν Φ· καὶ περὶ τὴν T T γεγράφθω ἔλλειψις, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παραπίπτοντα παρὰ τὸν Φ, ἐλλείποντα εἴδει τῷ ὑπὸ T T Φ. Διὰ δὴ τοῦ B παρὰ ἀσυμπτώτους τὰς A K, K M, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ B Ξ, τέμνουσα τὴν ἔλλειψιν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν A B καθέτου ἤχθω ἡ Ξ E, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὴ τοῦ Ξ τῇ A B παράλληλος ἤχθω ἡ Λ Ξ N. Καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ K A, M B ἐπὶ τὰ Λ, Θ· καὶ ἡ M E ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ K N κατὰ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ B Ξ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ Θ K, K M, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ N Ξ Π τῷ ὑπὸ A B M, διὰ τὸ ιβ΄ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· διὰ τοῦτο εὐθεῖα ἐστὶν ἡ K E Λ. Κείσθω οὖν τῇ μὲν Θ A ἴση ἡ A Z, τῇ δὲ Λ B ἴση ἡ B H. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ Φ πρὸς τὸν T T· ὡς δὲ ἡ Φ πρὸς τὸν T T, οὕτως τὸ ὑπὸ T O T πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ O, διὰ τὸ καὶ δεύτερον θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ T O T πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ O. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ T B πρὸς B O, οὕτως ἡ Σ B πρὸς B E· καὶ συνθέντι ὡς ἡ T O πρὸς O B, οὕτως ἡ Σ E πρὸς E B. Ἀλλ' ὡς ἡ B O πρὸς O T, οὕτως ἡ B E πρὸς E P. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ T O πρὸς O T, οὕτως ἡ Σ E πρὸς E P. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ T O T πρὸς τὸ ἀπὸ O T, οὕτως τὸ ὑπὸ Σ E P πρὸς τὸ ἀπὸ E P. Ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ T O T πρὸς τὸ ὑπὸ Σ E P, οὕτως τὸ ἀπὸ O T πρὸς τὸ ἀπὸ E P. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ O T τοῦ ἀπὸ E P διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ ἀπὸ B O τῷ ἀπὸ B E. Ἴση γάρ ἐστιν ἡ B E τῇ E O, ἡμισείας ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς B, O. Καὶ τὸ ὑπὸ T O T ἄρα διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ

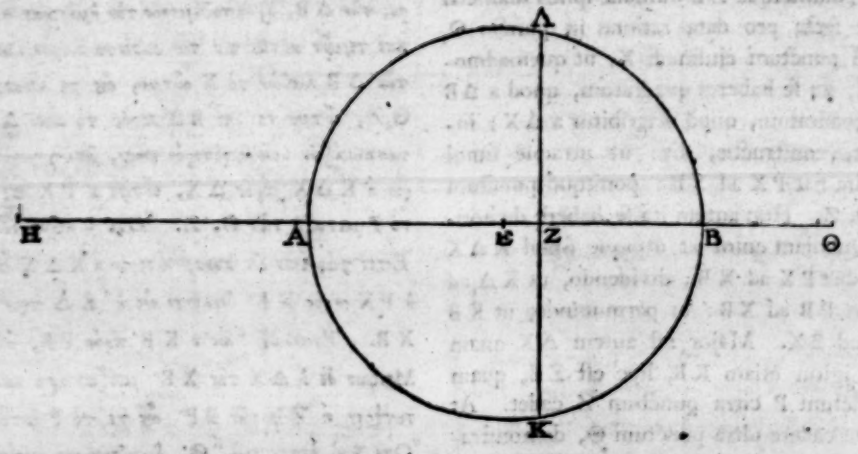
[1] ὡς ἡ Γ Ξ T [m] πρὸς A E [n] In MS. ἡ deeſt. [o] τιμεῖν Δ B [p] παρὰ pro περὶ ex MS. [q] A B, [r] ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ Ξ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν A B κάθετος ἤχθω ἡ Λ Ξ N [s] αἱ K M, M B [t] ἀπὸ O P [u] ὀρθῆς· ἴσαι

ΣΕΡ. Ἐστὶ οὖν ὑπόχθω ὡς ἡ ἀπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΤ πρὸς τὸ ἀπὸ [w]ΞΟ, ἡ τῶν ἰσγραμμένων τὸ ἥμισυ· ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ, [x]ἡ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἴση γάρ ἡ ΞΟ τῇ ΕΗ, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσην εἶναι συναμφοτέρῳ τῇ ΑΒΕ. Ἐστὶ δὲ ἴση ἡ συναμφότερος ἡ ΘΑΕ συναμφοτέρῳ τῇ ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ, τουτέστι συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, τουτέστι συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ. Ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τῇ ΘΑΕ ἴσον ἐστὶ ἡ ΖΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΑΒΕ, ἴση ἡ ΕΗ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΚΑΕ, ἴση ἡ ΡΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΜΒΕ, ἴση ἡ ΕΣ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἀλλ' ὡς [y]ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως [z]τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, ἴση δὲ ἡ ΘΑ τῇ ΖΑ· ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Εἰδέναι ἄρα δεῖ δοθέσας τάς ΑΒ, καὶ ἑτέρας τάς ΑΚ, καὶ λόγῳ τῷ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· ὑπόκειται δὴ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ προστεθεῖσαι εὐθεῖαι Ζ Α, ΗΒ, καὶ γεγονέτω ἐν τῇ δοθέντι λόγῳ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Ἔτι τί ἔχον ὡς ἡ δοθεῖσα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ· ὡς δὲ αὐτὸ ἡ δοθεῖσα ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τούτων δεδειγμένων, δυνατόν ἐστι τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τῷ τὸν δοθέντα λόγον ἔχοντι τμῆμι τμῆσαι. Ἔστω γὰρ ἡ δοθεῖσα σφαῖρα διάμετρος ἡ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· τέτμηται δὲ τῆς σφαίρας ἴσον τὸ Ε. Καὶ τετμήσθω [a]ἐπὶ τῆς ΑΒ σημεῖον τὸ Ζ, καὶ προστεθεῖσαι αἱ ΗΑ, ΘΒ· ὡς τι εἶναι ὡς τὴν Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὴν ΗΖ πρὸς τὴν ΖΘ· ἔστι τι εἶναι, ὡς μὲν τὴν ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως δοθεῖσαν τὴν ΕΒ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ τὴν ΘΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν τὴν ΕΑ πρὸς ΑΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν πρότερον ἀποδέδεικται. Καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΚΖΛ· καὶ διὰ τῆς ΚΛ ἐπιπέδου ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ τῆς ΑΒ τμήματος τῆς σφαίρας· λέγω ὅτι τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Ἐστὶ γὰρ ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς ΒΖ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ, ὕψος δὲ τὴν ΖΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τὴν βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ἴσον ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τὴν βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν,

igitur etiam ſpatium, quod ſub TOT continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣΕΡ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habere ſpatium, quod ſub TOT continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur; ideo, ſumptis præcedentium dimidiis, ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ, id eſt ab ΕΗ, deſcribitur: æqualis eſt enim ΞΟ ipſi ΕΗ; quippe harum utraque utrique ſimul ΑΒΕ eſt æqualis. Quoniam igitur ut utraque ΘΑΕ ad utramque ΜΒΕ, ita ſe habet utraque ΚΑΕ ad utramque ΑΒΕ; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius ΑΕ ad ΕΒ; ideo ſpatium, quod ſub utraque ſimul cum ΘΑΕ, tum ΑΒΕ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque ſimul cum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ. Æqualis eſt autem utrique ΘΑΕ, ΖΕ; et utrique ΑΒΕ, ΕΗ; et utrique ΚΑΕ, ΡΕ; et utrique ΜΒΕ, ΕΣ. Spatium igitur, quod ſub ΖΕΗ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΡΕΣ. Ut autem Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut igitur Γ ad Δ, ita etiam ſe habet ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut autem ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Et quoniam ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΘΑ ad ΑΕ, æqualiſque eſt ΘΑ ipſi ΖΑ; ideo ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΖΑ ad ΑΕ. Eadem ratione ut ΚΑ ad ΑΕ, ita etiam ſe habet ΗΒ ad ΒΕ. Itaque data recta ΑΒ; et alia item ΑΚ; et ratione ipſius Γ ad Δ; ſumptum eſt in ΑΒ punctum quoddam Ε, eidemque ΑΒ rectæ ΖΑ, ΗΒ ita appoſitæ, ut ΖΕ et ΕΗ datam inter ſe invicem rationem habeant. Amplius vero quemadmodum data recta ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habeat ΖΑ ad ΑΕ; et quemadmodum data eadem recta ΚΑ ad ΑΕ, ita ΗΒ ad ΒΕ. Quod oportebat facere.

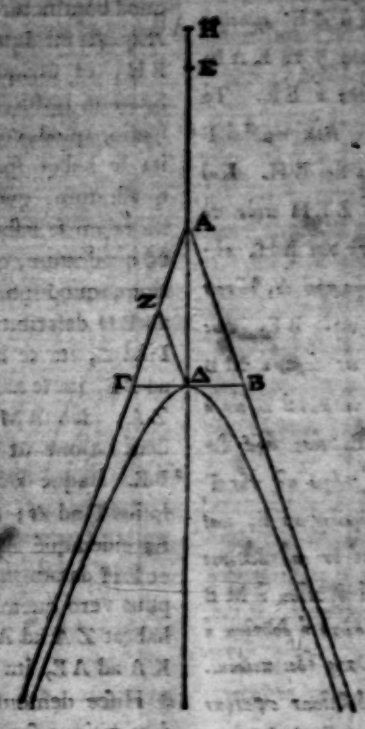
Hiſce demonſtratis, fieri poteſt ut data ſphæra pro data ratione ſecetur, hoc pacto. Sit datæ quidem ſphæræ diameter ΑΒ; data autem ratio quam ſphæræ ſegmenta inter ſe invicem habere debent, eadem, quæ ipſius Γ ad Δ; denique ſphæræ centrum punctum Ε. Sumatur autem in ΑΒ punctum Ζ, apponanturque eidem ΑΒ rectæ ΗΑ, ΘΒ; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ΗΖ ad ΖΘ: amplius vero quemadmodum ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habeat data recta ΕΒ ad ΒΖ; et quemadmodum ΘΒ ad ΒΖ, ita data eadem recta ΕΑ ad ΑΖ. Hoc enim fieri poſſe ſupra demonſtratum eſt. Ducatur porro per punctum Ζ ipſi ΑΒ ad rectos angulos ΚΖΛ; planumque, quod rectum ad ΑΒ per ΚΛ agitur, ſphæram ſecet. Dico ſphæræ ſegmenta eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam Γ ad Δ. Quoniam enim ut ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habet ΕΒ ad ΒΖ; etiam componendo, ut ΗΖ ad ΖΑ, ita ſe habet utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ. Igitur conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et altitudinem ΖΗ, æqualis eſt ſphæræ ſegmento eamdem baſim habenti, et



[w] ΞΘ [x] ἀπὸ ΞΟ τῇ ΕΗ. Διὰ τὰ [y] ἡ Γ πρὸς τὴν Δ [z] τὸ ἀπὸ [a] ἐπὶ τῆς

altitudinem ZA. Rursus quoniam ut ΘB ad BZ, ita se habet ΓA ad AZ; etiam componendo, ut ΘZ ad BZ, ita se habet utraque simul EA, AZ ad AZ. Igitur conus basim habens circulum, qui circa diametrum EA describitur, et altitudinem ZΘ, aequalis est sphaerae segmento eandem basim habenti, et altitudinem BZ. Quoniam igitur coni, quos diximus, super eadem basi constituti se habent invicem ut altitudines; similiter ut ΘZ ad ZH, id est Γ ad Δ; ideo sphaerae segmenta data inter se invicem rationem habent. Quod oportebat facere.

Quo autem pacto oporteat per datum punctum circa datas asymptotos hyperbolen describere, demonstrabimus; quandoquidem hoc in Conicis Elementis non traditur. Duae sint rectae ΓA, AB, quae angulum quemvis, qui ad punctum A est, comprehendant; et detur punctum aliquod Δ: proponatur autem per punctum Δ circa asymptotos ΓA, AB describenda hyperbole. Jungatur AΔ, eaque producatur ad punctum E: et ponatur AE ipsi ΔA aequalis. Ducatur autem per punctum Δ ipsi AB parallela ΔZ; ponaturque ipsi AZ aequalis ZΓ; et juncta ΓΔ producatur ad punctum B; et quadrato, quod a ΓB describitur, aequale fiat spatium, quod sub ΔEH continetur. Tum denique describatur per punctum Δ circa AΔ productam hyperbole; ita ut quae ad ipsam AΔ ducuntur, possint spatia, quae cum specie excedant ei, quae sub ΔEH continetur, simili ad EH applicantur. Dico rectas ΓA, AB descriptae hyperboles asymptotos esse. Quoniam enim parallela est ΔZ ipsi BA, et ΓZ aequalis ipsi ZA; etiam ΓΔ ipsi ΔB est aequalis. Quod igitur quadratum a ΓB describitur id quadruplum est quadrati, quod describitur a ΓΔ. Aequale autem est quadratum, quod a ΓB describitur, spatio, quae sub ΔEH continetur. Utrumque igitur quadratorum, quae a ΓΔ, ΔB describuntur, quarta pars est spatii, quae continetur sub ΔEH. Igitur rectae ΓA, AB, per primum theorema secundi libri Conicorum Apollonii Elementorum, hyperboles asymptoti sunt.



IN QUINTI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Porro autem in compositione cum sphaerae diametrum ΔB produxisset, posuissetque ZB dimidiae ipsius diametri aequalem, eaque secta pro data ratione in puncto Θ, sumpsisset in ΔB punctum ejusmodi X, ut quemadmodum XZ ad ΘZ, ita se haberet quadratum, quod a ΔB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔX; iisdem, quae prius, constructis, ait: ut utraque simul KΔX ad ΔX, ita fiat PX ad XB; ponitque punctum P inter puncta Θ, Z. Hoc autem ita se habere demonstrandum est. Quoniam enim ut utraque simul KΔX ad ΔX, ita se habet PX ad XB; dividendo, ut KΔ ad ΔX, ita se habet PB ad XB: et permutando, ut KB ad PB, ita ΔΓ ad BX. Major est autem ΔX quam XB. Major est igitur etiam KB, hoc est ZB, quam BP. Quare punctum P citra punctum Z cadet. At vero idem quoque cadere ultra punctum Θ, demonstrabitur appositе ad ea, quae in analysi sunt, tota theorematis compositione absoluta. Illud enim colligitur, ut PX ad XΛ, ita se habere ΘB ad ZΘ: idque etiam componendo. Atque hinc conveniens cum iis, quae supra dicta sunt, demonstratio petenda est.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ε.

Ἐν δὲ τῇ συνθέσει προσεκβάλλων τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν ΔΒ, καὶ ἀποδείκνυς τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τῇ ΖΒ, καὶ τμῶν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπὶ τῆς ΔΒ λαβὼν τὸ Χ οὕτως, ὡς τὸ εἶναι ὡς τὴν ΧΖ πρὸς ΘΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερόν φησι, ὅτι γεγονέτω ὡς συναμφότερος ἡ ΚΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· καὶ λέγει τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Θ, Ζ. Ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει δεικτέον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· διελόντι ὡς ἡ [f]ΚΔ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΒ πρὸς ΧΒ. Ἐναλλὰξ [g]ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΡΒ, ἡ ΔΧ πρὸς ΒΧ. Μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΧΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ, τουτέστιν ἡ ΖΒ τῆς ΒΡ· ὥστε τὸ Ρ ἐντὸς τοῦ Ζ πεσεῖται. Ὅτι δὲ καὶ ἐντὸς τοῦ [h]Θ· δεικτέον ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει προειρημένοις πρὸς τῇ συνθέσει τοῦ θεωρήματος. Συνάγεται γὰρ ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΡΧ πρὸς ΧΛ, ἡ ΘΒ πρὸς ΖΘ, οὕτως τι καὶ συνθέντι. Καὶ διὰ τοῦτο γὰρ ἀκόλουθος τοῖς ἄνω ἡ μετὰ ταῦτα ἡ δεῖξις.

[b] πρὸς ΘΖ [c] ἴση ἡ ΑΔ [d] περὶ pro περὶ ex MS. [e] In MS. ὅτιος deest [f] ΚΑ [g] ὡς ἡ ΚΑΒ [h] Β

Καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ.

Ταραγμένη ἀναλογία ἐν τοῖς Στοιχείοις ἐμάθομεν οὖσῶν [1] ὅταν μεγεθῶν τριῶν ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, ὅταν ᾖ ὡς μὲν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον. Καὶ ταῦτα ἐν δείκται, ὡς μὲν ἡγούμενον ἡ ΡΛ πρὸς ἑπόμενον τὸν ΛΔ, οὕτως ἡγούμενον ἡ ΧΖ πρὸς ἑπόμενον τὸν ΖΘ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ ΔΛ πρὸς ἄλλο τι τὸν ΔΧ, οὕτως ἄλλο τι ἡ ΒΖ πρὸς ἡγούμενον τὸν ΧΖ. Ἐπεται ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς δείκται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν Στοιχείων, ὡς ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ.

Et æqua, eademque perturbata proportione. Perturbatam proportionem in Elementis eam esse didicimus, in qua tres cum sint magnitudines, et aliæ ipsis multitudine æquales; ut præcedens ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens ad sequentem in magnitudinibus secundis; et ut in primis sequens ad aliam quamdam magnitudinem, ita in secundis alia quædam magnitudo se habet ad præcedentem. Itaque hic quoque demonstratum est, ut præcedens ΡΛ ad sequentem ΛΔ, ita se habere præcedentem ΧΖ ad sequentem ΖΘ; et ut sequens ΔΛ ad aliam quamdam ΔΧ, ita se habere aliam quamdam ΒΖ ad præcedentem ΧΖ. Ex quo sequitur, ut in quinto Elementorum libro demonstratum est, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita se habere ΒΖ ad ΖΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ. Καὶ ἔστω δὴ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. Δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

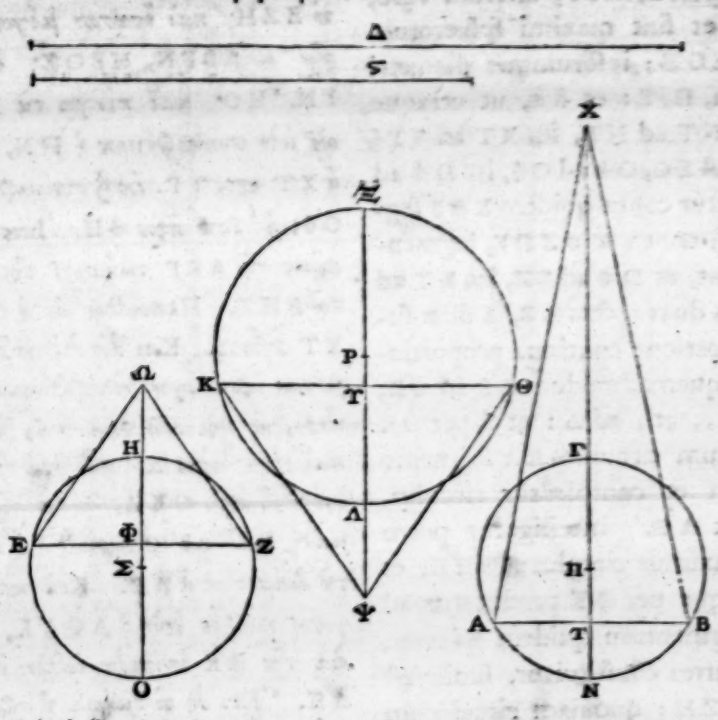
PROP. VI. Prob.

Dato sphæræ segmento simile, idemque alii dato æquale constituere.

Sint data duo sphæræ segmenta ΑΒΓ, ΕΖΗ. Ac segmenti quidem ΑΒΓ basis sit circulus, qui circa diametrum ΑΒ describitur, et vertex punctum Γ; segmenti vero ΕΖΗ basis sit circulus, qui describitur circa diametrum ΕΖ, et vertex punctum Η. Oportet autem sphæræ segmentum invenire, quod segmento quidem ΑΒΓ æquale, segmento vero ΕΖΗ simile sit.

Εὑρήσθω· καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ· καὶ ἔστω αὐτῷ μὲν βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον. Ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις [k] οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΑΞ, ΗΟ· καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. Καὶ πεπειήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΤ πρὸς ΞΤ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΤΛ· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως [l] ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. Ἔστι δὲ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ· ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ.

Sit data sphæra, cujus centrum Δ, et diameter Δς. Fiat porro, ut utraque quidem simul ΠΝ, ΝΤ ad ΝΤ, ita ΧΤ ad ΤΓ; ut utraque vero simul ΡΞ, ΞΤ ad ΞΤ, ita ΨΤ ad ΤΛ; denique ut utraque simul ΣΟ, ΟΦ, ad ΟΦ, ita ΩΦ ad ΦΗ: atque intelligantur coni, quorum bases sint circuli, qui circa diametros ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ describuntur, et vertices puncta Χ, Ψ, Ω. Æqualis autem est conus quidem ΑΒΧ sphæræ segmento ΑΒΓ; conus vero ΨΘΚ sphæræ segmento ΘΚΛ; conus denique ΕΩΖ sphæræ segmento ΕΗΖ. Hoc enim demonstratum est. Et quoniam æquale est sphæræ segmentum ΑΒΓ segmento ΘΚΛ, æqualis est etiam conus ΑΧΒ cono ΨΘΚ. Æqualium autem conorum bases et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus, qui circa diametrum



Τοῦτο δὲ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὑψεσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον

[1] ὅταν τῶν μεγεθῶν [k] οἱ ΑΓ, ΒΓ, ΘΞ, ΚΛ, ΕΟ, ΖΗ [l] ἡ ΟΦ

AB deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΘK, ita ſe habet ΨT ad XT. Ut autem circulus ad circulum, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘK. Ut igitur quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ita ſe habet ΨT ad XT. Et quoniam ſimile eſt ſegmentum EZH ſegmento ΘKΛ, ſimilis eſt etiam conus EZΩ cono ΨΘK. Hoc enim demonſtrabitur. Ut igitur ΩΦ ad EZ, ita ſe habet ΨT ad ΘK. Data eſt autem ratio ipſius ΩΦ ad EZ. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ΨT ad ΘK. Eadem ſit ratio ipſius XT ad Δ. Data eſt autem XT. Data eſt igitur etiam Δ. Et quoniam ut ΨT ad XT, hoc eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ita ſe habet ΘK ad Δ; ponatur quadrato, quod deſcribitur a ΘK æquale ſpatium, quod continetur ſub AB, ς. Igitur ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ita ſe habet AB ad ς. Ut autem quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘK ad Δ. Igitur etiam permutando, ut AB ad ΘK, ita ſe habet ς ad Δ. Ut autem AB ad ΘK, ita ſe habet ΘK ad ς; eo quod quadrato, quod deſcribitur a ΘK, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub AB, ς. Ut igitur AB ad ΘK, ita ſe habet ΘK ad ς, et ς ad Δ. Duæ ſunt igitur inter datas duas AB, Δ mediæ proportione continua proportionales ΘK, ς.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint ſphæræ ſegmenta, alterum quidem, cui æquale aliud conſtituere oportet, ABΓ, alterum vero, cui ſimile, EZH: et ſint maximi ſphærarum circuli ABΓN, HEOZ; ipſorumque diametri ΓN, HO; et centra, Π, Σ: et fiat, ut utraque quidem ſimul ΠN, NT ad NT, ita XT ad TΓ; ut utraque vero ſimul ΣO, OΦ ad OΦ, ita ΩΦ ad ΦH. Æqualis eſt igitur conus quidem XAB ſegmento ſphæræ ABΓ; conus vero ZΩE, ſegmento ſphæræ EHZ. Fiat, ut ΩΦ ad EZ, ita XT ad Δ: atque inter datas duas rectas AB, Δ duæ ſumantur mediæ proportione continua proportionales ΘK, ς; ita ut quemadmodum AB ad ΘK, ita ſe habeat ΘK ad ς, et ς ad Δ: et ſuper ΘK conſtituatur ſegmentum circuli ΘKΛ ſegmento circuli EZH ſimile; et compleatur circulus, ejuſque diameter ſit ΛΞ. Intelligatur porro ſphæra, cujus ſit maximus circulus ΛΘΞK, et centrum P: planumque per ΘK producatur ad ΛΞ rectum. Ac ſegmentum quidem ſphæræ, quod ad puncti Λ partes conſtituitur, ſimile eſt ſphæræ ſegmento EZH; quoniam circulorum etiam ſegmenta ſimilia ſunt. Dico autem æquale etiam eſſe ſphæræ ſegmento ABΓ. Fiat, ut utraque ſimul PΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΛ. Æqualis eſt igitur conus ΨΘK ſphæræ ſeg-

τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘK, ἔστως ἡ ΨT πρὸς XT. Ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, ἕστως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἕστως ἡ ΨT πρὸς XT. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ EZH τμῆμα τῷ ΘKΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ EZΩ κῶνος τῷ ΨΘK κώνῳ. Τοῦτο γὰρ δεχθήσεται. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν EZ, ἕστως ἡ ΨT πρὸς ΘK. Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν EZ δοθείς. Λόγος ἄρα καὶ [m]τῆς ΨT πρὸς τὴν [n]ΘK δοθείς. Ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς XT πρὸς Δ. Καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ XT. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΨT πρὸς XT, τετάχθω τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἕστως ἡ ΘK πρὸς Δ· κείσθω τῷ ἀπὸ ΘK ἴσον τὸ ὑπὸ AB, ς. [o]Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἕστως ἡ AB πρὸς τὴν ς. Ἐδόχθη δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἕστως ἡ ΘK πρὸς Δ. [p]Καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ AB πρὸς ΘK, ἕστως ἡ ς πρὸς Δ. [q]Ὡς δὲ ἡ AB πρὸς ΘK, ἕστως ἡ ΘK πρὸς ς· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΘK τῷ ὑπὸ τῶν AB, ς. [r]Ὡς ἄρα [s]ἡ AB πρὸς ΘK, ἕστως ἡ ΘK, πρὸς ς, καὶ ἡ ς πρὸς Δ. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν AB, Δ, δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΘK, ς.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα ἕτως. [t]Ἔστω ᾧ μὲν δεῖ ἴσον τμῆμα συνεστάσθαι τὸ ABΓ· ᾧ δὲ ὅμοιον τὸ EZH· καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν [u]οἱ ABΓN, HEOZ· διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΓN, [v]HO· καὶ κέντρα τὰ Π, Σ· καὶ πεπιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠN, NT πρὸς NT, ἕστως ἡ XT πρὸς TΓ. ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣO, OΦ πρὸς OΦ, ἡ [w]ΩΦ πρὸς ΦH. [x]Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν XAB κῶνος τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ZΩE τῷ EHZ. Πεπιήσθω ὡς ἡ ΩΦ πρὸς EZ, ἕστως ἡ XT πρὸς Δ. Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν AB, Δ, δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν αἱ ΘK, ς· ὥς τε εἶναι, ὡς τὴν AB πρὸς ΘK, ἕστως τὴν KΘ πρὸς ς, καὶ τὴν ς πρὸς Δ· καὶ ἐπὶ τῆς ΘK κύκλου τμῆμα ἐπεσάσθω τὸ ΘKΛ, ὅμοιον τῷ EZH κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΛΞ. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΛΘΞK, κέντρον δὲ τὸ P· καὶ διὰ τῆς ΘK ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΛΞ. [y]Ἔστι δὴ τὸ τμῆμα [z]τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ, ὅμοιον τῷ EZH τμήματι [a]τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ [b]τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Πεπιείσθω ὡς συναμφότερος ἡ [c]PΞ, ΞΥ πρὸς [d]τὴν ΞΥ, ἕστως

[m] τῆς pro τὰς ex MS. [n] ΘKΩ [o] ἔστω [p] καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἕστως ἡ ΘK πρὸς Δ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ AB πρὸς ΘK, ἕστως ἡ Σ πρὸς Δ [q] ἡ ΔB [r] οἱ ABΓ, NE, HZΩ [s] HΘ [t] OΦ [u] ἔστω τὸ τμῆμα [v] PΞ, ΞΥ

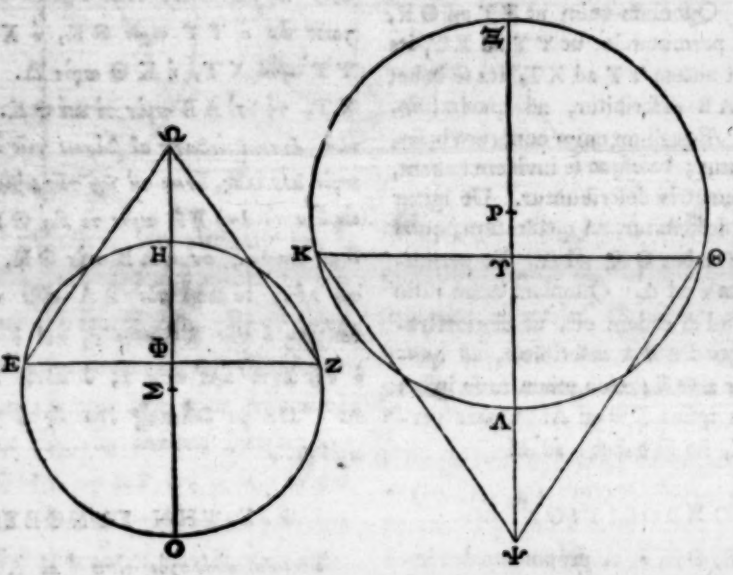
ἡ ΨΤ πρὸς ΤΛ. Ἴσος [x] ἄρα ΨΘΚ κῶνος, τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τετάρτη ἡ ΧΤ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΤ πρὸς ΘΚ. Καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἀνάπαλιν. Ὡς ἄρα ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Καὶ ἐπεὶ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΤ πρὸς ΧΤ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, τετάρτη ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλον ἕτως ἡ ΨΤ πρὸς τὴν ΧΤ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Ὡς τι δὲ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΒΓ ἴσον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὁμοιον τῷ ΕΖΗ, τὸ αὐτὸ συνίσταται τὸ ΘΚΛ.

mento ΘΚΛ. Et quoniam ſimilis eſt conus ΨΘΚ cono ΖΩΕ; ut ΩΦ ad ΕΖ, hoc eſt ΧΤ ad Δ, ita ſe habet ΨΤ ad ΘΚ. Et permutando, invertendoque. Ut igitur ΨΤ ad ΧΤ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Et quoniam rectæ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ proportionales invicem ſunt, ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Ut autem ΘΚ ad Δ, ita ſe habet ΨΤ ad ΧΤ. Igitur etiam ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ; hoc eſt circulus, qui circa diametrum ΑΒ eſt, ad circulum, qui eſt circa diametrum ΘΚ; ita ſe habet ΨΤ ad ΧΤ. Æqualis eſt igitur conus ΧΑΒ cono ΨΘΚ. Quare etiam ſegmentum ſphæræ ΑΒΓ æquale eſt ſphæræ ſegmento ΘΚΛ. Dato igitur ſegmento ΑΒΓ æquale, idemque dato alii ΕΖΗ ſimile ſegmentum ΘΚΛ conſtitutum eſt.

EUTOCIUS.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Νενοήσθωσαν γὰρ χαρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαί, καὶ ἐπεζευγμέναι αἱ ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ΕΖΗ, ΘΚΛ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΕΗΖ, ΘΛΚ γωνίαι, ὧν τι καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν. Καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Φ, Υ. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἴση ἐστίν. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΦΖ τρίγωνον τῷ ΛΥΚ· καί ἐστιν ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, οὕτως ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσογώνια ὄντα τὰ ΦΖΟ, ΥΚΞ τρίγωνα, ἔστιν ὡς ἡ ΖΦ [y] πρὸς ΦΟ, ἡ ΚΥ πρὸς ΥΞ. Διὶ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΟ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΞ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΗΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΛΞ πρὸς ΞΥ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ, ὡς ἡ ΣΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΡΞ πρὸς ΞΥ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΦΟ, τετάρτη ἐστὶν ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, τετάρτη ἐστὶν ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΥΚ· καὶ τῶν ὑπομείνων τὰ διπλάσια, ὡς ἄρα ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. Τῶν ἄρα ΩΕΖ, ΨΘΚ κώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ἄξονες καὶ διάμετροι τῶν βάσεων. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Et quoniam ſimile eſt ſegmentum ΕΖΗ ſegmento ΘΚΛ, ſimilis etiam eſt conus ΕΖΩ cono ΨΘΚ. Intelligantur enim figuræ poſitæ ſeorſum eſſe; junctæque ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Quoniam igitur ſegmenta ΕΖΗ, ΘΚΛ ſunt ſimilia, anguli ΕΗΖ, ΘΛΚ, horumque item dimidii æquales invicem ſunt. Qui autem anguli ad puncta ſunt Φ, et Υ, hi ſunt recti. Igitur et reliquus angulus reliquo angulo eſt æqualis. Hinc æquiangula ſunt triangula ΗΦΖ, ΛΥΚ: atque ut ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Eadem ratione æquiangula cum ſint triangula ΦΖΟ, ΥΚΞ; ut ΖΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΚΥ ad ΥΞ. Igitur, æqua proportione, ut ΗΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΞ. Et componendo, ut ΗΟ ad ΟΦ, ita ΛΞ ad ΞΥ: et, ſumptis præcedentium dimidiis, ut ΣΟ ad ΟΦ, ita ΡΞ ad ΞΥ. Denique componendo, ut utraque ſimul ΣΟ, ΟΦ ad ΦΟ, hoc eſt ΩΦ ad ΦΗ, ita utraque ſimul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, hoc eſt ΨΥ ad ΥΛ. Ut autem ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Ut igitur ΩΦ ad ΦΖ, ita etiam æqua proportione ſe habet ΨΥ ad ΥΚ: et, ſumptis ſequentium duplis, ut ΩΦ ad ΕΖ, ita ΨΥ ad ΘΚ. Conorum igitur ΩΕΖ et ΨΘΚ axes, et baſium diametri reciprocantur. Propterea coni ſimiles ſunt: quod oportebat demonſtrare.



Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δέδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων· ὥς τι δέδοται ἡ ΕΖ καὶ ἡ ΗΦ. Καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς ΕΖ ἡ ΕΦ δοθήσεται· ὥς τι καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς· καί ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ ΗΦΟ. Ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος

Data eſt autem ratio ipſius ΩΦ ad ΕΖ. Quoniam enim ſphærarum ſegmenta data ſunt, ipſæ quoque baſium diametri, et ſegmentorum altitudines ſunt datæ: quocirca data eſt cum ΕΖ, tum ΗΦ. Ideoque data etiam erit ΕΦ dimidia ipſius ΕΖ, quadratumque, quod ab eadem deſcribitur; quod quidem æquale eſt ſpatio, quod ſub ΗΦΟ continetur. At vero ſi datum ſpatium

[x] ἄρα ἡ ΨΘΚ

[y] In MS. πρὸς ΦΟ deſunt.

ad datam rectam applicetur, datam latitudinem facit. Igitur ΦO data est. Data est autem et ΦH. Data est igitur tota sphæræ diameter: et propterea ipsius quoque dimidia ΣO. Data est autem et OΦ. Data est igitur ratio ipsius ΣO ad OΦ: et componendo, ratio utriusque simul ΣO, OΦ ad OΦ; hoc est ipsius ΩΦ ad ΦH. Data est autem ΦH. Data est igitur ΩΦ. Data est autem et EZ. Data est igitur ratio ipsius ΩΦ ad EZ. Eadem hæc dicta fuerint etiam de segmento ABΓ; ex quibus colligetur rationem ipsius XT ad AB datam esse. Cum autem data sit AB, data etiam est ipsa XT.

At vero si segmenta data sint, ipsorum quoque altitudines datas esse manifestum est. Ut autem ex Datorum Elementis hoc ipsum colligi videatur, ita demonstrabitur. Quoniam segmenta data sunt positione, et magnitudine; data est cum EZ, tum angulus qui in segmento constituitur, ideoque ipsius etiam dimidius. Quocirca si intelligatur juncta esse EH, cum datus sit rectus angulus, qui ad punctum Φ est, datus etiam erit angulus, qui relinquitur. Hinc datum erit specie triangulum EHΦ: ideoque etiam ratio ipsius EΦ ad ΦH. Data est autem EΦ, utpote quæ ipsius EZ est dimidia. Data est igitur etiam ΦH. Licet autem alia quoque argumentatione uti. Quoniam data est positione recta EZ, ductaque fuit a dato puncto Φ; secat enim EZ in duas æquas partes ad rectos angulos rectæ positione datæ ΦH; et data præterea est positione segmenti circumferentia; ideo punctum H est datum. Datum autem erat et punctum Φ. Data est igitur ΦH.

Quoniam ut ΨΥ ad XT; hoc est quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet KΘ ad Δ. Quoniam enim ut ΨΥ ad ΘK, ita se habet XT ad Δ; permutando, ut ΨΥ ad XT, ita se habet KΘ ad Δ. Ut autem ΨΥ ad XT, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK. Æqualium enim conorum bases, et altitudines reciprocantur; baseſque se invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris describuntur. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK, ad Δ. Et permutando, ut AB ad ΘK, ita ϛ ad Δ. Quoniam enim ratio ipsius BA ad ϛ, et KΘ ad Δ eadem est, ut demonstravimus, quæ quadrati, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK; ideo etiam ratio ipsius BA ad ϛ eadem est quæ ipsius KΘ ad Δ. Quare permutando, ut BA ad ΘK, ita se habet ϛ ad Δ.

IN SEXTI COMPOSITIONEM.

Et quoniam rectæ AB, ΘK, ϛ, Δ proportionales invicem sunt, ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK ad Δ. Generaliter enim si quatuor fuerint rectæ proportionales, ut quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita se habebit secunda ad quartam. Quoniam enim ut prima ad secundam ita se habet tertia ad quartam; permutando, ut prima ad tertiam ita secunda se habet ad quartam. Ut autem prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita etiam se habet secunda ad quartam.

ωσοῦ δίδοται. Δεδόσθω ἄρα ἡ ΦO· ἀλλὰ καὶ ἡ ΦH. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δεδόσθαι ἐστί, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡμίσεια αὐτῆς δίδοται ἡ ΣO. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ OΦ. Δίδοται ἄρα καὶ ὁ τῶν ΣO πρὸς OΦ λόγος· καὶ συνθέντι ὁ τῶν συναμφοτέρων ἡ ΣO, OΦ πρὸς τὸν OΦ λόγος δίδοται ἐστί, συνίσταται τῶν ΩΦ [a] πρὸς ΦH. Καὶ δέδοται ἡ ΦH. Δίδοται ἄρα καὶ ἡ ΩΦ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ EZ. Δίδοται ἄρα καὶ ὁ τῶν ΩΦ πρὸς EZ λόγος. Τὰ αὐτὰ δὴ ἂν μυθείη καὶ διὰ τὸ ABΓ τμήματος· καὶ συνάγεται ὁ τῶν XT πρὸς AB λόγος δοθείς. Καὶ διὰ τὸ δέδοσθαι εἶναι τὴν AB, δεδόσθαι [b] δεῖ καὶ τὴν XT.

Ὅτι δ' ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, καὶ τὰ ὕψη αὐτῶν δεδόσονται, σαφέστερον μέν. Ἵνα δὲ καὶ τοῦτο δειχθείσης τῆς Στοιχειώσεως τῶν Δεδομένων δεῖξῃ συνάγων, λεχθήσεται. Ἐπειδὴ δίδονται τὰ τμήματα τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δίδοται καὶ ἡ EZ, καὶ ὁ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὅς τι καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς. Καὶ ἐὰν τυχὸν ἐπιζευγνυμένου τοῦ EH, δεδομένη ᾖ πρὸς τῷ Φ ὀρθὴ, δεδομένη ἔσται καὶ ἡ λοιπή. Καὶ τὸ EHΦ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥς τι καὶ ὁ τῶν EΦ πρὸς ΦH λόγος δοθεὶς ἔσται. Καὶ δίδοται ἡ EΦ ἡμίσεια οὖσα τῆς EZ. Δίδοται ἄρα καὶ ἡ ΦH. Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως λέγειν. Ἐπεὶ δίδοται ἡ EZ τῇ θέσει, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Φ, ἐπιζευγμένη γάρ ἐστι τῆς EZ, πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΦH τῇ θέσει δεδομένη· δίδοται ἄρα καὶ ἡ περιφέρεια τῶν τμήματος τῇ θέσει· δίδοται ἄρα τὸ H. Ἦν δὲ καὶ τὸ Φ δεδομένον. Δίδοται ἄρα καὶ ἡ ΦH.

Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς XT, οὕτως τὸ ἀπὸ [c] BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, οὕτως ἡ KΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΘK, ἡ XT πρὸς Δ· ἐναλλάξ [d] ἡ ΨΥ πρὸς XT, ἡ KΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΥ πρὸς XT, τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλας, οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν ἀφ' αὐτῶν τετράγωνα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἡ ΘK πρὸς τὴν Δ. Καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ AB πρὸς ΘK, ἡ ϛ πρὸς Δ. Ἐπειδὴ τῷ λόγῳ τῆς BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ὁ αὐτὸς δέδεικται ὁ τῆς BA πρὸς ϛ, καὶ ὁ τῆς KΘ πρὸς Δ· καὶ ὁ τῆς BA ἄρα πρὸς ϛ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς KΘ πρὸς Δ. Ὡς τι ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ BA πρὸς ΘK, ἡ ϛ πρὸς Δ.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ϛ.

Ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν [e] αἱ AB, ΘK, ϛ, Δ, ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἡ ΘK, πρὸς Δ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, [f] ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην· ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ' ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

[a] πρὸς ΦH. Καὶ δίδοται ἡ ΦH δίδοται ἄρα [b] ἄρα [c] αἱ AΘ [d] In MS. desunt ἴσαι ὡς [e] ὡς five, ἴσαι ὡς [f]

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὅ ἐστιν ὑπεροχὴ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τῷ δὲ ἐπιφάνειαν ἔχειν ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

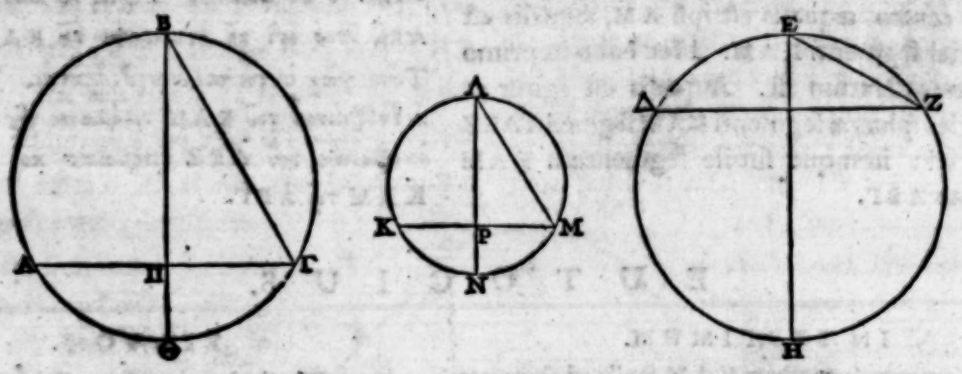
Ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας. Καὶ ἔστω ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν τὸ κατὰ τὸν ΑΒΓ περὶ φέρειαν· ᾧ δὲ τὸν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ κατὰ τὴν ΔΕΖ. Καὶ γεγονέτω. Καὶ ἔστω τὸ ΚΛΜ τμῆμα τῆς σφαίρας, τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἃ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις· καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν αἱ ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ μέγιστοι κύκλοι· ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων, αἱ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι. Διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς ἔστωσι ταῖς ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ, ἔστωσαν αἱ ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΜΛ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. Αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἀποδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυούσαις. Ὡς τε καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. Ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ· ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τουτέστι πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ἐναλλάξ. Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς. Δοθεῖσαι γὰρ ἑκατέρα. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ πρὸς ΒΘ δοθείς. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ. Ὡς τε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσα ἐστί.

Συντεθήσεται δὴ οὕτως. Ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ· τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον τὸ δὲ ΔΕΖ, ᾧ τὴν ὑπεροχὴν ἴσην

PROP. VII. Prob.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſphæræ ſegmentum invenire, quod quidem datorum uni ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſegmenti ſuperficiei æqualem.

Sint data ſphærica ſegmenta, quæ ſecundum circumferentias ΑΒΓ, ΔΕΖ conſtituuntur. Et cui quidem oportet ſimile aliud ſphæræ ſegmentum invenire, hoc illud ſit, quod ſecundum circumferentiam ΑΒΓ conſtituitur; cujus vero ſuperficiei idem illud æqualem ſuperficiem habere debet, hoc illud ſit, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΔΕΖ. Factum ſit. Et ſphæræ ſegmentum ΚΛΜ ſimile quidem ſit ſegmento ΑΒΓ, ſuperficiem vero habeat ſegmenti ΔΕΖ ſuperficiei æqualem. Intelliganṭur autem ſphærarum centra, planaque per centra ipſa producantur ad ſegmentorum baſes recta: et ſphærarum quidem ſectiones ſint circuli maximi ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ; baſium vero ſegmentorum rectæ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ. Porro ſphærarum diametri, ad ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ rectæ, ſint ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ; junganturque ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Et quoniam ſphæræ ſegmenti ΚΛΜ ſuperficies æqualis eſt



ſuperficiei ſegmenti ΔΕΖ; æqualis eſt etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΜΛ eſt æqualis, circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΕΖ. Demonſtratum enim eſt, ſuperficies horum, quæ diximus, ſegmentorum circulis æquales eſſe, quorum eæ, quæ ex centris, æquales ſunt rectis, quæ a ſegmentorum verticibus ad eorum baſes junguntur. Quare etiam ΜΛ ipſi ΕΖ eſt æqualis. Quoniam vero ſegmentum ΚΛΜ ſimile eſt ſegmento ΑΒΓ, ut ΡΛ ad ΡΝ, ita ſe habet ΒΠ ad ΠΘ. Et invertendo, componendoque, ut ΝΛ ad ΛΡ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΠ. Ut autem ΡΛ ad ΛΜ, ita ſe habet etiam ΒΠ ad ΓΒ: triangula enim ſimilia ſunt. Ut igitur ΝΛ ad ΛΜ, hoc eſt ad ΕΖ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΓ. Et permutando. Data eſt autem ratio ipſius ΕΖ ad ΒΓ. Utraque enim data eſt. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ΛΝ ad ΒΘ. Data eſt autem ΒΘ. Data eſt igitur etiam ΑΝ. Quare ipſa etiam ſphæra eſt data.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint data duo ſphæræ ſegmenta, ΑΒΓ, ΔΕΖ: et ΑΒΓ quidem, cui oportet ſimile aliud invenire; ΔΕΖ

[d] ἐν [e] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ [f] τῶν εἰρημένων [g] πρὸς ΒΘ in MS. deſunt. [h] ὅτου

vero, cujus ſuperficiei idem hoc æqualem ſuperficiem habere debet: eademque conſtruantur, quæ in analyſi; et fiat, ut ΒΓ ad ΕΖ, ita ΒΘ ad ΝΛ; circuluſque circa diametrum ΑΝ deſcribatur. Porro intelligatur ſphæra, cujus maximus circulus ſit ΑΚΝΜ: et ſecetur ΝΛ in puncto Ρ, ita ut quemadmodum ΘΠ ad ΠΒ, ita ſe habeat ΝΡ ad ΡΑ. Seceturque ſuperficies per punctum Ρ plano ad ΑΝ recto; et jungatur ΑΜ. Similia ſunt igitur, quæ rectis ΚΜ, ΑΓ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Quare ſegmenta etiam ſphærarum ſimilia ſunt. Et quoniam ut ΘΒ ad ΒΠ, ita ſe habet ΝΛ ad ΛΡ; hoc enim quoque ex ſectione conſequitur; atque ut ΠΒ ad ΒΓ, ita ſe habet ΡΑ ad ΑΜ; ideo etiam ut ΘΒ ad ΝΛ, ita ſe habet ΒΓ ad ΑΜ. Ut autem ΘΒ ad ΛΝ, ita etiam ſe habebat ΒΓ ad ΕΖ. Igitur ΕΖ ipſi ΑΜ eſt æqualis. Quare etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΕΖ, æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΑΜ. Ac circulus quidem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΕΖ æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti ΔΕΖ; circulus vero, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΑΜ, æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti ΚΑΜ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Æqualis eſt igitur et ſuperficies ſphæræ ſegmenti ΚΑΜ ſegmenti ΔΕΖ ſuperficiei: itemque ſimile ſegmentum ΚΑΜ ſegmento ΑΒΓ.

ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ· καὶ τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΛΝ· καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΑΝ κύκλος γεγράφθω. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ ΑΚΝΜ· καὶ τετμήσθω ἡ ΝΛ κατὰ τὸ Ρ· ὥς τι εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς ΡΑ. Καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα ὀρθῷ πρὸς τὴν [i]ΑΝ, καὶ ἐπιζευχθῶ ἡ [k]ΑΜ. Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τ̄ κύκλων τμήματα. Ὡς τι ἄρα τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστιν ὅμοια. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ· καὶ ἔστι τοῦτο κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΝΛ, ἡ ΒΓ πρὸς ΑΜ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΛΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΑΜ. Ὡς τι ἄρα ὁ κύκλος, [l]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ [m]κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ. Καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, [n]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΚΑΜ τμήματος. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΑΜ τμήματος τῆς σφαίρας, [o]τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος· καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΚΑΜ τῷ ΑΒΓ.

EUTOCIUS.

IN SEPTIMUM.

Quoniam vero ſegmentum ΚΑΜ ſimile eſt ſegmento ΑΒΓ; ut ΡΑ ad ΡΝ, ita ſe habet ΒΠ ad ΠΘ. Si enim jungantur ΜΝ, ΓΘ, cum ſegmenta ſimilia ſint, æquales utique erunt anguli, qui ad puncta ſunt Β, Λ. Qui autem ſunt ad puncta Μ, Γ, ii ſunt recti. Eſt igitur reliquus angulus reliquo angulo æqualis. Hinc triangula æquiangula invicem ſunt: et ut ΘΒ ad ΘΓ, ita ſe habet ΛΝ ad ΜΝ. Ut autem ΘΓ ad ΘΠ, ita ſe habet, propter triangulorum ΓΘΠ, ΜΝΡ ſimilitudinem, ΜΝ ad ΝΡ. Ut igitur ΒΘ ad ΘΠ, ita, æqua proportione, ſe habet ΑΝ ad ΝΡ. Dividendo igitur, ut ΒΠ ad ΠΘ ita ΑΡ ad ΡΝ.

Data eſt autem ratio ipſius ΕΖ ad ΒΓ: utraque enim data eſt. Quoniam enim data ſunt ſphærarum ſegmenta, datæ ſunt etiam cum baſium diametri, tum ſegmentorum altitudines. Quare cum data ſit ΑΓ, data etiam eſt ejus dimidia ΓΠ. Data autem eſt et ΒΠ, rectumque cum illa angulum comprehendit. Data eſt igitur ΒΓ. Eadem ratione ipſa etiam ΕΖ data eſt. Quare ipſius ΒΓ ad ΕΖ ratio eſt data.

ΕΙΣ ΤΟ ζ.

Ἐπεὶ δ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΑΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Ἐὰν δὲ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΜΝ, ΓΘ, ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς [p]τοῖς Β, Λ γωνίαι. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Γ ὀρθαί. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ. Καὶ ἰσογώνια ἐστὶ τὰ τρίγωνα· καί ἐστιν ὡς [q]ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΛΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΓΘΠ, ΜΝΡ τριγώνων. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΘ πρὸς Θ Π, ἡ ΛΝ πρὸς ΝΡ. Ὡς τι καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ, οὕτως ἡ ΛΡ πρὸς ΡΝ.

Λόγος δ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδόμεναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων. Ὡς τι ἐπεὶ δέδοται ἡ ΑΓ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΓΠ. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΠ, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσι. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΒΓ. Διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ ἡ ΕΖ δοθεῖσα ἐστίν. Ὡς τι καὶ ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΕΖ λόγος δοθείς ἐστιν.

IN SEPTIMI COMPOSITIONEM.

Similia ſunt igitur, quæ rectis ΚΜ, ΑΓ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Si enim jungantur, ut in analyſi, ΓΘ, ΜΝ; cum recti ſint anguli, qui ad puncta ſunt Γ, Μ, normaleſque ΓΠ, et ΜΡ; hæ utique proportionales mediæ inter baſis ſegmenta ſunt. Quare ut prima ΒΠ ad tertiam ΠΘ, ita ſe habet qnadratum, quod a prima

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΤΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ.

Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ τμήματα κύκλων. Ἐὰν γὰρ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει, ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΘ, ΜΝ, ἐπεὶ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Γ, Μ, καὶ κάθετοι αἱ ΓΠ, ΜΡ· μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἵ τε τῶν βάσεων τμημάτων. Ὡς τὸ ἔστιν ὡς ἡ πρώτη ἡ ΒΠ, πρὸς τὴν τρίτην τὴν ΠΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ

[i] ΑΝ [k] ΑΜ [l] οὗτως [m] In MS. deſunt, κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ. [n] οὗτως [o] τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος in MS. deſunt. [p] τοῖς ΒΑΓ [q] ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ· διὰ τὴν ΑΗ πρὸς ΗΡ, διὰ τὴν &c.

πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΠΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διπλασίας τῆς ΠΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ ΑΡ πρὸς PN, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ PM. Καί ἐστιν ὡς ὁ ΒΠ πρὸς ΠΘ, ὁ ΡΑ πρὸς PN. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ PM. Καὶ ὡς ἄρα ὁ ΠΒ πρὸς ΠΓ, οὕτως ὁ ΑΡ, πρὸς PM· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσι. Ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα. Ἴσαι ἄρα πρὸς ταῖς Β, Λ γωνίαι, καὶ αἱ διπλασίονες αὐτῶν αἱ ὑπὸ τῶν τμημάτων. Ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ τμήματα.

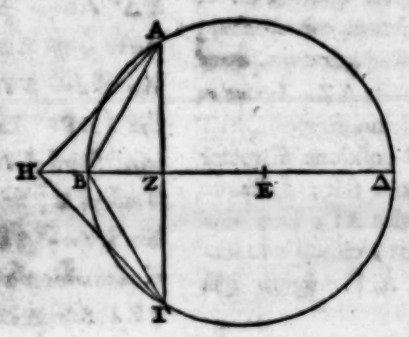
ΠΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda ΒΓ. Eadem ratione etiam ut ΑΡ ad PN, ita se habet quadratum, quod a ΑΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a PM. Ut autem ΒΠ ad ΠΘ, ita se habet ΡΑ ad PN. Ut igitur quadratum, quod a ΒΠ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΠΓ, ita se habet quadratum, quod a ΑΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a PM. Igitur etiam ut ΠΒ ad ΠΓ, ita se habet ΑΡ ad PM: et propterea quæ latera circa æquales angulos sunt, ea sunt proportionalia. Triangula igitur æquiangula invicem sunt; æqualesque anguli, qui sunt ad puncta Β, Λ, et eorum item dupli, qui in segmentis constituuntur. Igitur segmenta similia sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τριῶν δοθέν, ὡς τι τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ. Δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν δοθέντι τριῶν τῷ διὰ τῆς ΑΓ, ὥστε τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΓΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον δοθείς. Λόγος ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΒ δοθείς. Ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ. Λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΖΔ πρὸς ΔΖ δοθείς. Ὡς τε ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ. Δοθεῖσα ἄρα ἡ ΔΖ· ὡς τε καὶ ἡ ΑΓ. Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ· καί ἐστι συναμφότερος μὲν ἡ ΕΔ, ΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ· ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Καί ἐστιν ὁ συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. Δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον ὡς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι, ἤπερ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.



Συνιθήσεται δὴ τὸ προβλημα οὕτως. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΚΘ πρὸς ΚΛ, μείζων ἤπερ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει συναμφότερος [u] ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. Καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ·

PROP. VIII. Prob.

A data sphæra segmentum plano secare, ita ut segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem, datam rationem habeat.

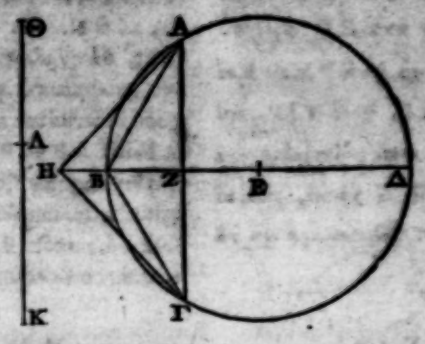
Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ. Oportet autem sphæram plano per ΑΓ acto ita secare, ut sphæræ segmentum ΑΒΓ ad conum ΑΒΓ eamdem, ac quæ data est, rationem habeat.

Factum sit; centrumque sphæræ sit punctum Ε: atque ut utraque simul ΕΔ, ΔΖ and ΔΖ, ita se habeat ΗΖ ad ΖΒ. Æqualis est igitur conus ΑΓΗ segmento ΑΒΓ. Igitur ratio coni ΑΗΓ ad conum ΑΒΓ data est. Data est igitur etiam ratio ipsius ΗΖ ad ΖΒ. Ut autem ΗΖ ad ΖΒ, ita se habet utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Data est igitur ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Quare ipsius quoque ΕΔ, ad ΔΖ. Data est igitur ΔΖ. Quare etiam ΑΓ. Et quoniam utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ: ac utraque quidem simul ΕΔ, ΔΒ est ΕΔ ter sumpta; ΔΒ vero eadem est ΕΔ bis sumpta; ideo utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet, quam tria ad duo. Est autem ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ eadem ac data. Oportet igitur, ad compositionem quod attinet, datam rationem ea majorem esse, quam habent tria ad duo.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, diameter ΒΔ, et centrum Ε: data autem ratio eadem quæ rectæ ΚΘ ad ΚΛ ea major, quam habent tria ad duo. Ut autem tria ad duo, ita se habent utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur etiam ΘΚ ad ΚΛ majorem rationem habet, quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur dividendo, ΘΛ ad ΛΚ majorem habet rationem, quam ΕΔ ad ΔΒ. Fiat, ut ΘΛ ad ΛΚ, ita ΕΔ ad ΔΖ: ducaturque per punctum Ζ, ad rectos

[r] ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ· ἡ ΑΡ πρὸς PM [s] ἴσχει [t] ἡ πρὸς ΔΖ· μείζονα λόγον ἴσχει [u] ἡ ΕΔΒ· διελόντι

angulos ipſi BΔ, AZΓ; et per AΓ planum agatur ad BΔ rectum. Dico ſphæræ ſegmentum ABΓ ad conum ABΓ eamdem rationem habere, quam ΘK ad KΛ. Fiat enim ut utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ, ita HZ ad ZB. Æqualis eſt igitur conus ΓAH ſphæræ ſegmento ABΓ. Et quoniam ut ΘK ad KΛ, ita ſe habet utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ; hoc eſt HZ ad ZB; hoc eſt conus AHΓ ad conum ABΓ; æqualiſque eſt conus AHΓ ſphæræ ſegmento ABΓ. Ideo ut ſegmentum ABΓ ad conum ABΓ, ita ſe habet ΘK ad KΛ.



ἡ δὲ ΔZ τῇ BΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ AZΓ· καὶ διὰ μὲν τῆς AΓ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ BΔ. Λέγω ὅτι [w] τὸ ABΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ABΓ κῶνον λόγον ἔχει [x] τὸν αὐτὸν τῷ ΘK πρὸς KΛ. Πεπουείσθω γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, οὕτως ἡ HZ πρὸς ZB. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓAH κῶνος τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΘK πρὸς KΛ, οὕτως συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, τουτέστιν ἡ HZ πρὸς ZB· τουτέστιν ὁ AHΓ κῶνος πρὸς τὸν ABΓ κῶνον· ἴσος δὲ ὁ AHΓ κῶνος [y] τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὡς ἄρα τὸ ABΓ τμῆμα πρὸς τὸν ABΓ κῶνον, οὕτως ἡ ΘK πρὸς KΛ.

EUTOCIUS.

IN OCTAVUM.

Data eſt igitur ratio utriuſque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ. Quoniam enim utraque ſimul EΔ, ΔZ datam ad ΔZ rationem habet; ſi data magnitudo ad aliquam ſui partem datam rationem habuerit, etiam ad reliquam datam rationem habebit. Quare utraque ſimul EΔ, ΔZ datam ad EΔ habet rationem. Quoniam igitur utraque EΔ, ΔZ ad utramque ſimul EΔ, ΔZ datam rationem habet, eædem datam quoque inter ſe invicem rationem habebunt. Igitur ratio ipſius EΔ ad ΔZ data eſt. Data eſt autem EΔ; cum diameter data ſit. Data eſt igitur ΔZ: et reliqua etiam dabitur ZB. Hinc datum erit ſpatium, quod ſub ΔZB continetur; hoc eſt quadratum, quod ab AZ deſcribitur; ideoque etiam recta AZ. Igitur et tota AΓ erit data. Aliter autem demonſtraveris, AΓ datam eſſe. Quoniam enim data eſt poſitione diameter ΔB; punctumque item Z, ut petitum fuit; ductaque eſt a dato puncto Z ad rectos angulos AΓ; ideo data poſitione eſt AΓ. Data eſt autem etiam circuli circumferentia. Data ſunt igitur puncta A, Γ. Igitur ipſa AZΓ eſt data.

Et quoniam utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem rationem habet, quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Quoniam enim EΔ major eſt quam dimidia ipſius ΔZ, utraque ſimul EΔ, ΔZ major eſt quam ipſius ΔZ ſeſquialtera. Utraque autem ſimul EΔ, ΔB ſeſquialtera eſt ipſius BΔ. Igitur utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem rationem habet, quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Aut aliter: quoniam major eſt BΔ quam ΔZ, et alia quædam eſt EΔ; ideo EΔ ad ΔZ majorem rationem habet quam EΔ ad ΔB. Et componendo, utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem habet rationem quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Compoſitio theorematis ex iis, quæ dicta ſunt manifeſta eſt.

ΕΙΣ ΤΟ η'.

Λόγος ἄρα δέδοται συναμφοτέρου τῆς EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ. Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ λόγον ἔχει δεδομένον· ἐὰν [y] δεδομένου μεγέθους πρός τι μορίον ἑαυτῷ λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον. Ὥς τι συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς EΔ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν EΔ, ΔZ πρὸς συναμφότερον τὴν EΔ, ΔZ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἕξουσι δεδομένον. Δέδοται ἄρα ἡ τῶν EΔ πρὸς ΔZ λόγος. Καὶ δίδοται ἡ EΔ· δίδοται γὰρ ἡ διάμετρος. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΔZ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ZB δεδόσται. Ὥς τι ἡ τὸ ὑπὸ ΔZB, τουτέστι τὸ ἀπὸ AZ, τετράγωνον ἡ AZ, δεδομένα ἔσται. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ AΓ. Καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἄν, ὅτι ἡ AΓ δεδομένα ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δίδοται ἡ διάμετρος ἡ ΔB τῇ θέσει· δίδοται δὲ καὶ τὸ Z, ὡς ἔπεσε, καὶ ἀπ' αὐτοῦ δεδομένου τοῦ Z πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ AΓ· δίδοται ἡ AΓ τῇ θέσει. Ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Δεδόσθω ἄρα τὰ A, Γ. Καὶ αὐτὴ ἡ AZΓ δεδομένα ἐστί.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἐπεὶ γὰρ ἡ EΔ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΔZ, συναμφότερος ἄρα ἡ EΔ, ΔZ τῆς ΔZ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιολία. Συναμφοτέρου δὲ ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB ἐλάσσων [z] ἐστὶν ἢ ἡμιολία. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, ἤπερ ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἡ δὲ ἄλλως· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔB τῆς [a] ΔZ, ἄλλο δέ τι ἡ EΔ· ἡ EΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔZ ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔB. Συνθέντι συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἡ συνθεσις τοῦ διορίσματος σαφὴς διὰ τὴν ἐνταῦθα τέρψιν.

PROP. IX. Theor.

Si ſphæra plano non per centrum ſecetur, majus ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet majoris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem; majorem vero ſeſquialtera.

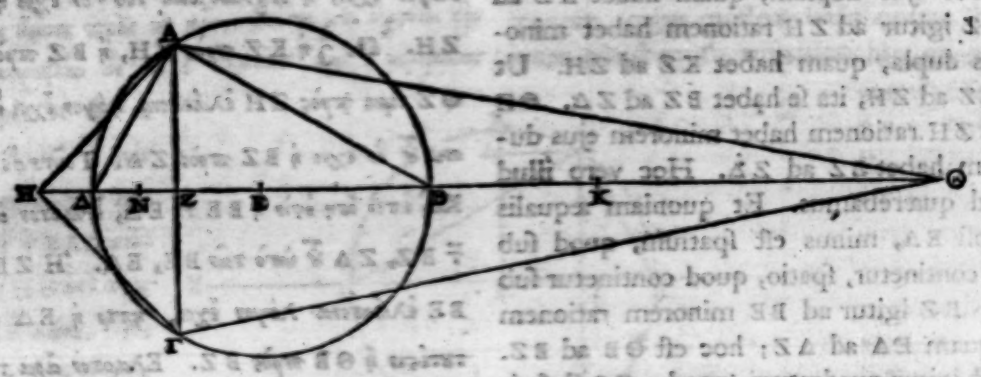
ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ [a] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

[w] τὸ ἀπὸ ABΓ [x] τῷ ABΓ in MS. deſunt. [y] δεδομένου ex MS. [z] AB. [a] In MS. deeſt ἔλασσον.

Ἔστω σφαῖρα, ἧς ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ· καὶ τετμήσθω ἐπίπεδον διὰ τῆς ΑΓ ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ; et diameter ΒΔ: planoque per ΑΓ ſecetur ad circulum ΑΒΓΔ recto; ſitque majus ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ. Dico ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΑΔΓ, minorem quidem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΔ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε· καὶ πεπλάσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, βάσιν μὲν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα. Ἔστι δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. Καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, ἕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. Τοῦτο γὰρ προγέγραπται. Δεικτέον ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλαττον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Λέγω ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τετράσιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τετράσιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, ἕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ· ἔσαι καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. Ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· τοῦτο δὲ ἐν τοῖς ἐπάνω συναπεδείκτη. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔσω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. Δῆλον γὰρ ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. Καὶ ἔσαι ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. Ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΚ πρὸς

Jungantur enim ΒΑ, ΑΔ; centrum autem ſit punctum Ε; et fiat, ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ΗΖ ad ΖΔ: atque intelligantur coni baſim habentes circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et vertices puncta Θ, Η. Æqualis utique erit conus quidem ΑΘΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ, conus vero ΑΓΗ ſegmento ΑΔΓ. Atque ut quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, ita ſe habet ſuperficies ſegmenti ΑΒΓ ad ſuperficiem ſegmenti ΑΔΓ. Hoc enim antea ſcriptum eſt. Oportet demonſtrare, majus ſphæræ ſegmentum ad minus minorem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti. Dico etiam conum ΑΘΓ ad conum ΑΗΓ, hoc eſt ΖΘ ad ΖΗ, minorem rationem habere ejus dupla, quam habet quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, hoc eſt ΒΖ ad ΖΔ. Et quoniam ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ſe habet ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΖΗ ad ΖΔ; ſe habebit etiam ut ΒΖ ad ΖΔ, ita ΘΒ ad ΒΕ. Æqualis eſt enim ΒΕ ipſi ΕΔ, ut in ſuperioribus theorematibus demonſtratum eſt. Rurſus quoniam ut utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΗΖ ad ΖΔ, ſit ΒΚ ipſi ΒΕ æqualis. Conſtat enim ΘΒ majorem eſſe quam ΒΕ; cum major ſit etiam ΒΖ quam ΖΔ. Atque ſe habebit ut ΚΖ ad ΖΒ, ita ΗΖ ad ΖΔ. Ut autem ΖΒ ad ΖΔ, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘΒ ad ΒΕ, æqualiſque eſt ΒΕ ipſi ΚΒ. Ut igitur ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΖ ad ΖΗ. Et quoniam ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem habet, quam ΘΒ ad ΒΚ; demonſtratumque eſt, ut ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habere ΚΖ ad ΖΗ; ideo ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem

[b] πρὸς τὸν

habet, quam KZ ad ZH. Minus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘZ, ZH continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Spatium igitur, quod ſub ΘZ, ZH continetur, ad quadratum quod a ZH deſcribitur, hoc eſt ZΘ ad ZH, minorem rationem habet quam quadratum, quod a KZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZH. Quod autem quadratum a KZ deſcribitur, id ad quadratum, quod deſcribitur a ZH, rationem habet ejus duplam, quam habet KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet KZ ad ZH. Ut autem KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet BZ ad ZΔ. Hoc vero illud eſt, quod quærebamus. Et quoniam æqualis eſt BE ipſi EΔ, minus eſt ſpatium, quod ſub BZ, ZΔ continetur, ſpatio, quod continetur ſub BE, EΔ. BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ; hoc eſt ΘB ad BZ. Minus eſt igitur quadratum, quod a ZB deſcribitur, ſpatio, quod ſub ΘB, BE continetur; hoc eſt illo, quod continetur ſub ΘB, BK. Æquale ſit quadratum, quod a BN deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΘB, BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Quadratum autem, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Igitur etiam quadratum, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam ΘB ad BK; hoc eſt ΘB ad BE; hoc eſt KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Hoc enim in fine demonſtrabitur. Atque ut ΘZ quidem ad ZH, ita ſe habet conus AΘΓ ad conum AHΓ; hoc eſt ſegmentum ABΓ ad ſegmentum AΔΓ; ut vero KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ; hoc eſt quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ; hoc eſt ſuperficies ſegmenti ABΓ ad ſuperficiem ſegmenti AΔΓ. Majus igitur ſegmentum ad minus rationem habet minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.

Aliter. Sit ſphæra, in qua maximus circulus ABΓΔ, diameter AΓ, et centrum E; eaque plano ſecetur per BΔ ad AΓ recto. Dico majus ſegmentum ΔAB ad minus BΓΔ rationem habere minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti ABΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; majorem vero ſeſquialtera. Jungantur enim AB, BΓ. Ratio autem ſuperficiei

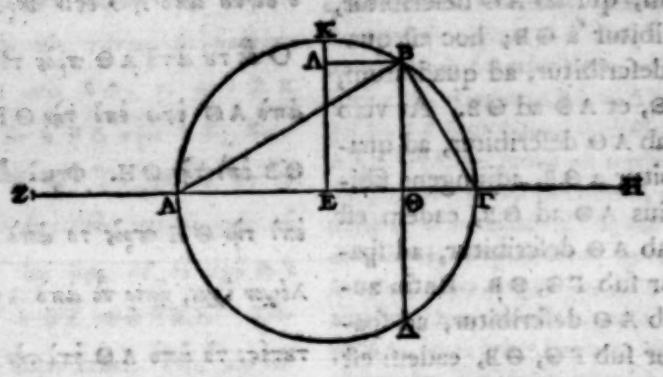
ZH. [c]Ἐλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ [d]ΘZ, ZH, τοῦ ἀπὸ ZK. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘZ, ZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH, τετράκις ἡ ZΘ πρὸς ZH, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ δοθὲν τὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH. Τὸ δὲ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ KZ πρὸς ZH. Ἡ ἄρα ΘZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ [e]ὃν ἔχει ἡ KZ πρὸς ZH. Ὡς δὲ ἡ KZ πρὸς ZH, ἡ BZ πρὸς ZΔ. Ἡ ΘZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα [f]ὃν ἔχει ἡ BZ πρὸς ZΔ. Τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ EΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ [g]BZ, ZΔ τοῦ ὑπὸ τῶν BE, EΔ. Ἡ ZB ἄρα πρὸς BE ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔZ· τετράκις ἡ ΘB πρὸς BZ. [h]Ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ZB [i]τοῦ ὑπὸ τῶν ΘB, BE· τετράκις τοῦ ὑπὸ τῶν ΘB, BK. Ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ BN τῷ ὑπὸ ΘB, BK. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘB πρὸς BK, τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Τὸ δὲ ἀπὸ ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK, μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Καὶ τὸ ἀπὸ ΘZ ἄρα πρὸς τὸ δοθὲν ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘB πρὸς BK· τετράκις ἡ ΘB πρὸς BE· τετράκις ἡ KZ πρὸς ZH. Ἡ ἄρα ΘZ πρὸς ZH μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς KZ πρὸς ZH. Τὸ γὰρ τὸ [k]ἐπὶ τέλει. Καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΘZ πρὸς ZH, ὁ AΘΓ κῶνος πρὸς τὸν AHΓ κῶνον· τουτέστι τὸ ABΓ τμῆμα πρὸς τὸ AΔΓ τμῆμα. Ὡς δὲ ἡ KZ πρὸς ZH ἡ BZ πρὸς ZΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ [l]BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ AΔ· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια [m]ABΓ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ AΔΓ τμήματος, [n]Ἄλλοτε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, [o]ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

[p]Ἄλλως. Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ AΓ, κέντρον δὲ τὸ E· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τοῦ BΔ πρὸς τὴν AΓ. Λέγω ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔAB πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ BΓΔ, ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει, [q]ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια [r]ABΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ BΓΔ τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ AB, BΓ. Ὁ [s]ἢ

[c] ἐλάσσονα ἄρα [d] In MS. ὃν ἔχει ἡ KZ πρὸς ZH· ἢ KZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιονα τοῦ ὃν desunt. [e] ἐστὶ τοῦ [f] BA [g] ἀλλ' ὅτι

ἡ Θλιφαινίας πρὸς τὸν Θλιφάνειαν λόγος, ὁ τῆς κύκλου ἐστὶν [h] ἧς ἡ ὀκ ἧς κέντρον ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον [i] ἧς ἡ ὀκ ἧς κέντρον ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τὸ [k] ΑΘ πρὸς τὸ [l] ΘΓ. Κείσθω τῇ ὀκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα [l] τῶν ΑΖ, ΓΗ. Ὁ δὲ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ὀκ ἧς ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, [m] ἧς ἡ βάσις μέν ἐστιν, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· ἧς ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ [n] τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Ἀλλ' ὁ μὲν [o] ΒΑΔ τμήματος λόγος, πρὸς [p] τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ [q] κώνου, πρὸς [p] κῶνον ὁ τὸ [k] ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ [q] ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συνημμένος ὁπ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τὸ [k] ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τῶ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τῶ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστὶν [r] ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ [s] ὅλη τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ [t] ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ [t] ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὸ ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΗΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅλη τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον λόγον μείζονα ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τὸ [u] ἐπιφανείας πρὸς [v] ἐπιφάνειαν λόγῳ. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων εἰρήσθω, ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς ἐπιφάνειαν λόγῳ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [w] κύκλου πρὸς [x] τὸν ἀπὸ ΒΓ

ad ſuperficiem eadem eſt quæ circuli, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΑΒ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΒΓ; hoc eſt eadem quæ rectæ ΑΘ ad ΘΓ. Ponatur ei, quæ ex centro circuli, æqualis utrique ΑΖ, ΓΗ. Ratio autem ſegmenti ΒΑΔ ad ſegmentum ΒΓΔ componitur ex ratione, quam habet tum ſegmentum ΒΑΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΒΔ deſcribitur, vertex vero punctum Α; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum ΒΓΔ. Sed ratio quidem ſegmenti ΒΑΔ ad conum ΒΑΔ eadem eſt quæ ipſius ΗΘ ad ΘΓ; ratio vero coni ΒΑΔ ad conum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΓ; ratio denique coni ΒΓΔ ad ſegmentum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΖ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΖ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ: quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab ΑΘ, ducti in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ. At hæc ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΗ, eadem eſt quæ quadrati, quod a ΘΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Quoniam igitur quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ductum in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ ductum in ΖΘ rationem habet minorem dupla rationis ipſius ΑΘ ad ΘΓ: rationis autem ipſius ΑΘ ad ΘΓ dupla eſt ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; ideo quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Oportet igitur demonſtrare majus eſſe quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ductum in ΖΘ, quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ. Itaque demonſtrare oportet majorem eſſe ΘΖ quam ΘΗ. Dico autem etiam majus ſegmentum ad minus rationem habere majorem



[h] ἔστιν [i] ἔστιν [k] ΑΓ [l] τῶν ex MS. [m] ἔστιν [n] τὸ Α [o] πρὸς τὸν ΘΑ. [p] πρὸς [q] πρὸς ἐπιφάνειαν desunt. [r] κύκλου

ſeſquialtera rationis ſuperficiei ad ſuperficiem. At vero demonſtratum eſt ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: et rationis ſuperficiei ad ſuperficiem ſeſquialtera eſt ratio cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam cubum, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ; hoc eſt cubum, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB; hoc eſt quadratum, quæ ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, et AΘ ad ΘB. At vero ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB, ductum in ΘH. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ; hoc eſt quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, ductum in ΘH. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, ducto in ΘH. Quod idem eſt ac demonſtrare quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, minorem rationem habere, quam HΘ ad ΘZ. Oportet igitur demonſtrare, HΘ ad ΘZ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘB. Ducatur a puncto E, rectæ EΓ ad rectos angulos, EK; et a puncto B ipſi EK ad angulos item rectos, BΛ. Reliquum eſt ut demonſtremus, HΘ ad ΘZ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Æqualis eſt autem ΘZ utrique ſimul AΘ, KE. Oportet igitur demonſtrare HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Itaque etiam ablata a ΘH, ΓΘ, et a KE, EΛ ipſi BΘ æquali, demonſtrare oportebit reliquam ΓH ad reliquam utramque ſimul AΘ, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB; hoc eſt ΘB ad ΘA; hoc eſt ΛE ad ΘA. Et permutando KE ad EΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul KΛ, ΘA ad ΘA: denique dividendo, KΛ ad ΛE majorem rationem habere, quam KΛ ad ΘA; ideoque minorem eſſe ΛE quam ΘA.

[a] κύκλου. Φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς AB κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς BΓ κύβον· τετάρτη [b] ὁ ἀπὸ [c] AΘ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘB κύβον· τετάρτη ὁ τοῦ [d] δοθὲν AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ, καὶ [e] ὁ τῆς AΘ πρὸς ΘB. Ὁ δὲ τοῦ δοθὲν AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, προσλαβὼν τὸν [f] AΘ πρὸς ΘB, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ AΘ ἐστὶν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB, [g] ὁ ἐστὶν ἀπὸ AΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB ἐπὶ τὴν ΘH. Φημὶ δὲ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ τετάρτη τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ ἐπὶ τινὰ ΘH. Δεικτέον [h] δή ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλαττόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν BΘ, ΘΓ, ἐπὶ τὴν HΘ. [i] Ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ HΘ πρὸς ΘZ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ HΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. [k] Ἤχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ EΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ EK· καὶ ἀπὸ τοῦ B καθετὸς ἐπ' αὐτὴν [l] ἡ BΛ. Ἐπίλοιπον [m] ἡμῖν δεῖξαι, διότι ἡ HΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘZ συναμφοτέρῳ τῇ AΘ, KE. Δεῖξαι ἄρα [n] δεῖ, ὅτι ἡ HΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘA, KE, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. Καὶ ἀφῃρημένης ἄρα [o] ἀπὸ μὲν τῆς HΘ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς KE, τῆς EΛ ἴσης τῇ BΘ, λειφθήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓH πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν AΘ, KΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB, τετάρτη ἡ ΓΘ πρὸς ΘB, τετάρτη ἡ ΘB πρὸς ΘA· τετάρτη ἡ ΛE πρὸς ΘA. Καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ KE πρὸς EΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ KΛ, ΘA, πρὸς [p] ΘA. Καὶ διελόντι, ἡ KΛ πρὸς ΛE μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ KΛ πρὸς ΘA. [q] Ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛE τῆς ΘA.

[a] κύκλου [b] ὁ τῆς AΘ [c] In MS. ἀπὸ deeſt. [d] καὶ ὁ τῆς AΘ. [e] ὁ τοῦ ἀπὸ AΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB in MS. deſunt. [f] ἐπὶ τῶν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ BΘΓ τετάρτη [g] ἤχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ EΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ EK in MS. deſunt. [h] ἡ BΔ [i] μεῖναι [k] δότι [l] ἀπὸ ex MS. [m] ΘΔ

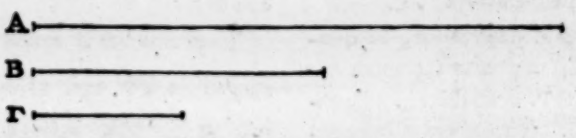
EUTOCIUS.

ΕΙΣ ΤΟ Θ.

Ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· τυπτέσθω ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἦκται ἡ ΑΖ, τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΑ, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ὑποτέθειται. Ὡς ἄρα ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ [f]ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς [g]ΔΖ. Συνχθὲν δὲ ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΖ, ἡ ΒΔ κοινῷ ὕψει λαμβανομένης, καὶ ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον [h]τὸ ὑπὸ ΒΑ· τῷ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ ἴσον τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς ἴσα, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν. Ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς ἴσαι αἱ ΒΕ, ΔΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι πρὸς ΔΖ. Ὥστε καὶ συνθέντι ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΔΖ, διὰ τὰ προδιδειγμένα· καὶ ἀναστρέψαντι, ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς ΓΔ. Ὥστε ἐναλλάξ, ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ Α, Β, Γ, ὡς τε τὴν Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Β πρὸς τὴν Γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τὸ Α, Γ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς Β. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν, ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, [i]οὕτως τὴν Β πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς Γ· ἤπερ δεῖ ἐλαττῶσαι τὸν τοῦ Β πρὸς Γ λόγον. Καὶ ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς Α, καὶ τῆς μείζονος τῆς Γ, ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ Β. Ὡς τε τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Β.



Τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Ὡς γὰρ ἡ

[f] ΕΑ [g] πρὸς Δ [h] τῷ [i] In MS. ὅτως deest.

IN NONUM.

ΘZ ad ZH minorem rationem habet ejus dupla, quam habet quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ; hoc est BZ ad ZΔ. Quoniam enim in triangulo rectangulo ducta est ab angulo recto normalis AZ; cum triangula, quæ ad normalem sunt, similia invicem sint, ut ZB ad BA, ita se habet AB ad BΔ: et ut prima ad tertiam, ita quadratum quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda; et quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia, quemadmodum supra demonstratum est. Igitur ut ZB ad BΔ, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΔ. Ut autem BΔ ad ΔZ, ita se habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA. Ut enim prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet, æqua proportione, BZ ad ΔZ. Colligetur autem hoc idem etiam hoc pacto. Quoniam enim ut BZ ad ZΔ, ita se habet spatium, quod sub ZBΔ continetur ad spatium, quod continetur sub BΔZ, sumpta BΔ communi altitudine; et spatio quidem, quod sub ΔBZ continetur, æquale est quadratum, quod a BA describitur; spatio vero, quod continetur sub BΔZ, quadratum est æquale, quod describitur a ΔA; ideo ut quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet BZ ad ΔZ.

Et quoniam ΘZ ad ZK minorem rationem habet, quam ΘB ad BK. Generaliter enim si duæ fuerint inæquales magnitudines, iisque æquales duæ aliæ adjiciantur, major ad minorem majorem rationem habet, quam composita ad compositam. Sint enim inæquales duæ rectæ AB, ΓΔ; iisque æquales adjiciantur BE, ΔZ. Dico, AB ad ΓΔ majorem rationem habere, quam AE ad ΓZ. Quoniam enim major est AB quam ΓΔ, AB ad BE majorem rationem habet, quam ΓΔ ad BE, hoc est ad ΔZ. Quare, etiam componendo, AE ad EB majorem habet rationem, quam ΓZ ad ΔZ, per ea, quæ antea demonstrata sunt: et convertendo, AE ad AB rationem habet minorem, quam ΓZ ad ΓΔ. Quare permutando quod propositum est constabit.

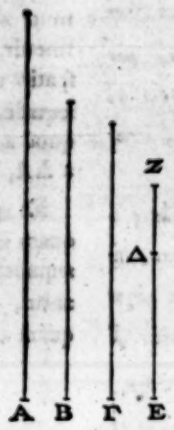
Minus est igitur spatium, quod sub ΘZH continetur, quadrato, quod a ZK describitur. Si enim tres fuerint rectæ deinceps positæ, puta A, B, Γ, ita ut A ad B minorem rationem habeat, quam B ad Γ; quod sub earum extremis A, Γ spatium continetur, id quadrato minus est, quod a media B describitur. Si enim fiat, ut A ad B, ita B ad aliam quamdam; hæc utique major erit quam Γ; si quidem ratio ipsius B ad Γ minui debet. Atque erit spatium, quod sub A, et majore quam Γ continetur, æquale quadrato, quod a B describitur. Quare spatium, quod continetur sub A et Γ, minus est quadrato, quod describitur a B.

Spatium igitur, quod sub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH describitur, minorem rationem habet,

quam quadratum, quod a KZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ZH. Ut enim ΘZ ad ZH ita se habet spatium, quod sub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH describitur. At vero spatium, quod sub ΘZH continetur, minus est quadrato, quod a ZK describitur. Major autem magnitudo majorem ad eamdem rationem habet, quam minor.

Et quoniam æqualis est BE ipsi EΔ, minus est spatium, quod sub BZΔ continetur, spatio, quod continetur sub BEΔ. Nam spatium quidem, quod sub BEΔ continetur, æquale est quadrato, quod ab EΔ describitur; spatium vero, quod continetur sub BZΔ, una cum quadrato, quod ab EZ describitur, eidem illi quadrato est æquale. Hoc autem constat, id spatium, quo longius abest punctum Z ab eo puncto, quod rectam BΔ in duas æquas partes secat, eo minus esse spatio, quod sub æqualibus rectis continetur. Nam una cum majore quadrato, quod a rectis, quæ inter puncta secantia interjiciuntur, describitur, spatio æquale est, quod sub rectis æqualibus continetur. Quare et si recta in inæquales partes in puncto alio atque alio secetur; quod spatium sub segmentis continetur, quæ puncto, in quo eadem recta secatur in duas æquas partes, propiora sunt, id spatio est majus, quod continetur sub segmentis, quæ ab eodem puncto sunt remotiora.

BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ. Generaliter enim si quatuor sint termini, puta A, B, Γ, ΔE; et spatium, quod sub A, ΔE continetur, minus sit spatio, quod continetur sub B, Γ; A ad B minorem rationem habet, quam Γ ad ΔE. Sit enim spatium, quod continetur sub B, Γ, æquale spatio, quod continetur sub A, ZE. Ut igitur A ad B, ita se habet Γ ad ZE. Habet autem Γ ad ZE minorem rationem, quam ad EΔ. Habet igitur etiam A ad B minorem rationem quam Γ ad ΔE.



Ut igitur ΘB ad BK, ita se habet quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK. Quoniam enim spatio, quod sub ΘBK continetur, æquale est quadratum, quod a BN describitur, se habent invicem proportionales tres, ut ΘB ad BN, ita BN ad BK. Et ut prima ad tertiam, ΘB ad BK, ita se habet quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia; hoc est quadratum, quod a BN describitur ad quadratum, quod describitur a BK, ut supra demonstratum est. Rursus quoniam ut ΘB ad BN, ita se habet BN ad BK; componendo, ut ΘN ad NB, ita se habet KN ad KB: et permutando, ut ΘN ad NK, ita NB ad BK. Igitur etiam, ut quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK, ita se habet quadratum, quod a NB describitur, ad quadratum, quod describitur a BK. Ut autem quadratum, quod a NB describitur, ad quadratum, quod describitur a BK, ita demonstratum est se habere ΘB ad BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita etiam se habet quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK.

Quadratum autem, quod a ΘZ describitur, ad quadratum, quod describitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK. Rursus enim inæqualibus duabus ΘZ, ZK cum NZ adjecta sit; propter id, quod supra dictum est, ΘZ ad ZK majorem rationem habet, quam ΘN ad NK: quare etiam dupla. Quod igitur quadratum a ΘZ describitur, id ad quadratum quod describitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN describitur, ad quadratum, quod describitur a NK, hoc est ΘB ad BE; hoc est KZ ad ZH.

[k] τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH ἔλασσον [l] τῶν BEΔ τοῦ ὑπὸ τῶν BZΔ [m] ἀφίστασθαι [n] τῶν νόμων ἴσον γὰρ [o] καὶ ὁ Α ἄρα [p] πρὸς ΘK [q] πρὸς ΛB [r] ΘK [s] ZE [t] τοῦ [u] τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BK· τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE.

[x] Meib. retinet μεῖζον

Ἡ ΘZ ἄρα πρὸς ZH, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH. [k] Τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH τοῦ ὑπὸ ZK ἔλασσον. Τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον.

Καὶ ἐστὶ ἴσον ἡ BE τῇ EΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ [l] τῶν BZΔ τοῦ ὑπὸ τῶν BEΔ. Τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ BEΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ BZΔ, μετὰ τοῦ ἀπὸ EZ, ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ. Καὶ δῆλον, ὅτι ὅσῳ τῆς διχοτομίας [m] ἀφέστηκεν τὸ Z, [x] μεῖζον, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων. Μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ [n] τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων. Ὡς τι τοίνυν κεῖται τὰ ἄνισα τέμνεται κατ' ἄλλο καὶ ἄλλα σημεῖα, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν ἐγγὺς τῆς διχοτομίας, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἀπωτέρων τμημάτων.

Ἡ BZ ἄρα πρὸς BE ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔZ. Καθόλου γάρ, ἐὰν ὦσι τέσσαρες ὧδε, ὡς οἱ Α, Β, Γ, ΔE· καὶ ᾖ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔE ἔλασσον τοῦ ὑπὸ Β, Γ· ὁ Α πρὸς τὸν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔE. Ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Α, ZE. Ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν ZE. [o] Ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν ZE ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν EΔ. [p] Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔE.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘB [q] πρὸς BK, τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ ΘBK ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ EN, αἱ τρεῖς ἀνάλογόν εἰσιν, ὡς ἡ ΘB πρὸς BN, ἡ BN πρὸς BK. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ ΘB πρὸς BK, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, τουτέστι τὸ ἀπὸ BN πρὸς τὸ ἀπὸ BK, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ΘB πρὸς BN, ἡ BN [r] πρὸς BK· συνθέντι, ὡς ἡ ΘN πρὸς NB, ἡ KN πρὸς KB· ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘN πρὸς NK, ἡ NB πρὸς BK. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK, οὕτως τὸ ἀπὸ NB πρὸς τὸ ἀπὸ BK. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ NB πρὸς τὸ ἀπὸ BK, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘB πρὸς BK. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘB πρὸς BK, οὕτως τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK.

Τὸ δὲ ἀπὸ [s] ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ὑπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Πάλιν γὰρ δύο ἄνισοί εἰσιν αἱ ΘZ, [t] ZK πρόσκειται ἡ NZ· καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἡ ΘZ πρὸς ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘN πρὸς NK· ὥς τι ἄρα τὰ διπλάσια. [u] Τὸ ἄρα ἀπὸ ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK, [v] τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE, τουτέστιν ἡ KZ πρὸς ZH.

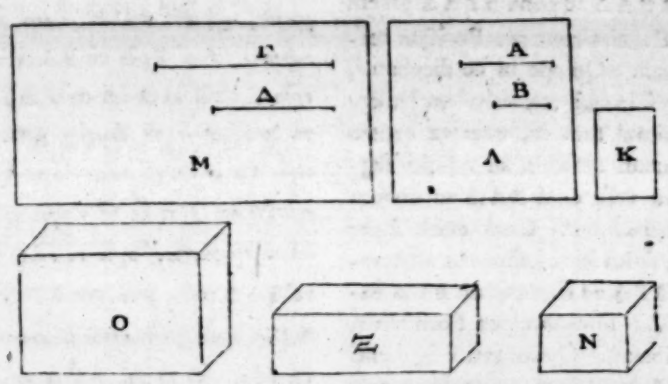
Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμίολον ἐστὶ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, αἱ ΑΒ, Γ, Δ· ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸν Γ πρὸς τὸν Δ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμίολον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὸν Δ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὸν Δ· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ λόγος διπλάσιός ἐστιν [a] τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς Γ· ὁ δὲ τῆς Γ πρὸς τὸν Δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ τῆς Γ πρὸς Ε· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Γεγονέτω οὖν ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Γ πρὸς ΒΖ. Καὶ ἐστὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογον αἱ ΒΖ, Γ, Ε, Δ, ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς Δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς Γ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Ε. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Γ πρὸς Δ διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμίολον [z] λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμίολον λόγον ἔχει ἤπερ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.*



ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Intelligantur enim rectæ ſeorſum poſitæ, puta AB, Γ, Δ; ita ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habeat quam Γ ad Δ. Dico AB ad Δ rationem habere majorem, ejus ſeſquialtera, quam habet Γ ad Δ. Sumatur enim inter Γ, Δ proportionalis media E. Quoniam igitur quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habet, quam Γ ad Δ: et ratio quidem quadrati, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, dupla eſt rationis ipſius AB ad Γ; ratio vero ipſius Γ ad Δ dupla eſt rationis ipſius Γ ad E; ideo etiam AB ad Γ majorem rationem habet, quam Γ ad E. Itaque fiat; ut E ad Γ, ita Γ ad BZ. Et quoniam quatuor ſunt rectæ proportione continua proportionales BZ, Γ, E, Δ; ideo BZ ad Δ rationem habet triplam ejus, quam habet BZ ad Γ; hoc eſt Γ ad E. Habet autem et Γ ad Δ rationem ejus duplam, quam Γ habet ad E. Habet igitur BZ ad Δ rationem ejus ſeſquialterām, quam habet Γ ad Δ. Propterea AB ad Δ rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam Γ habet ad Δ.

ΛΕΜΜΑ ΕΙΣ ΤΟ ΕΞΗΣ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ Α, Γ, Δ, Β. Λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, μετὰ τοῦ τοῦ Β πρὸς Δ λόγου, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ ΑΒ ὃν ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ὃν ἔχει τὸν Δ. Ἔστω γὰρ τοῦ μὲν ὑπὸ ΑΒ ἴσος ὁ Κ, τοῦ δὲ ἀπὸ Γ ἴσος ὁ Λ· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς Δ, οὕτως ὁ Λ πρὸς Μ. Ὁ ἄρα τοῦ Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ Κ πρὸς Λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ· καὶ τοῦ Λ πρὸς Μ, τουτέστι τοῦ Β πρὸς Δ. Ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιείτω· ὁ δὲ Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας, τὸν Ξ ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας, τὸν Ο. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ἐστὶν ὁ Κ ἴσον, ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιεῖ· [y] τὸ ἄρα Ν ἐστὶν ὃ ὑπὸ ΑΒ ὃν ἔχει τὸν Β. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστίν, ὁ δὲ Λ τὸν Δ πολλαπλασιάσας [z] τὸν Ο ποιεῖ· ὁ Ο ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τῆς Γ ὃν ἔχει τὸν Δ. Ὡς τε ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ὃν ἔχει τὸν Β πρὸς τὸ ὑπὸ Γ ὃν ἔχει τὸν Δ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ Ν πρὸς Ο. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ Κ πρὸς Μ [a] λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ Ν πρὸς Ο. Ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν Κ, Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τὸν Ν, Ξ ποιεῖ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ξ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Λ ἑκάτερον τῶν Β, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ξ, Ο ποιεῖ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς Μ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Οἱ ἄρα Κ, Λ, Μ τοῖς Ν, Ξ, Ο ἐν τῷ αὐ-



LEMMA IN EAM, QUÆ SEQUITUR, DEMONSTRATIONEM.

Sint quatuor termini A, Γ, Δ, B. Dico rationem, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub A, B continetur ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, eamdem eſſe atque rationem ſpatii, quod continetur ſub A, B in B ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Sit enim ſpatio, quod ſub AB continetur, æqualis terminus K; et quadrato, quod a Γ deſcribitur, æqualis terminus Λ: et fiat ut B ad Δ, ita Λ ad M. Ratio igitur ipſius K ad M componitur ex ratione cum ipſius K ad Λ; hoc eſt ſpatii quod ſub A, B continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur; tum ipſius Λ ad M; hoc eſt ipſius B ad Δ. Porro KB multiplicans faciat N: et Λ multiplicans quidem B, faciat Ξ; multiplicans vero Δ, faciat O. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub AB continetur, terminus eſt K; qui quidem KB multiplicans fecit N; ideo N ſpatium eſt, quod continetur ſub AB, ductum in B. Rurſus quoniam quadratum, quod a Γ deſcribitur, terminus eſt Λ; qui quidem Λ multiplicans Δ fecit O; ideo O eſt quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quare ratio ſpatii, quod ſub AB continetur, ducti in B, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, ductum in Δ, eadem eſt atque ratio ipſius N ad O. Oportet igitur demonſtrare, rationem ipſius K ad M eamdem eſſe atque rationem ipſius N ad O. Quoniam igitur uterque terminus K, Λ, B multiplicans, utrumque N, Ξ fecit; ut K ad Λ, ita ſe habet N ad Ξ. Rurſus quoniam terminus Λ multiplicans utrumque B, Δ, utrumque fecit Ξ, O; ut B ad Δ, ita ſe habet Ξ ad O. Ut autem B ad Δ, ita ſe habet Λ ad M. Ut igitur Λ ad M, ita etiam ſe habet Ξ ad O. Quo fit ut termini K, Λ, M; et N, Ξ, O bini binis ſibi invicem proportione reſpondeant. Igitur etiam

[w] τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ [x] λόγον ἔχει τῷ τῆς Γ πρὸς Δ ex MS. [y] ὁ ἄρα Η [z] τὸν Β [a] λόγος ἐστὶ

* Ita ſupplet Meibomius loci hujus ſententiam.

ut K ad M, ita, æqua proportione, ſe habet N ad O. Ac ratio quidem ipſius K ad M eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ; ratio vero ipſius N ad O eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quæ igitur ratio componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, hæc eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ.

Illud vero manifeſtum eſt, ſpatium quod, ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſſe quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A. Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet ſpatium, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a B deſcribitur, ſumpta communi altitudine B; ſi vero quatuor ſint termini invicem proportionales, ſpatium, quod ſub eorum extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis. Ideo ſpatium, quod ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſt quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A.

πρὸς λόγῳ ἐστὶ σωὶ δύο λαμβανόμενοι. Καὶ δ' ἔστι ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ K πρὸς M, οὕτως ὁ N πρὸς O. [b] Καὶ ὁ τῶ K πρὸς M λόγος, ὁ αὐτὸς πρὶ συγκειμένῳ ἐκ τῶ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τῆ ὃν ἔχει ὁ B πρὸς Δ· ὁ δὲ τῶ N πρὸς O λόγος, ὁ αὐτός ἐστι πρὶ ὑπὸ AB ἐστὶ τὸ B πρὸς τὸ ὑπὸ Γ ἐπὶ τὸ Δ. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τῶ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ὑπὸ Γ, καὶ τῆ ὃν ἔχει ὁ B πρὸς Δ, ὁ αὐτός ἐστι πρὶ ὑπὸ AB ἐστὶ τὸ B πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐστὶ τὸν Δ.

Φανερὸν δή, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ AB ἐστὶ τὸ B ἴσον ἐστὶ πρὶ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸν A. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως τὸ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ὑπὸ τοῦ B, τοῦ B κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρες ὦσι ἀνάλογον ἀριθμοὶ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ πρὶ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα [c] ὑπὸ AB ἐστὶ τὸν B, ἴσον ἐστὶ πρὶ ὑπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸν A.

IN ALTERAM NONI DEMONSTRATIONEM.

Dictum in præcedentibus eſt; ſi inter duas magnitudines media ſumatur, extremarum rationem ex ea componi, quam habet cum prima ad mediam, tum media ad tertiam. Quin etiam ſi plures mediæ ſumantur, extremarum ratio ex iis pariter componitur, quas habent invicem omnes magnitudines deinceps poſitæ. Itaque hoc loco dicit, rationem ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ componi ex ratione, quam habet tum ſegmentum BAΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, vertex vero punctum A; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum BΓΔ. Nimirum ſumptis inter ſegmenta ΔAB, et BΓΔ mediis, quos diximus, conis. Sed ratio quidem ſegmenti BAΔ ad conum BAΔ eadem eſt quæ ipſius HΘ ad ΘΓ: nimirum per Poriſma tertii theorematis libri ſecundi. Quippe in eo dicebatur, ſegmentum ad conum, qui in ipſo eſt, eamdem habere rationem, quam utraque ſimul tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo ad reliqui ſegmenti altitudinem. Ratio vero coni BAΔ ad conum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘΓ. Cum enim ſuper eadem baſe conſtituti ſint, ſe invicem habent ut altitudines. Ratio denique coni BΓΔ ad ſegmentum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘZ: nimirum per Poriſmatis, quod diximus, reciprocationem. Quare ratio ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ ex ratione componitur tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘZ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Æquiangula enim parallelogramma rationem habent, quæ ex lateribus componitur. Quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius AΘ ad ΘZ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: nimirum ut in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab AΘ, ducti

ΕΙΣ ΤΟ ΑΛΛΩΣ ΤΟΥ θ'.

Εἴρηται ἐν τοῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγεθῶν λαφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶ ὃν ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως [d] δὲ κἂν πλείονα μέσα λαφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσιν πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη. Καὶ ἐνταῦθα οὖν φησι, ὅτι ὁ τοῦ BAΔ τμήματος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τῆ ὃν ἔχει τὸ BAΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος [e] πρὸς τὸν κῶνον ᾧ βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα. Δηλαδὴ τῶ ΔAB τμήματος, καὶ τοῦ BΓΔ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κώνων. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶ BAΔ τμήματος πρὸς τὸν BAΔ κῶνον, ὁ τῆς HΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· διὰ τὸ Πόρισμα τῶ τρίτου θεωρήματος τῶ δευτέρου βιβλίου. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τὸν ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τῶ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τῶ λοιπῶ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τῶ λοιποῦ τμήματος. Ὁ δὲ τῶ BAΔ κώνου πρὸς τὸν BΓΔ κῶνον, ὁ τῆς AΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Ὁ δὲ τοῦ BΓΔ κώνου πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα, ὁ περ AΘ ἐστὶ πρὸς ΘZ· διὰ τὸ ἀνάπαλιν τῶ εἰρημένου Πορίσματος· Ὡς τε ὁ τῶ BAΔ τμήματος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς HΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς AΘ [f] πρὸς ΘZ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς HΘ πρὸς ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ HΘA ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλογράμματα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ HΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ, μετὰ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘZ, ὁ τοῦ ὑπὸ HΘA ἐστὶν ἐπὶ τὸν ΘA, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘZ· ὡς δέδεικται ἐν τῷ προλαφθέντι λήμματι. Ὁ δὲ τῶ ὑπὸ HΘA ἐπὶ τὸν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὸν ΘZ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ AΘ ἐπὶ

[b] καὶ ἐστὶ ὁ τῶ K [c] ὑπὸ ABE [d] δὴ [e] πρὸς κῶνον [f] πρὸς ΘΓ

πλεὺ ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ διὰ τὴν ΘΖ· ἐν τούτῳ γὰρ ἀναπόδεικται ἐν τῷ προλαβόντι. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ διὰ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ διὰ πλεὺ ΘΖ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ διπλασίων τοῦ τῆς ὑπερφανείας πρὸς τὴν ὑπερφάνειαν λόγου· δεῖ ἄρα δεῖξαι, [b]ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ πλεὺ ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ διὰ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ὑπερφάνεια τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὴν ὑπερφάνειαν τοῦ ΒΓΔ· τουτέστι ἢ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, ὅτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαβοῦσι διορήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ διὰ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [b]ΓΘ διὰ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ, τῆς ΘΗ κοινῆ ὕψει λαμβανομένης, ὅτως τὸ ἀπὸ ΑΘ διὰ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ διὰ τὴν ΘΗ. Χρὴ ἄρα διειχθῆναι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ αὐτὸ [i]τὸ ἀπὸ ΑΘ διὰ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὴ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ διὰ τὴν ΘΗ· τουτέστιν ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ. Ἔστι δὴ τοῦτο φανερόν. Ἀνίσων γὰρ τῶν ΑΘ, ΘΓ ἴσαι προσκείσθωσαν αἱ ΖΑ, ΓΗ.

Ταῦτα εἰπὼν, αὐτὸς μὲν οὐκ ἐπήγαγεν τὴν συνθεσιν, ἡμεῖς δ' αὐτὴν προσθήσομεν. Ἐπεὶ ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ μείζων ἐστὶ, τὸ διὰ πλεὺ ΓΘ διὰ τὴν ΘΖ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ διὰ τὴν ΘΗ. Ὡστε τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. [k]Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ διὰ πλεὺ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΑΘ [l]πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐστὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει

in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ: hoc enim quoque in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Itaque ratio ſegmenti ad ſegmentum eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ducti in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ. Cum igitur demonſtrare oporteat ſegmentum ad ſegmentum rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ad ſuperficiem; oportet utique demonſtrare, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti BAΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; hoc eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB. Ut autem quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΓ, ita ſe habet AΘ ad ΘΓ: hoc enim in præcedentibus demonſtratum eſt. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet AΘ ad ΘΓ. Dupla autem ipſius AΘ ad ΘΓ ratio eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Ut autem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ita ſe habet, ſumpta ΘH communi altitudine, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam idem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem minorem habet rationem, ea major eſt. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ZΘ ductum, majus eſſe quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH; hoc eſt majorem eſſe ZΘ quam ΘH. Hoc vero manifeſtum eſt. Quippe inæqualibus AΘ, ΘΓ æquales adjectæ ſunt ZA, ΓH.

Hæc cum dixiſſet ipſe quidem compoſitionem non intulit, quam nos ſubjiciemus. Quoniam ZΘ major eſt quam ΘH, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur in ΘZ ductum, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH. Quare quadratum, quod ab AΘ deſcribitur in ΘH ductum ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ut autem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH, ita ſe habet quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, dupla eſt rationis ipſius AΘ ad ΘΓ. Igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habet minorem ejus dupla, quam habet AΘ ad ΘΓ. Demonſtratum autem eſt, ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod

[a] ὅτι ὁ τοῦ ἀπὸ AB [b] EΘ [i] τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘH. Πρὸς ὃ δὴ τὸ αὐτὸ; in MS. desunt. [k] ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘH· πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ· τὸ ἄρα &c. [l] πρὸς ΓΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘΓ· τὸ ἄρα

ab AΘ describitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ; superficierum vero eamdem atque ipsius AΘ ad ΘΓ. Igitur segmentum ad segmentum rationem habet minorem ejus dupla quam superficies habet ad superficiem.

Deinde vero resolvens alteram theorematis partem, sequitur. Dico autem etiam majus segmentum ad minus rationem habere majorem sesquialtera rationis superficiei ad superficiem. At vero demonstratum est, segmentorum rationem eamdem esse atque quadrati, quod ab AΘ describitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: et rationis superficiei ad superficiem sesquialtera est ratio cubi, qui ab AB describitur, ad cubum, qui describitur a BΓ; hoc est cubi, qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB. Nam rationis ipsius AB ad BΓ dupla quidem ratio eadem est quæ quadrati, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΓ; tripla vero eadem quæ cubi, qui ab AB describitur, ad cubum, qui describitur a BΓ. Ut autem cubus, qui ab AB describitur, ad cubum, qui describitur a BΓ, ita se habet cubus, qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB. Nam ut AB ab BΓ, ita se habet, propter triangulorum ABΓ, ABΘ similitudinem, AΘ ad ΘB: et si quatuor sint rectæ invicem proportionales, etiam solida similia, quæ ab ipsis simili modo describuntur, proportionalia invicem sunt. Quare cubus, qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB, rationem habet ejus sesquialteram, quam quadratum, quod ab AB describitur, habet ad quadratum, quod describitur a BΓ; hoc est superficies ad superficiem. Ut autem segmentum ad segmentum, ita se habet quadratum, quod ab AΘ describitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ describitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam cubum qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB; hoc est quadratum, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, et AΘ ad ΘB. Ratio enim quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, dupla rationis ipsius AΘ ad ΘB, adjungens sibimetipsi rationem ipsius AΘ ad ΘB, eadem est quæ cubi, qui ab AΘ describitur, ad cubum, qui describitur a ΘB: utraque enim ejusdem rationis est tripla. At vero ratio quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, adjungens sibimetipsi rationem ipsius AΘ ad ΘB, eadem est quæ quadrati, quod ab AΘ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΓΘB. Quoniam enim ratio ipsius AΘ ad ΘB eadem est quæ ipsius ΘB ad ΘΓ; proportionalis media cum sit BΘ; ideo ratio quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, itemque ipsius AΘ ad ΘB, eadem est quæ quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, quæque ipsius BΘ ad ΘΓ. Ratio autem ipsius BΘ ad ΘΓ eadem est quæ quadrati, quod a BΘ describitur, ad spatium, quod sub BΘΓ continetur, sumpta BΘ communi altitudine. Quare ratio quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, itemque ipsius AΘ ad ΘB, eadem est quæ quadrati, quod ab AΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB; quæque quadrati, quod a BΘ describitur, ad spatium, quod sub BΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ describitur, ad spatium, quod sub BΘΓ continetur, ex ratione componitur cum quadrati,

τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὴ τῶν στερεῶν ὃν ἔχει ὁ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ στερεὰ πρὸς τὴν στερεάν λόγον.

Ἔξῆς δὴ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ διωρήματος ἐπάγει. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τῆς στερεᾶς πρὸς τὴν στερεὰν λόγον. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς ᾧ ὢν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς στερεᾶς πρὸς τὴν στερεὰν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· τοιοῦτον, ὁ ἐστὶ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τοῦ γὰρ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΓ διπλάσιος μέν ἐστι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνος πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ [m] ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Ὡς γὰρ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΒ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΑΒΘ τριγώνων. Ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ, τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογόν εἰσιν. Ὡς τι ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τοιοῦτον ἐστὶ καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν στερεόν. Ἀλλ' ὡς τὸ τμῆμα [n] πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [o] ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τοῦ ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΘΒ κύβον· τοιοῦτον ἐστὶ καὶ ὁ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ ὁ τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ γὰρ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, διπλασίων τοῦ τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῶν ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· ἑκάτερος γὰρ τῶν αὐτῶν ἐστι τριπλάσιος. Ὁ δὲ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ τῶν ἀπὸ ΑΘ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ΘΒ πρὸς ΘΓ, τοῦ ΒΘ μέσης ἀνάλογον ὑπαρχούσης· ὁ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, [p] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ΒΘ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Ὡς τι ὁ τῶν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ συγκείμενός ἐστιν ἐκ τοῦ

[m] ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ in MS. desunt. [n] In MS. desunt πρὸς τὸ τμῆμα. [o] ΓΘ ex MS. [p] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ in MS. desunt.

ὕβδ. ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, τοῦτ' ἔστι τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τῷ ἀπὸ ΒΘ μίσον λαμβανομένῳ. Ὡς τι ὁ τῷ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ [q]ὑπὸ ΒΘΓ. Ὅ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ἡ ΘΗ κοινὸν ὕψος λαμβανομένη. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ [r]ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸτ δὲ δεῖ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐλάσσων ἐλασσον ἐστι. Δεικτέον δ' ὅτι τὸ [s]ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὃ ταυτόν ἔσται τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἐὰν γὰρ δοθῶσι τέσσαρες ὦσι ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ ΓΘ, καὶ τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ ἡ ΘΗ, καὶ ΘΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλασσον ἔσται τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τρίτος πρὸς τὸν τέταρτον, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ [t]ἔλασσον τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [u]ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. Ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΘΑ, ΚΕ. Ἡ γὰρ ΑΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΘΗ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφῃρήσθω ἄρα ἀπὸ μὲν τῆς ΗΘ ἡ ΓΘ, λοιπὴ δὴ τῆς ΚΕ ἡ ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ· δεικτέον οὖν δεῖξαι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, [x]ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΕ πρὸς ΘΒ· τουτέστι πρὸς ΛΕ. Καὶ διελόντι, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΛ πρὸς ΛΕ, τουτέστι πρὸς ΒΘ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ· τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Ὅτι ἄρα ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΓΗ, τουτέστιν ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΑ πρὸς ΘΑ· διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς

quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, tum quadrati, quod deſcribitur a BΘ, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a BΘ. Quare ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, itemque ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, ductum in ΘH: nimirum ſumpta ΘH communi altitudine. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ductum in ΘH. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem majorem rationem habet, ea minor eſt. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΘΓ, ducto in ΘH: quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ. Si enim quatuor, ut hic, termini fuerint; id eſt quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur; ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB; ΘH, et ΘZ; ſolidumque, quod ſub eorum extremis continetur, minus ſit ſolido, quod continetur ſub mediis; primus terminus ad ſecundum minorem utique rationem habet, quam tertius ad quartum, ut ſupra demonſtratum eſt. Itaque merito demonſtrare oportebat, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΓΘB, ducto in ΘH. Quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ. Ut autem quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ita ſe habet ΓΘ ad ΘB. Oportet igitur demonſtrare, ΓΘ ad ΘB minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ; hoc eſt, HΘ ad ΘZ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘB. Ducatur a puncto E, rectæ EΓ ad rectos angulos, EK; et a puncto B ipſi EK ad angulos item rectos, BΛ. Reliquum eſt, ut demonſtremus, HΘ ad ΘZ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Æqualis eſt autem ΘZ utrique ſimul ΘA, KE. Quippe AZ ei, quæ ex centro, eſt æqualis. Oportet igitur demonſtrare, HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Itaque etiam ablata ab HΘ, ΓΘ; et a KE, EΛ ipſi BΘ æquali; demonſtrare oportebit, reliquam ΓH ad reliquam utramque ſimul AΘ, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Quoniam enim demonſtrare oportet, HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB; oportebit utique demonſtrare, etiam permutando, HΘ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘA, KE ad ΘB; hoc eſt ad ΛE. Et dividendo, HΓ ad ΓΘ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘA, KΛ ad ΛE; hoc eſt ad BΘ: et permutando, HΓ ad utramque ſimul ΘA, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Ut autem ΓΘ ad ΘB, ita ſe habet ΘB ad ΘA; hoc eſt ΛE ad AΘ. Oportebit igitur demonſtrare, HΓ ad utramque ſimul ΘA, KΛ majorem rationem habere, quam ΛE ad AΘ. Et permutando, ΓH, hoc eſt KE ad EΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul KΛ, ΘA ad ΘA. Denique, dividendo, KΛ

[q] ἀπὸ [r] ἀπὸ deeſt. [s] ΓΔ [t] ἡ [u] μείζον [v] ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt. [x] ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

ad ΛΕ majorem rationem habere, quam eamdem ΚΛ ad ΘΑ: hoc eſt minorem eſſe ΛΕ quam ΘΑ. Nos vero deinceps compoſitionem adjiciemus. Quoniam ΛΕ minor eſt quam ΑΘ; ΚΛ ad ΛΕ majorem rationem habet quam ΚΛ ad ΑΘ. Et componendo, ΚΕ ad ΕΛ majorem rationem habet, quam utraque ſimul ΚΛ, ΑΘ ad ΑΘ. Æqualis eſt autem ΛΕ ipſi ΒΘ. Igitur ΗΓ ad ΒΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul ΚΛ, ΑΘ ad ΑΘ. Et permutando, ΗΓ ad utramque ſimul ΚΛ, ΑΘ majorem rationem habet quam ΒΘ ad ΘΑ; hoc eſt ΓΘ ad ΘΒ. Et permutando, ΗΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul ΚΛ, ΑΘ ad ΘΒ. Et componendo, ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam utraque ſimul ΚΛ, ΑΘ una cum ΘΒ, hoc eſt utraque ſimul ΑΘ, ΚΕ ad ΒΘ. Æqualis eſt autem ΚΕ ipſi ΑΖ. Igitur ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam ΖΘ ad ΘΒ. Et permutando, ΗΘ ad ΘΖ majorem rationem habet, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ut autem ΓΘ ad ΘΒ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ. Igitur propter ea, quæ antea dicta ſunt, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘΖ ductum, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΘΒ, ducto in ΘΗ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ, ductum in ΘΗ: nimirum quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem habet rationem, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΓ, ex ratione componitur cum quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, tum quadrati, quod deſcribitur a ΘΒ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΓ; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a ΒΘ: et ratio quadrati, quod deſcribitur a ΒΘ ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΓ, eadem eſt quæ rectæ ΘΒ ad ΘΓ; hoc eſt rectæ ΑΘ ad ΒΘ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, et recta ΑΘ ad ΘΒ. Quæ autem ratio componitur ex ratione cum quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, tum rectæ ΑΘ ad ΘΒ, hæc eadem eſt quæ cubi, qui ab ΑΘ, deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ; hoc eſt cubi, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ. Quod igitur quadratum ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habet, quam cubus, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ. Demonſtratum eſt autem rationem quidem quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, eamdem eſſe atque rationem ſegmentorum: rationem vero cubi, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ, ſeſquialteram eſſe rationis ſuperficierum. Segmentum igitur ad ſegmentum rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam ſuperficies habet ad ſuperficiem.

ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΑ· στίν ὴ ἐλάσσων ἡ ΛΕ τῆς ΘΑ ἐστίν. Ἐξῆς δὴ ἡμῖν τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν· Ἐπεὶ ἡ ΛΕ τῆς ΑΘ ἐλάσσων, ἡ ἄρα ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΒΘ ἐστὶν ἴση. Ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς ΒΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἐναλλάξ, ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΚΛ, ΑΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ πρὸς ΘΑ, στίν ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΘΒ. Συνθέντι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ μετὰ τῆς ΘΒ, στίν συναμφότερος ἡ ΑΘ, ΚΕ πρὸς [y] ΒΘ. Ἴση δὲ ἡ ΚΕ τῇ ΑΖ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ· τοῦ δὲ πρότερον εἰρημένα, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ πλεῖόν ἐστι μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ πλεῖόν ἐστι τὴν ΘΗ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ [z] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ λόγου ΒΘ μέσου λαμβανομένου, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ λόγου ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ· ὁ δὲ τοῦ λόγου ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ, τουτέστι τῷ τῆς ΑΘ πρὸς ΒΘ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ὑπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ τοῦ ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τοῦ ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τοῦ μεν τμημάτων· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τοῦ ΑΒ [b] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβου λόγος, ἡμιόλιος ἐδείχθη τῶν τῶν ἐπιφανειῶν λόγου. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡμιόλιον τοῦ ὃν ἔχει ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

[y] ΑΘ [z] ἐπὶ τὴν ΘΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον τοῦ ἀπὸ ΒΘ in MS. desunt. [b] ΑΘ [a] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι.

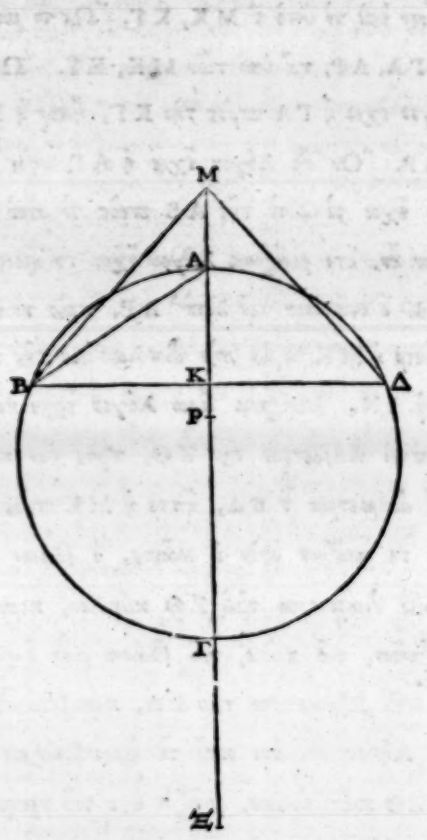
Τῶν ἀπὸ τῆ ἴσῃ ἀπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων, μεῖζόν ἐςι τὸ ἡμισφαίριον.

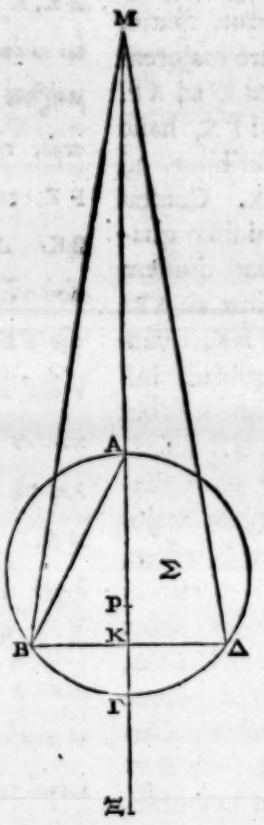
Ἔςω ἐν σφαίρᾳ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιςος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήθω ἑπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. Ἔςω δὲ τὰ μὲν τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους· καὶ τετμήθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς. Ἔςι δὲ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν ἡμῶν, ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. Ἴσαι δὲ ἔςωσαν[c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι μεῖζόν ἐςι τὸ κατὰ τὴν[d] ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

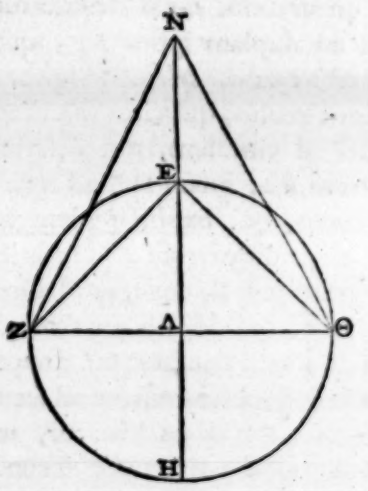
PROP. X. Theor.

Sphæricorum ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, quod eſt hemiſphærium, id eſt maximum.

Sit ſphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΑΓ: aliaque item ſphæra, cujus maximus circulus ΕΖΗΘ, et diameter ΕΗ: planoque ſecentur altera quidem per centrum, altera vero non per centrum acto. Quæ autem ſecant plana recta ſint ad diametros ΑΓ, ΕΗ: ſecenturque ſphæræ ſecundum lineas ΔΒ, ΖΘ. Ac ſegmentum quidem ſphæræ, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, hemiſphærium eſt: quæ autem ſegmenta conſtituuntur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ, horum quidem alterum in ea figura, in qua eſt punctum Σ, majus eſt hemiſphærio; alterum vero in figura alia hæmiſphærio minus. Æquales autem ſint ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies. Dico igitur hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, majus eſſe hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ.







Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερὸν ὅτι ἴση ἐςὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ. Δέδεικται γὰρ ἑκάςου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, ᵉ ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐςι βάσις τοῦ τμήματος. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐςὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ ᶠ τὸ Σ σημεῖον, δῆλον ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐςὶ ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ,

Quoniam enim æquales ſunt ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies, manifeſtum eſt ΒΑ rectæ ΕΖ æqualem eſſe. Demonſtratum enim eſt, cujuſque ſegmenti ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Et quoniam circumferentia ΒΑΔ in ea figura, in qua eſt punctum Σ, major eſt dimidio circuli; manifeſtum eſt ΒΑ rectæ quidem ΑΚ

[c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι· in MS. deſunt. [d] ΖΗΘ [e] ὅτως [f] τὸ Γ

minorem esse quam duplam potestate; ejus vero, quæ ex centro, potestate majorem quam duplam. Sit porro ei, quæ ex centro circuli ΑΒΔ, æqualis ΓΞ: et quam rationem habet ΓΞ ad ΓΚ, hanc habeat ΜΛ ad ΑΚ: et a circulo, qui circa diametrum ΒΔ est, conus describatur verticem habens punctum Μ. Æqualis est igitur hic conus sphæræ segmento, quod secundum circumferentiam ΒΑΔ constituitur. Sit item rectæ ΕΛ æqualis ΕΝ: et a circulo, qui circa diametrum ΘΖ est, describatur conus verticem habens punctum Ν. Æqualis est igitur hic conus hemisphærio, quod constituitur secundum circumferentiam ΘΕΖ. Spatium autem, quod sub ΑΡ, ΡΓ continetur, majus est spatio, quod continetur sub ΑΚ, ΚΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere fit majus: et quadratum, quod ab ΑΡ describitur, æquale est spatio, quod continetur sub ΑΚ, ΓΞ; cum dimidium sit quadrati, quod describitur ab ΑΒ. Igitur etiam utrumque utroque est majus. Quod igitur spatium sub ΓΑ, ΑΡ continetur, majus est spatio, quod continetur sub ΞΚ, ΚΑ. Spatio autem, quod sub ΞΚ, ΚΑ continetur, æquale est spatium, quod continetur sub ΜΚ, ΚΓ. Majus est igitur spatium, quod sub ΓΑ, ΑΡ continetur, spatio, quod continetur sub ΜΚ, ΚΓ. Quare majorem rationem habet ΓΑ ad ΓΚ, quam ΜΚ ad ΑΡ. Quam autem rationem habet ΑΓ ad ΓΚ, hanc habet quadratum, quod ab ΑΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΒΚ. Constat igitur majorem rationem habere dimidium quadrati, quod ab ΑΒ describitur; quod quidem æquale est quadrato, quod describitur ab ΑΡ; ad quadratum, quod describitur a ΒΚ, quam ΜΚ ad duplam ipsius ΑΡ; quæ quidem ipsi ΑΝ est æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘΖ describitur, ad circulum, qui describitur circa diametrum ΒΔ, quam ΜΚ ad ΝΛ. Quare major est conus, qui basim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΖΘ describitur, verticem vero punctum Ν, cono, qui basim quidem habet circulum, qui describitur circa diametrum ΒΔ, verticem vero punctum Μ. Itaque illud quoque constat hemisphærium, quod secundum circumferentiam ΕΖΘ constituitur, majus esse segmento, quod constituitur secundum circumferentiam ΒΑΔ.

τῆς ᾗ ἐκ τοῦ κέντρου μεῖζων ἡ διπλασίων δυνάμει.* Ἐστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΛ πρὸς ΑΚ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω, κορυφὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. Ἴσος δὴ ἐστιν ὁ κῶνος τῷ κατὰ τὸ ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι σφαίρας. Ἔστω καὶ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὸν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡ, ΡΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΓ· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν [a]ΑΚ, ΓΞ· ἡμίσου γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Μεῖζον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ. Τῷ δὴ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τι μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τι μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. Δῆλον ἄρα, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἡμίσου ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ [b]ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ, πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΛ. Ὡς τε μεῖζων ἐστὶν ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

EUTOCIUS.

IN DECIMUM.

Manifestum autem est, ΒΑ rectæ quidem ΑΚ potestate minorem esse quam duplam; ejus vero, quæ ex centro, majorem quam duplam. Juncta enim a puncto Β ad centrum ΒΟ; cum angulus ΒΟΑ, qui ad centrum est, sit obtusus, quadratum, quod ab ΑΒ describitur, majus est quadratis, quæ describuntur ab æqualibus rectis

ΕΙΣ ΤΟ ι'.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσονι ἐστὶ δυνάμει διπλασίᾳ, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἢ διπλασία. Ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς ΒΟ, τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης ὑπὸ ΒΟΑ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλείαν περιεχουσῶν

[a] ΑΞ [b] ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς in MS. desunt.

* Crediderim glossema esse.

ἴσων ὄντων. Ὡς τι τῶ ἑνὸς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ AB ἴσου ὄντος τοῖς ἀπὸ AK, KB, καὶ μείζονος ὄντος τοῦ ἀπὸ AK τοῦ ἀπὸ KB, τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ AK ἐλάσσον ἐστὶν ἢ διπλάσιον. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ σχήματος, ἐφ' οὗ σημεῖον Σ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι πάντα τούτοις εὐθέτως λεχθήσεται.

Ἔστω τῇ EΛ ἴση ἡ EN· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘZ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ N σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὸν ΘEZ περὶφερειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘZ, ὕψος δὲ τὴν ΛE, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιός ἐστι, τοῦ δὲ ἡμισφαιρείου ἡμιόλιος· τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὸν ΘZ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛN, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου. Καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ZΘ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛN.

Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν APΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν AKΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν ἡ ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῇ εἰς ἄνισα, κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὸν ἐγγύτερον τῆς διχοτομίας τομὴν μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὸν ἀνωτέρω. Ταυτὸν δέ ἐστιν εἰπεῖν, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλέον ἀφέστηκεν ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ [k] ἀπὸ τῆς AP ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν AK, ΓΞ, ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς AB. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ BΓ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν BK, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι ἀλλήλοις τε καὶ τῷ ὅλῳ· ἄρα τὸ ὑπὸ ΓAK ἴσον τῷ ἀπὸ AB. Ὡς τι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΓA, καὶ AK, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΞ, AK, ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ AB, τουτέστι τῷ ἀπὸ AP.

Μεῖζον δὲ ὄν δεῖ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ AK, ΓΞ [l] τῷ ἀπὸ AP, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ APΓ τοῦ ὑπὸ AKΓ· ἐὰν δὲ ἄνισοι ἴσοις προστεθῶσι, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξαρχῆς μεῖζον· [m] τῷ ὑπὸ APΓ ἄρα προστεθέντος τοῦ ἀπὸ AP, τῷ δὲ ὑπὸ AKΓ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ· μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ APΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ AP, τοῦ ὑπὸ AKΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ APΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ AP, ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ ΓAP, διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τῆς δευτέρας βίβλου τῶν Στοιχειώσεως· τὸ δὲ ὑπὸ AKΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ, ἴσον τῷ ὑπὸ AK, KΞ, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τῆς αὐτῆς βίβλου. Ὡς τι τὸ ὑπὸ ΓAP μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ AKΞ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῆ

obtuſum angulum comprehendentibus. Quare eorum alterius, nempe illius, quod ab ea, quæ ex centro, deſcribitur, majus eſt quam duplum. Rurſus autem cum quadratum, quod ab AB deſcribitur, æquale ſit quadratis quæ deſcribuntur ab AK, KB, quorum illud, quod ab AB deſcribitur majus eſt illo, quod deſcribitur a KB; quadratum utique, quod ab AB deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur ab AK, minus eſt quam duplum. Atque hæc quidem de figura, in qua eſt punctum Σ. Nam de altera contraria prorſus dicenda ſunt.

Sit item rectæ EΛ æqualis EN: et a circulo, qui circa diametrum ΘZ eſt, deſcribatur conus verticem habens punctum N. Æqualis eſt igitur hic conus hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΘEZ. Quoniam enim cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, et altitudinem ΛE, coni quidem eamdem baſim et altitudinem habentis triplus eſt, hemiſphærii vero ſeſquialter; ideo hemiſphærium coni illius eſt duplum. Duplus eſt autem ejuſdem coni etiam conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, et altitudinem ΛN. Æquale eſt igitur hemiſphærium cono baſim habenti circulum, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, et altitudinem ΛN.

Spatium autem, quod ſub APΓ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub AKΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere ſit majus. Dictum enim ſuperius eſt, ſi recta in inæquales partes in alio atque alio puncto ſecetur; quod ſpatium ſub ſegmentis continetur, quæ propius a rectæ ejus medio ſecantur, id ſpatio majus eſſe, quod continetur ſub ſegmentis, quæ ſecantur remotius ab eodem medio. Quod quidem idem eſt ac dicere, minus alterius ſpatii latus minore alterius latere majus eſſe. Quanto enim minus fuerit, tanto remotius rectæ ſegmenta ab ejus medio ſecabuntur.

Et quadratum, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ; cum dimidium ſit quadrati, quod deſcribitur ab AB. Si enim jungatur BΓ, cum in triangulo rectangulo ducta ſit a recto ejus angulo normalis BK, quæque ad normalem ſunt triangula, ſimilia toti ſibique invicem ſint; ſpatium, quod ſub ΓAK continetur, æquale eſt quadrato, quod ab AB deſcribitur. Quare etiam ſpatium, quod continetur ſub dimidia ipſius ΓA, et AK; hoc eſt illud, quod ſub ΓΞ, AK; æquale eſt dimidio quadrati, quod deſcribitur ab AB; hoc eſt illi, quod ab AP.

Igitur etiam utrumque utroque eſt majus. Quoniam enim æquale eſt ſpatium, quod ſub AK, ΓΞ continetur, quadrato, quod ab AP deſcribitur; majuſque ſpatium, quod ſub APΓ continetur, ſpatio, quod continetur ſub AKΓ; et ſi inæqualibus æqualia adjiciantur tota inæqualia ſunt, majuſque id, quod majus initio erat; ideo ſpatio, quod ſub APΓ continetur, adjecto quadrato, quod ab AP deſcribitur, ſpatioque, quod continetur ſub AKΓ, adjecto ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ; majus utique eſt ſpatium, quod ſub APΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AP deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub AKΓ, una cum ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ. Sed ſpatium, quod ſub APΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓAP, per tertium theorema libri Elementorum ſecundi: et ſpatium, quod ſub AKΓ continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub AK, KΞ, per primum theorema ejuſdem libri. Quare ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur,

[i] καὶ τῇ [k] ἀπὸ AP [l] τῷ ἀπὸ AP in MS. deſunt. [m] τῷ μὲν ὑπὸ

ſub AKΞ. Spatio autem, quod ſub ΞKA continetur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub MKΓ. Ponitur enim ut ΞΓ ad ΓK ita ſe habere MA ad AK. Quare etiam componendo, ut ΞK ad KΓ, ita ſe habet MK ad KA. Quod autem ſpatium ſub extremis continetur, id ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis. Igitur ſpatium, quod ſub ΞKA continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub MKΓ. Majus eſt autem ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΞKA. Majus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, ſpatio, quod continetur ſub MKΓ. Quare majorem rationem habet AΓ ad ΓK, quam MK ad AP. Quoniam enim quatuor ſunt rectæ ΓA, KM, KΓ, AP; et ſpatium, quod ſub prima ΓA, et quarta AP continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ſecunda MK, et tertia KΓ; ideo prima ΓA ad ſecundam MK majorem rationem habet, quam tertia KΓ ad quartam AP. Et permutando, ΓA ad KΓ majorem habet rationem, quam MK ad AP. Quam autem rationem habet AΓ ad KΓ, hanc habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Juncta enim BΓ, cum in triangulo rectangulo ducta a recto ejus angulo ſit normalis BK; ut AΓ ad ΓB, ita ſe habet BΓ ad ΓK. Propterea ut prima ad tertiam; hoc eſt AΓ ad ΓK; ita ſe habet quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB. Ut autem quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Simile enim eſt triangulum ABK triangulo ABΓ. Ut igitur AΓ ad ΓK, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Habet autem AΓ ad ΓK majorem rationem, quam MK ad AP. Habet igitur majorem rationem etiam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, quam MK ad AP. Et de præcedentium dimidiis, dimidium quadrati, quod ab AB deſcribitur; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab AP; ad quadratum, quod deſcribitur a BK, majorem rationem habet, quam dimidia ipſius MK ad AP; hoc eſt MK ad duplam ipſius AP. At vero quadrato, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt quadratum, quod deſcribitur a ZΛ: ponitur enim, AB ipſi EZ æqualem eſſe, et EZ ipſius ZΛ poteſtate duplam; quippe EΛ ipſi ΛZ eſt æqualis: dupla autem ipſius AP eſt NΛ; cum ipſius quoque ΛZ ſit dupla. Quare quadratum, quod a ZΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, majorem rationem habet, quam MK, ad duplam ipſius AP, quæ quidem ipſi ΛN eſt æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur, circa diametrum BΔ, quam MK ad NΛ. Quare major eſt conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, verticem vero punctum N, cono, qui baſim quidem habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum BΔ, verticem vero punctum M. Si enim fiat ut circulus, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum BΔ, ita KM ad aliam quamdam rectam; hæc utique minor erit quam ΛN. Atque conus, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, et altitudinem minorem hujuſmodi rectam, æqualis quidem erit cono MBΔ; quod baſes et altitudines reciprocantur; minor vero cono NΘZ; quod ſuper eadem baſe

ΞKA ἴσον ἔσῃ τὸ ὑπὸ τῶν MKΓ. Τετάκεται γὰρ ὡς ἡ ΞΓ πρὸς ΓK, ἡ MA πρὸς AK. Ὡς τι πρὸ συνθέντι ὡς ἡ ΞK πρὸς KΓ, ὕτως ἡ MK πρὸς KA. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΞKA ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ MKΓ. Ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΞKA μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ ΓAP. Καὶ τὸ ὑπὸ ΓAP ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ MKΓ. Ὥσε τι μείζονα λόγον ἔχει ἡ AΓ πρὸς ΓK, ἤπερ ἡ MK πρὸς AP. Ἐπὶ δὲ τέσσαρες εὐθεῖαί εἰσιν αἱ ΓA, KM, ΓK, AP· καὶ τὸ ὑπὸ πρώτης τῆς ΓA καὶ τετάρτης τῆς AP μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς MK, καὶ τρίτης τῆς KΓ· ἡ πρώτη ἡ ΓA πρὸς δευτέραν τὴν MK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ[n] ἡ τρίτη ἡ KΓ πρὸς τετάρτην τὴν AP. Καὶ ἐναλλάξ, ἡ ΓA πρὸς KΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ MK πρὸς AP. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AΓ πρὸς ΓK, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BK.[o] Ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς BΓ, ἀφ' τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον εἶναι τὴν BK, γίνεται ὡς ἡ AΓ πρὸς ΓB, ἡ BΓ πρὸς ΓK. Καὶ ἀφ' τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τετάχεται ἡ AΓ πρὸς ΓK, ὕτως τὸ ἀπὸ τῆς AΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓB. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς AΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓB, ὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BK. Ὅμοιον γὰρ τὸ ABK τῷ ABΓ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ AΓ πρὸς ΓK, οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BK. Ἡ δὲ AΓ πρὸς ΓK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ MK πρὸς AP. Καὶ τὸ ἀπὸ AB ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ BK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ MK πρὸς[p] AP. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ, τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ AB, ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ AP, πρὸς τὸ ἀπὸ BK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡμίσεια τῆς MK πρὸς τὴν AP, τουτέστιν ἡ MK πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς AP. Ἀλλὰ τῷ ἀπὸ AP ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ[q] ZΛ· ἐπειδὴ ἡ μὲν AB τῇ EZ ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ EZ τῆς ZΛ δυνάμει διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ EΛ τῇ[r] ΛZ· τῆς δὲ AP διπλασία ἡ[s] NΛ, ἐπεὶ καὶ τῆς ΛZ. Ὡς τι τὸ ἀπὸ ZΛ πρὸς τὸ ἀπὸ BK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ MK πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς AP, ἡ ἐστιν ἴση τῇ ΛN. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν[t] ΘZ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν[u] BΔ, ἤπερ ἡ MK πρὸς NΛ. Ὡς τι μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ZΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ N σημεῖον, τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὴν BΔ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ M σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ZΘ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BΔ κύκλον, οὕτως τὴν KM πρός τινα ἄλλην, ἴσαι πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΛN. Καὶ ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ZΘ, κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὐρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ MBΔ, διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσιν,

[n] ἡ τρίτη ἡ KΓ πρὸς τετάρτην τὴν AP. Καὶ ἐναλλαξ ἡ ΓA πρὸς KΓ μείζονα λόγον ἔχει: in MS. desunt. [o] ΓK [p] APK
[q] ZA [r] AZ [s] NMΛ [t] BΘZ [u] BA

ἐλάττων ἢ τοῦ ΝΘΖ, διὰ τὸ ἴσαι τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντας πρὸς ἀλλήλους εἶναι ὡς τὰ ὕψη. Δῆλον οὖν ὅτι * καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ σεφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τῆ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν.

constituti se invicem habent ut altitudines. Itaque illud quoque constat, hemisphærium, quod secundum circumferentiam ΕΖΘ constituitur, majus esse segmento, quod constituitur secundum circumferentiam ΑΒΔ.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπομνήμα εἰς τὸ δεύτερον τῶ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδοθὲν παρασκευασθεῖσα τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

Eutocii Ascalonitæ commentarius in alterum Archimedis librum de sphæra, et cylindro, ex editione ab Isidoro Milesio Mechanico præceptore nostro recognita.

Εὐτοκίου φιλτάτου γλυκερὸς πόνος, ὃν πότ' ἐκεῖνος
Γράψεν, τοῖς φθονεροῖς σπουδάκι μεμφόμενος.

* Pro καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΑΒΔ, in MS. sunt τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΕΖΘ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

CIRCULI DIMENSIO,

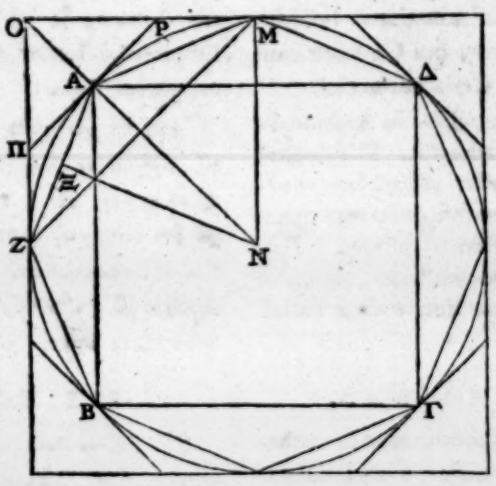
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ λοιπῇ.

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ[a] κύκλος, ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω μεῖζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔσονται τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. Τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθετὸς ἡ ΝΞ. Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστι δὲ καὶ



[a] κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶ

PROP. I. Theor.

Quilibet circulus æqualis eſt triangulo rectangulo ejuſmodi, ut eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alteri quidem æqualis ſit ea, quæ ex centro, alteri vero, ambitus.

Sit circulus ΑΒΓΔ, ut ponitur: dico eum æqualem eſſe triangulo Ε.

Sit enim circulus, ſi fieri poteſt, major, et inſcribatur eidem quadratum ΑΓ; ſecenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ſegmenta minora tandem ſint quam exceſſus, quo circulus triangulum excedit. Itaque rectilineum majus adhuc erit triangulo. Sumatur centrum Ν; ducaturque normalis ΝΞ. Minor eſt igitur ΝΞ altero trianguli latere. Eſt autem et rectilinei ambitus

altero latere minor; utpote qui minor etiam eſt ambitu circuli. Minus eſt igitur rectilineum triangulo E. Quod eſt abſurdum.

Sit autem circulus, ſi fieri poteſt, minor triangulo E. Et circumſcribatur eidem quadratum: ſecenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ducantur per ea puncta rectæ contingentes. Itaque angulus OAP rectus eſt: ideoque OP major quam MP; cum MP ipſi PA eſt æqualis. Quare triangulum POΠ majus eſt dimidio figuræ OZAM. Relinquantur ſegmenta, cujuſmodi eſt ΠZA, quæ minora ſint exceſſu, quo triangulum E excedit circulum ΑΒΓΔ. Circumſcriptum igitur rectilineum minus adhuc eſt triangulo E. Quod eſt abſurdum. Eſt enim majus; eo quod NA æqualis eſt catheto trianguli, et ambitus major ejuſdem trianguli baſe.

Æqualis eſt igitur circulus triangulo E.



EUTOCIUS.

Cum quæ in Archimedis Scriptis clariora ſunt, et minori conſideratione indigent, explicuerim; conſequens videtur eſſe, quo inſtitutum meum perſequar, ut quæ in illis abſolutam quamdam expoſitionem requirunt, quantum in me erit, adjungam ad ea, quæ prius in commentario de Sphæra et Cylindro conſcripſi. Optandum ſi quidem eſt in majoribus rebus, et plus requirentibus operæ verſari.

Itaque propoſitus nobis deinceps ſit libellus, qui Circuli Dimenſio inſcribitur. In quo, quid auctori propoſitum ſit, ex ipſa inſcriptione dignoſcitur. Hoc enim demonſtrare vult, cuinam ſpatio rectilineo circulus æqualis ſit; rem a Philoſophis, qui ante ipſum floruerunt, jampridem quæſitam. Hoc utique eſt quæſitum illud, quod cum Hippocrates Chius, et Antipho diligenter inveſtigaſſent, eas nobis falſas ratiocinationes reliquerunt, quas probe noſſe illos arbitror, qui Geometricam Eudemi Hiſtoriam, et Ariſtotelis Ceria evolverint.

Eſt autem hic libellus, ut ait Heraclides in Archimedis vita, ad neceſſarios vitæ uſus apprime utilis. Demonſtrat enim, circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc minorem quam ſeſquiſeptimam, majorem vero quam ſuperdecies partientem ſeptuageſſimas primas. Hoc utique ait quam proxime eum demonſtraſſe: inveniſſe autem per quaſdam helicas, rectam lineam datæ circuli circumferentiæ æqualem.

IN PRIMUM THEOREMA.

Primum theorema etiam iis, qui mediocriter in mathematicis diſciplinis exercitati ſunt, nullam videtur dubitationem habere; cum ipſa Archimedis verba perſpicua ſint, et quod propoſitum eſt, nulla re omiſſa, concludant.

ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἐλάττων ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου. Ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὴ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, [b]ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου. Καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον· ᾗ τετμήθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. Ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστὶ μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ [c]τῇ ΡΑ ἴση ἐστί. Καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν [d]ἢ τὸ ἥμισυ. Λελείφθωσαν αἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖς ὅμοιοι ἐλάσσονες τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ε [e]τρίγωνον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἔστιν ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι ἔλασσον τοῦ Ε. Ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι δὲ μεῖζον ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

ΕΥΤΟΚΙΟΣ.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν φιλοπόνως σπουδὴν, τοῖς σαφηνείαις, καὶ βραχυτέραις ἐξηγήσεσι διομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι· ᾗ τὰ ὀπόσαιν ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δέομενα, τὸν δυνατὸν τρόπον, συντεχνῆ ποιῶν, τοῖς περὶτῶν ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις· [f]ἐντύχοις ὡς ἀληθῶς ἄξιον τυγχάνοντος, τῷ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δομένοις ἐπιτύχαι.

Εἶη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς, τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον, Κύκλου Μέτρησιν, ἢ ἐπιγεγραφὴν ἔχον. [g]Ἐν ᾧ, ἢ πρῶτον ταύτης, ἐξ αὐτῆς ἢ ἐπιγραφῆς γνωρίζομεν. Βέλεται δὲ διὰ[h]ξαι, περὶ χωρίου εὐθυγράμμου ἴσος ἂν εἴη κύκλος· πρᾶγμα πάλαι, πρὸς τ' πρὸ αὐτῆς κλεινῶν Φιλοσόφων, [i]ἐζητημένον. Δῆλον δ[i] ὅτι τοῦτ' ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ὁπωσοῦν, ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς ὑφήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω, τούς τε τῆ Εὐδήμου Γεωμετρικῇ Ἱστορίᾳ ἐντετυχηκότας, καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μεταχόντας Κηρίων.

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὡς φησὶν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδει βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον. Δείκνυσι γὰρ, ὅτι ἡ περιφέρεια τῆ διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἔλαττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόρια. Τοῦτο δ' ἂν, φησὶ, σύντεγγυς διληφθαι· τυχεῖν μέν τι αὐτῷ, διά τινων Ἑλίκων, εὐθείας ἴσης τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

ΕΙΣ ΤΟ Α' ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γυμνασαμένοις, ἀδημίαν ἔχον ζήτησιν φαίνεται· αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδες ῥημάτων σαφῶς ἐκτιθεμένων, καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς ἣ πρόθεσιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

[b] μείζων [c] τῆς [d] In MS. deeſt ἢ [e] In MS. deeſt τρίγωνον [f] εοχης ex MS. [g] ἄνω [h] ἐξητημένον [i] ὅτι τοῦ τί

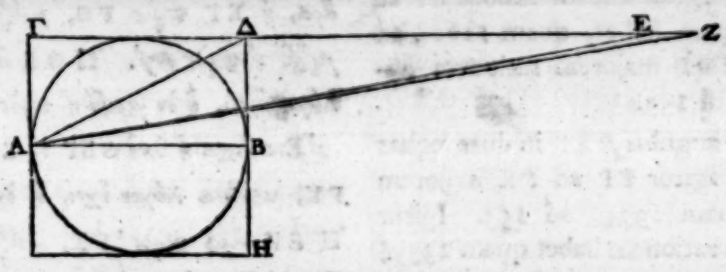
Δεῖ[k] δ' ὅτι παραλελειμμένῳ, πρὸς ἃ ἀναίδεξιν, πράγματι μικρῷ διειλεγμένῳ. Ἐκδέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον, φησὶν, ἔχέτω ἃ μίαν, ἣ μὲν ἃ ὀρθὴν, ἴσην τῇ ἐκ ἃ κέντρου· ἃ ἡ λοιπὴν, [l] τῇ περιφερείᾳ. Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὐδὲ αὐτὸς οὐδὲ διειλεγμένον ἔοικεν, ἀλλ' οὐδὲ ὧν ἄλλον παραδεδομένον. Σωφρὼν γὰρ [m] ἡμῶν κρὶς, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσκεισθαι ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, πεπεῖσθαι δοκῶ· εἴμαι γὰρ τῶν, ἢ ἐφ' ὧν διαλέγεται. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους. Κᾂν εἰ μηδέπω ὧν ἐφάνη δυνατὸν, περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν πορίσασθαι· ἀλλ' ὅμως εἶναι πρὰ τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, πρὸς ὁντινοῦν [n] ἴσῃ ζητούμενον. Τὸ μέντοι γε πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν, τοιοῦτόν ἐστι· τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς περιέχουσι τὰς γωνίας, ἴσην ἔστι τῷ κύκλῳ. Ὡς τι τὸ προτεθὲν ἐκδέμενος, οὐδενὸς ἂν κατηγόρων εἴποιμι· θαύμασε δ' ἂν μᾶλλον καὶ τοῦτο πᾶς ἄξειεν, τοῖς ὅπως ὑπερμεγέθεσι τῶν ζητημάτων, σαφῆ καὶ ῥᾴδιαν τινὰ ὁδὸν εὑρεῖν δεδυκότος. Ὡς δὲ εἴρηται, οὐδενὸς ζητουμένου τοῦ πρότου διαφέρειν. Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅτι μεῖζόν ἐστι τοῦ ἡμίσεος τοῦ ΑΖΟΜ χήματος· καὶ, ὅτι ἁπλῶς, περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, δυνατὸν, εὐθύγραμμον συγγράψαι, ὅσον τι τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν τῆ κύκλῳ περιφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τῆ συγγραφομένῳ εὐθυγράμμῳ, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς, εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου, γεγραμμένοις ἡμῖν.

Sed tamen Archimedes videtur ad demonſtrationem rē quadam perperam uſus eſſe, quæ nondum ſit demonſtrata. Cum enim triangulum rectangulum expoſuiſſet: habeat, inquit, eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alterum quidem æquale ei, quæ ex centro; alterum vero circumferentiæ. At vero quo pacto recta linea ſumatur circuli circumferentiæ æqualis, neque ipſe, neque alius quiſpiam demonſtravit. Verum illud animadvertendum eſt, nihil Archimedem ſcripſiſſe, quod minus conveniat. Conſtat enim inter omnes, circuli circumferentiam magnitudinem eſſe; atque ex iis etiam, opinor, quarum una eſt dimenſio. Eſt autem et recta linea ejuſdem generis. Itaque licet nondum appareat, qua quis ratione poſſit circuli circumferentiæ æqualem rectam exhibere; eſſe tamen natura rectam aliquam eidem æqualem nemo unquam dubitavit. Quod igitur Archimedes proponit, id eſt hujuſmodi: triangulum rectangulum latera, ut diximus, habens, circulo æquale eſſe. Quare dum propoſitum ſuum exequitur minime accuſandus videtur; quin potius admiratione dignus vel hoc ipſo exiſtimari debet, quod rem tam arduam via clara atque expedita adinvenerit. Ut autem dictum eſt, primum hoc theorema nullam dubitationem habet. Nam triangulum ΠΟΡ majus eſſe dimidio figuræ AZOM: et omnino fieri poſſe, ut dato circulo rectilineum circumſcribatur, ita ut, quæ inter circuli circumferentias, et circumſcripti rectilinei latera ſegmenta interjiciuntur, dato ſpatio minora ſint; perſpicue dictum a nobis eſt in iis, quæ in primum librum de Sphæra et Cylindro conſcripſimus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ὁ κύκλος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ιά πρὸς ιδ', ἐγγύς.

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ [p]ΓΗΔ· καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ, ἡ ΔΕ· ἑβδόμων δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν, τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ, λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ζ· πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα πρὸς τὸ ΑΓΔ ἔστιν, ὡς κβ πρὸς ζ. Ἀλλὰ, τὸ ΑΓΔ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν κβ πρὸς κη, ἢ ὃν ια πρὸς ιδ'. Τὸ δὲ [q]ΑΓΖ τρίγωνον, τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν· ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ καθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ· ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων, καὶ τοῦ ζ' ἐλάσσονα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ', ἐγγύς.



PROP. II. THEOR.

Circulus ad quadratum, quod a diametro deſcribitur, eam rationem habet, quam 11, ad 14, proxime.

Sit circulus, cujus diameter AB; et circumſcribatur eidem quadratum ΓΗΔ; et lateris ΓΔ dupla ſit ΔΕ; pars autem ſeptima, EZ. Quoniam igitur triangulum AΓE ad triangulum AΓΔ eam rationem habet, quam 21 ad 7; triangulum autem AΓΔ ad triangulum AEZ habet eam, quam 7 ad 1; ideo triangulum AΓZ ad triangulum AΓΔ ſe habet ut 22 ad 7. At vero trianguli AΓΔ quadruplum eſt quadratum ΓH: adeoque AΓZ triangulum ad ΓH quadratum, ut 22 ad 28, ſeu 11 ad 14. Et triangulum AΓZ circulo AB eſt æquale; quoniam cathetus AΓ æqualis eſt ei, quæ ex centro circuli, et baſis ejuſdem ambitui; qui quidem diametri triplus eſt, et adhuc excedit parte fere ſeptima, ut demonſtrabitur. Circulus igitur ad quadratum ΓH eam habet rationem, quam 11 ad 14, proxime.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος, τῆς διαμέτρου, τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἐλάσσονι μὲν ἢ

PROP. III. THEOR.

Cujuſlibet circuli ambitus diametri eſt triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ quidem

[k] δὴ τιν [l] περιφέρειαι [m] ἡμοῦ [n] ἴσῃ deeſt. [o] Sic MS. [p] ΓΗ [q] ΑΓΔΖ

minor eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis.

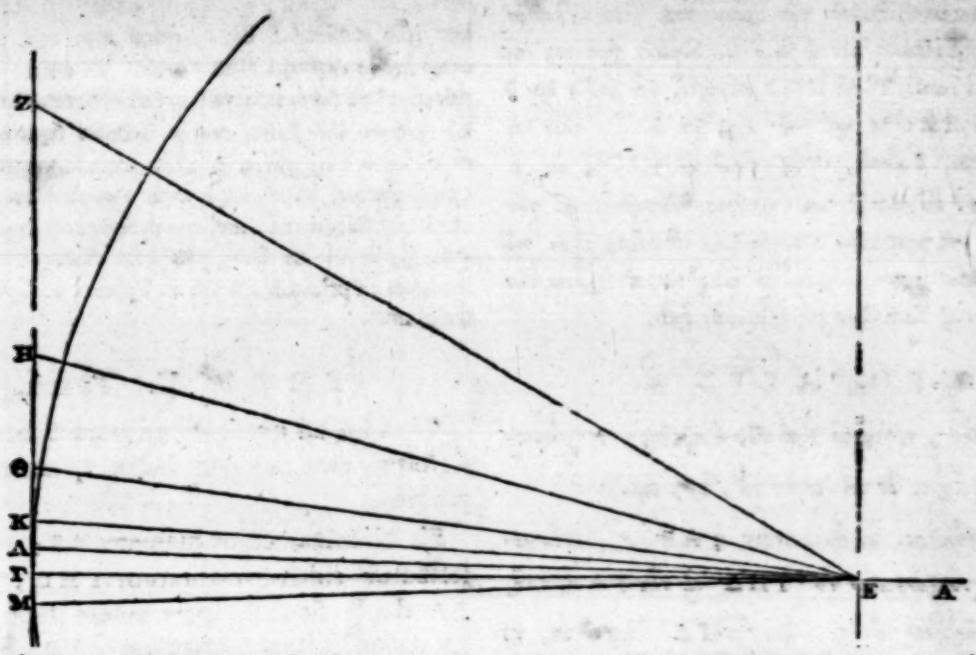
Sit circulus, cujus diameter AΓ, et centrum E; et recta contingens ΓAZ: ſitque angulus ZEΓ tertia pars anguli recti. Itaque EZ ad ZΓ eandem rationem habet, quam 306 ad 153: et EΓ ad ΓZ majorem habet rationem, quam 265 ad 153.

Secetur angulus ZEΓ in duas æquas partes recta EH. Ut igitur ZE ad EΓ, ita ſe habet ZH ad HΓ: et permutando, componendoque; ut utraque ſimul ZE, EΓ ad ZΓ, ita ſe habet EΓ ad ΓH. Quare ΓE ad ΓH majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Igitur EH ad HΓ poteſtate quidem majorem habet rationem quam 349450 ad 23409; longitudine vero majorem, quam 591½ ad 153.

ἑξάδος μέρει τῆς διαμέτρου, μείζων δὲ ἡ δεκὰς ἑβδομηκοστομόνας.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΑΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ἔστω ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τς′ πρὸς ρνγ′· ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε′ πρὸς ρνγ′.

Τετμήσθω δὴ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὡς τε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φκα′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αψιθ′ πρὸς ,βτνθ′· μήκει ἄρα, μείζονα ἢ ὃν φλα′ ἡ πρὸς ρνγ′.



Rurſus ſecetur angulus HEΓ in duas æquas partes, recta EΘ. Igitur eadem ratione EΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam 1162½ ad 153. Igitur ΘE ad ΘΓ majorem rationem habet, quam 1172½ ad 153.

Amplius ſecetur angulus ΘEΓ in duas æquas partes, recta EK. Igitur EΓ ad ΓK majorem rationem habet, quam 2334½ ad 153. Igitur EK ad ΓK majorem rationem habet quam 2339½ ad 153.

Secetur demum angulus KEΓ in duas æquas partes, recta AE. Igitur EΓ ad ΛΓ majorem rationem habet quam 4673½ ad 153.

Quoniam igitur angulus ZEΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, quater in duas æquas partes ſectus eſt; erit utique angulus ΛEΓ anguli recti pars octava et quadrageſima. Itaque ponatur ad punctum E huic ipſi æqualis angulus ΓEM, et producatur ZΓ ad punctum M. Eſt igitur angulus AEM anguli recti pars quarta et vigeſima. Propterea recta ΛM latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αρξβ′ ἡ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αροβ′ ἡ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλθ′ δ′ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,δχογκ′ πρὸς ρνγ′.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα· ἡ ὑπὸ λεγ′, ὀρθῆς ἐστὶ μή. Κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, ὀρθῆς ἐστὶ κδ′. Καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα, πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἐχόντος ϛϛ′.

[a] τρίτου ὀρθῆ [b] ἴσην ἐστὶ τῇ ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς Μτγθ′· μήκει τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶν πολυγώνου [c] γκ′ μείζων ἢ [d] δχογ′ [e] ἐστὶ κδ′· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα εὐθεῖα

Ἐπεὶ οὖν, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ. ἐδείχθη, μείζονα λόγον ἔχουσα, [x] ἥπερ ϡχογΚ πρὸς ρηγ· ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, [y] ἧ δὲ ΓΑ[1] διπλασίων ἡ ΑΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, [z] ἥπερ ϡχογΚ πρὸς ρηγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ξς' πολυγώνου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ϡχογΚ πρὸς ,ϡχπ.

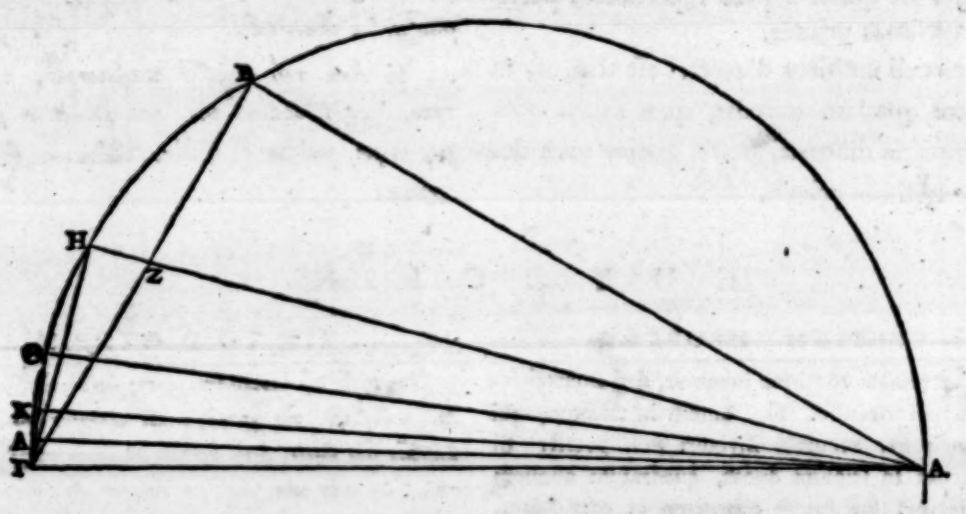
Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡχπ πρὸς ϡχογΚ. Καί ἐστι τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσι [a] χξζΚ· ἅπερ, τῶν [b] ϡχογΚ, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τὸ ἑβδόμον. Ὥς τι, τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον, τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἐλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ [c] τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [d] ἢ ἣν ,ατνα' πρὸς ψπ'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ἣν ,αφξ πρὸς ψπ'.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, ΕΓ ad ΓΑ majorem rationem habere, quam 4673½ ad 153; et dupla quidem ipſius ΕΓ eſt ΑΓ, dupla vero ipſius ΓΑ eſt ΑΜ; ideo etiam ΑΓ ad ΑΜ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Igitur etiam ΑΓ ad ambitum polygoni latera habentis ſex et nonaginta, majorem rationem habet, quam 4673½ ad 14688.

Igitur e contrario ambitus polygoni ad diametrum minorem rationem habet quam 14688 ad 4673½. Atque horum numerorum alter alterius triplus eſt, et adhuc excedit unitatibus 667½; quæ quidem minores ſunt quam ſeptima pars ipſius 4673½. Quare ambitus polygoni circulo circumſcripti diametri eſt triplus, et adhuc minor quam ſeſquiſeptimus. Multo igitur magis circuli ambitus diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Sit circulus, cujus diameter ΑΓ: ſitque angulus ΒΑΓ tertia pars anguli recti. Igitur ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 1351 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΒ habet eam, quam 1560 ad 780.



Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ [e] ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ, ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ἐρθή. [f] Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΗΖΓ, τρίτῃ τῇ [g] ὑπὸ ΑΓΗ. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Ἀλλ', ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, καὶ συναμφότερος ἡ ΓΑ, ΑΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [h] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τοῦτο δέ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ βκια' πρὸς ψπ'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ, ἐλάσσονα, [i] ἢ ἣν ,γιγΚδ' πρὸς ψπ'.

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΗ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ, tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique eſt etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis eſt autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis eſt igitur et tertius angulus ΗΖΓ tertio ΑΓΗ. Quare æquiangulum eſt triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita ſe habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita ſe habet utraque ſimul ΓΑ, ΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ſimul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita etiam ſe habet ΑΗ ad ΗΓ. Et propterea ΑΗ ad ΗΓ minorem habet rationem, quam 2911 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΗ minorem, quam 3013½½ ad 780.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Ἡ ΑΘ ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ [k] ἣν ,εχκδΚδ' πρὸς ψπ', ἢ ἣν ,αωκγ' πρὸς σμ'· ἑκάτερα

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes, recta ΑΘ. Igitur eadem ratione ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 5924½½ ad 780; vel quam 1823 ad 240. Uterque enim utriuſque

[x] ἥπερ ϡχογΚ' [y] διπλασιῶν [z] ἥπερ ϡχογγ' πρὸς Μ,χπ' [a] χξζ' [b] ϡχογγ' ἐλάττονα [c] τριτῷ ὀρθῆ
[d] ἢ ἣν τνα' πρὸς ψυ', δίχα [e] ἄρα deeſt. [f] καὶ τρίτη. Ἔσται [g] ὑπὸ ΑΓΗ· ἰσογώνιον [h] ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ
[i] ἢ ἣν γογγδ' [k] ,τκδδ'

idem est ac $\frac{1}{11}$. Quare AΓ ad ΓΘ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240.

Amplius secetur angulus ΘAΓ in duas æquas partes, recta KA. Igitur etiam KA ad KΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240; vel quam 1007 ad 66. Uterque enim utriusque idem est ac $\frac{11}{40}$. Igitur AΓ ad ΓK minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{2}$ ad 66.

Secetur demum angulus KAΓ in duas æquas partes, recta AA. Igitur AA ad AΓ minorem habet rationem, quam $2016\frac{1}{2}$ ad 66: ipsa autem AΓ ad ΓA minorem quam $2017\frac{1}{2}$ ad 66.

Igitur e contrario AΓ ad ΓA majorem rationem habet, quam 66 ad $2017\frac{1}{2}$. Et polygoni ambitus ad diametrum majorem habet rationem, quam 6336 ad $2017\frac{1}{2}$. Atque horum numerorum alter alterius major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Quare ambitus polygoni latera habentis sex et nonaginta circulo inscripti diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas.

Igitur circuli ambitus diametri est triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ minor quidem est septima diametri parte, major vero decem septuagesimis primis.

γὰρ ἑκατέρων δ' ογ'. [1]Ὡς τι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ, [1]ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ρλθ' μ' πρὸς σμ'.

[m]Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ. Καὶ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν γχξα' ϑ' ια' πρὸς σμ', ἢ ὃν ,αζ πρὸς ζς'· ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια' μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [n]τὴν ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αϑ' ς' πρὸς ζς'.

[o]Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΑ. Ἡ ΑΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ βις' ς' πρὸς ζς'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΑ, ἐλάσσονα, ἢ τὰ βιζ ϑ' πρὸς ζς'.

Ἀναπαλιν ἄρα, ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΑ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ζς' πρὸς βιζ ϑ'· ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν Δ,ᾳμετρον, μείζονα ἔχει λόγον, [p]ἤπερ ,στλς' πρὸς βιζ ϑ'. Ἅπερ τῶν βιζ ϑ', μείζονά ἐστιν [q]ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα [r]οα'. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ,ις' πολυγώνου τῆς ἐν τῷ κύκλῳ, τῆς διαμέτρου [q]τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα'. [s]Ὡς τι καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων [t]ἢ δέκα οα'.

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος, τῆς Δ,ᾳμέτρου, [q]τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἐλάσσων μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνους, ὑπερέχουσα.

EUTOCIUS.

IN TERTIUM THEOREMA.

In hoc theoremate continue jubemur, dati numeri latus quadraticum invenire. Hoc autem in numero, qui quadratus non sit, accurate inveniri non potest. Si enim numerum in seipsum ducas, quadratum aliquem numerum facies: sin autem numerum et particulam, non facies numerum integrum, sed numerum et particulam. Quomodo autem oporteat latus invenire, quod datum numerum quamproxime faciat, dictum est ab Herone in Metricis; dictum et a Pappo, Theone, aliisque compluribus, qui Magnam Claudii Ptolemæi Compositionem explicarunt. Quare non est cur in eo laboremus, quod licet iis, qui ejusmodi studio tenentur, ex illis petere.

Sitque angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Si enim hexagoni circumferentia in duas æquas partes secetur, sumptoque ejus dimidio ad punctum Γ, jungatur EZ; erit utique angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Quæ enim circumferentia ad punctum Γ sumpta est, cum dimidia sit circumferentiæ hexagoni, erit circuli pars duodecima. Quare etiam angulus ΓEZ, cum sit ad centrum, duodecima erit quatuor rectorum angulorum, ideoque tertia recti unius anguli pars.

Itaque EZ ad ZΓ eamdem rationem habet, quam 306 ad 153. Duplam quidem esse EZ ipsius ZΓ ex hoc patet. Si enim EZ producatur ad punctum M, sumptaque recta huic æquali, alia jungatur a puncto E; qui angulus ad punctum M constituitur idem erit ac duæ tertiæ recti anguli partes. Est autem cum angulus, qui

ΕΙΣ ΤΟ Γ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἐν τούτῳ τῷ διαφήματι, συνεχῶς ἐπιτασσόμεθα, τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν, ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, ποιεῖ πᾶ τετράγωνον ἀριθμὸν· ὁ ἀριθμὸς ϑ καὶ μόριον, [u]ἐφ' ἑαυτὰ γινόμενα, οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ πλέον, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅσως δὲ δεῖ σύνταγμα τὸν δυναμένῳ πλευρὰν ἢ δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν· εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς· εἴρηται ϑ Πάππῳ, καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν, ἐξηγημένοις τὴν Μεγάλου Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὡς τι οὖν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν. [v]Ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν ἐξ ἑτέρων ἀναλίσκειν.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ [w]τρίτον ὀρθῆς. Ἐὰν γὰρ τὸν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν δίχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ ἀπολαβόντες, ἐπιζεύξωμεν τὴν EZ· ἡ ὑπὸ ΓEZ, τρίτον ὀρθῆς. Ἡ γὰρ αὐτὸς τῷ Γ περιληφθεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια ἐστὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδεκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ γωνία, πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα, δωδεκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, [w]τρίτον ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ EZ ἄρα πρὸς ZΓ, λόγον ἔχει, ὃν τε' πρὸς ρη'. Ὅτι δὲ διπλῆ ἐστὶν ἡ EZ τῆς ZΓ, δῆλον ἐντεῦθεν. Ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ZΓ [x]ἐπὶ τὸ M, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀποδῶμεν, ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ E· συναφθήσεται ἡ [y]πρὸς τῷ M γωνία, δίμοιρον ὀρθῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ E γωνία,

[l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. desunt. [m] κατάγου [n] ἥτις στας' πρὸς ζιζϑ' [o] ἡ τριπλασίονα τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ
[p] ἢ ὧν οἷα, ὥστε [q] τριπλασιῶν [r] ἢ ϑια' [s] αὖθ' ἑαυτὰ [t] ἐξ ὧν τοῖς [u] τρίτου [w] τρίτον ἄρα ὀρθῆς
[x] ἐπὶ τὸ Γ [y] πρὸς τῷ Γ

δίμοιρον ἐφ' ἕν· ἔστι γὰρ καὶ ἡ πρὸς τῇ Ζ δίμοιρον. Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισυ ἐστὶ τὸ ΓΕΖ. Καὶ, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ ἰσοπλεύρου, ἴσην οὖσαν τῇ ΕΖ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ· διπλῆ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΓΖ.

Ἡ δὴ ΕΓ πρὸς ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξ' πρὸς ρνγ'. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ ὑπόκειται τς'· ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν, γενήσεται μ,γχλς'. Ἡ δὲ ΓΖ ἐστὶ ρνγ'· ὅτε τι τὸ ἀπ' αὐτῆς ἴσον μ,γοδ'. Ἐπεὶ οὖν τὸ [a] ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΖ· ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ὅπερ μ,γχλς', ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΖ, ὑπάρχον μ,γοδ', καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΕΓ, μ,σπζ'· ὃν πολυπλ τετραγωνικὰ, σξί' ἐστὶν ἔτι μέσον ἐλάχιστον καὶ ἀντιπάσχον· λείπεται δὲ ἡ τῶν σξί' δυνάμεις, τῆς ἀκριβοῦς, μονάσιν β'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΖ τς'	ἡ ΖΓ ρνγ'	τὰ δὲ σξί'
δὶς τς'	δὶς ρνγ'	δὶς σξί'
ς	α	β α
Μ,μω	Μ,ρτ'	ΜΜ,βμ
ωλς'	,χχ'	α
ς	νοδ'	Μ,β,ρχτ'
Μ,γχλς'		μτκί'
	β	ζ
	Μ,γνβ'	Μσκί'

λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ΕΓ, Μσπζ. ζ

λείπει ἄρα Μ^α β' τῆς τὸ ἀκριβὲς.

Τετμήσθω δὴ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. [a] Ἔστιν ἄρα ὡς ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων. [b] Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΗ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ. Συναμφότερος δὲ ἡ ΖΕ, ΕΓ, μείζων ἐστὶν ἤπερ φοά· ἡ μὲν γὰρ ΖΕ ὑπόκειται τς'· ἡ δὲ ΕΓ, σξί' καὶ ἔτι μορίου τινός· ὥς τι μεῖζόν ἐστι τῶν φοά· ἡ δὲ ΖΓ ἐστὶ ρνγ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοά πρὸς ΡΝΓ. Ὡς τι καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοά πρὸς ρνγ'.

Ἡ ΗΕ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν μ,δυ' πρὸς β,γνδ'. Συναχθήσεται δὴ τοῦτο ὕτως. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ φοά πρὸς ρνγ'· ἔστω [c] τῷ μὲν ΕΓ, φοά· τῷ δὲ ΓΗ, ρνγ'· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, ,φμά· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ, β,γνδ· συναμφότερα δὴ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ ΕΗ, ἔσται μ,δυ· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὰ, φλά ιδ' ἐγγύς. Ἐλλείπει γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ φλά ιδ' [d] τετράγωνος, ἧς τὸ ἀκριβὲς, Μ^α καὶ ιδ' ἐγγύς. Ἡ ἄρα [e] ΕΗ πρὸς ΗΓ, δυνάμει μὲν, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν μ,δυ' πρὸς β,γνδ· μήκει δὲ, μείζονα ἢ ὃν [f] φλά ιδ' πρὸς ρνγ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ad punctum E, tum qui ad punctum Z conſtituitur, idem ac duæ partes tertiæ anguli recti. Æquianguli igitur trianguli dimidium eſt triangulum ΓΕΖ. Propterea cum æquilateri trianguli baſis, quæ ipſi EZ eſt æqualis, in duas æquas partes ad punctum Γ ſecetur; dupla erit EZ ipſius ΓZ.

Et ΕΓ ad ΓΖ majorem habet rationem, quam 265 ad 153. Cum enim ponatur ΕΖ eſſe 306; ſi in ſe ipſum ducatur, fiet 93636. Eſt autem ΓΖ 153; ideoque quadratum, quod ab ipſa deſcribitur, 23409. Quoniam igitur quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab ΕΓ, ΓΖ; ſi a quadrato, quod ab ΕΖ deſcribitur; hoc eſt a 93636; quadratum auferatur, quod deſcribitur a ΓΖ; hoc eſt 23409; reliquum erit quadratum, quod deſcribitur ab ΕΓ; hoc eſt 70227. Cujus quidem latus quadratum eſt 265, et adhuc particula admodum exigua. Quod enim quadratum a 265 fit, id ab exquiſito quadrato deficit unitatibus duabus. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

ΕΖ 306 in 306	ΖΓ 153 in 153	265 in 265
9....	1....	4....
18..	5...	12...
18..	3..	1...
36	5...	12...
	25..	36..
Qu. ΕΖ 93636	15.	3..
	3..	1...
	15.	3..
	9	25
	Qu. ΖΓ 23409	Qu. 70225
	Reliquum quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur, eſt 70227.	Deficit igitur, ab exquiſito quadrato unitatibus duabus.

Secetur angulus ΖΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΗ. Ut igitur ΖΕ ad ΕΓ, ita ſe habet ΖΗ ad ΗΓ. Nimirum per tertium theorema libri ſexti Elementorum Euclidis. Et componendo, ut utraque ſimul ΖΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΖΓ ad ΓΗ. Et permutando, ut utraque ſimul ΖΕ, ΕΓ ad ΖΓ, ita ΕΓ ad ΓΗ. Utraque autem ΕΖ, ΕΓ major eſt quam 571: nam ponitur ΖΕ 306; et ΕΓ 265, et adhuc quædam particula. Quare major eſt quam 571. Ipſa autem ΖΓ eſt 153. Utraque igitur ΖΕ, ΕΓ ad ΖΓ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Quare ΕΓ ad ΓΗ majorem rationem habet, quam 571 ad 153.

Igitur ΕΗ ad ΗΓ majorem poteſtate habet rationem, quam 349450 ad 23409. Hoc autem ſic colligetur. Quoniam demonſtratum eſt, ΕΓ ad ΓΗ majorem rationem habere, quam 571 ad 153; ſi quis poſuerit ΕΓ eſſe 571, et ΓΗ 153; erit utique quadratum quidem, quod ab ΕΓ deſcribitur, 326041; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓΗ, 23409. Cum autem utraque æqualia ſint quadrato, quod deſcribitur ab ΕΗ, hoc ipſum erit 349450. Cujus quidem latus quadratum eſt $591\frac{1}{2}$, proxime. Quod enim quadratum a $591\frac{1}{2}$ fit, id ab exquiſito quadrato proxime deficit unitatibus $21\frac{1}{2}\frac{1}{17}$. Igitur ΕΗ ad ΗΓ poteſtate quidem majorem habet rationem, quam 349450 ad 23409; longitudine vero, quam $591\frac{1}{2}$ ad 153. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

[a] τοῦ ἀπὸ ΕΖ [a] ἀρὰ ὡς ἡ ΖΕ [b] In MS. συνθέντι deeſt. [c] τὸν μὲν [d] ἡ τετράγωνος [e] ΕΓ [f] ἡ ἐγγύς

ΕΓ 571	ΗΓ 153	$591\frac{1}{7}$
in 571	in 153	in $591\frac{1}{7}$
25....	1.....	25....
35...	5...	45...
5..	3..	5..
35...	5...	$62\frac{1}{7}$
49..	25..	45...
7.	15.	81..
571	3..	9.
	15.	$11\frac{1}{6}$
Qu. ΕΓ, 326041	9	$591\frac{1}{7}$
	Qu. ΗΓ 23409	$62\frac{1}{7}$
		$11\frac{11}{42}\frac{1}{84}$
		Qu. $349428\frac{11}{14}\frac{3}{84}$ vel $349428\frac{22}{28}$
	Ex his colligitur quadratum, quod ab ΕΗ describitur, 349450	Deficit igitur proxime ab exquisito quadrato unitatibus $21\frac{1}{6}\frac{1}{13}$

ϡ ΕΓ φοα′	ϡ ΗΓ ρνγ′	φλα′ ϡ′
ἐπὶ φοα′	ἐπὶ ρνγ′	ἐπὶ φλα′ ϡ′
ιϛ γ	α	ιϛ β
ΜΜ,ϡρ′	Μ,ατ′	ΜΜ,ϡξβΙΚ
γ	,βφϙβ′	β
Μ,,βϡο′	τριβ′	Μ,,ϡζΙΚαΒ′ιξΔ′
φοα′	β	φλα′
λβ	Μ,ϡΒ′	ξΕΙΚαΒ′ιξΔ′
Μ,,ϛμα′	Ἐκ τέτταρα συνάγεται	λβ
	τὸ ἀπὸ ΕΗ, Μ,,βιν′	Μ,,βιαΕΙΚΒ′ξΔ′
		Ἐλλείπει ἄρα τῆ ἀκριβεῖ Μ° ιαϛ′ ιβ′ ἐγγιστα.

Rursus secetur angulus ΗΕΓ in duas æquas partes, recta ΘΕ. Eadem ratione ΕΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{7}$ ad 153. Cum enim angulus sectus in duas æquas partes sit, ut ΗΕ ad ΕΓ, ita se habet ΗΘ ad ΘΓ. Et componendo, ut utraque simul ΗΕ, ΕΓ ad ΗΓ, ita ΕΓ ad ΓΘ. Atque est ipsa qtidem ΕΓ, 571 et adhuc quædam particula; ipsa vero ΕΗ, $591\frac{1}{7}$ et adhuc quædam particula. Igitur in unum collectæ majores sunt quam $1162\frac{1}{7}$. Est autem ΗΓ 153. Utraque igitur simul ΗΕ, ΕΓ ad ΗΓ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{7}$ ad 153. Quare etiam ΕΓ ad ΓΘ rationem habet majorem, quam $1162\frac{1}{7}$ ad 153.

Igitur ΘΕ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam $1172\frac{1}{7}$ ad 153. Quoniam enim demonstratum est ΕΓ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam $1162\frac{1}{7}$ ad 153: si quis posuerit eas ita se habere; erit utique quadratum quidem, quod ab ΕΓ describitur, $1350534\frac{1}{2}\frac{1}{14}$; quadratum vero, quod describitur a ΓΘ, 23409. Quadratum igitur, quod ab ΕΘ describitur, cum æquale sit quadratis quæ describuntur ab ΕΓ, ΓΘ, erit $1373943\frac{1}{2}\frac{1}{14}$. Cujus quidem latus quadratum est 1172, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id ab exquisito quadrato proxime deficit unitatibus $66\frac{1}{2}$. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΕΓ $1162\frac{1}{7}$	ΘΓ 153	$1172\frac{1}{7}$
in $1162\frac{1}{7}$	in 153	in $1172\frac{1}{7}$
1.....	1....	1.....
1.....	5...	1.....
6....	3..	7....
2...	5...	2...
125	25..	125
1.....	15.	1.....
1....	3..	1....
6...	15.	7...
2..	9	2..
$12\frac{1}{7}$	Qu. ΘΓ 23409	$12\frac{1}{7}$
6....		7....
6...		7...
36..		49..
12.		14.
$7\frac{1}{7}$		$8\frac{1}{7}\frac{1}{7}$
2...		2...
2..		2..
12.		14.
$4\frac{1}{4}$		$4\frac{1}{4}$
$145\frac{1}{4}\frac{1}{28}$		$146\frac{1}{2}\frac{1}{28}$
Qu. ΕΓ $1350534\frac{1}{2}\frac{1}{28}$		Qu. $1373877\frac{1}{28}$
Quadratum, quòd ab ΕΘ describitur, æquale quadratis, quæ describitur ab ΕΓ, ΓΘ, est $1373943\frac{1}{2}\frac{1}{28}$.		Deficit igitur ab exquisito quadrato unitatibus $66\frac{1}{2}$.

ϡ ΕΓ ,αξξβ′	ϡ ΘΓ ρνγ′	,αρϟβ′
ἐπὶ ,αξξβ′	ἐπὶ ρνγ′	ἐπὶ ,αρϟβ′
ρ ϛ	α	ρ ζ
ΜΜΜ ,βρκα′	Μ,ατ′	ΜΜΜ ,βρκα′
ϛ α	,βφϙβ′	ϛ α
ΜΜ,ϛσιβΙΚ	τριβ′	ΜΜ ,ζσιβΙΚ
ϛ	β	ζ
Μ,ϛ ,γχρκζΙΚ	Μ,,γϡΒ′	Μ,ζ,β ,θφμαΙΚΒ′
,βσρκδ′ δ′		,βσχμδ′ δ′
ρμιδ′ ξδ′		ϛμς ΙΚ ξδ′
ρλι		ρλζ
Μφλδ ΙΚ ξδ′		Μ,,γαοζ ξδ′
τὸ ἀπὸ ΕΘ, ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἰσὶ ρλζ Μ,γ ,θ μγΙΚ ξδ′.		ἐλλείπει ἄρα τῆ ἀκριβεῖ Μ° ξς′ ΙΚ.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῆ ΘΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ,αξξβ ἡ πρὸς ρνγ. Γίνεται γδ, διὰ τὸ διχοτομεῖσθαι τὰς γωνίας, ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΕΓ, φοα καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΗ, φλα καὶ ἔτι μορίου τινός. Μείζονες ἄρα εἰσὶν, [g] ὅπερ ,αξξβ, Καί ἐστιν ἡ ΗΓ, ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ,αξξβ ἡ πρὸς ρνγ. Ὡς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ,αξξβ ἡ πρὸς ρνγ.

Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν [h] αρϟβ ἡ πρὸς ρνγ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ὅπερ ,αξξβ ἡ πρὸς ξνγ· εἴ τις ὑποθεῖτο αὐτὰς ἴσους ἔχειν· ἔσαι τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\beta}{\text{Μ}}$ φλδΙΚ ξδ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ, $\overset{\beta}{\text{Μ}}$,γϡΒ′. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΘ, ἴσον ἐν τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἴσαι $\overset{\beta}{\text{Μ}}$,γ ,θ μγΙΚ ξδ′· ὃν πλευρὰ [i] τετραγωνικὴ ,αρϟβ′ ἐγγιστα. Λείπεται γδ ἡ ἀκριβὴς δυνάμενον, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ° ξςΙΚ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπέκειντο.

[g] ὅπερ deest. [h] ἡ αρϟβ′ [i] τετραγωνικὴ αρϟβ′ ἐγγιστα.

Ἔστω δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Πάλιν γὰρ, ἐπεὶ τῶν ἀχθεισῶν ἡ ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἔστιν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφοτέρου ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ, ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ, μερῶν ρ, καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ, μερῶν ρ καὶ[k] ἔτι μορίου τινός· συναμφοτέρου ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ βτλδ′ δ′. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ, ρνγ′. Συναμφοτέρου ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Ὡς τι δὲ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′.

Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Πάλιν γὰρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΕΓ, βτλδ′ δ′· ἡ δὲ ΓΚ, ρνγ′· ὅλη τὸ μὲν ὑπὸ ΕΓ $\overset{\text{φμβ}}{\text{M}}$,φλκγ′ ις′· τὸ δὲ ὑπὸ ΓΚ, $\overset{\text{β}}{\text{M}}$,γωδ′· τέτρις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΚΕ· ἴσαι ἄρα $\overset{\text{φμβ}}{\text{M}}$,βρλβ′ ις′· ὧν πλευρὰ τετράγωνος ἐγγὺς τῶν βτλδ′ δ′. Λείπει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῶν, τῷ ἀχρεῖ, Μ° μαλζ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ βτλδ′ δ′ δὶς βτλδ′ δ′	ἡ ΓΚ ρνγ′ δὶς ρνγ′	βτλδ′ δ′ δὶς βτλδ′ δ′
ω ξ ς	α	ω ξ α
MMM μφ′	M ρπ′	MMMM μφ′
ξ ϑ	ρ βφϙ′	ξ ϑ
MM ϡ μσιέ	τριδ′	MM ϡ βφοέ
ς		ς
M ϡϑφκζ′κ		M ϡϑσοζ′κ
ρ μεφμτά	β	α
φτγ′κ ις′	M ,γωδ′	M ρ βφοπαβ′ δ′
		φτδ′κ δ′ ις′
φμβ		φμζ
M μφλγ′ ις′		M βζ′κ ις′
Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ὑπὸ ΕΚ, φμζ M βρλβ ις′.		ἐλλείπει ἄρα τῶν ἀχρεῖων, Μ° μαλζ.

Amplius secetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΚ. Igitur ΕΓ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Rursus enim cum angulus ΘΕΓ sectus in duas æquas partes sit, ut ΘΕ ad ΕΓ, ita se habet ΘΚ ad ΓΚ. Et componendo, ut utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΓΘ ad ΓΚ. Et permutando, ut utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ, ita ΕΓ ad ΓΚ. Et quoniam demonstratum est, ΘΕ quidem esse $1172\frac{1}{4}$ et adhuc quamdam particulam; ΕΓ vero, $1162\frac{1}{4}$, et adhuc quamdam particulam; ideo utraque simul ΘΕ, ΕΓ major est quam $2334\frac{1}{4}$. Ponitur autem ΘΓ esse 153. Igitur utraque simul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ majorem rationem habet quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153.

Igitur ΕΚ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam $2339\frac{1}{4}$ ad 153. Rursus enim quoniam ponitur ΕΓ quidem esse $2334\frac{1}{4}$; ΓΚ vero, 153; erit utique quadratum, quod ab ΕΓ describitur, $5448723\frac{1}{16}$; et quadratum, quod describitur a ΓΚ, 23409. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur a ΚΕ, hoc ipsum erit $5472132\frac{1}{16}$. Cujus quidem latus quadratum est $2339\frac{1}{4}$ proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id ab exquisito quadrato deficit unitatibus $41\frac{1}{2}$. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΕΓ $2334\frac{1}{4}$ in $2334\frac{1}{4}$	ΓΚ 153 in 153	$2339\frac{1}{4}$ in $2339\frac{1}{4}$
4.....	1....	4.....
6.....	5...	6.....
6....	3..	6....
8...	5...	18...
5..	25..	5..
6.....	15.	6.....
9....	3..	9....
9...	15.	9...
12..	9	27..
75	Qu. ΓΚ 23409	75
6....		6....
9...		9...
9..		9..
12.		27.
$7\frac{1}{2}$		$7\frac{1}{2}$
8...		18...
12..		27..
12.		27.
16		81
1		$2\frac{1}{4}$
$583\frac{1}{16}$		$584\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
Qu. ΕΓ $5448723\frac{9}{16}$ Ex his colligitur quadratum, quod ab ΕΚ describitur, $5472132\frac{1}{16}$.		Qu. $5472090\frac{1}{2}\frac{1}{16}$ Deficit igitur ab exquisito quadrato, unitatibus, $41\frac{1}{2}$.

Ἔστω δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ,βχογλζ πρὸς ρνγ′. Πάλιν γὰρ, ἐπεὶ τῶν ἀχθεισῶν ἡ ὑπὸ ΚΕΓ γωνία δίχα τέτμηται, ἔστιν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΒΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΓΛ· ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΚΕ, βτλδ′ δ′ καὶ[l] ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ, βτλδ′ δ′ καὶ ἔτι μορίου[m] τινός· συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ μείζων[n] ἐστὶν ἢ ,βχογλζ. Καί ἐστιν ἡ ΚΓ, ρνγ′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βχογ πρὸς ρνγλζ′. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, ἕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΛ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βχογλζ πρὸς ρνγ′.

Secetur demum angulus ΚΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΛ. Igitur ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Rursus enim cum angulus sectus in duas æquas partes sit, ut ΚΕ ad ΕΓ, ita se habet ΚΛ ad ΛΓ. Et componendo, ut utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΚΓ ad ΓΛ. Et permutando, ut utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita ΕΓ ad ΛΓ. Atque est ipsa quidem ΚΕ $2339\frac{1}{4}$ et adhuc quædam particula; ipsa vero ΕΓ $2334\frac{1}{4}$ et adhuc quædam particula. Igitur ΚΕ, ΕΓ in unum collectæ majores sunt quam $4673\frac{1}{2}$. Est autem ΚΓ 153. Utraque igitur simul ΕΚ, ΕΓ ad ΚΓ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Ut autem utraque simul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita se habet ΕΓ ad ΓΛ. Igitur etiam ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153.

[k] ἡ ΘΓ. ρνγ′ [l] ἐπὶ μορίῳ [m] τίνος ex MS. [n] ἐστὶ ex MS.

Quoniam igitur augulus ZEΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, duodecima pars eſt quatuor rectorum angulorum; atque hujus dimidius HEΓ eorumdem pars quarta et vigeſima; et amplius hujus dimidius ΘEΓ octava et quadrageſima; et amplius hujus dimidius KEΓ ſexta et nonageſima; erit utique poſtremi hujus dimidius ΛEΓ quatuor rectorum pars centeſima nonageſima ſecunda.

Ponatur igitur, inquit, huic ipſi æqualis angulus ΓEM, et producatur ZΓ ad punctum M. Igitur angulus ΛEM, quippe duplus anguli ΛEΓ, ſexta et nonageſima eſt quatuor rectorum angulorum pars. Propterea ΛM latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, EΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam $4673\frac{1}{4}$ ad 153: et dupla quidem ipſius EΓ eſt AΓ; dupla vero ipſius ΛΓ eſt ΛM: ideo etiam AΓ ad ΛM majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur e contrario ΛM ad AΓ minorem habet rationem quam 153 ad $4673\frac{1}{4}$. Et quoniam ΛM latus eſt polygoni latera habentis ſex et nonaginta, ejus ambitus eſt 14688: ſi enim 96 in 153 duxeris, hunc numerum facies. Igitur polygoni ambitus ad diametrum AΓ minorem rationem habet, quam 14688 ad $4673\frac{1}{4}$. Propterea triplus eſt diametri circuli, et adhuc excedit unitatibus $667\frac{1}{4}$. Hæ autem minores ſunt quam ſeptima pars diametri, ſeptima unitatis parte. Nam ſeptuplum unitatum $667\frac{1}{4}$, hoc eſt $4672\frac{1}{4}$, minus eſt quam diameter unitate. Quoniam igitur polygoni ambitus minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus diametri; minorque circuli ambitus quam polygoni; ideo multo magis ambitus circuli diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Deinde vero conſtruens reliquam theorematis partem: Sit, inquit, circulus cujus diameter AΓ; ſitque angulus BAΓ tertia pars anguli recti. Hoc autem fiet, ſi a puncto Γ ſumpta ΓB hexagoni circumferentiæ æquali, jungatur AB. Qui enim angulus conſtituitur ſuper hexagoni circumferentia, ſi ad centrum quidem conſtituitur, idem eſt ac duæ tertiæ partes anguli recti; ſi vero ad circumferentiam, idem ac pars tertia.

Quoniam igitur rectus eſt angulus ABΓ, rectique pars tertia BAΓ; angulus AΓB idem eſt ac duæ tertiæ recti anguli partes. Si igitur producatur ΓB ad punctum B, ſumptaque recta eidem æquali, alia jungatur ad punctum A; æquilaterum triangulum fiet. Cum autem normalis AB baſim in duas æquas partes ſecet; AΓ ipſius AB eſt dupla. Quod ſi rurſus ponatur AΓ eſſe 1560; erit ΓB 780. Atque erit quadratum quidem, quod ab AΓ deſcribitur, 2433600; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓB, 608400. Et ſi auferatur a quadrato quod ab AΓ deſcribitur, quadratum, quod deſcribitur a ΓB; reliquum erit quadratum, quod deſcribitur ab AB, 1825200. Cujus quidem latus quadratum eſt 1351 proxime. Quod enim quadratum ab hoc fit, id exquiſitum quadratum excedit ſola unitate. Quocirca AB ad BΓ minorem, inquit, rationem habet, quam 1351 ad 780. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον ἐστὶ τῆς ὀρθῆς, δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, ὀκτωκαιτεσσαρακοστὸν ἄρα ἐστὶ ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ἕξ τε μοί ἐστι ταύτης δὲ ἡμίσεια ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΕΓ, ϛ̄ϛ̄ ἄρα ἐστὶ τῆς ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ρϟβ̄ ἐστί.

Κείσθω δή, φησί, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, ἑξηκοστή ἐστι τῆς ὑπὸ ΛΕΓ, ϛ̄ϛ̄ ἐστὶ τῆς ὀρθῆς. Ὥστε τὸ αὐτὸ ἡ ΛΜ πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον πολυγώνου πλευρὰς ἐχόντος ϛ̄ϛ̄.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, διπλασία, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ βχογΚ πρὸς ρτγ· καί ἐστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΛΓ ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΛΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βχογΚ πρὸς ρτγ. Ἀναπαλιν ἄρα, ἡ ΛΜ πρὸς ΑΓ, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ρτγ πρὸς βχογΚ. Καὶ ἐστὶ ἡ ΛΜ, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἐχοντος ϛ̄ϛ̄· ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, ἐστὶ βχπ̄· ὁ δὲ ϛ̄ϛ̄ ἐπὶ τὰ ρτγ̄ πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ. Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αβχπ̄ πρὸς βχογΚ. Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, ἡ διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει [w] Μ°. χξζΚ· ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τῆς ἑβδόμου τῆς διαμέτρου, μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· τὰ γὰρ ἑπτάκις τῶν [x] χξζΚ, ἅπερ ἐστὶ βχαβΚ, ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου, Μ°. α̅. Ἐπεὶ οὖν τὸ πολύγωνον ἐλάττον ἐστι, ἢ τριπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχων· ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· Πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἡ διαμέτρου, ἐστὶ τριπλασία καὶ ἔτι ὑπερέχουσα ἐλάσσοσιν ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Ἐξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ διορισμοῦ φησὶ, Ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ· καὶ τείνων ὀρθὴν, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. Τοῦτο δὲ ἔσται, ἐὰν, ἀπὸ τοῦ Γ, τῇ τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓΒ, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΒ. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία, πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ, δίμοιρόν ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τρίτον.

Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· δίμοιρον ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. Ἐὰν ἄρα προσκαλλιστις τὴν ΓΒ ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ Α ἐπιζεύξωμεν· ἰσόπλευρον ἔσται τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον δίχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν οὖν πάλιν λάβωμεν τὴν ΑΓ, μϛ̄ξ̄, ἔσται ἡ ΓΒ, ϕπ̄. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ [y] ἔσται ͵αγχ̄· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ, ξ̄ φῡ. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ, ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ· λοιπὸν καταλιφθήσεται τὸ ἀπὸ [z] ΑΒ, ͵αψκε φο̄· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ μιᾶς ἔγγιστα· πλειπόνει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τῷ ἀκεραίῳ, Μ°. α̅. Διό φησιν, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἤπερ μονὰς πρὸς ϕπ̄. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

[o] ὧν, [p] ἡ deeſt. [q] ὑπὸ ΑΕΓ ΟΒ ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, [r] ἡ περιδιάμετρος [s] Μαχου· ὁ γὰρ [t] ἡ περιδιάμετρος [u] ἥπερ ἡ διάμετρος [w] Μχξτ̄ [x] ἐσαὶ χξτ̄ [y] περιδιάμετρος [z] Μ γχ̄ [a] Μ ις̄.

ΑΓ	1560
in	1560
1	
5	
6	
5	
25	
30	
6	
30	
36	
2433600	

ΓΒ	780
in	780
49	
56	
56	
64	
608400	

	1351
in	1351
1	
3	
5	
1	
3	
9	
15	
3	
5	
15	
25	
5	
1351	
1825201	

Si auferatur a quadrato, quod ab ΑΓ describitur, quadratum, quod describitur ab ΑΒ; reliquum est 1825200. Excedit igitur exquisitum quadratum sola unitate.

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΖ. Quoniam igitur æqualis est angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ: nam eidem circumferentiæ insistunt: tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique est etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis est autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis est igitur et reliquus angulus ΗΖΓ reliquo ΑΓΗ. Quare æquiangulum est triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita se habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Æquiangulorum enim triangulorum latera proportionalia sunt, eaque sibi invicem respondent, quæ æqualibus angulis subjiciuntur.

Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita se habet utraque etiam ΓΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ΒΑΓ ad ΒΓ, ita etiam se habet ΑΗ ad ΗΓ. Quoniam enim angulus ΒΑΓ sectus in duas æquas partes est ab ΑΖ; ut ΒΑ ad ΑΓ, ita se habet ΒΖ ad ΖΓ. Et componendo, ut utraque simul ΒΑ, ΑΓ ad ΑΓ, ita ΒΓ ad ΓΖ. Et permutando, ut utraque simul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita ΑΓ ad ΓΖ. Atque ΑΒ quidem minor est quam 1351; ΑΓ vero est 1560; denique ΒΓ 780. Utraque igitur simul ΑΒ, ΑΓ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Quare etiam ΑΓ ad ΓΖ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita se habet ΑΗ ad ΗΓ. Igitur etiam ΑΗ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Hisce autem positis, quadratum quidem, quod ab ΑΗ describitur, erit 8473921; quadratum vero, quod describitur ab ΗΓ, 608400. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 9082321. Cujus quidem latus quadratum est $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{12}$. Et propterea dicit: ΑΓ ad ΓΗ minorem rationem habet, quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΑΗ	2911
in	2911
4	
18	
2	
2	
18	
81	
9	
9	
2	
9	
1	
1	
2911	
8473921	

ΗΓ	780
in	780
49	
56	
56	
64	
608400	

	$3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
in	$3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
9	
3	
9	
15	
75	
3	
1	
3	
5	
$2\frac{1}{2}$	
9	
3	
9	
$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	
$1506\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}$	
$753\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$	
$9082689\frac{21}{32}$	

Quadrata, quæ ab ΑΗ, ΗΓ describuntur, 9082321. Excedit exquisitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{12}$.

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes recta ΑΘ. Cum enim angulus sectus in duas æquas partes sit; utique, propter triangulorum similitudinem, laterumque proportionem, se habebit, componendo et permutando, ut utraque simul ΗΑΓ ad ΗΓ, ita ΑΘ ad ΘΓ. Ponitur autem ΑΗ minorem esse quam 2911; et ΑΓ minorem quam $3013\frac{11}{14}$. Utraque igitur simul ΗΑ, ΑΓ minor est quam $5924\frac{11}{14}$. Atque est ΗΓ 780. Igitur utraque simul ΗΑ, ΑΓ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam $5924\frac{11}{14}$ ad 780. Quare etiam ΑΘ ad ΘΓ minorem habet rationem, quam $5924\frac{11}{14}$ ad 780: ideoque minorem etiam, quam $455\frac{11}{14}$ ad 60. Uterque enim utriusque pars est decima tertia. Et, quæ horum quadrupla sunt, ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 1823 ad 240. Propterea dicit, utrumque utriusque idem esse ac $\frac{4}{11}$. Cum autem ΑΘ sit 1823, erit quadratum, quod ab ea describitur, 3323329: cumque ΘΓ sit 240, quadratum, quod ab ea describitur, erit 57600. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 3380929. Cujus quidem latus quadratum est $1838\frac{9}{11}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum excedit proxime unitatibus 323. Quare ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΑΘ 1823	ΓΘ 240	$1838\frac{9}{11}$
in 1823	in 240	in $1838\frac{9}{11}$
1.....	4....	1.....
8.....	8...	8.....
2....	8...	3....
3...	16..	8...
8.....	57600	$818\frac{2}{11}$
64....		8.....
16...		64....
24..		24...
2....		64..
16...		$654\frac{6}{11}$
4..		3....
6.		24...
3...		9..
24..		24.
6.		$24\frac{6}{11}$
9		8...
3323329		64..
		24.
		64
		$6\frac{6}{11}$
		$818\frac{2}{11}$
		$654\frac{6}{11}$
		$24\frac{6}{11}$
		$6\frac{6}{11\ 11\ 11}$
		$3381251\frac{7}{11\ 11\ 11}$
		five $3381252\frac{37}{11\ 11}$

Quadratum, quod ab ΑΓ describitur, his æquale, est 3389028. Excedit igitur proxime exquisitum quadratum unitatibus 323.

Amplius secetur angulus ΘΑΓ in duas æquas partes, recta ΚΑ. Rursus cum angulus sectus in duas æquas partes sit; utique, propter triangulorum similitudinem, laterumque proportionem, se habebit, componendo et permutando, ut utraque simul ΘΑ, ΑΓ ad ΓΘ, ita ΑΚ ad ΚΓ. Utraque autem simul ΘΑ, ΑΓ minor est quam $3661\frac{9}{11}$: nam ponitur ΘΑ minorem esse quam 1823; et ΑΓ minorem quam $1838\frac{9}{11}$: atque est ΘΓ 240. Igitur utraque simul ΘΑ, ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. Quare etiam ΑΚ ad ΚΓ minorem habet rationem, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. At partes $\frac{1}{55}$ numeri $3661\frac{9}{11}$ idem sunt ac 1007; numerique 240 idem ac 66. Igitur ΑΚ ad ΚΓ minorem rationem habet, quam 1007 ad 66. Atque est quadratum quidem, quod ab ΑΚ describitur, 1014099; quadratum vero, quod describitur a ΚΓ, 4356. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit 1018405. Cujus quidem latus quadratum est $1009\frac{1}{6}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum excedit unitatibus, $2\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. Igitur ΑΓ ad ΓΚ minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Multiplicationes autem subjiciuntur.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Διὰ δὴ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας· καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΑΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΑΗ, ἐλάσσων ἢ βϡια'· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἤπερ ,γη' ΚΒ'· συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ,ϡκδ' ΚΒ'. Ἡ δὲ ΗΓ, ἴσθ ψκ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡκδ' ΚΒ' πρὸς ψκ'. Ὡς τε καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡκδ' ΚΒ' πρὸς ψκ'. Ὡς τε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υνί ΚΒ' πρὸς ξ'· ἑκάτερος δὲ ἑκατέρων ἴσθι μέρος ιγ'. Καὶ, τὰ τέτταρα τετραπλάσια, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αυκγ' πρὸς σμ'. Διὰ τοῦτο γάρ φαμεν, ὅτι ἑκάτερος ἑκατέρων ἴσθι δ' ιγ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΘ ἐστὶν ,αυκγ'· τὸ ἄρα [k] ἀπ' αὐτῆς ἴσθι ,γτκδ'. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'· καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς μ ,ζχ'. Καὶ ἴσθι τοῖς ἀπὸ ΑΘ, ΘΓ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. Ἔσται ἄρα, τλη ϡκδ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ μωλθ μά' ἐγγύς. Τὸ δὲ ἀπ' αὐτῆς, ὑπερέχει δ' ἀκριβῶς, Μ τκγ' ἐγγύς. Ὡς τε ἡ ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ μωλθ δ' μά' πρὸς σμ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΘ μυκγ'	ἡ ΘΓ σμ'	μωλθ δ' μά'
ἐσθὶ μυκγ'	ἐσθὶ σμ'	ἐσθὶ μωλθ δ' μά'
ρ ⁞ β	δ	ρ ⁞ γ ‖ ιη
ΜΜΜ ,γ'	Μ ρ'	ΜΜΜ ,μωιθ β'
⁞ ξθ α	ρ ,χ'	⁞ ξθ β ιη
ΜΜΜ ς βυ'		ΜΜΜ ,β ,συχθδ ς'
β α	ε	γ β ιη
ΜΜ ,φυξ'	Μ ζχ'	ΜΜ ,β ϡσμκδ ς'
,γ βυξθ'		ιη
		ρ ,συνμξδ ς'
τλβ		ιη ιη
Μ ,γτκδ'		ωιαβ χγδ ς'
		ιη ιη μα
Τόποις ἴσον, τὸ ἀπὸ		κδ ς ς ς ϡσ'
τλη		τλη ιη μα
ΑΓ, ἐσθὶ Μ ϡκδ'.		Μ ,μστα ζ ϡσ'
		τλη ιη μα
		ἐ, Μ ,μστβ λζ'
		ὑπερέχει ἄρα τῇ ἀκριβοῦς Μ° τκγ' ἐγγύς.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ΚΑ. Πάλιν ἐπεὶ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΓΘ, ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ γχξα δ ια'· ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘΑ ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ ,αυκγ'· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἢ ,φωλη δ ια'· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα δ ια πρὸς σμ'. Ὡς τε καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα δ ια πρὸς σμ'. Καὶ ἐπεὶ, τῶν ,ρϡ γχξα δ ια, τὸ ιαμ', ἐστὶ ,αζ'· τὰ δὲ σμ', ξς'· ἡ ΑΚ ἄρα πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αζ' πρὸς ξς'. Καί ἐστι τὸ μὲν ἀπὸ ΑΚ, [μ] ,βμδ'· τὸ δὲ ἀπὸ ΚΓ, βνς'· οἷς ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ [μ] ,μνέ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ,λθ ς' ἐγγύς.[l] Ὑπερέχει γὰρ τῇ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ° ιβ' γ' λς'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αθ ς' πρὸς ξς'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

[k] ἀπ' αὐτῆς μέρος μξχ'.

[l] ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τῇ ἀκριβοῦς μ ι' β' γ' λ' ς'.

ἡ ΑΚ ͵ᾱ ͵ϙε	ἡ ΚΓ ξς′	͵ϙδ′ ς′
ἐπὶ ͵ᾱ ͵ϙε	ἐπὶ ξς′	ἐπὶ ͵ϙδ′ ς′
͵ Μ ͵ᾱ ͵ϙε	͵ χκτξ	͵ Μ ͵ϡξς ϰ ς′
ϡμδ′	τξλς′	͵ρτπϰ
	͵ρτπς′	ϡξς ϰ ς′ αϰ λς′
͵ Μ ͵ϡμδ′		͵ Μ ͵πμζ γ′ λς′

Τέτταρα ἴσων, τὰ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶν ͵ Μ ͵πμ′. ὑπερέχει τῶν ἀπὸ ΑΚ, ΚΓ Μ° ιβ′ γ′ λς′.

ΑΚ 1007 in 1007	ΚΓ 66 in 66	$1009\frac{1}{8}$ in $1009\frac{1}{8}$
1.....	36..	1.....
7...	36.	9...
7...	36.	$166\frac{1}{8}$
49	36	9...
1014049	4356	81
		$1\frac{1}{8}$
		$166\frac{1}{8}$
		$1\frac{1}{8}\frac{1}{16}$
		$1018417\frac{1}{8}\frac{1}{16}$

Quadratum his æquale, quod ab ΑΓ describitur, est 1018405. Excedit exquisitum quadratum unitatibus $12\frac{1}{8}\frac{1}{16}$.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δῆλον, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΑΛ πρὸς ΑΓ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΚ, ἐλάσσων ἡ ͵αζ′· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἢ ͵αϡς′· ἡ δὲ ΚΓ, ξς′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βις′ πρὸς ζς′· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βις′ πρὸς ξς′. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΛ ὑπότεινε ͵βις′, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{\text{τ}}{\text{Μ}}$ ͵δϡκα′ λς′· ἡ δὲ ΑΓ, ξς′, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ͵δτπς′· ἴσον δὴ αὐτοῖς ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ· ἔστιν ἄρα $\overset{\text{τ}}{\text{Μ}}$ ͵δσπδ′ λς′· ὃν πλευρὰν $\overset{\text{m}}{\text{τ}}$ τετράγωνόν ἐστι ͵βιζ δ′ ἐγγιστα· ὑπερέχει τὸ ἀπ' αὐτῆς τῷ ἀκεραίῳ, Μ° ιγ′ ϰζ κδ′. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δ′ πρὸς ξς′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται).

ἡ ΑΛ ͵βις′ ς′	ἡ ΛΓ ξς′	͵βιζ δ′
ἐπὶ ͵βις′ ς′	ἐπὶ ξς′	ἐπὶ ͵βιζ δ′
υ β α	χκτξ	υ β α
ΜΜΜ ͵βτλγ′ γ′	τξλς′	ΜΜΜ ͵δφ′
β	͵δτπς′	β
Μ ρξα ϰ σ′		Μ ρσβ ϰ
α		α
Μ ͵βξλς α′		Μ ͵δμδα ϰ δ′
τλγ′ γ′ α ϰ ς′ α λς′		φβ ϰ α ϰ δ′ ις′
υτ		υτ
Μ ͵δφκα′ λς′		Μ ͵δσιζ ϰ ις′

Τέτταρα ἴσων, τὸ ἀπὸ ΑΓ ἐστὶ $\overset{\text{υτ}}{\text{Μ}}$ ͵δσπδ λς′. πλευρὰ τετραγώνου τοῦ ἀκεραίου Μ°. ιγ ϰζ κδ′

ΑΚ $2016\frac{1}{8}$ in $2016\frac{1}{8}$	ΛΓ 66 in 66	$2017\frac{1}{4}$ in $2017\frac{1}{4}$
4.....	36..	4.....
2....	36.	2....
12...	36.	14...
$333\frac{1}{3}$	36	5..
2....	4356	2....
1..		1..
6.		7.
$1\frac{1}{8}$		$2\frac{1}{4}$
12...		14...
6.		7.
36		49
1		$1\frac{1}{8}$
$333\frac{1}{3}$		5..
$1\frac{1}{8}\frac{1}{16}$		$2\frac{1}{4}$
$1\frac{1}{16}$		$1\frac{1}{8}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
$4064928\frac{1}{16}$		$4069297\frac{1}{8}\frac{1}{16}$

Quadratum his æquale, quod ab ΑΓ describitur, est $4069284\frac{1}{16}$. Excedit proxime exquisitum quadratum unitatibus $13\frac{1}{8}\frac{1}{16}$.

Secetur demum angulus ΚΑΓ, recta ΑΛ. Eadem ratione, ut utraque simul ΚΑ, ΑΓ ad ΚΓ, ita se habet ΑΛ ad ΛΓ. Atque est ΑΚ quidem minor quam 1007; ΑΓ vero minor quam $1009\frac{1}{8}$; denique ΚΓ est 66. Utraque igitur simul ΚΑ, ΑΓ ad ΚΓ minorem rationem habet, quam $2016\frac{1}{8}$ ad 66. Igitur etiam ΑΛ ad ΛΓ minorem habet rationem, quam 2016 ad 66. Et quoniam ponitur, ΑΛ esse $2016\frac{1}{8}$; et ΛΓ 66; erit utique quadratum quidem, quod a prima describitur, $4064928\frac{1}{16}$; quadratum vero, quod describitur ab altera, 4356. Quibus cum æquale sit quadratum, quod describitur ab ΑΓ, hoc ipsum erit $4069284\frac{1}{16}$. Cujus quidem latus quadratum est $2017\frac{1}{4}$ proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id exquisitum quadratum proxime excedit unitatibus $13\frac{1}{16}$. Quare ΑΓ ad ΓΛ minorem rationem habet, quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Multiplicationes autem subjiciuntur.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δ′ πρὸς ξς′· ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς′ πρὸς ͵βιζ δ′. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια, ἕκτον ἐστὶ $\overset{\text{π}}{\text{κ}}$ κύκλου· ἡ ΗΓ ἄρα, ιβ′ μέρος ἐστίν· ἡ δὲ ΘΓ, κδ′· ἡ $\overset{\text{β}}{\text{κ}}$ ΚΓ, μς′· ἡ δὲ ΛΓ, ϡς′. Ὡς δὲ ἡ ΛΓ εὐθεῖα, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ, ϡς′ πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐστιν ἡ ΛΓ,[p] ξς′. Ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος, πρὸς τὴν τοῦ $\overset{\text{q}}{\text{κ}}$ κύκλου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ϡστλς′ πρὸς ͵βιζ δ′. Ταῦτα δὲ[r] ἐστι τεσσαρεσκαιδεκαπλάσια, καὶ ἔτι ὑπερέχει σπδ′ δ′· ἅπερ ἐλάττονά ἐστι δίχα ἑβδομηκοστομόνων· ἃ ἐστι Μ° ϰζϰς′ ἐγγιστα· τὰ $\overset{\text{β}}{\text{ϡ}}$ δεκαπλάσια τούτων σοζ. Πολλῷ ἄρα, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, μείζων ἐστὶν ἢ τεσσαρεσκαιδεκαπλασία καὶ δίχα ἑβδομηκοστόμενα.

Ὡς μὲν οὖν ἐνεχώρει, οἱ παρ' αὐτοῦ εἰρημένοι ἀριθμοὶ, μετρίως ἐσαφηνίσθησαν.

[m] τετράγωνος [n] ἅπερ βιζ δ′ ξς′ [o] πρὸς γα′ ex MS. [p] ἡ λγ′ ις′ [q] κυλίνδρου [r] ἐστὶ deest.

Scire autem oportet Apollonium Pergæum in Ocytocio idem per numeros alios demonstrasse, et rem vero propinquiorem reddidisse. Quod quidem exquisitius esse videtur: sed tamen ad id, quod Archimedes sibi proposuit, nihil confert. Diximus enim sibi hoc in libro proposuisse, quod vero propinquum est, invenire, propter necessarios vitæ usus. Propterea neque Porus Nicænus merito videtur Archimedem reprehendere, quod non accurate invenerit cui rectæ lineæ circuli circumferentia sit æqualis. Hinc in Ceriis idem ait, Præceptorem suum, Philonem intelligens Gadarensem, rem ad accuratiores numeros perduxisse, quam ii sunt, quos Archimedes proposuit; id est 7 et 22. Omnes enim pariter videntur ejus propositum ignorasse. Utuntur autem myriadum multiplicationibus, et divisionibus, quas non facile assequetur, qui in Magni Logisticis versatus non fuerit. Quod si quis omnino vellet rem ad minimum redigere, opus esset, ut ea probe assecutus, quæ in Mathematica Claudii Ptolemæi Compositione traduntur, per partes et minutias, et per rectas lineas in circulo aptatas id faceret. Atque id ego sane fecissem, nisi, quod sæpius dixi, intellexissem, fieri non posse, ut per ea, quæ hic proposita sunt, recta linea accurate inveniatur circuli circumferentiæ æqualis. Et si quis eo contentus sit, quod proximum vero est, sufficerint ea, quæ hic ab Archimede tradita sunt.

Eutocii Ascalonitæ Commentarius in Archimedis Circuli Dimensionem, ex editione ab Isidoro Milesio Mechanico præceptore nostro recognita.

In MS. Multiplicationes ita se habent.

1.

ἡ ΕΖ πγ. ἡ ΖΓ ρνγ. λοιπὸν τὸ α ΕΓ ΜΖ.
οκζ ἐπὶ τγ. ἐπὶ ρνγ. τα δὶ ζξθ Μ γκε
Μαω Μ,ιτ. ἐπὶ εξι λείπει ἄρα ΜΒ,δωλς
ΕΒ φρνγ. ΜΜΒ,α εἰς τὸ ἀκριζὶς θΜ,γχλς
πριθ. Μβ,γχτθ Μ,γνθ ,ατπε.

In Margine.

ἡ ΕΖ πγ ἡ ΖΓ ρνγ
ἐπὶ πγ ἐπὶ ρνγ
θ
Μαω
χ
πωλς
θΜ,γχλς

2.

ἡ ΕΓ φοα ἡ ΗΓ ρνγ φζαη. ἐπὶ φοα
ἐπὶ ρνγ ἐπὶ φζαή. ΜΜ,φ. Μα,ιτ. ΜΜ
,φξβζ Μ,δλ εφ φρν. Μ,Μρζσαδ φοα
,γρνθ. φζαή ψΜ,γΜα θΜνυθ ξΒζιαδ ηξδ
θΜθυκηζδξδ ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ εη
Μ,θκν. ἐλλείπει ἄρα ἀκριβῶς Μκας ἴα ἐγγιστα.

3.

ἡ ΕΓ ,αρξβή. ἡ ΘΓ ρνγ. αρυβή ἐπὶ ,αρξβκ.
ἐπὶ ρνγ ἐπὶ αρυβή. ΜΜΜ,βρκε Μα,ιτ
ΜΜΜβρκε ΜΜ,γτιβζ,ιβφρν. ΜΜζ.
γιβζ. Μ,ς,τλφηζσ. τρνΟ. Μζδς Μηζδ'.
,βσχκδδ. θΜτυ. ,βς Μδδ. ρκειβγ ζγδξδ.
ρκειβζ,ηζδδξδ ΜφλδζξδθΜ,ρλζτωοζξδ
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΑ ἐπὶ ΜωλΜ,ηζξβ.
ἐλλείπει ἄρα τῦ ἀκριβῶς Μξς,ζ.

4.

ἡ ΕΒ τλδδ. ἡ ΓΚ ρνγ. ,βτλθδ. ΜΜ,η φ.
ἐπὶ ρνγ ἐπὶ ,βτλθδ. ΜΜ,θ ααγοι. Μ,ι τ. ΜΜΜΜ,η φ
εφι (ωσι) ,βτλδδ. ,ι ,βφ ρν ΜΜ,θ ,β ψ ο ι. Μ,θλρκζζ.
τριθ. Μ,θ λγοζζ,η ,αγρκγιτα. Μ,η ,β ψγοπαβδ
φοιζζ,αγγ. φοιζγβδις' θΜ,η ψκγις'. Μ,βς,ζ,ις'
ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ Μ
,βελβις'. ἐλλείπει ἄρα τῦ ἀκριβῶς ΜΜα,ζ.

5.

ἡ ΑΓ αρξ. ἡ ΓΒ ψω. ,μτνα εφι (ωσὶ) ,αρξ. ἰω ψω ,μτνα
ΜΜΜ. ΜΜ,β (hoc pro ἐπὶ in MS. ponitur) ΜΜΜα. ΜΜΜ
Μ,ς,τν ΜΜΜ,γτ. ΜΜ,γχθΜ,ρν. ΜΜ,κβρη. Μνχ
,μτνα. θΜ,ις ἀναφέρομεν ἀπὸ ΑΓ ἀπὸ τῦ ΒΓ ἀποτελέσαντα
Μ,ις. περιττεύει τῦ ἀκριβῦς Μα.

6.

ἡ ΑΗ βλα. ἡ ΗΓ ψω. γνγζδ'. ἐπὶ βλια. ΜΜ,ς.
εφι γνγζδ. ΜΜβλ. Μ,γς,ς υ. ΜΜαφψ Μβς
βΜτγ. ἰδοςζδ'. βλια. ,μφια,ζδν. θΜχλκα
ψκβζ,τδ'ή ις'. τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ. Μβτι,α.
θΜβχκθις'. ὑπερέχει τῦ ἀκριβῶς Μτξις'.

7.

ἡ ΑΘ ,μκατ. ἡ ΘΓ ςΜ. ,μωληθια' εφι ,μνκγ.
εφι ςΜ. εφι ,μωληθια ΜΜΜ,γ. Μδη. ΜΜΜ
,ηριαθζια. ΜΜ,ςβυ. ,η,δχ. ΜΜΜα'ςυπυ
Μσβα. ΜΜ,ς,υξ. θΜ,ζκΜΜ. ,δτςΜγ
γβη. ,γδυξθ. ΜτυςΜξδΜζ,ηα θ,γΜτκθ.
ρ ι α ο π ν η γγ η πα,ςθ'γιαιβη. τούτοις ἴσον τὸ αλγ
βαι ης ἕξια Μτκθ ἐγγὺς θΜ. ,βςτα γο ιρίγγως
ὑπερέχει ἄρα τῦ ἀκριβῦς Μτκα ἐγγύς.

8.

ἡ ΑΚ ,μζ.χ ἡ ΚΓ ξς'. ,μθς' εφι ,μζ. εφι ξς.
εφι ,μθς'. Μζ. ,γχτξ. Μ,θξτζ,ς'. ζΜθ. τξλα.
θπαας' θΜ,δΜο. θ,δτης. ξςζς α ζ,λς.
θΜ,κνιζγας' -τούτοις ἴσον τὸ α αγ ἐγὶ Μ,πυι.
ὑπερέχει τῦ ἀκριβῦς Μιβ'γλγ'—

9.

ἡ ΑΛ βιες'. ἡ ΑΓ ξς. βιζδ'. ἐπὶ βιες. εφι ξς. ἐπὶ βιζδ
ΜΜΜ,βτλζγ. γχτξ. ΜΜΜ,δφ. Μ,ξα,ζς.
τξλς. Μ,ροβ,ζ. Μ,βχλςα. ,μδτης' Μ,δοΜο,ζδ'.
τλγγα,ζςδλς'. φβ,ζαδις'. θΜ,δλκωλς. Μ
θιες,ζτις'. τούτοις ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΓ ἐγὶ Μ
θτπδλς' περιττεύει τῦ ἀκριβῦς Μγ,ζη'—

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE HELICIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κώνωνα ἀποσαλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξεις ἐπιστέλλεις μοὶ γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κεμιθέντεσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν [a] κ᾽ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας, ἐπιστέλλω τοί. Μὴ θαυμάσῃς δέ, εἰ πλείονα χρόνον σιωπήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. Συμβαίνει γάρ τοῦτο γεγενῆσθαι, διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. Πόσα γὰρ τῶν ἐν Γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα, χρόνῳ τὴν ἐξεργασίαν λαμβανόντι; Κώνων μὲν οὐκ [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὴν μαστύσιν αὐτῶν χρόνον, μεπάλλαξεν τὸν βίον, [c] καὶ ἄθηλα ἐποίησεν· καὶ ταῦτα πάντα [d] ὁρῶν, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρών, κ᾽ ὅπῃ τὸ πλεῖον προάγαγε Γεωμετρίαν. Ἐπισάμεθα γὰρ ὑπάρξαντα αὐτῷ συνέσιν [e] οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

THEOREMATUM, quæ ad Cononem miſi, demonſtrationes, quas ut conſcribam quotidie flagitas, plurimas quidem iis in libris habes, quos Heraclides attulit; nonnullas vero hoc etiam in libro ad te mitto. Noli autem admirari, ſi diu cunctatus eorum demonſtrationes in lucem edo. Hoc enim ea de cauſa factum eſt, quod prius cum viris communicare voluerim in mathematicis diſciplinis exercitatis, qui ſummo ea ſcrutandi ſtudio tenebantur. Quot ſunt enim theoremata in Geometria, quæ cum principio videantur via et ratione carere ad cognoſcendum, tempore fiunt manifeſta? Conon quidem cum tempus ſibi ſumpſiſſet ad hæc ſcrutanda minime idoneum, vita deceſſit, eaque obſcura reliquit; licet his omnibus aliiſque plurimis inventis longe Geometriæ fines amplificaverit. Novimus enim fuiſſe in eo viro haud vulgarem ſcientiæ hujus peritiam, eximiamque induſtriam. Exactis autem poſt Cononis obitum pluribus annis, nemo extitit, quod ego ſciam, qui

[a] In MS. κ᾽ deeſt. [b] ἱκανὸν λαῶ ἐς τὰν μαστύσιν [c] In MS. κ᾽ deeſt. [d] εὑρῶν [e] ὁτω

ex his problematibus ullum attigerit. Mihi vero libet unumquodque eorum ſigillatim in medium afferre; contingit enim, ut duo quædam, quæ in eo libro ſejuncta ſunt, longe a ſcopo aberrent; ut qui ſe omnia inveniſſe jactant, nec ullam tamen demonſtrationem afferunt, refellantur: quippe profeſſi aliquando ſunt ea ſe inveniſſe, quæ fieri nullo modo poſſunt. Quæ ſint igitur ea problemata; et quorum tibi demonſtrationes obtulerim; quorumque hoc libro exploratas offeram, declarabo. Problematum hoc primum erat: data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale: quod quidem primum, edito de ſphæra libro, in promptu eſt. Cum enim demonſtratum ſit, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, conſtat quomodo fieri poſſit, ut planum ſpatium inveniatur ſphæræ ſuperficiei æquale. Alterum hoc erat: dato cono vel cylindro, ſphæram invenire cono vel cylindro æqualem. Tertium: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta propoſitam inter ſe invicem rationem habeant. Quartum: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſuperficiei ſegmenta propoſitam inter ſe invicem habeant rationem. Quintum: datum ſphæræ ſegmentum dato ſphæræ ſegmento aſſimilare. Sextum: datis duobus ſphæræ ſegmentis ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſegmentum aliquod ſphæræ invenire, quod alteri quidem ſegmentorum ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſuperficiei æqualem. Septimum: a data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita ut ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, propoſitam rationem habeat; quæ quidem major non ſit ea, quam habent tria ad duo. Horum igitur, quæ diximus, omnium demonſtrationes Heraclides attulit. Quod autem poſt hæc ſejunctum erat, id eſt falſum. Eſt autem hujuſmodi: ſi ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem. Hoc vero falſum eſſe, ex iis, quæ prius ad te miſſa ſunt, manifeſtum eſt. Atque hoc etiam in illis ſejunctum erat. Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus. Majus enim ſphæræ ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet major ſuperficies ad minorem, majorem vero ſeſquialtera. Poſtremum quoque, quod ſejunctum erat, problema eſt falſum: ſi ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro,

δὲ τὰν Κώνωνος τελευθᾶν πολλᾶν ἐτέων ἐπιζευγμένων, ἃ δ' ὑφ' ἑνὸς ἁδέν τῶν προβλημάτων αἱδανόμεθα κεκιμμένον. Βόλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προιπόγκασθαι, καὶ γὰρ συμβαίνει δύο πὰ ἐν αὐτῷ[g] ἦμεν κεχωρισμένα, τέλευς δὲ δοπιδεγμένα·[h] ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα διρίσκειν, δοὺδεδειχὸν δ' αὐτῶν ἁδεμίαν ἐκφερόντες, ἐλέγκων δ' οἱ πᾶ' ὁμολογηκότες διρίσκειν τὰ ἀδυνάλα. Ταῦτα δὴ πᾶα τῶν προβλημάτων ἐνλί, κ' τίνων τὰς ἀποδείξις ἔχω ἀπεσαλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κεμίζομες δοκιμάζοντις, ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν σφαίρας δοθείσης ἐπιπέδῳ χωρίον διρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ κ' πρῶτον ἐγένετο φανερὸν, ἐκδοθέντος τᾶ περὶ τᾶς σφαίρας βιβλίου. Δεικθέντος γὰρ ὅτι πάσης σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐςὶ τᾶ μεγίςου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον ὡς δυνατὸν ἐςὶ χωρίον ἐπιπέδῳ διρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δὲ κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δὲ τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥςε τὰ τμάματα αὐτᾶς πρὶς ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δὲ τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν πρὸς ἄλλαλα. Πέμπλον δὲ τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δὲ δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας, ἔςι τᾶς αὐτᾶς, ἔςι ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάμαλος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὡς τε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνα τὴν βασιν ἔχονλα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μεῖζονα τοῦ ἃ ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ β'. Τέτων[i] μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἦν. Ἔςι δὲ αἶκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐςι, διὰ τῶν προαπεσαλμένων φανερόν ἐςι. Κεχώρισαι γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Αἶκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρυ ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ[k] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ, ἢ ἡμιόλιον. Ἦν δὲ καὶ τὸ ἔχαλον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος· ὅτι αἶκα σφαίρας τινὸς ἁ διάμετρος τμαθῇ, ὡς τε τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τμάμαλος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνυ, τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ'

[f] Sic MS. [g] μὲν κεχωρισμένα [h] ὅπως ex MS. [i] μὲν δὴ τῶν [k] ἔλασσον ἁ μὲν

ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὴν σφαῖραν· τὸ τιὸν τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαποταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Αἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρου, περιενχθῇ, ὡς τι εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ αἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον διαφαίνῃ, παρὰ δὲ τὸ διαφαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ δὲ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τᾷ κωνοειδέος. Εἰ[1] δὲ κ' τὸ εἰρημένον σχῆμα, ἐπιπέδῳ τμαθῇ πᾷ ὀρθᾶς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐστεῖται, δῆλον. Ὅτι δὲ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐστεῖται τᾷ κώνῳ, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι κ' ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ αἴκα τᾷ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁποσοιῶ ἀγμένοις· ὅτι μὲν ὧν αἱ τομαὶ ἐστοιῶνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον, αἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἐῶντι ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τᾶτον ἔχοιῶντι τὸν λόγον, ὃν ἔχωντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τ' ἄξονα μέχρι τᾶ ἐπιπέδα τέμνοντι, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δ' αἱ ἀποδείξεις οὔπω τι ἀπεσταλλόνται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς [m] ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα. Ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τί γένος προβλημάτων ὐδὲν ἐπίκοινον ἐχόντων τοῖς προειρημένοις, ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς [n] ἀποδείξεις γεγραφήκαμέν τι. Ἔστι δὲ τάδε.

sphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur. Hoc vero falſum eſſe conſtat ex iis theorematibus, quæ prius ad te miſſa ſunt. Demonſtratum enim eſt, omnium, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, ſegmentorum, id eſſe maximum, quod eſt hemiſphærium. Hæc deinceps de cono propoſita erant. Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumagatur, ita ut diameter ipſa ſit axis; quæ a rectanguli coni ſectione figura deſcribitur, conoides vocetur. Et ſi conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſis vocetur planum, quod ſecat; vertex vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit. Quod ſi figura, quam diximus, plano ſecetur ad rectos angulos axi, ſectionem quidem circulum eſſe, manifeſtum eſt. Segmentum vero, quod ſectum eſt, ſeſquialterum eſſe coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, hoc oportet demonſtrare. Et ſi duo conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis, ſectiones quidem eſſe acutiangulorum conorum ſectiones manifeſtum eſt, dummodo ne ea quæ ſecant, plana recta ſint ad axem. Segmenta vero eam inter ſe invicem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem rectæ, quæ ab eorum verticibus ducuntur axi parallelæ ad ea uſque, quæ ſecant, plana, hoc item demonſtrare oportet. Horum autem demonſtrationes nondum ad te mittuntur. Hæc demum de helice propoſita erant. Hoc autem eſt quaſi aliud problematum genus nihil cum iis, quæ prædiximus, commune habentium; de quibus tibi hoc in libro demonſtrationes conſcripſi. Atque hæc ſunt hujuſmodi.

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ, μένοντος τοῦ ἑτέρω πέρατος, ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τὰς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τ' μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράφει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας ὅθεν ὥρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τ' κύκλω τ' γραφέντος, κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυσθείσᾳ ὑπὸ τ' σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. Καὶ αἴκα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα καλὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γενόμενον· ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπίπτειν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· φαμὶ τὰν ποτιχθεῖ-

DE HELICIBUS.

Si recta linea in plano, manente altero ejus termino, æquabiliter circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet. Dico jam ſpatium, quod ab helice, et recta linea eodem, unde moveri cœpit, reſtituta comprehenditur, tertiam eſſe partem circuli deſcripti centro quidem puncto manente, intervallo autem ea rectæ lineæ parte, quæ a puncto fuerit uno orbe tranſmiſſa. Et ſi helicen recta quædam contigerit in extremo ipſius helicis termino; et recta quædam alia rectæ lineæ circumactæ, eodemque, unde moveri cœpit, reſtitutæ ad rectos angulos ducatur a manente ejus termino, ita ut contingenti occurrat; dico rec-

[1] δὴ [m] ἕλικας [n] ἀποδείξεις ex MS. [o] ὥρμασεν

tam hanc, quæ ducta eſt, circumferentiæ circuli eſſe æqualem. Et ſi recta linea circumacta, et punctum, quod in ea fertur, repetitis orbibus circumagantur, eodemque, unde moveri cœperant, reſtituantur; dico ſpatii, quod ſecundo orbe ab helice comprehenditur, quod quidem comprehenditur tertio orbe, eſſe duplum; quod vero quarto, triplum; quod quinto denique, quadruplum; atque ita porro, quæ ſpatia poſterioribus orbibus comprehenduntur, ea ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, multiplicia eſſe ſpatii, quod ſecundo orbe comprehenditur. Quod autem ſpatium primo orbe comprehenditur, ſextam eſſe partem ſpatii, quod comprehenditur orbe ſecundo. Et ſi in helice uno orbe deſcripta duo puncta ſumantur; ducanturque ab eis rectæ ad manentem circumactæ lineæ terminum; deſcribanturque duo circuli centro quidem puncto manente, intervallis vero rectis ad manentem lineæ terminum ductis; quæque harum rectarum minor eſt, producatur; dico ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia majoris circuli, quæ inter rectas ad eaſdem helicis partes interjicitur, tum ab helice, rectaque producta; ad ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia minoris circuli, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, eam rationem habere, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris circuli; habet, inquam, ad eam, quæ ex centro minoris circuli, cum tertia exceſſus, quem diximus, parte. Horum ego aliorumque de helice demonſtrationes in hunc librum conjeci. Præmittuntur autem, quod in aliis quoque geometricis uſu venit, quæ ad ea demonſtranda ſunt neceſſaria. Atque in his quoque eorum, quæ in libris antea a me editis ſumpta ſunt, iſtud ſumo: inæqualium linearum et inæqualium ſpatiorum id, quo majus excedit minus ſibimetipſi aliquoties additum, fieri poſſe, ut excedat quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

PROP. I. Theor.

Si in aliqua linea feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi, ſumanturque in ea duæ lineæ; quæ ſumptæ ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum eaſdem lineas tranſmiſit.

Feratur enim punctum aliquod in linea AB æquabiliter, ſumanturque in ea duæ lineæ ΓΔ, ΔE. Ac tempus, in quo punctum lineam ΓΔ tranſmiſit, ſit ZH; in quo vero tranſmiſit ΔE, ſit HΘ. Oportet demonſtrare, lineam ΓΔ ad lineam ΔE eamdem rationem habere, quam tempus ZH ad tempus HΘ.

αὐν ὀθεῖαν ἴσην εἶμεν τᾷ τοῦ κύκλου [p] περιφερείᾳ. Καὶ αἶχα ἀ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον, τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς, πλείονας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀπαλαπαγαθέωντι πάλιν ἄθεν ὥρμασιν· φαμὶ δ' χωρίᾳ, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἕλικος, τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι· τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον· τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὸ ἐν τοῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμὸς, πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ [q] ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου. Καὶ αἶχα [r] ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι ὀθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο [s] γεγραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστήμασι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς ὀθείας, [t] καὶ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐπιβαλήθω· φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος κύκλω περιφερείας τᾶς ἐπὶ τᾷ αὐτᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἰούσας, καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον, ὑπό τε τᾶς τᾶ ἐλάσσονος κύκλω περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν, τοῖον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει ἀ ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ ἐλάσσονος κύκλω μετὰ δύο [u] τριτημορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἀ ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ μείζονος κύκλω τᾶς ἐκ τοῦ κέντρω ἐλάσσονος κύκλω ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετ' ἐνὸς τριτημορίω τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. Τούτων δὴ μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξεις, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφοντι. Προκείσθω δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρεμένων τὰ χρεῖαν ἔχοντα, εἰς τὰν ἀποδεῖξιν αὐτῶν. Λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε· [w] τᾶν ἀνίσαν γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτᾷ συνθεμένα, δυνατὸν εἶμεν πάντως ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

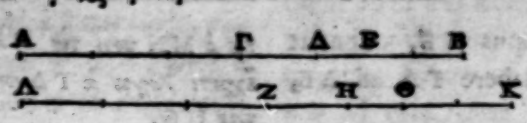
ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Εἶχα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωσι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας ὅνπερ οἱ χρόνοι ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπερεύθη.

Ἠνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ ΓΔ, ΔΕ. Ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ΖΗ, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔΕ ὁ ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον ἀ ΓΔ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν, ὃν χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν ΗΘ.

[p] Sic MS. [q] Pro ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος in MS. legitur ποτιλαμφθέντος, ἕκτον μέρος [r] περὶ [s] περιγεγραφέωντι [t] καὶ ἀ ἐλάσσων τᾶν [u] τρίτα μοιρῶν [w] τᾶν ἴσαν

Συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τῶν ΓΔ, ΔΕ γραμμῶν αἱ ΑΔ, ΔΒ γραμμαὶ [x] καθαντινοῦν συνθέσιν ἴσας, ὡς τε ὑπερέχειν τὴν ΑΔ τῆς ΔΒ. Καὶ ὁσάκις μὲν οὖν σύγκειται ἡ ΓΔ γραμμὴ ἐν τῇ ΑΔ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛΗ· ὁσάκις δὲ σύγκειται ἡ ΔΕ γραμμὴ ἐν τῇ ΔΒ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ ΘΗ χρόνος ἐν τῷ ΚΗ χρόνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τὰς ΑΒ γραμμάς, δῆλον ὡς ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὴν ΓΔ ἐνήνεκται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσην ἐνήνεκται τὴν ἴσην τῇ ΓΔ. Φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ συγκειμένην [y] τὴν ΑΔ γραμμὴν, ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΛΗ χρόνος· ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅτε ΓΔ γραμμὴ ἐν τῇ ΑΔ γραμμῇ, καὶ ὁ ΖΗ χρόνος ἐν τῷ ΛΗ χρόνῳ. Διὰ [*] τοῦτο δὴ καὶ τὴν ΒΔ γραμμὴν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΚΗ χρόνος. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ γραμμὴ τῆς ΒΔ, δῆλον ὅτι ἐν τῷ λοιπῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὴν ΔΑ διαπερᾶται γραμμὴν, ἢ τὴν ΒΔ. Ὡς τε ὁ χρόνος ὁ ΛΗ μείζων ἐστὶ τοῦ ΚΗ χρόνου. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἐκ τῶν χρόνων τῶν ΖΗ, ΗΘ σωτισθέωντι χρόνοι [z] καθαντινοῦν συνθέσιν, ὡς τε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τὰν ἐκ τῶν γραμμῶν τῶν ΓΔ, ΔΕ, καλὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συνθεῖσαν ὑπερέξει ἃ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. Δῆλον δὲ ὅτι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἡ ΓΔ ποτὶ τὴν ΔΕ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν χρόνον τὸν ΗΘ.



Componantur enim ex lineis ΓΔ, ΔΕ lineæ ΑΔ, ΔΒ ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut ΑΔ ipſam ΔΒ excedat. Et quoties quidem ponitur linea ΓΔ in ΑΔ, toties ponatur tempus ΖΗ in tempore ΛΗ; quoties vero ponitur linea ΔΕ in ΔΒ, toties tempus ΘΗ ponatur in tempore ΚΗ. Quoniam igitur ponitur punctum in linea ΑΒ æquabiliter ferri, conſtat quanto tempore lineam ΓΔ tranſmiſit, tanto unamquamque earum tranſmiſiſſe, quæ ipſi ΓΔ æquales ſunt. Quare compoſitam etiam lineam ΑΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΛΗ; quoniam toties ponitur linea ΓΔ in linea ΑΔ, quoties tempus ΖΗ in tempore ΛΗ. Eadem autem ratione etiam lineam ΒΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΚΗ. Quoniam igitur major eſt linea ΑΔ quam ΒΔ, conſtat punctum majore tempore lineam ΑΔ tranſmittere, quam ΒΔ. Quare tempus ΛΗ majus eſt quam tempus ΚΗ. Pariter autem demonſtrabitur, ſi ex temporibus ΖΗ, ΗΘ componantur tempora ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut alterum alterum excedat, etiam linearum, quæ ex lineis ΓΔ, ΔΕ ſecundum eamdem compoſitionem compoſitæ fuerint, alteram alteram excedere, prout tempori quæque ſuo reſpondet. Conſtat igitur lineam ΓΔ ad lineam ΔΕ eamdem rationem habere, quam tempus ΖΗ ad tempus ΗΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα δύο σαμείων ἑκατέρω κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτῷ ἑαυτῷ φερομένω, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ [a] τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, αἵ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις [b] ὑπὲρ τῶν σαμείων διανύεσθων, καὶ αἱ δεύτεραι· τὸν αὐτὸν ἐχόντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

Ἐχω κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τὶ σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς ΚΛ. Λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ ΑΒ δύο αἱ ΓΔ, ΔΕ γραμμαί, καὶ ἐν τᾷ ΚΛ αἱ ΖΗ, ΗΘ· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμεῖον τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τὰς ΚΛ ἠνεγμένον τὰν ΖΗ· ὁμοίως καὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἐχεῖ λόγον ἡ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ.

Ἐχω δὴ ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον ὁ ΜΝ. Ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ΖΗ. Πάλιν δὲ καὶ ἐν ᾧ τὰν ΔΕ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ἔχω ὁ ΝΞ χρόνος. Ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον δια-

PROP. II. Theor.

Si duo puncta, utrumque in linea aliqua, non in una eademque, ferantur æquabiliter ſibi ipſis; ſumanturque in utraque linea duæ lineæ, quarum tum primæ, tum ſecundæ a punctis æqualibus temporibus tranſmittantur; quæ lineæ ſumptæ ſunt eamdem inter ſe invicem rationem habebunt.

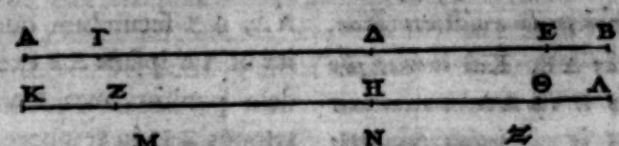
Feratur in linea ΑΒ punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi; et aliud item in linea ΚΛ. Sumantur autem in ΑΒ duæ lineæ ΓΔ, ΔΕ; et in ΚΛ item duæ ΖΗ, ΗΘ: et quanto tempore punctum, quod in ΑΒ fertur, lineam ΓΔ tranſmittat, quanto alterum, quod fertur in ΚΛ tranſmittit lineam ΖΗ; pariterque etiam lineam ΔΕ tanto tempore punctum tranſmittat, quanto alterum tranſmittit lineam ΗΘ. Oportet demonſtrare eamdem rationem habere ΓΔ ad ΔΕ, quam ΖΗ ad ΗΘ.

Tempus enim, quo lineam ΓΔ punctum tranſmiſit, ſit ΜΝ. Hoc autem tempore etiam punctum alterum lineam ΖΗ tranſmittit. Rurſus tempus, quo punctum tranſmiſit lineam ΔΕ, ſit ΝΞ. Hoc autem tempore etiam punctum

[x] καθ' ἃν τινοσοῦν [y] τᾶν ΑΔ γραμμᾶν [z] καθαντινοσοῦν [a] τᾶν γραμμᾶν [b] ὑπὸ τῶν σαμείων

[*] Fortaſſe τὰ αὐτὰ

alterum tranſmittit lineam H Θ. Eamdem igitur rationem habebunt linea Γ Δ ad lineam Δ E, quam tempus M N ad tempus N Ξ, et linea Z H ad lineam H Θ, quam tempus M N ad tempus N Ξ. Conſtat igitur eamdem rationem habere Γ Δ ad Δ E, quam Z H ad H Θ.



PROP. III. Prob.

Circulis quotlibet datis, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ major ſit quam circulorum circumferentiæ.

Circumſcripto enim unicuique circulo polygono, conſtat, quæ ex omnibus ambitibus recta componitur, hanc majorem eſſe quam omnes circulorum circumferentias.

PROP. IV. Prob.

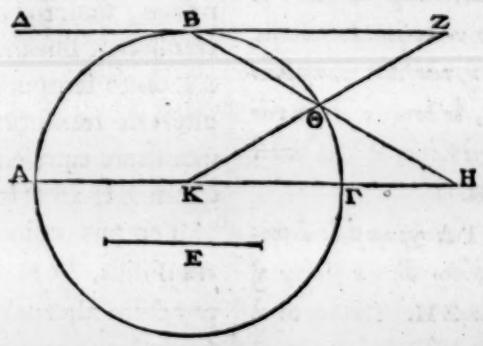
Datis duabus lineis inæqualibus, recta, et circuli circumferentia, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ minor quidem ſit quam datarum linearum major, major vero quam minor.

Quoties enim exceſſus, quo major linea excedit minorem, ſibimetipſi additur, ut rectam excedat, tot ſi in partes æquales eadem recta dividatur; minor erit pars una quam exceſſus. Quod ſi circumferentia major fuerit quam recta, addita eidem rectæ parte una, conſtat, eam majorem quidem eſſe, quam minorem datarum linearum, minorem vero quam majorem. Nam quæ additur pars, minor eſt quam exceſſus.

PROP. V. Prob.

Dato circulo, et recta circulum contingente, fieri poteſt, ut a centro circuli ad contingentem recta ducatur; ita ut, quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habeat, quam quæ interjicitur inter contactum, rectamque ductam circuli circumferentia, ad datam quamlibet circuli circumferentiam.

Datus ſit circulus A B Γ, cujus centrum K, circulumque contingat Δ Z in puncto B: data ſit etiam quælibet circuli circumferentia. Fieri autem poteſt, ut recta aliqua ſumatur major quam data circumferentia; eaque ſit recta E. Ducatur a centro A H ipſi Δ Z parallela: ponaturque H Θ ipſi E æqualis vergens ad punc-



πρὸς τὴν H Θ. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἐχέτω ἡ Γ Δ πρὸς τὴν Δ E ἡ μὲν χρόνος ὁ M N πρὸς N Ξ, καὶ ἡ Z H πρὸς τὰν H Θ, ἐν ὁ χρόνος ὁ M N πρὸς τὸν N Ξ. Δῆλον δή, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ Γ Δ πρὸς τὰν Δ E, ἔν ἁ Z H πρὸς τὰν H Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει, δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ἔσαν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

Περιγεγραφέντος γὰρ περὶ ἑκάστων τῶν κύκλων πολυγώνου, δῆλον ὡς ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τῶν περιμέτρων εὐθεῖα [d] μείζων ἔσῃ πασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.[c]

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνίσων, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

Ὁσάκις γὰρ ὑπερέχει ἃ ὑπερέχει ἁ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτᾷ συνθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, καὶ εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας, τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἔσῃ τᾶς ὑπερεχᾶς. Εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ καὶ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος πολιτεθέντος πρὸς τὰν εὐθεῖαν, τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν δοθεισᾶν, δῆλον ὡς μείζων ἐστὶν ἔσται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. Καὶ γὰρ ἁ πτυκτὶς ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπερεχᾶς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν πρὸς τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν πρὸς τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς, καὶ τᾶς διαχθείσας πρὸς τὰν δοθεῖσαν ὁπιανοῦν κύκλου περιφερείαν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ A B Γ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ K, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ Δ Z κατὰ τὸ B· διήχθω δὴ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. Δυνατὸν δέ ἐστι τᾶς δοθεῖσας περιφερείας λαβεῖν τινὰ εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔστω ἁ E εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἤχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν Δ Z, ἁ A H· καὶ κείσθω ἁ H Θ ἴσα τᾷ E, νεύουσα ἐπὶ τὸ B·

[c] Κύκλων δύο δοθέντων σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

[d] μείζων ἄρα τᾶν

• Ad marginem in MS. legitur δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ά θεωρήματι τοῦ περὶ

ἀπὸ δὴ τῦ Κ κέντρε ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήθω. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἡ ΘΖ πρὸς πὰν ΘΚ, ὃν ἡ ΒΘ πρὸς τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ πρὸς τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῦ ὃν * ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν· διότι ἡ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ περιφερείας· ἡ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἐλάσσονα ὢν λόγον ἔχει καὶ ἡ ΖΘ πρὸς τὰν ἐκ τῦ κέντρε, ἢ ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν.

tum B; quæque a centro K ad punctum Θ jungitur, producatur. Eamdem igitur rationem habet ΘZ ad ΘK, quam BΘ ad ΘH. Quare ZΘ ad ΘK minorem habet rationem, quam circumferentiam BΘ ad datam circumferentiam; eo quod recta BΘ minor est quam circumferentia BΘ, recta vero ΘH major est quam data circumferentia. Minorem igitur rationem habet etiam ZΘ ad eam, quæ ex centro, quam circumferentia BΘ ad datam circumferentiam.

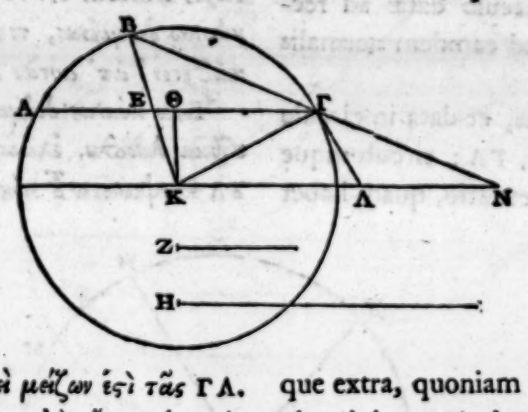
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς'.

Κύκλυ δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρυ, δυνατὸν ἀπὸ τῦ κέντρυ τῦ κύκλυ ποτὶ τὰν περιφέρειαν [f] αὐτᾶ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνυσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τῦ πέρατος τᾶς ποτιπιπτούσας τᾶ ἐπὶ τᾶς περιφερείας, ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας, τὸν ποχθέντα λόγον ἔχειν· εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἦν, τᾶ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας πρὸς τὰν ἀπὸ τῦ κέντρε κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

PROP. VI. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor sit quam diameter, fieri potest, ut a centro circuli ad ejus circumferentiam recta ejiciatur secans lineam in circulo datam; ita ut, quæ inter circumferentiam, et lineam in circulo datam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino ejectæ, qui in circumferentia est, ad terminum lineæ in circulo datæ propositam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor sit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ, ad rectam, quæ a centro ad eamdem normalis ducitur.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτᾶ τὸ Κ· καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρυ ἡ ΓΑ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἡ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων δ' ὃν ἔχει ἡ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθ'τε ἔστης τᾶς ΚΘ. Ἤχθω δὴ καὶ ἀπὸ τῦ κέντρε παρὰ τὰν ΑΓ ἡ ΚΝ· καὶ τᾷ ΚΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΛ. Ὅμοια δή ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα· ἔστιν ἄρ' ὡς ἡ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, οὕτως ἡ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ Ζ ποτὶ τὰν Η, ἢ ἡ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἡ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΚΓ πρὸς μείζονα τᾶς ΓΛ. [g] Ἐχέτω πρὸς τὰν ΒΝ· κείσθω δὲ ἡ ΒΝ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τῦ Γ. Δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεμεῖν· καὶ πεσεῖται ἐκτὸς, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ ὧν [h] ἡ ΒΚ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Ζ ποτὶ τὰν Η· καὶ ἡ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ Ζ ποτὶ Η.



Datus sit circulus ΑΒΓ, cujus centrum punctum K: dataque in eo sit recta ΓΑ minor quam diameter: itemque ratio, quam habet Z ad H, ea minor, quam habet ΓΘ ad ΚΘ; normalis cum sit ipsa ΚΘ. Ducatur autem a centro KN ipsi ΑΓ parallela; rectæque ΚΓ ad rectos angulos ducatur ΓΛ. Similia jam sunt triangula ΓΘΚ, ΓΚΛ; ideoque ut ΓΘ ad ΘΚ, ita se habet ΚΓ ad ΓΛ. Minorem igitur rationem habet Z ad H, quam ΚΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habeat ΚΓ ad majorem quam ΓΛ. Habeat ad BN: ponaturque BN inter circumferentiam, et lineam, ita ut transeat per punctum Γ. Fieri autem potest, ut ita secetur: cadetque extra, quoniam major est quam ΓΛ. Quoniam igitur BK ad BN eamdem habet rationem, quam Z ad H; ipsa etiam EB ad BΓ rationem habebit eamdem quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τῦ κέντρε ποτιβαλεῖν † ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας πρὸς τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τῦ πέρατος ἐναπολαφθείσας, ποτὶ τὸ

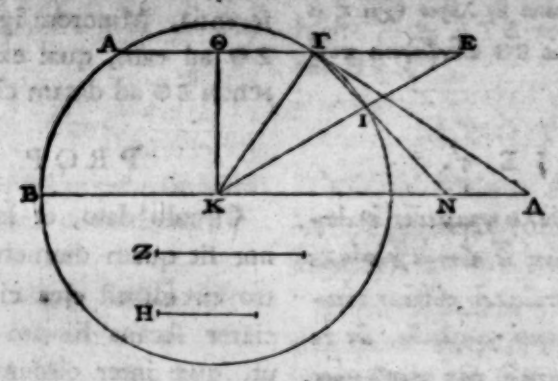
PROP. VII. Prob.

Iisdem datis, et quæ in circulo data est, linea producta, fieri potest, ut a centro ad productam recta ejiciatur; ita ut, quæ inter circumferentiam, et productam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino interjectæ ad terminum productæ propositam rationem

[f] ποτιλαβεῖν [g] ἐχέτωσαν [h] ἡ ΓΚ
* Fortasse deest ἴσχυ † Fortasse deest εὐθεῖαν

habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro, ad eamdem normalis ducitur.

Data ſint eadem, quæ ſupra: quæque linea in circulo data eſt, producatur. Data autem ratio ea ſit, quam habet Z ad H, ea major, quam habet ΓΘ ad ΘK. Major erit igitur etiam ea, quam habet KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habebit KΓ ad minorem quam ΓΛ. Habeat ad IN, quæ vergat ad punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque intra ΓΛ, quoniam minor eſt quam ΓΛ. Quoniam igitur eamdem habet rationem KΓ ad IN, quam Z ad H; ipſa etiam EI ad IΓ rationem habebit eamdem, quam Z ad H.



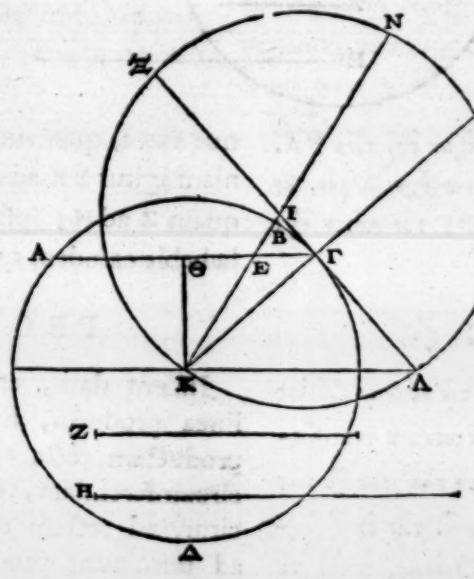
πέρας τᾶς ἐκβεβλημένας ἢ πεχθέντα λόγον ἔχειν ἃ ἢ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τᾶ ὃν ἔχει ἃ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διαμέτρου, ποτὶ τὰν ἀπὸ Ε κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Δεδόσθω τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἃ ἐν τᾷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκβεβλημένα. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔστω ὃν ἔχει ἃ Z ποτὶ τὰν H, μείζων δὲ ὃν ἔχει ἃ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘK. Μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἃ KΓ ποτὶ ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἃ Z ποτὶ H, τοῦτον ἐχέτω ἃ KΓ ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς ΓΛ. Ἐχέτω ποτὶ IN νεύουσας ἐπὶ τὸ Γ. Δυνατὸν δέ ἐστιν ὕτως πῆμαι καὶ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς ΓΛ· ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἃ KΓ ποτὶ IN, ὃν ἃ Z ποτὶ H, καὶ ἃ EI ποτὶ IΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἃ Z ποτὶ τὰν H.

PROP. VIII. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, et alia item linea circulum contingente in termino lineæ in circulo datæ; fieri poteſt ut a centro circuli recta aliqua ejiciatur, ita ut quæ pars ejus inter circuli circumferentiam, et lineam in circulo datam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Sit datus circulus, ABΓΔ, et data in circulo linea minor quam diameter, ΓA: circulumque contingat ΞΛ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H, minor ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea minor, quam habet ΓK ad ΓΛ, ſi ducta fuerit KΛ ipſi ΘΓ parallela. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem, quam Z ad H. Major utique eſt ΞΓ quam ΓΛ. Deſcribatur per puncta K, Λ, Ξ circuli circumferentia. Et quoniam major eſt ΞΓ quam ΓΛ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KΓ, ΞΛ; fieri poteſt, ut rectæ MΓ



ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Κύκλᾳ δοθέντι, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἐπιψαύσας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομέναις· δυνατὸν ἀπὸ Ε κέντρου Ε κύκλᾳ ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν,* ὡς τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς Ε κύκλου περιφερείας, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομέναις γραμμᾶς, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ὑπὸ τᾶς ἐπιψαύσας τὸν πεχθέντα λόγον ἔχειν† αἴκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομέναις, ποτὶ τὰν ὑπὸ Ε κέντρου Ε κύκλᾳ κάθετον [1] ἀπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Ἔστω κύκλος διδόμενος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα διδόσθω, ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ ΓA· καὶ ἃ ΞΛ ἐπιψαυέτω Ε κύκλᾳ κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἃ Z ποτὶ H ἔστω ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἃ ΓΘ ποτὶ ΘK. Ἐστάτω δὴ ἐλάσσων καὶ τᾶ ὃν ἔχει ἃ ΓK ποτὶ ΓΛ, αἴκα παράλληλος ἀχθῇ ἃ KΛ τᾷ ΘΓ. Ἐχέτω δὴ ἃ KΓ ποτὶ ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ Z ποτὶ H. Μείζων δή ἐστιν ἃ ΞΓ τᾶς ΓΛ. Γεγράφθω κύκλου περιφέρεια περὶ τὰ K, Λ, Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστι μείζων ἃ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐστὶ ἀλλάλαις αἱ KΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐστι τᾷ MΓ ἴσαν [k] ἄλλαν

[1] ἐπ' αὐτὰν [k] ποτ' ἄλλαν

* In hoc loco in Ed. Baſ. ſunt ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, Deſunt autem hæc verba in Codice Regio, quo uſus eſt Rivaltus: et ſane delenda ſunt. † Fortaſſe εἰ καὶ

θέμεν τὰν IN, νεύσαν ἐπὶ τὸ K. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν [l] ΞI, IΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KE, IΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἀ ΞI ποτὶ KE· καὶ τὸ [m] ὑπὸ τᾶν KI, IN ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ τὸν αὐτὸν ἔχει ὃν ἀ IN ποτὶ ΓΛ. Ὡς τε ἁ IN ποτὶ ΓΛ ἐσσὶν, ὡς ἀ ΞI ποτὶ KE. Ὡς τε ἁ ΓM ποτὶ ΓΛ, ἁ ἀ ΞΓ ποτὶ KΓ, ἁ ποτὶ KB ἐσσὶν, ὡς ἀ ΞI ποτὶ KE. Καὶ λοιπὰ ἀ IΓ ποτὶ BE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΞΓ ποτὶ τὰν ΓK, ἁ ὃν ἀ H ποτὶ τὸ Z. Πέπτωκεν ἂν ἀ KN ποτὶ τὰν ἐπιφαύσαν, καὶ ἔχει ἀ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας, ἀ BE ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ Z ποτὶ τὰν H λόγον.

æqualis alia ponatur IN vergens ad punctum K. Spatium igitur, quod ſub ΞI, IΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KE, IΛ, eamdem habet rationem, quam ΞI ad KE; quodque ſub KI, IN continetur, ad id, quod continetur ſub KI, ΓΛ, rationem habet eamdem, quam IN ad ΓΛ. Quare etiam IN ad ΓΛ ſe habet, ut ΞI ad KE. Quare etiam ΓM ad ΓΛ, et ΓΞ ad KΓ, et ad KB, ſe habet, ut ΞI ad KE. Hinc etiam reliqua IΓ ad BE eamdem habet rationem, quam ΞΓ ad ΓK, et quam H ad Z. Incidit igitur KN in contingentem, ejuſque pars BE, quæ inter circumferentiam, et lineam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam ipſa KN a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

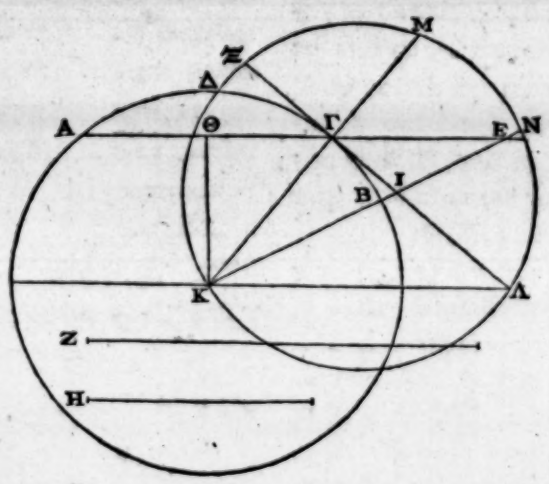
Τῶν αὐτῶν διδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, γραμμᾶς ἐκβεβλημένας, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρω τᾶ κύκλω ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἀφὰν τὸν πεχθέντα λόγον ἔχειν· ἄκρα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἦν τᾶ, ὃν ἔχει ἀ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶ κέντρω κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

PROP. IX. Prob.

Iiſdem datis, et quæ in circulo data eſt, linea producta, fieri poteſt, ut a centro circuli ad productam recta ejiciatur; ita ut quæ pars ejus inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Διεδόθω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρω, ἁ ΓΑ διάχθω, καὶ ἁπτέσθω τᾶ κύκλω ἁ ΞΓ κατὰ τὸ Γ. Καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Z ποτὶ τὰν H, μείζων τᾶ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘK. Ἔσσα δὴ μείζων, καὶ τᾶ ὃν ἔχει ἁ KΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐχέτω ὃν ἁ KΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ τὰν H. Ἐλάσσων ἄρα ἐσσὶν αὐτᾶς [n] τᾶς ΓΛ. Πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τᾶν Ξ, K, Λ σαμείων. Ἐπεὶ ὃν ἐλάσσων ἐσσὶν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθάς εἰσιν ἀλλάλαις αἱ KM, ΞΓ, δυνατὸν [o] τᾷ ΓM ἴσαν θέμεν τὰν IN νεύσαν ἐπὶ τὸ K. Ἐπεὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΞIΛ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛI, KE ἐσσὶν, ὡς ΞI ποτὶ KE· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΞIΛ ἴσον ἐσσὶν τὸ ὑπὸ τᾶν KIN· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΛI, KE ἴσον ἐσσὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ, διὰ τὸ εἶμεν ὡς τὰν KE ποτὶ IK, ἔτως τὰν ΛΓ ποτὶ ΛI· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΞI ποτὶ KE, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν KIN ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ· τετέσσιν ὡς NI ποτὶ ΓΛ, τετέσσιν ἁ ΓM ποτὶ ΓΛ. Ἔσσι δὲ καὶ ὡς ἁ ΓM ποτὶ ΓΛ, [p] οὕτω-

Datus ſit circulus ΑΒΓΔ: et quæ linea in circulo data eſt, minor quam diameter, hoc eſt ΓΑ, producatur: circulumque contingat ΞΓ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H major ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea major, quam habet KΓ ad ΓΛ. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem quam Z ad H. Minor utique eſt ZΓ quam ΓΛ. Rurſus per puncta Ξ, K, Λ circulus deſcribatur. Et quoniam minor eſt ΞΓ, quam ΓΛ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KM, ΞΓ; fieri poteſt, ut rectæ ΓM æqualis ponatur IN vergens ad punctum K. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΞIΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΛI, KE, ſe habet, ut ΞI ad KE: ac ei quidem, quod ſub ΞIΛ continetur, æquale eſt id, quod continetur ſub KIN; ei vero, quod ſub ΛI, KE continetur, id eſt æquale, quod continetur ſub KI, ΓΛ; eo quod ut KE ad IK, ita ſe habet ΛΓ ad ΛI: ideo etiam ut ΞI ad KE ita ſe habebit ſpatium, quod ſub KIN continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KI, ΓΛ; hoc eſt,



[l] ΞIΛ [m] ὑπὸ τοῦ KIN [n] τῆς ΓΛ [o] τῇ IM [p] In MS. οὕτως deeſt.

ut N I ad Γ Λ; hoc eſt, ut Γ M ad Γ Λ. Se habet autem etiam ut Γ M ad Γ Λ, ita Ξ Γ ad K Γ. Se habet igitur ut Ξ I ad K E, ita Ξ Γ ad K B; et reliqua I Γ ad reliquam B E ſe habet, ut Ξ Γ ad Γ K. Quam autem rationem habet Ξ Γ ad Γ K, hanc habet H ad Z. Incidit igitur K E in productam; ejuſque pars B E, quæ inter productam et circumferentiam interjicitur, ad contingentis partem Γ I, quam ipſa K E a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

PROP. X. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; ſitque exceſſus æqualis minimæ; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ; quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur aucta tum quadrato, quod a maxima deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub minima, æqualique omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus continetur, tripla erunt quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus.

Sint lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ; et ſit Θ æqualis exceſſui. Addatur autem ad B, ipſi Θ æqualis, I; et ad Γ, ipſi H æqualis, K; et ad Δ, ipſi Z æqualis, Λ; et ad E, ipſi E æqualis, M; et ad Z, ipſi Δ æqualis, N; et ad H, ipſi Γ æqualis, Ξ; denique ad Θ, ipſi B æqualis, O. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus, hoc eſt, tum ab A, tum ab iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, aucta tum quadrato, quod ab A deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continentur, tripla eſſe quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.

Eſt enim quadratum, quod a B I deſcribitur æquale quadratis, quæ deſcribuntur ab I, B, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub B, I. Quadratum vero, quod a K Γ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a K, Γ, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub K, Γ. Pariter etiam quadrata, quæ ab aliis ipſi A æqualibus deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur ab earum ſegmentis, duobuſque ſpatiis, quæ ſub ſegmentis iiſdem continentur. Quadrata igitur, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, itemque illa, quæ deſcribuntur ab I, K, Λ, M, N, Ξ, O, aucta quadrato, quod ab A deſcribitur, dupla ſunt quadratorum, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus, ſpatia eorum dupla, quæ ſub ſegmentis uniuſcujuſque lineæ ipſi A æqualis continentur, aucta ſpatio,

των ἀ Ξ Γ ποτὶ Κ Γ, τετάρσι ποτὶ Κ Β. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ Ξ Ι ποτὶ Κ Ε, ἀ Ξ Γ ποτὶ Κ Β· καὶ λοιπὴ ἀ Ι Γ ποτὶ λοιπὸν τὰν Β Ε ἐστὶν, ὡς ἀ Ξ Γ ποτὶ Γ Κ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ Ξ Γ ποτὶ Γ Κ, τοῦτον ἔχει ἀ Η ποτὶ Ζ. Ποτιπέπλωκε δὴ ἀ Κ Ε ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, καὶ ἀ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημέναις καὶ τᾶς περιφερείας ἀ Β Ε ποτὶ τὰν Γ Ι, τὰν ἀπὸ τᾶς ἁπτομένας ὀρθᾶς ἀναγραφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ Ζ ποτὶ τὰν Η.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι.

Αἶκα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὁποσαικῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοσαι, ᵠ ἢ δὲ ἀ ὑπερέχα ἴσα τᾷ ἐλαχίσᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα τᾶς μεγίσας, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, ποτιλαμβάνοντα τότε δὶς τᾶς μεγίσας τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς ἐλαχίσας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσας, τριπλάσια ʳ ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων, τῶν δὶς τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ˢ Ἔστω γραμμαὶ ὁποσαικῦν ἐφεξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· ἀ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾷ ὑπερεχᾷ. Ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾷ Θ ἀ Ι· ποτὶ δὲ τὰν Γ ἀ Κ ἴσα τᾷ Η· ποτὶ δὲ τὰν Δ ἀ Λ ἴσα τᾷ Ζ· ποτὶ δὲ τὰν Ε ἀ Μ ἴσα τᾷ Ε· ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἀ Ν ἴσα τᾷ Δ· ποτὶ δὲ τὰν Η ἀ Ξ ἴσα τᾷ Γ· ποτὶ δὲ τὰν Θ ἀ Ο ἴσα τᾷ Β. Ἐσσοῦνται δὲ αἱ, γενόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις, καὶ τᾷ μεγίσᾳ. Δεικτέον ὅν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶς τε Α, καὶ τᾶν γενομέναν, ποτιλαβόντα τότε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας ᵗ πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

Ἔστι δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς Β Ι τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Ι, Β τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Ι περιεχομένοις. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς Κ Γ, ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Κ, Γ τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Κ, Γ περιεχομένοις. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τᾶν ἴσαν τᾷ Α τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων ᵘ περιεχομένοις. Τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ᵛ Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, διπλάσια ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων. Λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομεν, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἐν ἑκατέρᾳ γραμμᾷ τᾶν ἴσαν τᾷ Α, ποτιλαβόντα τὸ περιεχό-

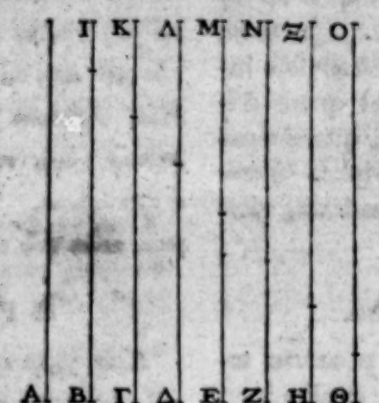
ᵠ ἢ δὲ ἀ ʳ ἐσσοῦνται ˢ ἔστωσαν ᵗ In MS. Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, deſunt. ᵘ Sic MS, ᵛ ΙΚΛΜΝΞΟΠ. Ὅτι λαβόντα

μενον ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, [z] ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ B, I περιεχόμενα, ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν B, Θ περιεχομένοις· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν K, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ, διὰ τὸ τὰν K διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἐξαπλασίας τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν [y] εἶμεν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὸς ἀρτίους [a] τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Τὰ δὲ σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, ἰσοῦνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς [b] ἴσας πάσαις τᾷ τε A, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς B, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ αἰεὶ τᾷ περιοστᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὸς περισσοὺς πολλαπλασίονς τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. Ἔστι γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς A τετράγωνον, ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε A καὶ [b] τᾷ ἴσα ταῖς λοιπαῖς, ἂν ἕκαστα ἴσα τᾷ A· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅτε Θ τὰν A, καὶ ἁ A τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ A. Ὡς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ A τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾷ A, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τῶν B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ A πᾶσαι χωρὶς τᾶς A, διπλάσιαι ἐντὶ τᾶν B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς B τετράγωνον ἴσον ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας, τᾶτε B καὶ τᾷ διπλασίᾳ [c] τᾶν Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾶτε Γ, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Δ, E, Z, H, Θ. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε καὶ τᾷ διπλασίᾳ τῶν λοιπῶν. Δῆλον δὲ ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾶτε A, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς B, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ τᾷ κατὰ τὸς ἑξῆς ἀριθμὸς περισσὸς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

Ἐκ τούτω οὖν φανερὸν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν [d] τᾷ μεγίστᾳ, τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια· ἔπει δὴ ποτιλαβόντα τινὰ

quod continetur ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, æqualia eſſe quadratis, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quoniam enim duo ſpatia, quæ ſub B, I continentur, æqualia ſunt duobus, quæ continentur ſub B, Θ; et quæ duo ſub K, Γ continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et quadrupla ipſius Γ; eo quod K dupla eſt ipſius Θ; et quæ duo ſub Δ, Λ, continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et ſexcupla ipſius Δ; eo quod Λ ipſius Θ eſt tripla; et pariter alia etiam eorum dupla, quæ ſub ſegmentis continentur, ei æqualia ſunt, quod continetur ſub Θ, et multiplici, ſemper ſecundum numeros pares, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ: erunt ſpatia omnia eo aucta, quod ſub Θ æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continetur, æqualia ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt tum A, tum tripla ipſius B, tum quintupla ipſius Γ, tum ſemper impari ſecundum numeros impares, qui hos conſequuntur, multiplices lineæ ſequentis. Sunt autem etiam quadrata, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, æqualia ſpatio, quod ſub lineis iiſdem continetur. Quadratum enim, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum reliquis, quarum unaquæque ipſi A eſt æqualis: æque enim Θ metitur A, atque A metitur ſe ipſam, omneſque ſibi ipſi æquales. Quare quadratum, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum ipſi A, tum duplæ ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ: quæ enim æquales ſunt ipſi A, hæ omnes, una A excepta, duplæ ſunt ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Pariter etiam quadratum, quod a B deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum B, tum duplæ ipſarum Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Et rurſus quadratum, quod a Γ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum Γ, tum duplæ ipſarum Δ, E, Z, H, Θ. Eadem ratione et quæ ab aliis quadrata deſcribuntur æqualia ſunt ſpatiis, quæ continentur ſub Θ, æqualique tum ipſi, tum duplæ reliquarum. Conſtat igitur, quæ ab omnibus quadrata deſcribuntur, ea æqualia eſſe ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum triplæ ipſius B, tum quintuplæ ipſius Γ, tum multiplici, ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ.

Ex hoc igitur manifeſtum eſt, quadrata omnia, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, quadratorum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora eſſe quam tripla; quoniam aucta quibuſdam tripla



[z] ἴσα ἐντὶ τοῖς [y] εἶμεν τᾶς Θ [a] τὰς [b] Sic MS. [b] τὰ ἴσσα [c] τῶν [d] τά μέγιστα [e] μεγίστας

ſunt. Reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla; quoniam, quibus augentur, ea minora ſunt quam tripla quadrati, quod a maxima deſcribitur. Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ; quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, figurarum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minores erunt quam triplæ; reliquarum vero, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, majores quam triplæ. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

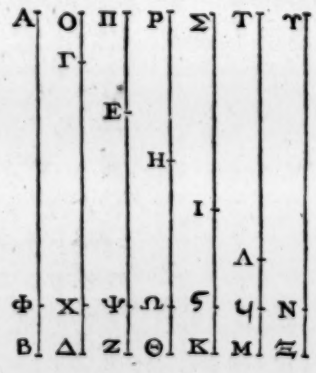
τριπλάσια ἐστί. Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τῆ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνε, μείζονα ἢ τριπλάσια· ἐπειδὴ τὰ ἀποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνε. Καὶ πάντα ἄρα ὅμοια εἴδεα [f] ἀναγεγραφίωντι ἀπὸ πασᾶν, αἱ ὄντε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάοσονα [g] ἰοσυῦνται, ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τῆ ἀπὸ τᾶς μεγίσας εἴδεος, μείζονα ἢ τριπλάσια. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχουντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

PROP. XI. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem una minores, quam æqualiter ſeſe invicem excedentes, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur, ea omnia ad quadrata, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a minima, minorem rationem habent, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utriſque; ſpatio, quod ſub maxima, minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habent majorem eadem ratione.

Sint enim lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes; AB excedens ΓΔ; et ΓΔ, EZ; et EZ, HΘ; et HΘ, IK; et IK, ΛM; et ΛM, NΞ. Addatur autem ad ΓΔ, uni exceſſui æqualis ΓO; et ad EZ, duobus exceſſibus æqualis EΠ; et ad HΘ tribus exceſſibus æqualis HP; et ad alias eodem modo. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, ad quadrata, quæ deſcribuntur ab omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a NΞ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad æquale utriſque, ſpatio, quod ſub AB, NΞ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod deſcribitur a NΥ; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem lineis, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habere majorem eadem ratione.

Auferatur ab unaquaque æqualiter ſeſe invicem excedentium li-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Αἶκα γραμμαὶ ἐξῆς τιθέωντι ὁποσαιῶν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερίχωσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τιθέωντι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάοσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγίθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίσᾳ· τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ πᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριεχουσᾶν, χωρὶς τᾶς ἐλαχίσας, ἐλάοσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίσας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τᾶς μεγίσας καὶ τᾶς ἐλαχίσας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνῳ, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίσα τᾶς ἐλαχίσας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μεγίσας τετραγώνε, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγε.

[h] Ἔσω γὰρ γραμμαὶ ὁποσαιῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι [i] ἐξῆς κείμεναι, ἁ μὲν AB τᾶς ΓΔ, ἁ δὲ ΓΔ τᾶς EZ, ἁ δὲ EZ τᾶς HΘ, ἁ δὲ HΘ τᾶς IK, ἁ δὲ IK τᾶς ΛM, ἁ δὲ ΛM τᾶς NΞ. Ποτικείσθω δὴ ποτὶ μὲν τὰν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἁ ΓO· ποτὶ δὲ τὰν EZ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς, ἁ EΠ· ποτὶ δὲ τὰν HΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἁ HP· καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον. Ἐσοῦνται δὴ αἱ γενόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι, καὶ [k] ἑκάστα τᾷ μεγίσᾳ. Δεικτέον ἔν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομέναν τετράγωνα, ποτὶ μὲν [l] πάντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς NΞ τετραγώνε, ἐλάοσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς AB τετραγώνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν AB, NΞ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς NΥ τετραγώνου· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν, χωρὶς δὲ ἀπὸ τᾶς AB τετραγώνε, μείζονα λόγον ἔχει δὲ αὐτοῦ λόγε.

Ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριεχουσᾶν ἴσα

[f] ἀναγεγραφθέντι [g] ἰσσεῖται [h] ἔστωσαν [i] ἐξηκσκημέναι [k] ἑκάστα τὰ μέγιστα [l] πάντα τὰ

τῇ ὑπαρχῇ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AB περὶ ἑκατέραν τὴν ΑΦ, ΦΒ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΦ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει λόγον τό, τε ἀπὸ τῆς ΟΔ τετράγωνον, περί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΟΔ, ΔΧ, καὶ τὸ τρίτον μέρος [β] ἀπὸ τῆς ΧΟ τετραγώνου· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΠΖ περὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΠΖ, ΨΖ, καὶ τὸ τρίτον μέρος [γ] ἀπὸ τῆς ΨΠ τετραγώνου· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἄλλων τετράγωνα, περὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. Καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, περί τε τὰ πάντα περιεχόμενα ὑπό τε τῆς ΝΞ καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς, καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον [δ] περὶ ἑκατέραν τὴν ΑΦ, ΦΒ περιεχόμενα, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦΑ τετραγώνου. Εἰ οὖν [ε] ἐκδείχθη τό, τε περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΝΞ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ, τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛΜ, [ζ] ἐλάσσονα· τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛΜ, ΝΞ μείζονα· δεδεγμένου ἑστέτεται τὸ προτεθέν. Ἔστι δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΝΞ, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὸ τρίτον μέρη τῶν τετραγώνων [η] ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ, [θ] ἴσον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ψΜ, ΝΞ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΝΞ, καὶ ἴσης πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ· καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ. Τὰ δὲ ἀπὸ τῶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛΜ τετράγωνα, ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν BΦ, ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ψΜ τετραγώνοις· καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν AΦ, ΓΧ, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό [ι] τῆς BΦ, καὶ τῆς διπλασίας τῆς AΦ, ΓΧ, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ. Κοινὰ μὲν οὖν ἐστὶ ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ ΝΞ. Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΝΞ, καὶ τὰς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϛΣ, ψΤ, ΥΝ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς BΦ, καὶ τῆς διπλασίας τῆς AΦ, ΓΧ, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ· διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, EΠ, PH, IΣ, AT, ΥΝ, ἴσας εἶναι, τῶν δὲ λοιπῶν μείζονας. Καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τῶν AΦ, ΓΧ, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ μείζονα ἐστὶ τοῦ τρίτου μέρους τῶν ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τψ, ΥΝ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἔμπροσθεν. Ἐλάσσονα ἄρα ἐστὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ,

nea æqualis exceſſui. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AΦ; hanc habet tum quadratum, quod ab OΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub OΔ, ΔX continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a XO; tum quadratum, quod a ΠZ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΠZ, ΨZ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΨΠ; tum quadrata, quæ ab aliis deſcribuntur, ad ſpatia eodem modo ſumpta. Quare etiam quadrata omnia, quæ ab OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, TΞ deſcribuntur, ad omnia ſpatia, quæ ſub NΞ, æqualique omnibus, quas diximus, lineis continentur, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tψ, TN, eamdem habebunt rationem, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur, et tertium partem quadrati, quod deſcribitur a ΦA. Si igitur demonſtratum fuerit, ſpatium, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, TΞ, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tψ, TN, quadratis quidem, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM deſcribuntur, minora eſſe; quadratis vero, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ, majora: utique demonſtratum erit quod proponebatur. Itaque ſpatium, quod ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, TΞ continetur, et tertiæ quadratorum partes, quæ ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tψ, TN deſcribuntur; hæc, inquam, omnia æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ψM, NΞ; et ſpatio, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OX, ΠΨ, PΨ, Σϛ, Tψ, TN; et tertiæ quadratorum parti, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tψ, TN. Quadrata vero, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a BΦ, XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ψM; iiſque, quæ deſcribuntur ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ; et ſpatio, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ. Communia igitur utriſque ſunt quadrata, quæ a lineis deſcribuntur ipſi NΞ æqualibus. Spatium autem, quod ſub NΞ æqualique omnibus OX, ΠΨ, ΩP, ϛΣ, ψT, TN continetur, minus eſt quam ſpatium, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ; eo quod lineæ, quas modo diximus, ipſis quidem ΓO, EΠ, PH, IΣ, ΔT, TN æquales ſunt; reliquis vero majores. Et quadrata, quæ ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λψ deſcribuntur, majora ſunt quam pars tertia quadratorum, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tψ, TN. Hoc enim in ſuperioribus demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribun-

[β] τετραγώνου· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ [γ] καὶ τὰ ex MS. [δ] ἀπὸ τοῦ [ε] ſive ἀποδείχθη [ζ] ἐλάττονα [η] ἴσα τοῖς [θ] τῶν

tur ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus eadem majora eſſe quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ. Rurſus enim quadrata, quæ a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ; iiſque, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, ϒM, NΞ; et ſpatio, quod continetur ſub NΞ, et dupla omnium ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ. Communia autem ſunt quadrata, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, Mϒ, NΞ: et majus eſt ſpatium, quod ſub NΞ, æqualique omnibus OX, ΠΨ, PΩ, Σς, Tϒ, TN continetur, quam ſpatium, quod continetur ſub NΞ et dupla omnium ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ. Quinetiam quadrata, quæ a XO, ΨΠ, ΩP, ςΣ, ϒT, TN deſcribuntur, quadratorum, quæ deſcribuntur a ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ majora quam tripla. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Majora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ.

Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ: quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, hæ omnes ad figuras, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempta ea, quæ deſcribitur a minima, minorem rationem habebunt, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utrique; ſpatio, quod ſub maxima minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad figuras vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, rationem habebunt majorem eadem ratione. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

Si recta linea in plano ducta, manente altero ejus termino, æquabiliter circumagatur, quouſque eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet.

Vocetur igitur terminus rectæ lineæ, qui ea circumacta manet, principium helicis.

Poſitio autem rectæ lineæ, a qua circumagi cœpit, principium orbis.

Recta, quam punctum, quod in ea fertur, primo orbe tranſmiſit, vocetur prima: quam vero tranſmiſit idem punctum ſecundo orbe, vocetur ſecunda: atque ita porro, quo nomine orbes ipſi, eodem rectæ aliæ vocentur.

Spatium, quod comprehenditur ab helice primo orbe deſcripta, rectaque, quæ prima eſt, vocetur primum: quod vero comprehenditur ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque, quæ ſecunda eſt, vocetur ſecundum: aliaque eodem modo.

Si a puncto, quod eſt principium helicis, ducatur recta aliqua linea: quæ ſunt ad eaſdem lineæ

IK, ΛM. Λοιπὸν δὲ δείξομεν, ὅτι μείζονα ἐστὶ τῶν τετραγώνων τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ. Πάλιν δὴ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ, ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, ϒM, NΞ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῶν NΞ, καὶ τῶν διπλασίων πασῶν τῶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ. Καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τῶν XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, Mϒ, NΞ· μεῖζον δὲ τὸ ὑπό τε τῶν NΞ, καὶ τῶν ἴσων πασῶν τῶν OX, ΠΨ, PΩ, Σς, Tϒ, TN, τοῦ ὑπὸ τῶν NΞ καὶ τῶν διπλασίων πασῶν τῶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ. Ἐστὶ δὲ καὶ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν XO, ΨΠ, ΩP, ςΣ, ϒT, TN, τῶν ἀπὸ τῶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λϒ, μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ.

Καὶ τούτων ἄντα ὅμοια ἀναγραφόντι δοθῇ πλῆθος, ἀπό τε τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχόντων, καὶ ἀπὸ τῶν ἴσων τῶν μεγίστῳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων τῷ μεγίστῳ πλὴ τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχόντων, χωρὶς δὲ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης εἴδιος, ἔλασσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μεγίστης πρὸς τὸ ἴσον ἀμφοτέραις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς μεγίστης καὶ τῆς ἐλαχίστης, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ἃ ὑπερέχει ἡ μεγίστη τῆς ἐλαχίστης· πρὸς δὲ τὰ ἀπὸ τῶν αὐτῶν εἴδεα χωρὶς δὲ ἀπὸ τῆς μεγίστης μείζονα δὲ αὐτοῦ λόγῳ. Τὸν αὐτὸν γὰρ ἔχουσι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

Αἶχα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὴ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτῆς, ἰσοταχέως περιενεχθῇ ἕως ἂν ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμησεν, ἅμα δὲ τῇ γραμμῇ περιαγομένη φέρηταί τι σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτὸ καθὰ τῆς εὐθείας, ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σημεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

Καλείσθω δὲ τὸ μὲν πέρας τῆς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένης αὐτῆς, ἀρχὴ τῆς ἕλικος.

Ἡ δὲ θέσις τῆς γραμμῆς ἀφ' ἧς ἤρξατο ἡ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὴ τῆς περιφορᾶς.

Εὐθεῖα μὲν οὖν ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ διαπορευθὲν τὸ σημεῖον, τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, πρώτη καλείσθω· ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σημεῖον διανύσαν, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γραφείσης, καὶ τῆς εὐθείας ἡ ἐστὶ πρώτη, πρῶτον καλείσθω· τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω· καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς ὅσων καλείσθω.

Καὶ αἶχα ἀπὸ τοῦ σημείου, ὅ ἐστιν ἀρχὴ τῆς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμή· τῆς εὐθείας ταύτης ἐπὶ

[a] πάλιν δὲ τὰ [c] ταῖς OXI, ΠP [b] ἰσοταχεῖ

τὴν αὐτὰ ἀ περιφερὰ γένηται προαγομένα καλέσθω τὰ ἡγούμενα, τὰ δὲ ἑπόμενα.

Ὅταν δὲ γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σημείῳ, ὃ ἐστὶ ἀρχὴ τῆς ἕλικος, διαστήματι δὲ τῇ ΔΘείᾳ ᾗ ἐστὶ πρώτῃ, πρῶτος καλέσθω· ὁ δὲ γραφεὶς, κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ ΔΘείᾳ, δεύτερος καλέσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἐξῆς τέτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

hujus partes, verſus quas orbis ducitur, præcedentia vocentur; quæ vero ad alteras, ſequentia.

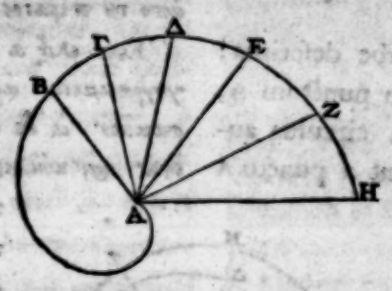
Circulus deſcriptus centro quidem puncto, quod eſt, principium helicis, intervallo autem recta, quæ prima eſt, vocetur primus: et deſcriptus centro quidem eodem, intervallo autem rectæ primæ dupla, vocetur ſecundus: et alii deinceps eodem modo.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἶκα [a] ποτὶ τὰν ἕλικα μιᾷ περιφορᾷ [x] γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, εὐθεῖαι ἁπτισῶνται [y] ὀπαυτῶν, ἴσας ποιεῦσαι γωνίας πρὸς ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτ' ἀλλάλας. Δεικτέον ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

Ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τέτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, τὰν ὑπεροχὰν διαπορεύεται, ἃ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ· ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τέτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ· ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. Ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχάν, ἃ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ· καὶ τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅτε ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ· καὶ αἱ λοιπαί.



PROP. XII. Theor.

Si in helicen uno orbe deſcriptam a principio ejuſdem rectæ quotlibet incidant, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant; hæ æqualiter ſeſe invicem excedent.

Sit helix, in qua rectæ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant. Oportet demonſtrare æqualiter excedere ΑΓ ipſam ΑΒ; et ΑΔ ipſam ΑΓ; et alias itidem alias eodem modo.

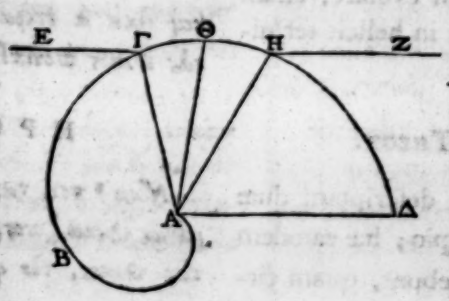
Quo enim tempore recta linea circumacta ab ΑΒ pervenit ad ΑΓ, eodem punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo ΓΑ excedit ipſam ΑΒ: et quo tempore ab ΑΓ pervenit ad ΑΔ, eodem tranſmittit exceſſum, quo ΑΔ excedit ipſam ΑΓ. Æquali autem tempore recta linea circumacta ab ΑΒ pervenit ad ΑΓ; et ab ΑΓ ad ΑΔ; quoniam anguli æquales ſunt. Æquali igitur tempore punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo ΑΓ excedit ipſam ΑΒ; et exceſſum, quo ΑΔ excedit ipſam ΑΓ. Æqualiter igitur excedit ΑΓ ipſam ΑΒ; et ΑΔ ipſam ΑΓ; et reliquæ itidem reliquas.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἶκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς τὰ ΑΒΓΔ. Ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Α σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΑΔ ΔΘεῖα· καὶ ἐπιψαύετω τᾶς ἕλικος εὐθεῖα τὶς ἁ ΖΕ. Φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

Ἐπιψαυέτω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΓ, ΑΗ· καὶ ἁ γωνία δίχα τετμήσθω ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΗ, ΑΓ. Καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἁ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι προσπίπτει, ἔστω τὸ Θ. Τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει, ἅτε ΑΗ τᾶς ΑΘ, καὶ ἁ ΑΘ τᾶς ΑΓ· ἐπειδὴ ἴσας γωνίας [z] περιέχοντι πρὸς ἀλλάλας. Ὥστε



Contingat enim, ſi fieri poteſt, in duobus punctis Γ, Η: junganturque rectæ ΑΓ, ΑΗ: quique angulus continetur ſub ΑΗ, ΑΓ, in duas æquas partes ſecetur. Punctum autem, in quo ea, quæ angulum in duas æquas partes ſecat, helici occurrit, ſit Θ. Æqualiter igitur excedit ΑΗ rectam ΑΘ, atque ΑΘ rectam ΑΓ; quoniam angulos continent in-

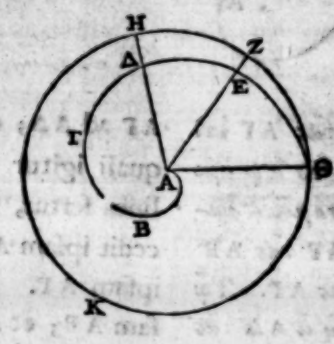
[a] In MS. deeſt ποτὶ. [x] γεγραμμένα [y] ὀπωσαιῶν [z] Sic MS.

ter se invicem æquales. Quare AH, AΓ duplæ sunt ipsius AΘ. Sed ejus, quæ in triangulo est, AΘ, quæ angulum in duas æquas partes secat, majores sunt quam duplæ. Constat igitur punctum, in quo AΘ rectæ ΓH occurrit, cadere inter puncta Θ, A. Quare recta EZ secat helicen; quoniam punctum aliquod eorum, quæ in ΓH sunt, intra helicen cadit. Positum autem fuerat eam contingere. Igitur in uno tantum puncto EZ helicen contingit.

PROP. XIV. Theor.

Si in helicen primo orbe descriptam duæ incidant rectæ a puncto, quod est principium helicis; eæque producantur ad primi circuli circumferentiam: quæ rectæ in helicen incidunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam circuli circumferentiæ, quæ interjiciuntur inter terminum helicis, terminosque rectarum productarum, qui in circumferentia sunt; circumferentiis ab helicis termino versus præcedentia sumptis.

Sit helix ABΓΔEΘ primo orbe descripta: et sit helicis quidem principium punctum A; principium vero orbis recta ΘA; circulus autem ΘKH sit primus: et incidant a puncto A in helicen rectæ AE, AΔ: et producantur ad circuli circumferentiam, nempe ad puncta Z, H. Oportet demonstrare eamdem habere rationem AE ad AΔ, quam circumferentiam ΘKZ ad circumferentiam ΘKH.



Circumacta enim recta linea AΘ, constat punctum quidem Θ in circuli ΘKH circumferentia; punctum vero A in recta linea AΘ æquabiliter latum esse: atque punctum Θ transmisisse circumferentiam ΘKZ; et punctum A rectam AE: rursusque punctum A rectam AΔ transmisisse; et punctum Θ circumferentiam ΘKH, quorum utrumque sibi ipsi æquabiliter latum est. Constat igitur eamdem habere rationem AE ad AΔ, quam circumferentiam ΘKZ ad circumferentiam ΘKH. Hoc enim in superioribus demonstratum est. Pariter autem demonstrabitur idem evenire, etiam si altera earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

PROP. XV. Theor.

Si in helicen secundo orbe descriptam duæ incidant rectæ ab helicis principio; hæ eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam cir-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἶκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσοῦνται δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς σαμεΐω, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, αἱ δὲ ἐκβληθέντι ποτὶ τὰν τᾶ πρώτα κύκλω περιφέρειαν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπλοισαι πὰρ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τᾶ κύκλω αἱ μετᾳξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τὰς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγόμενα λαμβανομέναν τᾶν περιφερειᾶν, ἀπὸ τᾶ πέρατος τᾶς ἕλικος.

Ἔστω ἕλιξ ἃ ABΓΔEΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ A σαμεῖον· ἃ δὲ ΘA εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφερείας ἔστω· καὶ κύκλος ὁ ΘKH ἔστω ὁ πρῶτος· ποτιπιπτέτων δὲ ἀπὸ τοῦ A σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα, αἱ AE, AΔ· καὶ ἐκπιπτέτων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλω περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Z, H. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ AE ποτὶ τὰν AΔ, ὃν ἃ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν.

Περιαγομένας γὰρ τᾶς AΘ γραμμᾶς, δῆλον ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς ΘKH κύκλω περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως· τὸ δὲ A κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν AΘ γραμμὰν πεποιδέτω· καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας φερόμενον, τὰν ΘKZ περιφέρειαν· τὸ δὲ A τὰν AE εὐθεῖαν· καὶ πάλιν τό τε A σαμεῖον τὰν AΔ γραμμάν· καὶ τὸ Θ τᾶν ΘKH περιφερειᾶν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. Δῆλον δή, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ AE ποτὶ τὰν AΔ, ὃν ἃ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν. Δείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς πρώτοις. Ὁμοίως δὲ δειχθήσετι καὶ εἴκα ἃ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, τὸ αὐτὸ συμβαίνει.

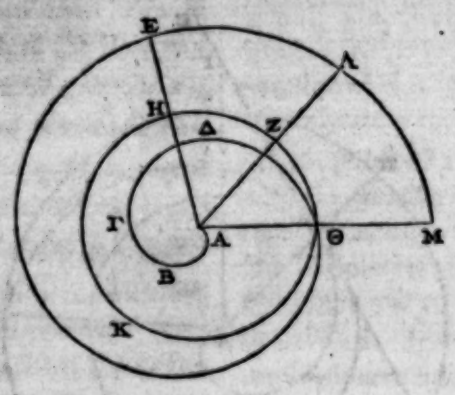
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Αἶκα [g] ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [h] ποτιπίπλωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ'

[a] τᾶν γωνιᾶν [b] διπλασιαι [c] τὰν περιφέρειαν [d] ποτιπιπτόντων· τῶν Ν [e] τᾶς ΘKZ περιφερειᾶς· τὰ Ν Λ
[f] τᾶν AΔ γραμμᾶν [g] κατὰ τὰν [h] ποτιπίπλωντι

ἀλλάλας, ὧν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τῆ κύκλῳ περιφερείας λαμβανομένας.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΘΕΛΜ, ἀ μὲν ΑΒΓΔΘ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἀ δὲ ΘΕΛΜ ἐν τῇ δευτέρᾳ· καὶ ποτιπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΑΛ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ ΑΛ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἀ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας, ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τὰς τῆ κύκλου περιφερείας.



Ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ Α σαμεῖον κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, τὰν ΑΛ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τὰς τῆ κύκλου περιφερείας φερόμενον, ὅλαν τε [k] τὰν τῆ κύκλου περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν, καὶ τὸ Θ ὅλαν τε [m] τὰν τῆ κύκλου περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ [n] αὑτῷ φερόμενον. Δῆλον ἄν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἀ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τῆ κύκλου περιφερείας, ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τὰς τῆ κύκλου περιφερείας.

Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον δειχθήσεται, καὶ αἶκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμμέαν ἕλικα [o] ποτιπεσῶντι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἐχοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ἃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τῆ κύκλου περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομμέας, ὅσος ἐστὶν [p] ὁ ἐνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ αἶκα ἀ [q] ποτιπίπτουσα ἀ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Αἶκα τᾶς ἕλικος τᾶς [r] ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμμέας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἀ ἐφαπτομμέα πρὸς τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἄνισοι ἐσοῦνται· ἃν ἀ μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις ἀμβλεῖα, ἀ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς τὰ ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀ δὲ ΑΘ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὅ τε πρῶτος κύκλος, ὁ ΘΚΗ. Ἐπιψαυέτω

cumferentiæ, quas modo diximus, una cum tota circuli circumferentia ſemel ſumpta.

Sit helix ΑΒΓΔΘΕΛΜ; ΑΒΓΔΘ quidem deſcripta primo orbe; ΘΕΛΜ vero orbe ſecundo: et incidant in eam rectæ ΑΕ, ΑΛ. Oportet demonſtrare eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Quanto enim tempore punctum Α, quod in recta fertur, lineam ΑΛ tranſmittit; tanto punctum Θ, quod fertur in circuli circumferentia, tranſmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΖ: quantoque rurſus punctum Α lineam ΑΕ tranſmiteit; tanto punctum Θ tranſmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΗ; ac utrumque fertur æquabiliter ſibi ipſi. Conſtat igitur eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Eodem modo demonſtrabitur, et ſi in helicen tertio orbe deſcriptam rectæ inciderint, eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam circumferentias, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia ſemel atque iterum ſumpta. Pariter autem et quæ in alias helices incidunt eamdem rationem habere demonſtrabuntur, quam circumferentiæ, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia toties ſumpta, quotus eſt, unum ſi dempſeris, orbium numerus; etiam ſi alterutra earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

PROP. XVI. Theor.

Si helicen primo orbe deſcriptam recta linea contigerit; et a contactu jungatur recta linea ad punctum, quod eſt principium helicis; anguli, quos cum ea, quæ juncta eſt, contingens efficit, erunt inæquales; et is quidem, qui in præcedentibus, obtuſus; qui vero in ſequentibus, acutus.

Sit helix ΑΒΓΔΘ primo orbe deſcripta: et ſit punctum Α principium helicis; recta ΑΘ principium orbis; ΘΚΗ circulus primus. Contingat autem helicen recta quædam linea ΔΕΖ

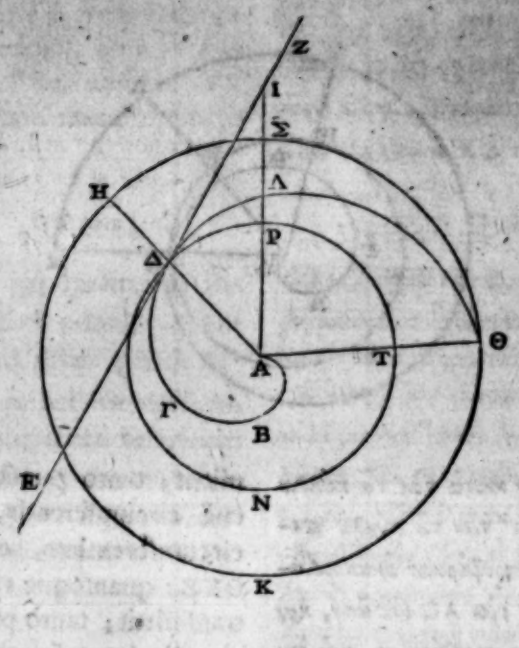
[l] In MS. ποτὸ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας deſunt.
[k] τὰν τῆ κύκλου περιφερειᾶν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφερειᾶν
[l] τὰν ΑΕ εὐθειᾶν
[m] τὰν τῆ κύκλου περιφερειᾶν· καὶ ἔτι τὰν
[n] ἰαυτῷ
[o] ποτιπίπτοντι
[p] ὁ ἐν ἐλάσσων
[q] ἀποπίπτουσα
[r] ἐν τᾷ

in puncto Δ: et a puncto Δ ad punctum A jungatur ΔA. Oportet demonstrare ΔZ cum AΔ obtusum angulum efficere.

Describatur circulus ΔTN centro quidem A, intervallo autem AΔ. Necessarium igitur est, quæ circuli hujus circumferentia in præcedentibus est, intra helicen cadere; quæ vero in sequentibus, cadere extra; eo quod rectarum quæ a puncto A in helicen incidunt, quæ quidem sunt in præcedentibus, majores sunt quam AΔ; quæ vero in sequentibus, minores. Quod igitur angulus, qui sub AΔZ continetur, acutus non sit, manifestum est, quoniam major est quam angulus semicirculi. Quod vero non sit rectus, hoc oportet demonstrare. Sit enim, si fieri potest, rectus. Igitur EΔZ circulum ΔTN contingit. Atque fieri potest, ut a puncto A ad contingentem recta ejiciatur, ita ut quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro circuli, minorem rationem habeat, quam, quæ interjicitur inter contactum rectamque ductam, circuli circumferentia, ad datam circumferentiam. Itaque ejiciatur AI; quæ helicen quidem secabit in puncto Λ, circumferentiam vero circuli in puncto P: habeatque recta PI ad AP minorem rationem, quam circumferentia ΔP ad circumferentiam ΔNT. Igitur etiam tota IA ad AP minorem rationem habet, quam circumferentia PΔNT ad circumferentiam ΔNT; hoc est quam circumferentia ΣHKΘ ad circumferentiam HKΘ. Quam autem rationem habet circumferentia ΣHKΘ ad circumferentiam HKΘ, hanc habet recta AΛ ad AΔ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet AI ad AP, quam ΛA ad AΔ: quod fieri non potest. Æqualis est enim PA ipsi AΔ; major vero IA quam AΛ. Non est igitur rectus angulus, qui sub AΔZ continetur. Demonstratus autem est neque esse acutus. Obtusus est igitur. Quare reliquus est acutus. Pariter autem demonstrabitur idem evenire, etiam si recta helicen contingens eam in ipsius termino contigerit.

δι' τῆς εὐθεῖα γραμμὴ τᾶς ἕλικος ἡ ΔEZ κατὰ τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τᾶ Δ ἐπὶ τὸ A ἐπιζεύχθω ἁ ΔA. Δεικτέον ὅτι ἁ ΔZ ποτὶ τὰν AΔ ἀμβλεῖαν ποιᾶ γωνίαν.

Γεγράφθω κύκλος ὁ ΔTN, κέντρω μὲν τῶ A, διαστήματι δὲ τᾶ AΔ. Ἀναγκαῖον δὴ τούτω τῶ κύκλω τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις περιφέρειαν ἐν τοῖς πίπτειν τᾶς ἕλικος, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός· διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τῶ A ποτὶ τὰν ἕλικα προσπιπτουσᾶν εὐθειᾶν, τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις μείζονας εἶμεν τᾶς AΔ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας. Ὅτι μὲν οὖν ἐν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶ ΔAZ, οὐκ ἐστὶν ὀξεῖα, δῆλον· ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς ἡμικυκλίου. Ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἐστί, δεικτέον ὧν. Ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά. Ἁ ἄρα EΔZ ἅπτεται τᾶ ΔTN κύκλω. Διωατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τῶ A ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἅπτουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἁπτουσᾶς καὶ τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας εὐθεῖαν, ποτὶ τὰν ἐκ τῶ κέντρω τῶ κύκλω ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ὃν ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφερείας, ποτὶ τὰν εὐθεῖαν περιφέρειαν. Ποτιπιπτέτω δὴ ἁ AI. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τῶ ΔTN περιφέρειαν κύκλω κατὰ τὸ P· καὶ ἐχέτω ἁ PI εὐθεῖα ποτὶ τὰν AP ἐλάσσονα λόγον τῶ ὃν ἔχει ἁ ΔP περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ IA ποτὶ τὰν AP ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ PΔNT περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν· τουτέστιν, ὃν ἔχει ἁ ΣHKΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν HKΘ περιφέρειαν. Ὃν δὲ ἁ ΣHKΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν HKΘ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ AΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν AΔ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ AI ποτὶ τὰν AP, ἤπερ ἁ ΛA ποτὶ τὰν AΔ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα γὰρ ἁ PA τᾶ AΔ. *Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν AΔZ. Δέδεικται δέ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα. Ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. Ὡς τε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστιν. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἁ ἐπιψαύσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἅπτηται, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.



PROP. XVII. THEOR.

Quin imo si helicen secundo orbe descriptam recta contigerit, illud idem eveniet.

Contigat enim recta EZ helicen secundo orbe

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ.

Καὶ τοίνυν αἴκα τᾶς ἐν τᾶ δευτέρα περιφορᾶ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύᾳ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

Ἐπιψαυέτω γὰρ ἁ EZ εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾶ δευ-

[s] ἐν τῷ [t] τὰν [u] ὄντως [w] ἢ ex MS.

* Fortasse desint hæc verba: μείζων δὲ ἁ IA τᾶς AΛ

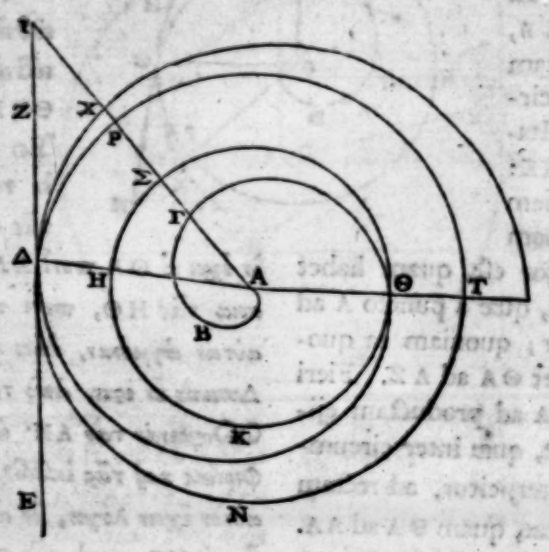
τέρᾳ περιφερᾶς γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ Δ. καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον καταπεδείσθω.

Ὁμοίως δὴ τᾶς τῦ PNΔ περιφερείας κύκλυ, τὰ μὲν ἐν τοῖς [x] προαγομένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσεῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός. Ἃ οὖν γωνία, ἃ ὑπὸ τᾶν AΔZ, οὐκ ἐστὶν ὀρθὰ, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. Ἔστω γὰρ εἰ δυνατὸν ὀρθά. [y] Ἐπιψαύση δὴ ἃ EZ τῦ PNΔ κύκλυ κατὰ τὸ Δ. Ἤχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύσαν ἃ AI, καὶ τεμνέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ X, τὰν δὲ τῦ PNΔ κύκλυ περιφέρειαν κατὰ τὸ P· ἐχέτω δὲ ἃ PI ποτὶ PA ἐλάσσονα λόγον, τῦ ὃν ἔχει ἃ ΔP περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὰν Γ ΔPN κύκλυ περιφέρειαν, καὶ ποτὶ τὰν ΔNT. Δέδεικται γὰρ τῦτο δυνατὸν ἐόν. Καὶ ὅλα ἄρα ἃ IA ποτὶ τὰν AP ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ PΔNT περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τῦ κύκλυ περιφερείας, ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τῦ κύκλυ περιφερείας. Ἀλλ' ὃν λόγον ἔχει ἃ PΔNT [z] περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τῦ ΔNTP κύκλυ περιφερείας, ποτὶ τὰν ΔNT περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς Γ ΔNTP κύκλυ [a] περιφέρειαν, τῦτον ἔχει τὸν λόγον ἃ ΣHKΘ περιφέρεια, μεθ' ὅλας τᾶς τῦ κύκλυ περιφερείας τᾶς ΘΣHK, ποτὶ τὰν HKΘ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τῦ ΘΣHK κύκλυ περιφερείας. [b] Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τῦτον ἔχει τὸν λόγον ἃ XA εὐθεῖα ποτὶ τὰν AΔ εὐθεῖαν. Δέδεικται γὰρ τῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἃ IA ποτὶ τὰν AP, ἢ ἃ AX ποτὶ τὰν AΔ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα μὲν γὰρ ἃ PA τᾷ AΔ, μείζων δὲ ἃ IA τᾶς AX. Δῆλον ὧν ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἃ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν AΔZ. Ὡς τι ἃ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ αἴκα ἃ ἐπιψαύσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποτεοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τὶς εὐθεῖα, καὶ αἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ ταὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς, ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς [b] προαγομένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφερᾷ γεγραμμᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶ σαμείυ, ὅ ἐστιν [c] ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, πὸτ ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς



described in punct Δ: eademque alia, quæ supra, fiant. Eadem ratione, quæ partes circumferentiæ circuli PNΔ in præcedentibus sunt, intra helicen cadent; quæ vero in sequentibus, cadent extra. Igitur angulus, qui sub AΔZ continetur, rectus non est, sed obtusus. Sit enim, si fieri potest, rectus. Continget igitur EZ circulum PNΔ in puncto Δ. Ducatur rursus ad contingentem recta AI, quæ helicen quidem secet in puncto X, circumferentiam vero circuli PNΔ in puncto P: habeatque PI ad PA minorem rationem, quam circumferentia ΔP ad totam circumferentiam circuli ΔPN, et ad circumferentiam ΔNT. Hoc enim fieri posse demonstratum est. Igitur etiam tota IA ad AP minorem rationem habet, quam circumferentia PΔNT, una cùm tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΔNT, una cum tota circuli circumferentia. Sed quam rationem habet circumferentia PΔNT, una cum tota circuli ΔNTP circumferentia, ad circumferentiam ΔNT, una cum tota circuli ΔNTP circumferentia, hanc habet circumferentia ΣHKΘ, una cum tota circuli ΘΣHK circumferentia, ad circumferentiam HKΘ, una cum tota circuli ΘΣHK circumferentia. Quam vero rationem habent, quas modo diximus, circumferentiæ, hanc habet recta XA ad rectam AΔ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet IA ad AP, quam AX ad AΔ: quod fieri non potest. Æqualis est enim PA ipsi AΔ; major vero IA quam AX. Constat igitur angulum, qui sub AΔZ continetur, obtusum esse. Quare reliquus est acutus. Eadem hæc evenient, etiam si recta contingens in helicis termino contigerit.

Pariter autem demonstrabitur, et si helicen quolibet orbe descriptam recta quædam contigerit, vel in ipsius termino, angulos efficere cum ea, quæ a contactu ad principium helicis juncta fuerit, inæquales: atque horum alterum, qui in præcedentibus est, obtusum; alterum vero, qui in sequentibus, acutum.

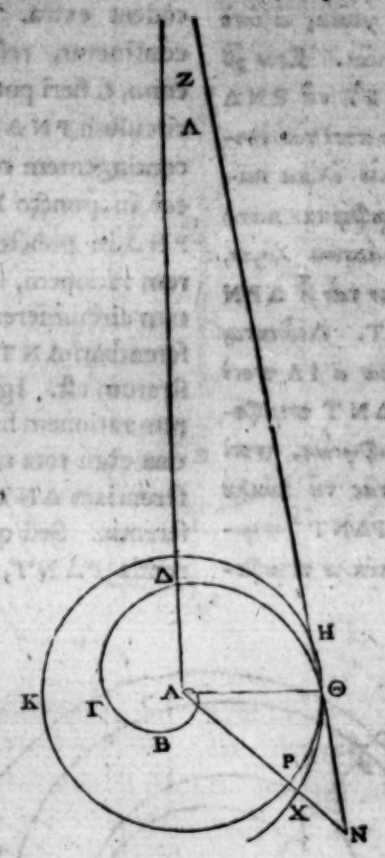
PROP. XVIII. Theor.

Si helicen primo orbe descriptam recta linea contigerit in ipsius termino: a puncto vero, quod est principium helicis, recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ est principium orbis;

[x] προαγομένοις [y] ἐπιψαύσει [z] Sic MS. [a] περιφερείας [b] προηγουμένοις [c] In MS. deest ἐν

quæ ducta eſt recta cum contingente concurrit; quæque ejus pars inter contingentem, et principium orbis interjicitur, æqualis erit primi circuli circumferentiæ.

Sit helix ΑΒΓΔ; et ſit punctum Α principium helicis: recta ΘΑ principium orbis: ΘΗΚ circulus primus. Contingat autem helicem in puncto Θ recta aliqua ΘΖ: ducaturque a puncto Α, ipſi ΘΑ ad rectos angulos, ΑΖ. Hæc utique concurret cum ΘΖ; quoniam ΖΘ, ΘΑ acutum angulum comprehendunt. Concurrat in puncto Ζ. Oportet demonſtrare ΖΑ circuli ΘΚΗ circumferentiæ æqualem eſſe.



Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Jam ſumpſi rectam aliquam ΛΑ, minorem quidem quam rectam ΖΑ, majorem vero quam circumferentiam circuli ΘΗΚ. Itaque circulus quidam eſt ΘΗΚ: et recta in circulo minor quam diameter, ΘΗ: ratioque, quam habet ΘΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΗΘ, ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΗΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt major, quam habet ΘΑ ad ΑΖ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad productam ejiciatur recta ΑΝ; ita ut ΝΡ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΘΡ eamdem rationem habeat, quam ΘΑ ad ΑΛ. Quare ΝΡ ad ΡΑ eamdem habebit rationem, quam ΘΡ ad ΑΛ. Habet autem ΘΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam: recta enim ΘΡ minor eſt quam circumferentia ΘΡ; recta vero ΑΛ major quam circumferentia circuli ΘΗΚ. Habebit igitur etiam ΝΡ ad ΡΑ minorem rationem quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quare etiam tota ΝΑ ad ΑΡ minorem rationem habet quam circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quam autem rationem habet circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli ΘΗΚ circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam, hanc habet ΧΑ ad ΑΘ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur habet rationem ΝΑ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΑΘ: quod fieri non poteſt. Major eſt enim ΝΑ quam ΑΧ; æqualis vero ΑΡ ipſi ΑΘ. Non eſt igitur major ΖΑ quam circuli ΘΗΚ circumferentia.

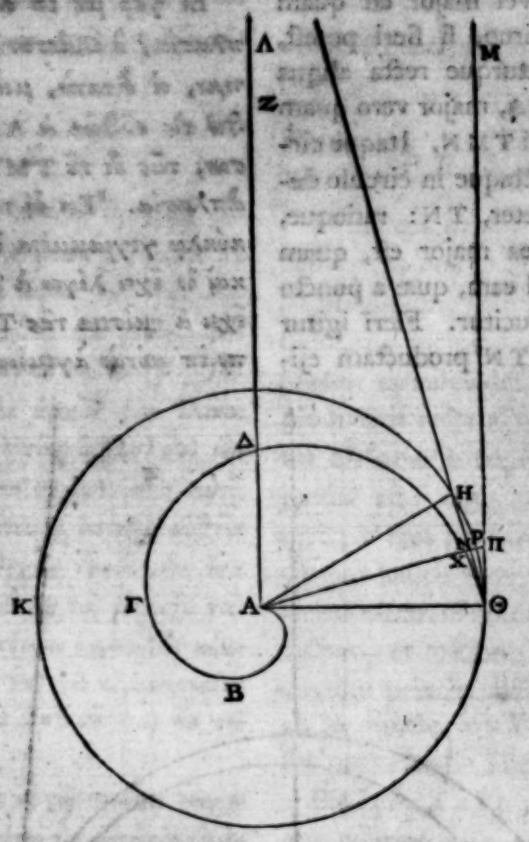
περιφορᾶς, ἃ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τῇ ἐπιφανείσῃ· καὶ ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιφανείσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα ἐστεῖται τῇ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

Ἔστω ἕλιξ ἃ Α Β Γ Δ· ἔστω δὲ τὸ Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃ δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος. Ἐπιφανείτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἃ ΘΖ· ἃ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθω πρὸς ὀρθὰς τᾷ ΘΑ, ἃ ΑΖ. Συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ περὶ τὰν ΘΖ· ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι ἃ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείᾳ.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστίν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Ἐλάσσων δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛΑ, τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τῆ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζονα. Ἔστι δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ ΘΗ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἃ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ ἃ ΑΘ ποτὶ ΑΖ. Δυνατὸν δ' ἐστιν, ἀπὸ τοῦ Α πρὸς τὰν περιβαλοῦσαν τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ· ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ, ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἃ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἕξει ἄρ' ἃ ΝΡ, ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἃ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἃ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἃ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας· ἃ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζων. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔξει καὶ ἃ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἢ ἃ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἃ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἃ ΘΡ περιφέρεια μετ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τᾶν τῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ ΘΡ περιφέρεια μετ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας, ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἃ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἃ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἤπερ ἃ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἃ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ· ἃ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. Οὐκ ἄρα μείζων ἃ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ ΘΗΚ.

[d] ΑΒΓΔΘ σονα deeſt. [e] In Ed. Baſ. πρὸς ſed in MS. pro πρὸς eſt ſemper ποτὶ. [f] Sic MS. [g] In MS. ὡσ-

Ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἡ ΖΑ τῆς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας. Ἐλάσσων δὴ τινὰ εὐθεῖαν πάλιν τὴν ΑΛ, τῆς μὲν ΑΖ μείζονα, τῆς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Θ τῇ ΘΜ παράλληλος τῇ ΑΖ. Πάλιν ἄρα κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὴ τῆς διαμέτρου ἡ ΘΗ, καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Θ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἡ ΑΘ πρὸς τὴν ΑΛ, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τῆς ΗΘ, πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομένην ἐκτὸς τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΑ πρὸς ΑΖ, ἐλάσσων ἐστί. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ἀγαγεῖν τὴν ΑΠ πρὸς τὴν ἐπιψαύουσαν ἃς τε τὴν ΡΝ τὴν μεταξὺ τῆς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας, καὶ τῆς περιφερείας πρὸς τὴν ΘΠ, ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ἐπιψαυούσης, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΘΑ πρὸς τὴν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἡ ΑΠ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὸν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἔστι καὶ ἀναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ ΝΡ πρὸς ΡΑ, ὃν ἡ ΘΠ πρὸς ΑΛ. Ἡ δὲ ΘΠ πρὸς τὴν ΑΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἡ μὲν γὰρ ΘΠ εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τῆς ΘΡ περιφερείας, ἡ δὲ ΑΛ ἐλάσσων τῆς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΝΡ πρὸς τὴν ΑΡ, ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Ὡς τε καὶ ἡ ΡΑ πρὸς τὴν ΑΝ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚΡ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚΡ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ ΘΑ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΧ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΡΑ πρὸς τὴν ΑΝ, ἢ ἡ ΑΘ πρὸς τὴν ΑΧ. Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν, οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ΖΑ τῆς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας. Ἴσα ἄρα.



Sit rurſus, ſi fieri poteſt, ΖΑ minor quam circuli ΘΗΚ circumferentia. Jam ſumpſi rectam aliquam ΑΛ majorem quidem quam ΑΖ; minorem vero quam circumferentiam circuli ΘΗΚ: duxique a puncto Θ, ΘΜ ipſi ΑΖ parallelam. Rurſus circulus eſt ΘΚΗ: et recta in eodem, minor quam diameter, ΘΗ; itemque alia circulum contingens in puncto Θ: ratioque, quam habet ΑΘ ad ΑΛ, ea minor eſt, quam habet dimidia rectæ ΗΘ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΗΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt minor, quam habet ΘΑ ad ΑΖ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad contingentem ejiciatur ΑΠ; ita ut ΡΝ, quæ inter rectam in circulo datam, et circumferentiam interjicitur, ad ΘΠ, quam ipſa ΑΠ a contactu abſcindit, eamdem rationem habeat, quam ΘΑ ad ΑΛ. Secet autem ΑΠ circulum in puncto Ρ, et helicen in puncto Χ. Habebit, etiam permutando, eamdem rationem ΝΡ ad ΡΑ, quam ΘΠ ad ΑΛ. Habet autem ΘΠ ad ΑΛ majorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam: recta enim ΘΠ major eſt quam circumferentia ΘΡ; recta vero ΑΛ minor quam circuli ΘΗΚ circumferentia. Habet igitur ΝΡ ad ΑΡ majorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quare etiam ΡΑ ad ΑΝ majorem habet rationem, quam circumferentia circuli ΘΗΚ ad circumferentiam ΘΚΡ. Quam autem rationem habet circumferentia circuli ΘΗΚ ad circumferentiam ΘΚΡ, hanc habet recta ΘΑ ad ΑΧ. Hoc enim demonſtratum eſt. Majorem igitur habet rationem ΡΑ ad ΑΝ, quam ΑΘ ad ΑΧ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur major, neque minor eſt ΖΑ, quam circuli ΘΗΚ circumferentia. Eſt igitur eidem æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

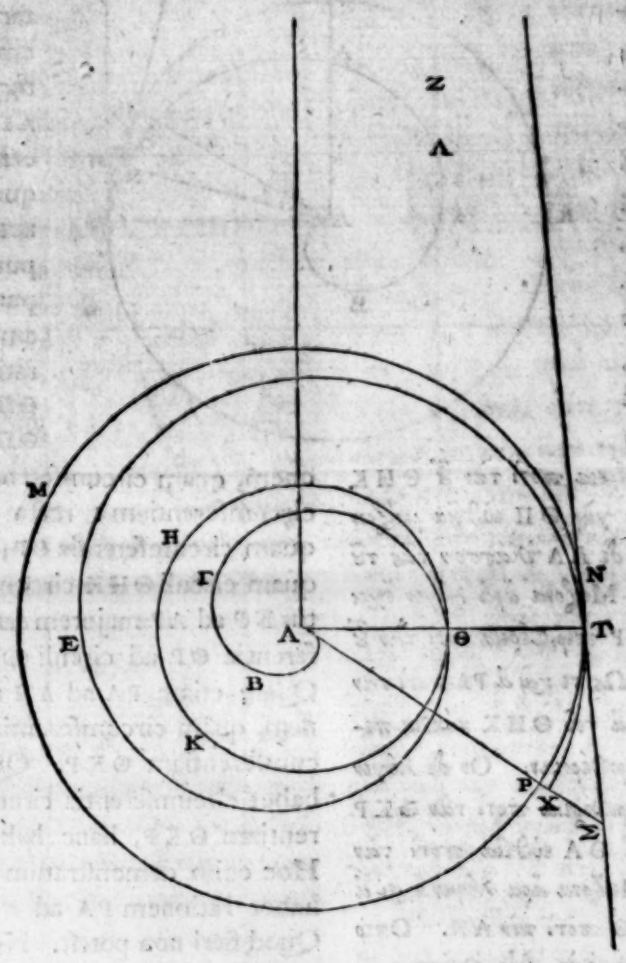
Εἰ δὲ κατὰ τὰς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τῇ ἀρχῇ τῆς φορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύσαν, καὶ ἐσεῖται ἡ διθεῖα ἡ μεταξὺ τῆς ἐπιψαυούσης καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος, διπλασία τῆς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX. Theor.

At ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam in ipſius termino recta contigerit; et ab helicis principio recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et helicis principium interjicitur, dupla erit circumferentiæ ſecundi circuli.

Sit enim helix ΑΒΓΘ descripta primo orbe, helix vero ΘΕΤ, secundo: et circulus ΘΚΗ sit primus, circulus vero ΤΜΝ, secundus. Sit autem recta aliqua ΤΖ helicen in puncto Τ contingens: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipsi ΤΑ. Hæc utique concurret cum ΤΖ; eo quod demonstratum est angulum, qui sub ΑΤΖ continetur, esse acutum. Oportet demonstrare ΖΑ circuli ΤΜΝ circumferentiæ esse duplam.

Si enim non est dupla, vel major est quam dupla, vel minor. Sit primo, si fieri potest, major quam dupla: sumaturque recta aliqua ΑΛ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Itaque circulus quidam est ΤΜΝ, rectaque in circulo descripta minor quam diameter, ΤΝ: ratioque, quam habet ΤΑ ad ΑΛ, ea major est, quam habet dimidia rectæ ΤΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipsam ΤΝ normalis ducitur. Fieri igitur potest, ut a puncto Α ad ΤΝ productam ejiciatur recta ΑΣ; ita ut ΡΣ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΤΡ eamdem rationem habeat, quam ΤΑ ad ΑΛ. Secet autem ΑΣ circulum in puncto Ρ, et helicen in puncto Χ. Habebit, etiam permutando, ΡΣ ad ΤΑ eamdem rationem, quam ΤΡ ad ΑΛ. Habet autem ΤΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ: recta enim ΤΡ minor est quam circumferentia ΤΡ, recta vero ΑΛ major quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Habet igitur ΡΣ ad ΑΡ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Tota igitur ΣΑ ad ΑΡ minorem rationem habet, quam circumferentia ΤΡ una cum circuli ΤΜΝ circumferentia bis sumpta, ad circuli ΤΜΝ circumferentiam bis sumptam. Quam autem rationem habent, quas diximus, circumferentiæ, hanc habet ΧΑ ad ΑΤ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet ΑΣ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΤΑ. Quod fieri non potest. Non est igitur ΖΑ major quam dupla cir-



Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒΓΘ ἕλιξ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένη, ἡ δὲ ΘΕΤ ἐν τῇ δευτέρᾳ· καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος. Ἔστω δή τις γραμμὴ ἁπτομένη τῆς ἕλικος κατὰ τὸ Τ, ἡ ΤΖ· ἡ δὴ ΖΑ ποτ' ὀρθὰς ἔσται τῇ ΤΑ. Συμπιπτέτω δὴ [b] τὰ αὐτὰ τῇ ΤΖ, διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν οὖσαν τὰν ὑπὸ [c] τᾶν ΑΤΖ. Δεικτέον ὅτι ἡ ΖΑ τῆς ΑΤ διπλασίων ἐστὶ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή ἐστι διπλασία, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία, ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασία· καὶ λελάφθω τῆς ΑΘ ἡ ΑΛ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. Ἔστι δή τις κύκλος ὁ ΤΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γεγραμμένη ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἡ ΤΝ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ΤΝ ποτὶ τὰν διὰ τοῦ Α πάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν. Δυνατὸν ἦν ἐστι διὰ τοῦ Α περιβαλεῖν τὰν ΑΣ, ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν, ὡς τὸ τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τετμᾶσθω δὴ ἡ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐναλλὰξ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἡ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἀλλὰ δὴ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν· ἔστι γὰρ ἡ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἡ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει [b] ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς [c] ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὅλα οὖν ἡ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰλημμένας, ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰλημμέναν. Οἷς δὲ λόγον ἔχουσιν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τούτων ἔχει τὸν λόγον ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων

[b] τᾶ αὐτᾶ [c] Sic MS. [b] ἡ ΡΣ

ἐστὶν ἡ διπλάσια ἡ ΖΑ εὐθεῖα τῆς τῆ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἢ διπλασία. Δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐστί.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ αἵτινα τῆς ἐν ὁποιουοῦν περιφορᾷ γεγραμμένης ἕλικος ἐπιψαύῃ τῆς εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὲ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῆς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἵτινα τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένης εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τῇ ἀρχῇ τῆς ἕλικος, διαστήματι δὲ τῇ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς, τῇ ἀπὸ τῆς ἁφῆς [1] ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτῇ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσεῖται ἃ μεταξὺ εὐθεῖα τῆς τε συμπτώσιος καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἴσα τῇ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τῇ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τῆς περιφορᾶς ἐπὶ τὰ προαγομένα λαμβανομένας τῆς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓΔ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαύετω τᾶς αὐτᾶς εὐθεῖα ἃ ΔΕΖ κατὰ τὸ Δ· ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἕλικος ἐπιζεύχθω ἃ ΑΔ. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω, ὁ ΔΜΝ· τεμνέτω δὴ ἔτος τὰν ἀρχὰν τῆς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ· ἤχθω δὲ ἃ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά. Ὅτι μὲν οὖν αὐτὰ συμπίπτει, δῆλον ὅτι καὶ ἴσαι ἐσὶν ἃ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ, δεικτέον.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. [m] Ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Λελάφθω δή τις ἃ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. Πάλιν δὴ κύκλος ἐστὶν ὁ ΚΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ ΔΝ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἃ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἡμισεία τᾶς ΔΝ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Δυνατὸν ἄρ ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἃ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Ἔχει ἄρ καὶ ἃ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἃ δὲ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ [n] τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ἐπεὶ ἃ

[1] In MS. τᾷ deeſt.

cumferentiæ circuli ΤΜΝ. Pariter autem demonſtrabitur neque minor eſſe quam dupla. Conſtat igitur duplam eſſe.

Eodem modo demonſtrandum eſt, ſi helicen quolibet orbe deſcriptam recta aliqua contigerit in ipſius termino; quæque ab helicis principio ducitur ad rectos angulos ei, quæ eſt principio orbis, contingenti occurrat; hanc multiplicem eſſe circumferentiæ circuli ab orbium numero denominati ſecundum eumdem numerum.

PROP. XX. Theor.

Si helicen primo orbe deſcriptam recta linea contigerit, non in ipſius termino; et a contactu ad principium helicis recta jungatur; et centro quidem principio helicis, intervallo autem recta juncta, circulus deſcribatur; itemque a principio helicis recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ a contactu ad principium helicis juncta eſt: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et principium helicis interjicitur, æqualis erit deſcripti circuli circumferentiæ, quæ interjicitur inter contactum, et ſectionis punctum, in quo deſcriptus circulus principium orbis ſecat; circumferentia ab eo puncto, quod in orbis principio eſt, verſus præcedentia ſumpta.

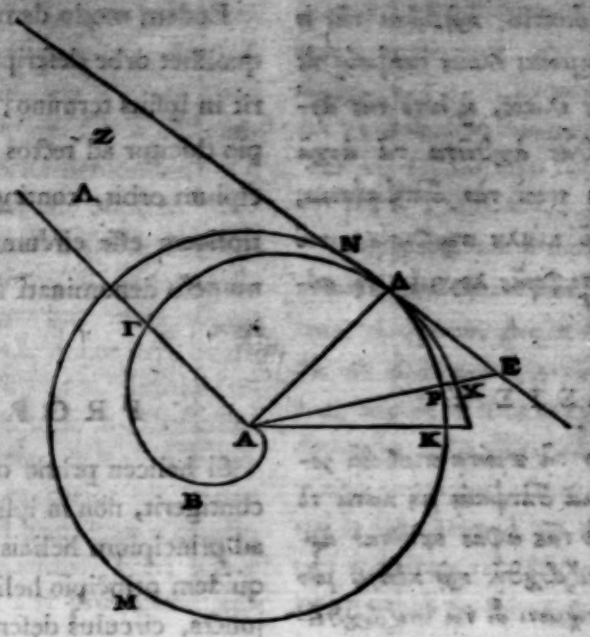
Sit helix ΑΒΓΔ primo orbe deſcripta; eamque contingat in puncto Δ recta aliqua ΔΕΖ: et jungatur a puncto Δ ad principium helicis ΑΔ. Deſcribatur porro centro quidem puncto Α, intervallo autem ΑΔ circulus ΔΜΝ, qui ſecet principium orbis in puncto Κ: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipſi ΑΔ. Quod quidem ΖΑ cum contingente concurrat, manifeſtum eſt: quod vero ſit etiam æqualis circumferentiæ ΚΜΝΔ, hoc oportet demonſtrare.

Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major: ſumaturque recta aliqua ΛΑ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam circumferentia ΚΜΝΔ. Rurſus circulus eſt ΚΜΝ, et recta in circulo minor quam diameter, ΔΝ: ratioque, quam habet ΔΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΔΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΔΝ normalis ducitur. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad ΝΔ productam ejiciatur recta ΑΕ; ita ut ΕΡ ad ΔΡ eamdem rationem habeat, quam ΔΑ ad ΑΛ. Hoc enim fieri poſſe demonſtratum eſt. Habebit igitur etiam ΕΡ ad ΑΡ rationem eamdem, quam ΔΡ ad ΑΛ. Habet autem ΔΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad circumferentiam ΚΜΔ;

[1] ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ deeſt. [n] τὰν ΚΜΝ

[m] ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων· λελάφθω δή τις ἃ ΔΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, in MS. deſunt.

quoniam recta ΔP minor eſt quam circumferentia ΔP, recta vero AA major quam circumferentia KMΔ. Habet igitur EP ad PA minorem rationem, quam circumferentia ΔP ad circumferentiam KMΔ. Quare etiam AE ad AP minorem habet rationem, quam circumferentia KMP ad circumferentiam KMΔ. Quam autem rationem habet circumferentia KMP ad circumferentiam KMΔ, hanc habet XA ad AΔ. Minorem igitur rationem habet EA ad AP, quam AX ad ΔA. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur major ZA quam circumferentia KMΔ. Pariter autem ac ſupra demonſtrabitur neque eſſe minor. Eſt igitur æqualis.



Eodem quoque modo demonſtrabitur, ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam recta contigerit, non in ipſius termino; et alia eadem conſtruantur: quæ recta inter contingentem, et principium helicis interjicitur, hanc æqualem eſſe toti deſcripti circuli circumferentiæ, et amplius illi, quæ interjicitur inter ea, quæ diximus, puncta; circumferentia ipſa ſimiliter ſumpta. Et ſi helicen quolibet orbe deſcriptam recta aliqua contigerit, non in ipſius termino; et alia eadem conſtruantur: quæ recta inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, hanc multiplicem eſſe circumferentiæ deſcripti circuli ſecundum numerum uno minorem quam a quo orbes denominantur, et amplius æqualem circumferentiæ, quæ inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, ſimiliter ſumptæ.

PROP. XXI. Theor.

Sumpto ſpatio, quod ab helice primo orbe deſcripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, fieri poteſt, ut eidem plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur; ita ut circumſcripta major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ΑΒΓΔ primo orbe deſcripta. Et ſit principium helicis punctum Θ: principium orbis, recta ΘA: primus circulus, ZHIA; cujus diametri AH, ZI ſeſe invicem ad rectos an-

μὲν ΔP ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΔP περιφερείας, ἡ δὲ ΑΑ μείζων τῆς ΚΜΔ περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΕP εὐθεῖα πρὸς τὴν PA, ἢ ἡ ΔP περιφέρεια πρὸς τὴν ΚΜΔ περιφέρειαν. Ὡς τι δὴ ἡ ΑΕ πρὸς ΑP ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΚΜP περιφέρεια πρὸς ΚΜΔ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΚΜP πρὸς τὴν ΚΜΔ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ ΧΑ περιφέρεια πρὸς ΑΔ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΕΑ πρὸς ΑP, ἢ ἡ ΑΧ πρὸς ΔΑ. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ΖΑ τῆς ΚΜΔ περιφερείας. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον διειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν. Ἴσα ἄρα.

Διὰ δὴ τοῦ αὐτοῦ τρόπου διειχθήσεται, καὶ αἱκα τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντων· ὅτι ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τῆς τε κατὰ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσας, δηὶ τᾶς ἀρχᾶς [p] τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ἅλα τᾷ τῷ γραφέντος κύκλῳ περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρμένων σαμείων ἀπαύτας τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ αἱκα τᾶς ἐν ὁπαανῦν γεγραμμένας [q] περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύῃ τὶς εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντων· ὅτι ἡ μεταξὺ εὐθεῖας τῶν εἰρμένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν * ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρμένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τμημῶν συγκείμενον· ὥς τι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ μεῖζον ἔσται ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ ἀρχὴ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον· ἀρχὴ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἡ ΘΑ· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ ΖΗΙΑ· αἱ δὲ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ

[o] In MS. ἐστὶ deeſt.
[p] τᾶς ἕλικος. Τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ, ἴσα ἐστὶ τὰ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφέρεια
[q] περιφορᾶς
[r] τὸ μὲν
* Fortaſſe deeſt, ἐπὶ

τὰς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Ἀνὶ δὴ τὰς ὀρθὰς γωνίας δίχα τετμημένας, καὶ ἑ τομεὺς ἑ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἀφαιρέντος, ἰσοσυῆται τὸ καταλειπόμενον τᾷ τομέως ἐλάσσον τᾷ προτεθέντος.[1] Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων ἑ προτεθέντος χωρίω. Διῃρήθωσαν δὴ ἐν γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένᾳ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ· καὶ αἱ πλεῦναι τὰς γωνίας ὀξείας ἐκβεβλήθωσαν ἐς τ' ἄν κατὰ τὰν ἕλικα ἀχθέωντι. Καθ' ὃ δὴ τέτμηκε σαμεῖον ἁ ΘΚ τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΛ κύκλος γεγράφθω. Ἰσαῖται δὴ αὐτᾷ, ἃ μὲν εἰς τὸ προαγομένα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἃ δὲ εἰς τὸ ἑπόμενα ἐκτός. Γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια, ἇς ἂν συμπέσῃ τᾷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ, καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθεῖαν πρὶ τὰν ἕλικα πεπτωκυίᾳ κατὰ τὸ Μ. Πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα σαμεῖον ἁ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἇς τ' ἂν ΘΚ συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τᾷ κύκλῳ καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ πεπτωκυίᾳ πρὶ τὰν ἕλικα. Ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἇς τ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια ταῖς προαγομέναις εὐθείαις, καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἔσαι δή τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον σχῆμα ἐξ ὁμοίων τμημάτων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὴ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾷ ἐγγεγραμμένᾳ μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τᾷ προτεθέντος χωρίῳ, δειχθήσεται. Ἔστι δὴ ὁ μὲν ΘΛΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΛ· ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ· ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ· ἐστὶ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ, τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσιν ἴσοι ἐσοῦνται. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι, χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως. Μόνος γὰρ οὗτος λέλαπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Δῆλον ἄρα ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶς ἐγγεγραμμένας μεῖζόν ἐστι τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὃς ἐλάσσων ἐστὶν τᾶς προτεθέντος.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον ἔφημεν, γράφειν ὡς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἔμεν τᾶς χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τᾶς προτεθέντος χωρίου· καὶ πε-

gulos fecent. Si igitur rectus angulus, quique rectum angulum continet fector, in duas æquas partes continue fecetur, erit tandem, quod ex fectore relinquitur, minus quam propofitum fpatium. Jam fit is, qui oritur, fector ΑΘΚ minor quam propofitum fpatium: et dividantur anguli quatuor recti in angulos illi æquales, qui fub ΑΘ, ΘΚ continetur: rectæque, quæ angulos efficiunt, producantur, quoufque in helicen incidant. Punctum autem, in quo ΘΚ helicen fecat, fit Λ: et centro quidem puncto Θ, intervallo vero ΘΛ, circulus defcribatur. Atque hujus circumferentia, quæ quidem in præcedentibus eft, intra helicen cadet; quæ vero in fequentibus, cadet extra. Itaque defcribatur circumferentia ΟΜ, ita ut rectæ ΘΑ occurrat in puncto Ο, eique, quæ poft ΘΚ in helicen incidit, in puncto Μ. Rurfus punctum, in quo ΘΜ helicen fecat, fit Ν: et centro quidem puncto Θ intervallo vero ΘΝ, circulus defcribatur, quoufque ejus circumferentia rectæ ΘΚ occurrat itemque illi, quæ poft ΘΜ in helicen incidit. Pariter etiam per alia puncta, in quibus rectæ, quæ æquales angulos efficiunt, helicen fecant, centro Θ, circuli defcribantur, quoufque unaquæque circumferentia in rectam incidat tum præcedentem, tum fequentem. Erit jam fumpto fpatio circumfcripta figura ex fimilibus fectoribus compofita, et alia item circumfcripta. Quod autem circumfcripta figura major fit quam infcripta fpatio minore quolibet propofito, hoc pacto demonftrabitur. Eft enim æqualis fector quidem ΘΛΟ fectori ΘΜΛ; fector vero ΘΝΠ, fectori ΘΝΡ; denique fector ΘΧΣ, fectori ΘΧΤ: et aliorum fectorum, qui in infcripta figura funt, fectorum, qui funt in figura circumfcripta, æqualis quifque eft ei, qui commune latus habuerit. Ex quibus conftat omnes fectores omnibus fectoribus æquales effe. Æqualis eft igitur figura fpatio infcripta figuræ eidem fpatio circumfcriptæ, dempto fectore ΘΑΚ. Hic enim unus ex omnibus, qui in figura circumfcripta funt, relictus eft. Conftat igitur circumfcriptam figuram majorem effe quam infcriptam fectore ΑΚΘ; qui quidem minor eft propofito fpatio.

Ex hoc manifeftum eft, fieri poffe, ut dicto fpatio figura, qualis dicta eft, circumfcribatur; ita ut circumfcripta major fit quam fpatium fpatio minore quolibet propofito: rurfuf-

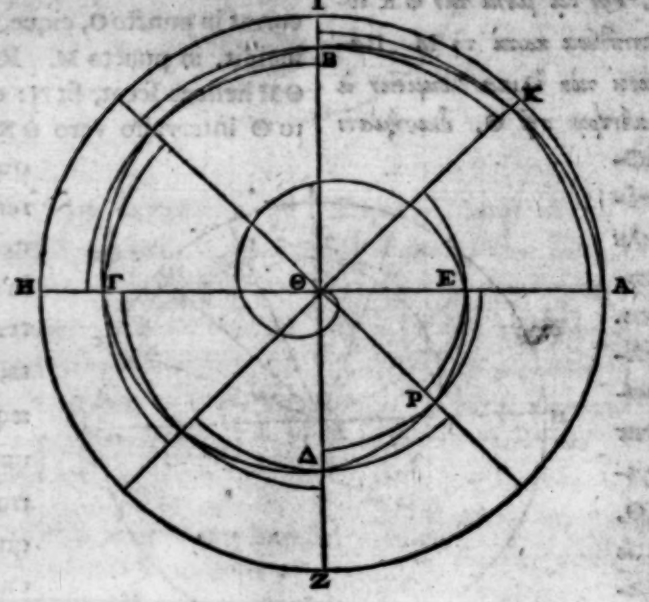
[1] In MS. defunt καὶ ἐστὶ γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ.

que alia inſcribatur; ita ut ſpatium majus ſit quam inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

PROP. XXII. Theor.

Sumpto ſpatio, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, fieri poteſt, ut eidem plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ ſecundo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΑΘ principium orbis: ΕΑ ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt. Circulus autem ΑΖΗ ſit ſecundus, ejuſque diametri ΑΗ, ΖΙ ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Rurſus igitur ſi rectus angulus, quique rectum angulum continet ſector in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Jam ſit is, qui oritur, ſector ΘΚΑ minor quam ſpatium propoſitum. Itaque ſi dividantur recti anguli in angulos illi æquales, qui ſub ΚΘΑ continetur, et alia eadem, quæ ſupra, conſtruantur, circumſcripta figura major erit quam inſcripta ſpatio minore quam ſector ΘΚΑ. Erit enim major exceſſu, quo ſector ΘΚΑ excedit ſectorem ΘΕΡ.



Conſtat igitur fieri poſſe, ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

Eodem autem modo conſtat, ſumpto ſpatio, quod ſub helice quolibet orbe deſcripta, rectaque in orbis principio ab eodem numero denominata continetur, fieri poſſe, ut plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque alia inſcribatur, ita ut ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἃ ἐστὶ δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὥς τι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον ἔσται ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σημεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἀ δὲ ΑΘ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ἀ δὲ ΕΑ ἀ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς. Ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτῶ πρὸς ὀρθὰς ἀλλάλαις. Πάλιν δὴ δίχα τετμήσθω τὰς ὀρθὰς γωνίας, καὶ τοῦ τομέως τᾶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἴσος ἔστω ἄλλος ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς καὶ τὰν αὐτὰν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα, οἷον ἔφαμες, ἐπίπεδον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεύς, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρεθέσθω δὴ τὰν ὀρθὰν γωνίαν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ. καὶ τῶν ἄλλων κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, ἐστέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ ΘΚΑ. Μεῖζον γὰρ ἐστὶ τᾷ ὑπερέχῳ ᾧ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ.

Δῆλον δὲ ὅτι δυνατόν ἐστι, καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος [τ] σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Διὰ δὲ τᾶς αὐτᾶς τρόπω φανερὸν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὰν αὐτὰν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα, οἷον ἔφαμες, ἐπίπεδον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥς τε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

[x] παντὸς [y] σχήματος ἐλάσσονι παντὸς

* Deſit fortaſſe αἰεὶ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

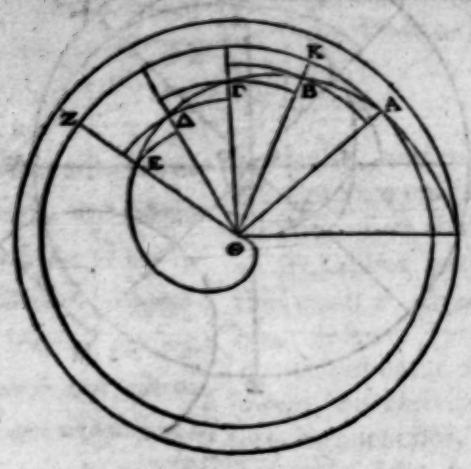
Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἃ ἐστὶ ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, ἀπ' ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομέναν, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτιθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. Γεγράφθω δὴ κύκλος, κέντρου μὲν τοῦ Θ, διαστήματι δὲ τοῦ ΘΑ· καὶ συμπιπτέτω τὰ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Ἀεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς περὶ τὸ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τετμημένων, ἔσαι τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτιθέντος ἔλασσον. Ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ προτιθέντος. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι περὶ τὸ Θ· ὥς τι τὰν περιφέρειαν ἑκάσαν συμπίπτοι τᾷ τι προαγομέναι καὶ τᾷ ἑπομέναι. Ἐστωσαν δή τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Καὶ τὸ περιγεγραμμὲν ἄρα ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει ᾧ προτιθέντος χωρίου. Ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.

Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται, περιγράψαι, ὡς τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν ᾧ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς ᾧ προτιθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς ᾧ προτιθέντος χωρίου.

PROP. XXIII. Theor.

Sumpto ſpatio, quod comprehenditur ab helice, quæ minor ſit, quam quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectiſque, ab helicis termino ductis, fieri poteſt, ut eidem ſpatio plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.



Sit helix ΑΒΓΔΕ, cujus termini puncta Α, Ε, principium punctum Θ: jungunturque ΑΘ, ΘΕ. Deſcribatur autem circulus centro quidem puncto Θ, intervallo vero recta ΘΑ; eique occurrat recta ΘΕ in puncto Ζ. Si igitur angulus, qui ad punctum Θ conſtituitur, et ſector ΘΑΖ in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Sit ſector ΘΑΚ minor quam ſpatium propoſitum: deſcribanturque pariter ac ſupra circuli per ea puncta, in quibus rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, helicen ſecant; ita ut unaquæque circumferentia in rectum incidat tum præcedentem, tum ſequentem. Jam ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectiſque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, circumſcripta erit figura plana ex ſimilibus ſectoribus compoſita, et alia item inſcripta. Circumſcripta autem major eſt quam inſcripta ſpatio minore propoſito. Hoc enim minor eſt ſector ΘΑΚ.

Ex hoc manifeſtum eſt, fieri poſſe, ut dicto ſpatio plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque inſcribatur, ita ut dictum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕΘ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἀ δὲ ΘΑ εὐθεῖα πρώτα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΑΚΖΗΙ κύκλος

PROP. XXIV. Theor.

Spatium, quod ab helice primo orbe deſcripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, tertia pars eſt primi circuli.

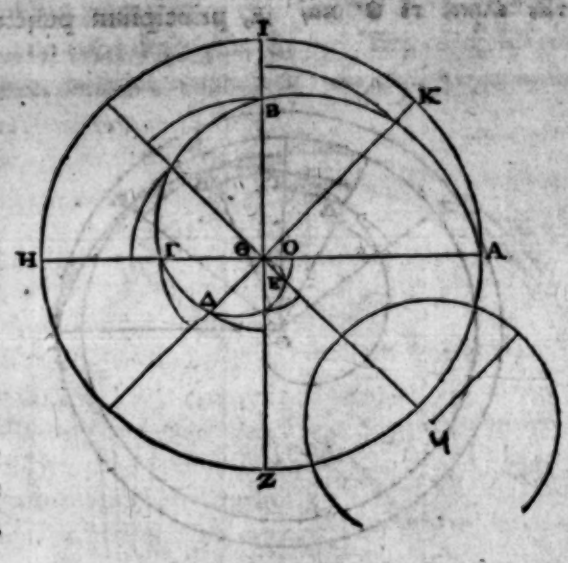
Sit helix ΑΒΓΔΕΘ primo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘΑ prima earum, quæ in orbis principio ſunt: et circulus ΑΚΖΗΙ primus, cujus tertia pars ſit

[a] τῶν πρώτου

[b] κατὰ τέμνουσι

circulus, in quo eſt ϕ. Oportet demonſtrare ſpatium, quod diximus, æquale eſſe circulo ϕ.

Si enim non eſt æquale, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, minus. Fieri autem poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ϕ id, quod diximus ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus id, quod diximus, ſpatium componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe, quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æqualis maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum etiam ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, minores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ; quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, hi ſunt æquales figuræ circumſcriptæ. Circulus igitur ΖΗΙΚ minor eſt quam triplus figuræ circumſcriptæ; idemque triplus circuli ϕ. Minor eſt igitur circulus ϕ quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, minus quam circulus ϕ.



Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, majus. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, figura inſcribatur; ita ut id, quod diximus, ſpatium majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo id, quod diximus, ſpatium circulum ϕ excedit. Itaque cirumſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura

πρῶτος, [b] ἔστω τρίτον μέρος ἔστω [c] ἐν ᾧ ϕ κύκλος. Δεικτέον ὅτι ἔλαττόν ἐστι τὸ περιεχόμενον χωρίον [d] τοῦ ϕ κύκλου.

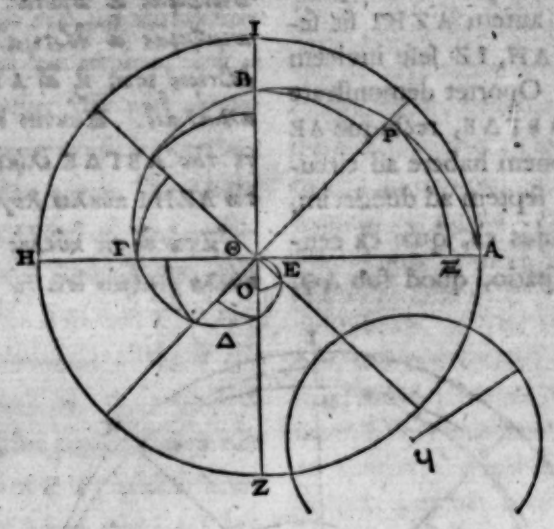
Εἰ γὰρ μή, ἔστω μεῖζον ἤ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΘ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ἴσων τομέων συγκείμενον ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι τῆς ὑπεροχῆς. ἣ ὑπερέχει [e] ὁ ϕ κύκλος τοῦ ἐν αὐτῷ χωρίου. Περιγεγράφθω δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιστος μὲν [f] ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ. Ἁπλῆν δὴ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ κύκλου. Ἐκβεβλήθωσαν [g] αἱ εὐθεῖαι αἱ πρὸς τὸ Θ πεσοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ἐς τ' ἄν πρὸ τὰς τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσοῦνται. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὰν ἔλικα πεπτωκυῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερέχουσαι, ἃν ἐστι μείζων μὲν ἁ ΘΑ, ἐλάσσων δὲ ἁ ΘΕ· καὶ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλου πεπτωκυῖαι, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάσα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγέγραπται [h] ἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομεῖς, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ. Οἱ ἄρα τομεῖς οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Εἰσὶ δὲ [i] οἱ τομεῖς οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ· οἱ δὲ τομεῖς οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙΚ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἢ [i] τριπλασίων, τοῦ δὲ ϕ κύκλος τριπλασίων. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ϕ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστι δέ, ἀλλὰ μέζων. Οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ, ἔλασσον τοῦ ϕ κύκλου.

Οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἔστι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα· ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ϕ κύκλου. Ἐγγεγράφθω δή· καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται

[b] ἔστω πασᾶν [c] ἐν ᾧ Ε [d] τῷ Ε [e] ὁ Κ [f] ὁ ΘΑΚ, ἔλασσων ἐστὶ τοῦ Ε κύκλου. Ἐκβεβλήθωσαν [g] αἱ [h] οἱ μὲν τομεῖς [i] τριπλασία

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάχιστον δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν, τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϕ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας πρὸς τῷ Θ, ἔς τ' ἂν πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πρόσωσι. Πάλιν οὖν ἐπί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν ἕλικα προσπίπτουσαι, [k] ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ, καὶ ἐστιν ἡ ἐλαχίστη ἴση τῇ ὑπεροχῇ. Ἐπὶ δὴ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστη ἴση τῇ μεγίστῃ· καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομεῖς, ἀπό τε τῶν ἴσων ἀλλάλαις τὲ καὶ τῇ μεγίστῃ. Καὶ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν [l] ὑπερεχουσῶν, οἱ ἄρα τομεῖς οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μεγίστῃ, μείζονες ἐπὶ ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐπὶ δὲ οἱ μὲν τομεῖς οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μεγίστῃ ἴσοι τῷ AZHI κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης, ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Μεῖζων ἄρα ὁ AZHI κύκλος, ἢ τριπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τοῦ δὲ ϕ κύκλου τριπλασίων. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϕ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁδὶ μεῖζον τὸ χωρίον, τὸ ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΘ εὐθείας, τοῦ ϕ κύκλου. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τῆς ἕλικος, καὶ τῆς ΑΘ εὐθείας.

componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΡΞ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur inſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum ϕ.



Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiant, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque, tum etiam ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, majores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo AZHI: quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, hi ſunt æquales figuræ inſcriptæ. Circulus igitur AZHI major eſt quam triplus figuræ inſcriptæ; idemque triplus circuli ϕ. Major eſt igitur circulus ϕ quam figura inſcripta. Non eſt autem major, ſed minor. Non eſt igitur majus ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, quam circulus ϕ. Æqualis eſt igitur circulus ϕ ſpatio, quod ab helice, rectaque ΑΘ comprehenditur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε'.

Χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἀπτόμενης τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, πρὸς τὸν δεύτερον κύκλον, τὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ιβ', ὃς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα· τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β' κύκλου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α' κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β' κύκλου τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α' κύκλου, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β' κύκλου.

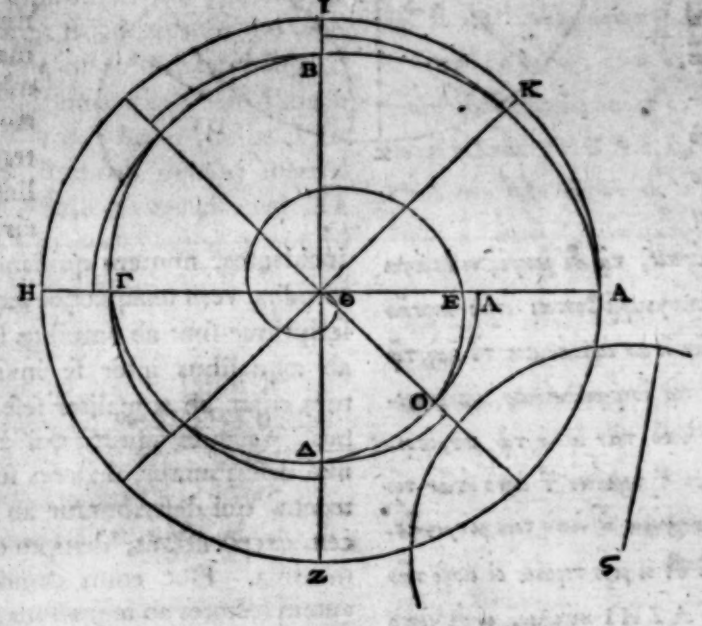
PROP. XXV. Theor.

Spatium, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, eam rationem habet ad ſecundum circulum, quam habent ſeptem ad duodecim, quæ eadem eſt atque illa, quam habent hæc utraque; ſpatium, quod ſub ea, quæ ex centro ſecundi circuli, eaque, quæ ex centro primi, continetur; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro ſecundi circuli, excedit eam, quæ ex centro primi; habent, inquam ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro ſecundi circuli.

[k] ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ, καί ἐστιν ἡ ἐλαχίστη ἴση τῇ ὑπεροχῇ. Ἐπὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσι, ex MS. [l] ὑπερεχουσῶν

Sit helix ΑΒΓΔΕ ſecundo orbe deſcripta: et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘΕ earum, quæ in orbis principio ſunt, prima: recta vero ΑΕ earum, quæ ſunt item in orbis principio, ſecunda. Circulus autem ΑΖΗΙ ſit ſecundus, ejuſque diametri ΑΗ, ΙΖ ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Oportet demonſtrare ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur, eam rationem habere ad circulum ΑΖΗΙ, quam habent ſeptem ad duodecim.

Sit circulus aliquis ς, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit poteſtate ſpatio, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab ΑΕ deſcribitur. Habebit igitur circulus ς ad circulum ΑΗΖΙ eam rationem, quam ſeptem ad duodecim; eo quod ea, quæ ex ipſius centro, ad eam, quæ ex centro circuli ΑΖΗΙ poteſtate rationem habet eamdem. Jam demonſtrabitur circulus ς æqualis eſſe ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur. Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri autem poteſt, ut ſpatio plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ς idem ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΟΛ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in ſecundi circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in circuli ΑΖΗΙ circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualibus maximæ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, præterquam ab ea, quæ minima eſt. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, minorem



[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔΕ, ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σημεῖον ἀρχὴ τῆς ἕλικος· ἡ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς ἡ πρώτη· ἡ δὲ ΑΕ ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς ἡ δευτέρα. Ὁ δὲ κύκλος ὁ ΑΖΗΙ ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ ΑΗ, ΙΖ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας, πρὸς τὸν ΑΖΗΙ κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἑπτὰ πρὸς ιβ'.

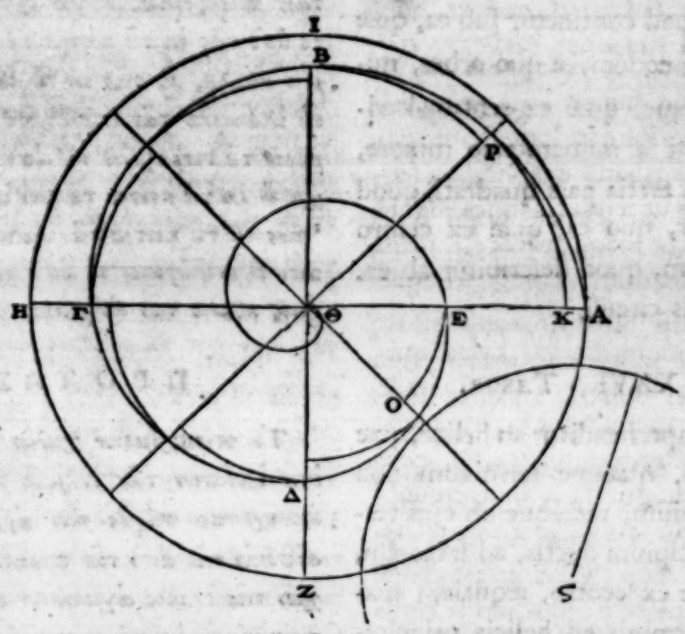
Ἔστω δή τις κύκλος ὁ ς, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ς κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ περιεχομένῳ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου. Ἐχέτω δὴ ὁ ς κύκλος πρὸς τὸν ΑΗΖΙ, ὡς ἑπτὰ πρὸς ιβ· δύο τι καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ πρὸς τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου τοῦτον ἴσχει δυνάμει τὸν λόγον. Δεχθήτω μὴ ἴσος ὁ ς κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον [n] γεγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τι τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ς κύκλος τοῦ χωρίου. Περιγεγράφθω· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ [o] ὁ ΘΟΛ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ κύκλου. Ἐκβεβλήθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι πρὸς τὸ Θ ἴσας γωνίας ἐς τ' ἂν πρὸς τὰν τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πίσωντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὰν ἔλικα [p] πεπτώκασι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἡ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ, ἐπὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν πεπτώκασι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τὲ ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται [q] ὅμοιοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἴσαν τῷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς δὲ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ πρὸς τὸς τομέας τὸς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετρά-

[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ex MS. [n] περιγράψαι [o] ὁ ΘΟΔ [p] πεπτωκίσωντι [q] ὅμοιοι τομέες ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγράφεται. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ πρὸς τὸς τομέας τὸς ἀπὸ τᾶν τῷ &c.

γωνὸν τὸ ἀπὸ τῆς μεγίστας τῆς ΘΑ πρὸς τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐστὶ δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τῶν ἴσων ἀλλήλαις καὶ τῇ μεγίστῃ, ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος· τοῖς δὲ τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης, ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάττονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ΑΗΖΙ πρὸς τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ πρὸς τὰ συναμφότερα· τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΑΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος πρὸς τὸν ς κύκλον. Ἐλάττονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος πρὸς τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ πρὸς τὸν ς κύκλον. Ὡς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ς κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ς κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας.

rationem habent, quam quadratum, quod a maxima ΘΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΕ. Hoc enim demonſtratum eſt. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, æqualis circulus ΑΖΗΙ: iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet circulus ΑΖΗΙ ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΕ. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΑΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΕ, hanc habet circulus ΑΖΗΙ ad circulum ς. Minorem igitur rationem habet circulus ΑΖΗΙ ad figuram circumſcriptam, quam ad circulum ς. Quare minor eſt circulus ς, quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur major circulus, quam ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν ὃν δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἕλικος καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας, μεῖζον εἶναι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ς κύκλου. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ς κύκλου. Ἐκβεβλήθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας πρὸς τῷ Θ, ἕως τ' ἂν πρὸς πὸν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πίπτωσι. Πάλιν δὴ ἔστί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλαις ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν ἕλικα προσπίπτουσαι· ὧν μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ. Ἔστω δὴ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ἑαυτῶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλήλαις τε καὶ τῇ μεγίστῃ·



Neque vero eſt minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice, rectaque ΑΕ comprehenditur, plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo circulum ς idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΚΡ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam circulum ς. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ ſunt lineæ, a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æ-

* μείζον μὲν

quales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ. Sectores igitur, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΕΑ. Eſt autem ſectoribus, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, æqualis figura inſcripta; cæteris vero ſectoribus æqualis eſt circulus. Majorem igitur rationem habet circulus ΑΖΗΙ ad figuram inſcriptam, quam quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΕ; hoc eſt circulus ΑΖΗΙ ad circulum ς. Major eſt igitur circulus ς, quam figura inſcripta. Quod fieri non poteſt: erat enim minor. Neque igitur minor eſt circulus ς quam ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur. Quare eſt æqualis.

Eodem modo demonſtrabitur etiam ſpatium, quod ab helice rectaque ab eodem, a quo orbes, numero denominata comprehenditur, ad circulum ab eodem, a quo orbes, numero denominatum, eam rationem habere, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ea, quæ ex centro circuli ab eodem, a quo orbes, numero denominati, eaque, quæ ex centro alterius circuli denominati a numero uno minore, quam a quo orbes; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro majoris, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro majoris circuli.

καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς τῷ ἴσῳ αὐτῷ ὑπερεχούσης ὁμοίως τμείς, ᾧ λοιπὸν ἴσον ἐστὶ τῷ μεγίστῳ. Οἱ ἄρα τμεῖς, οἱ λοιποὶ τῶν ἴσων τῷ μεγίστῳ, ποτὶ τὰς τμείας τὰς λοιπὰς τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλοις ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ ποτὶ τὸ συναμφότερα, ποτὶ ᾧ περιέχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετραγώνου. Ἐστὶ δὲ τοῖς μὲν τμεῦσι τοῖς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλοις ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης, ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ τμείσι ὁ κύκλος. Μεῖζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου τοιοῦτον ἐστὶν ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ς κύκλον. Μεῖζων ἄρα ἐστὶν ὁ ς κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἐλάσσων ὁ ς κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας. Ὡς τε ἴσος.

Διὰ δὴ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ ἔστι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν ἑπτὰ περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένης, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἀπὸ τοῦ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὴν μὴ ἐλάσσονα τῶν περιφορῶν λεγομένην, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχᾶς ἃ ὑπερέχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

PROP. XXVI. Theor.

Spatium, quod comprehenditur ab helice, quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectaque ab ejus terminis ad helicis principium ductis, ad ſectorem, qui habeat eam, quæ ex centro, æqualem majori earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, circumferentiam vero eam, quæ interjicitur inter eas, quas diximus, rectas ad eaſdem helicis partes; eam habet rationem, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub rectis, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab exceſſu, quo rectarum, quas diximus major minorem excedit, ad quadratum, quod deſcribitur a majore earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, minor quam quæ uno orbe deſcribitur; ejuſque termini ſint puncta Α, Ε.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

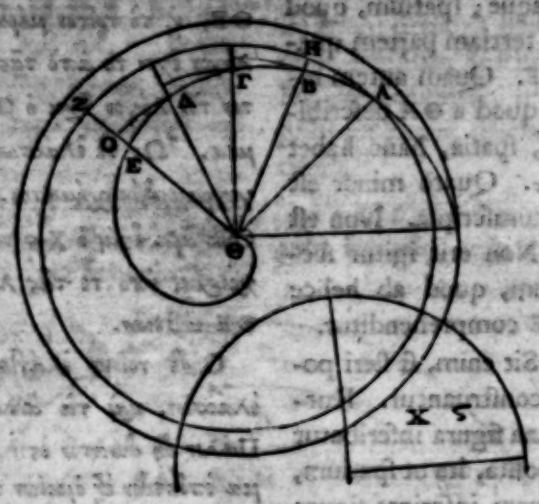
Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος, ἃ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, ἀπ' ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἀπ' τοῦ κέντρω ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, τὰν δὲ περιφέρειαν ἃ[u] ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτᾶ τᾷ ἕλικι, τοῖον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος ϛ τετραγώνω ϛ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἃ μείζων τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζδχθεισᾶν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας· πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω

[s] τοῦ καταμεν [t] τᾶς ἐκ τοῦ κέντρω τοῦ ἐλάσσονος κύκλω τῶν εἰρημέων ex MS. [u] ἐπὶ τᾷ μεταξύ.

τὸ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὴ τῆς ἕλικος τὸ Θ σημεῖον καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἡ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῶν εὐθειῶν τῶν ΑΘ, ΘΕ, πρὸς τὸν τομέα τὸν ΑΘΖ τὸν αὐτὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερος, τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ.

Ἔστω δὴ πύκλος, ἐν ᾧ Χς, τὸν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσον δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ, πρὸς δὲ τὸ κέντρον αὐτοῦ γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τὸ Θ. Ὁ δὴ τομεὺς ὁ ςΧ πρὸς τὸν τομέα τὸν ΘΑΖ τὴν αὐτὴν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ τετράγωνον. Αἱ γὰρ ἐπὶ τὰ κέντρων ἴσων ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει πως ἀλλήλας. Δυνηθήσεται δή ὁ Χς τομεὺς ἴσος εἶναι τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειῶν. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων ἐστί. Ἔστω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὡς τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶναι τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ ςΧ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δή· καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν ὁ ΘΑΗ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΟΔ. Δῆλον δὴ ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ Χς τομέως. Διήχθωσαν δὴ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας πρὸς τὸ Θ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ ΘΑΖ τομέως πεσοῦνται. Ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλήλαις ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν ἕλικα προσπίπτουσαι· ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες πασῶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλήλαις τε καὶ ταῖς μεγίστῃ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ ΑΘΖ τομέως περιφέρειαν προσπίπτουσαι, χωρὶς τῆς ΘΖ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν ὅμοιοι τομεῖς ἀπὸ πασῶν, ἀπό τε τῶν ἴσων ἀλλήλαις τε καὶ τῇ μεγίστῃ, καὶ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν· ἀπὸ δὲ τῆς ΘΕ οὐκ ἀναγέγραπται. Τομεῖς ἄρα εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων ἀλλήλαις τε καὶ τῇ μεγίστῃ, πρὸς



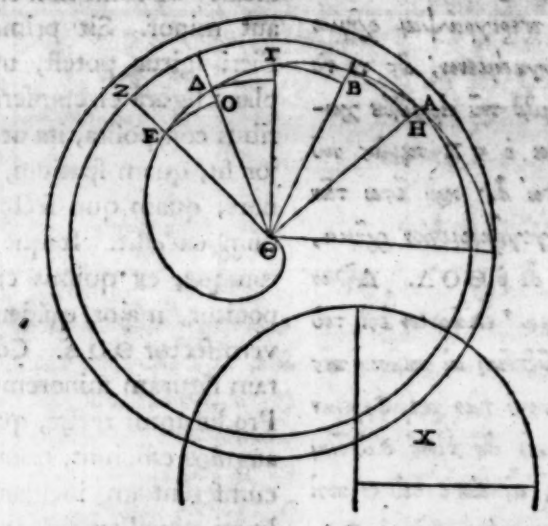
Sit autem principium helicis punctum Θ; et centro quidem Θ, intervallo vero ΘΑ circulus describatur, cujus circumferentiæ ΘΕ in puncto Ζ occurrat. Oportet demonstrare spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, ad sectorem ΑΘΖ eam habere rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab ΕΖ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΑ.

Sit circulus, in quo Χς, æqualem habens potestate eam, quæ ex centro, spatio, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab ΕΖ describitur; constituaturque ad ejus centrum angulus ei æqualis, qui ad punctum Θ constituitur. Sector igitur ςΧ ad sectorem ΘΑΖ eamdem habet rationem, quam habent spatium, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab ΕΖ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΑ. Quæ enim ex eorum centris, eamdem inter se invicem potestate rationem habent. Jam demonstrabitur sector Ζς æqualis esse spatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur. Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major. Fieri igitur potest, ut spatio, quod diximus, plana figura circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut circumscripta figura major sit, quam spatium, quod diximus, spatio minore, quam quo sector id, quod diximus, spatium excedit. Itaque circumscribatur: sectorumque, ex quibus circumscripta figura componitur, major quidem sit sector ΘΑΗ, minor vero sector ΘΟΔ. Constat igitur circumscriptam figuram minorem esse quam sectorem Χς. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quousque in sectoris ΘΑΖ circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima est ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ sunt lineæ, numero quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem maximæque æquales, quæ a puncto Θ in helicen incidunt, dempta linea ΘΖ: describtique sunt ab omnibus similes sectores, tum ab æqualibus inter se invicem maximæque, tum ab æqualiter sese invicem excedentibus: ab ipsa vero ΘΕ nullus sector est descriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter se invicem maxi-

ᵛ ὧν ἔχει συναμφότερος ˣ τῷ πρὸς τὸ Θ ʸ ἐλάσσων ἐστὶ ᶻ ἐλάσσων ᵃ δὴ ex MS.

mæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo qui deſcribitur a minima, minorem rationem habent quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab EZ. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem maximæque deſcribuntur, æqualis ſector ΘAZ; iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet ſector ΘAZ ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘA, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur à ZE. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘA deſcribitur ad hæc, quæ diximus, ſpatia, hanc habet ſector ΘAZ ad ſectorem X ς. Quare minor eſt ſector X ς quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non erit igitur ſector X ς major quam ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectiſque AΘ, ΘE comprehenditur.

Neque vero erit minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor; et alia eadem conſtruantur. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod diximus, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo ſectorem X idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, major quidem ſit ſector ΘBH, minor vero ſector OΘE. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam ſectorem X. Rurſus autem quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in ſectoris ΘAZ circumferentiam incidentes, dempta linea ΘA, multitudine quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ab unaquaque ſimiles ſectores; a maxima vero æqualiter ſeſe invicem excedentium nullus ſector eſt deſcriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘA, ΘE



τὰς πλείας τὰς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλας ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τῆ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης πλείας. ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA πρὸς τὸ συναμφότερα, τάτι ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς EZ τετραγώνου. Ἔστι δὲ τὰς μὲν τομεῖσι τὰς ἀπὸ τῶν ἴσων ἀλλήλαις τὸ καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ἴσας δὲ ΘAZ τομεῖς· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερεχουσῶν, τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει ὁ ΘAZ τομεὺς πρὸς τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA πρὸς τὸ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘA, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος [b]τὸ ἀπὸ τᾶς ZE. Ὧν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA πρὸς τὸ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ ΘAZ τομεὺς πρὸς τὸν X ς τομέα. Ὡς τι ἐλάσσων ἐστὶν ὁ X ς τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶν δέ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἔσται ὁ X ς τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου, ὑπό τε τᾶς ABΓΔE ἕλικος, καὶ τᾶν AΘ, ΘE εὐθειᾶν.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάττων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὃς τε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον ἔσται τᾶ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἀλείπῃ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ X τομέως. Ἐγγεγράφθω ὧν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν [c]ὁ ΘBH, ἐλάσσων δὲ ὁ OΘE. Δῆλον ὧν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ X τομέως. Πάλιν ὧν αἱ ἴσαι τινὲς γραμμαὶ τᾷ ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα προσπίπτουσαι ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἡ ΘA, ἐλαχίστα δὲ ἡ ΘE. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τᾶ ΘAZ τομέως περιφέρειαν προσπίπτουσαι, χωρὶς τᾶς ΘA, τῷ μὲν πλήθει μιᾶ ἐλάσσονες [d]τᾶν ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγίθει, ἀλλήλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι· καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ τᾶς ἑκάστας ὅμοιοι τομεῖς· ἀπὸ δὴ τὰς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερεχουσᾶν, οὐκ ἀναγέγραπται. Οἱ τομεῖς ἔσται οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλήλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰς τομέας, τὰς ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὸ ὑπὸ [e]τᾶν ΘA, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ

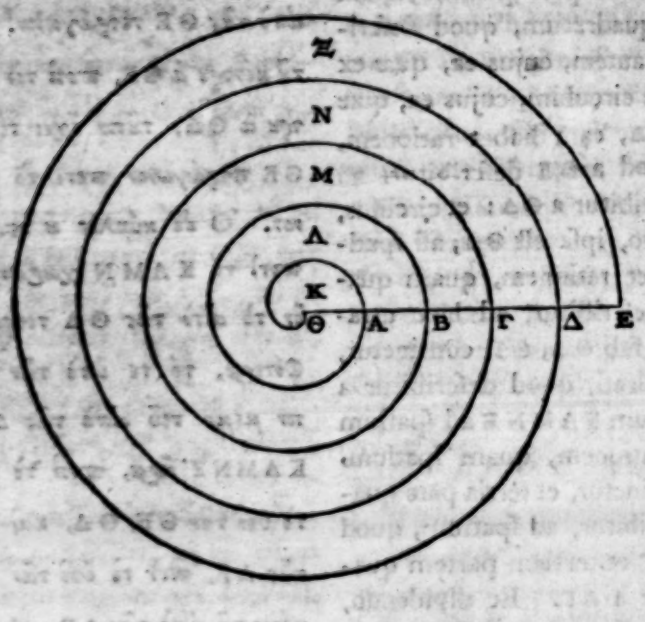
[b] τὸ ἀπὸ τᾶς [c] ὁ ΘBΓ ἐλάσσων δὲ ὁ ΘE [d] τῷ ἴσῳ [e] τᾶν ΘA, AE

τῆς ΕΖ. Ὡς τι ἄρ᾽ ὁ ΘΑΖ τομεὺς πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον χῶριον μεῖζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν Χ τομέα· οὗτος τι μεῖζον ὁ Χ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δή, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκοῦν ἔστιν ἄρα ὁ Χ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου, ὑπό τε τῶν ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειῶν. Ἴσος ἄρα.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν ἕλικων καὶ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῷ πρώτῳ, τὸ μὲν γ′ τοῦ β′ διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ δ′ τριπλάσιον, τὸ δὲ ε′ τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τὴν ἐξῆς ἀριθμὸν πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ α′ χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

Ἔστω ἡ περιειλέγμένη ἕλιξ ἐν τῷ πρώτῳ περιφορᾷ γεγραμμένη, καὶ ἐν τῇ δευτέρᾳ, καὶ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὑποστασιῶν. Ἔστω ἀρχὴ μὲν τῆς ἕλικος τὸ Θ σημεῖον, ἡ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἀρχὴ τῆς περιφορᾶς. Τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ α′· τὸ δὲ Λ τὸ β′· τὸ δὲ Μ τὸ γ′· τὸ δὲ Ν τὸ δ′· τὸ δὲ Ξ τὸ ε′. Δεικτέον ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ς′ μέρος ἐστὶ τοῦ ἑπομένου· τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ· τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ· καὶ τῶν ἐξῆς ἀεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ, κατὰ τὴν ἐξῆς ἀριθμούς.



Ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ς′ μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, [a]ὡς δέδεικται. [b]Ἐπεὶ τὸ ΚΛ χωρίον πρὸς τὸν δεύτερον κύκλον διδεκάδα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ιβ′· ὁ δὲ β′ κύκλος πρὸς τὸν α′ κύκλον, ὡς ιβ′ πρὸς τὰ τρία· δῆλον [k]γάρ ἐστιν· ὁ δὲ α′ κύκλος πρὸς τὸ Κ χωρίον ἔχει ὡς γ′ [l]πρὸς α′· ἕκτον ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον [m]τοῦ Λ. Πάλιν ἡ ΚΛΜ χωρίον πρὸς τὸν γ′ κύκλον δέδεικται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. Ὁ δὲ γ′ κύκλος ἔχει πρὸς τὸν β′ κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΒ. Ὁ δὲ β′ κύκλος ἔχει πρὸς τὸ ΚΛ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ ΒΘ τετράγωνον πρὸς

[a] ἔστιν [b] ἄρα ex MS. [k] ὡς [l] ἐπὶ [m] γὰρ ὅτι [l] γ′ ἄρα [m] τοῦ Λ

continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab ΕΖ. Quare etiam sector ΘΑΖ ad figuram inscriptam majorem habet rationem, quam ad sectorem Χ; ideoque major est sector Χ quam figura inscripta. Non est autem major; sed minor. Neque igitur minor est sector Χ quam spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur. Æqualis est igitur.

PROP. XXVII. Theor.

Spatiorum, quæ ab helicibus, rectisque, quæ in orbe sunt, comprehenduntur, tertium quidem secundi duplum est; quartum vero triplum; quintum denique quadruplum: atque ita porro, quod sequitur, spatium secundum numeros, qui hos consequuntur, multiplex est secundi spatii; primum autem spatium sexta pars est spatii secundi.

Sit proposita helix tum primo orbe descripta, tum secundo, tum cæteris quotlibet: et principium quidem helicis sit punctum Θ, principium vero orbis recta ΘΕ. Spatiorum autem primum sit Κ; secundum Λ; tertium Μ: quartum Ν; quintum Ξ. Oportet demonstrare spatium Κ sextum esse partem ejus, quod sequitur: spatiique Λ spatium quidem Μ esse duplum; spatium vero Ν esse triplum: atque ita porro, quod sequitur, spatium multiplex esse ipsius Λ secundum numeros, qui hos consequuntur.

At vero spatium Κ sextam esse partem spatii Λ hoc pacto demonstrabitur. Quoniam spatium ΚΛ ad secundum circulum eam rationem habere demonstratum est, quam habent septem ad duodecim: secundus autem circulus eam habet ad primum, quam duodecim ad tria: hoc enim patet: et adhuc primus circulus habet eam ad spatium Κ, quam tria ad unum: ideo spatium Κ sexta pars est spatii Λ. Rursus spatium ΚΛΜ ad tertium circulum eam rationem habere demonstratum est, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub ΓΘΒ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΘ. Tertius autem circulus eam habet ad secundum, quam quadratum, quod a ΓΘ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΒ. Et secundus circulus habet eam ad spatium ΚΛ, quam quadratum, quod a ΒΘ describitur, ad hæc utraque spatium, quod sub

ΒΘ, ΘΛ continetur, et tertiam partem quadrati, quod ab ΑΒ deſcribitur. Igitur etiam ſpatium ΚΛΜ ad ſpatium ΚΛ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΓΘ, ΘΒ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΒ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΒ. Hæc autem ſpatia eam habent rationem inter ſe invicem, quam unde viginti ad ſeptem. Quare etiam ſpatium ΚΛΜ ad ſpatium ΑΚ eam rationem habet, quam undeviginti ad ſeptem. Ipſum igitur ſpatium ad ſpatium ΚΛ eam rationem habet, quam duodecim ad ſeptem. Habet autem ſpatium ΚΛ ad ſpatium Α eam rationem, quam ſeptem ad ſex. Conſtat igitur ſpatium Μ ſpatii Α eſſe duplum. Quæ autem ſequuntur ſpatia eam rationem habere, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur, hoc pacto demonſtrabitur. Spatium enim ΚΛΜΝ ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΕ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΔΕ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΕ. Circulus autem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΕ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΔ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a ΘΕ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΔ: et circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΔ, ad ſpatium ΚΛΜΝ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a ΘΔ deſcribitur, ad hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΘΓ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Igitur etiam ſpatium ΚΛΜΝΞ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΕ, ΘΔ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΔΕ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΔΘ, ΘΓ et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Et dividendo, ſpatium Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, una cum tertia parte quadrati, quod ab ΕΔ deſcribitur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ΘΔ, ΔΓ, una cum tertia parte quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΔ, ΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Utraque autem ea ſpatia excedunt hæc utraque eo, quo ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ΔΘΓ; hoc eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔΘ, ΓΕ. Spatium igitur Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΔΘ, ΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΔ. Eadem ratione demonſtrabitur etiam ſpatium Ν ad ſpatium ΚΛΜ eam rationem habere, quam ſpatium quod ſub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad hæc utraque: ſpatium, quod conti-

τὸ ὑπὸ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΛ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα πρὸς τὸ ΚΛ λόγον ἔχει ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Ταῦτα δὲ ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν ιθ΄ πρὸς τὰ ζ. Ὡς τε καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον πρὸς τὸ ΛΚ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθ΄ πρὸς τὰ ζ. Αὐτὸ ἄρα τὸ Μ πρὸς τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν ιβ΄ πρὸς [a] τὰ ζ. Τὸ δὲ ΚΛ πρὸς τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ πρὸς τὰ [b]ς΄. Δῆλον ἄρα ὅτι διπλάσιόν [c]ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. Ὅτι δὲ τὰ ἐπόμενα τῶν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντα, δειχθήσεται. Τὸ δὲ ΚΛΜΝ Ξ, πρὸς τὸν κύκλον· ὃν ἔστιν ὁ τῶν κέντρῳ ἀ ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΔ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ τετραγώνου, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος [d]ὃν ἔστιν ὁ τῶν κέντρῳ ἀ ΘΕ, πρὸς τὸν κύκλον ὃν ἔστιν ὁ τῶν κέντρῳ ἀ ΘΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος ὃν ἔστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀ ΔΘ, πρὸς τὸ ΚΛΜΝ χωρίον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ τετράγωνον πρὸς τὸ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΔ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνου. Καὶ τὸ ΚΛΜΝΞ ἄρα, πρὸς τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΘΕ, ΘΔ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Διελόντι, καὶ τὸ Ξ χωρίον πρὸς τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἡ ὑπεροχὴ, τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΔ, καὶ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρους, τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρός τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Ὑπερέχει δὲ τὸ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΔ, τοῦ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ. Ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΓΕ. Τὸ Ξ ἄρα πρὸς τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΕΓ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν πρὸς τὸ ΚΛΜ χωρίον, λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΘΓ, ΒΔ πρὸς τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώ-

[a] τὰ Ζ [b] ὅτως [c] ὅτως ἐστὶ [d] ὅτως ἐστὶ

νό. Τὸ Ν ἄρα πρὸς τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ. Καὶ ἀνάπαλιν. Ταῦτα δὲ ἴσα ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον πρὸς τὸ ΚΛΜΝ τὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ πρὸς τὰ συναμφότερα, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου· τὸ δὲ ΚΛΜΝ πρὸς τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα, τοῦτ' ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, πρὸς τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ· ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ, πρὸς τὸ ὑπὸ [a] τᾶν ΘΓ, ΔΒ. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ΘΔ πρὸς τὰν ΘΓ· ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ. Δῆλον ὅν, ὅτι καὶ τὸ Ξ πρὸς τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ ΘΔ πρὸς τὰν ΘΓ.

Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ τὸ Ν πρὸς τὸ Μ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἃ ΘΓ πρὸς τὰν ΘΒ· καὶ τὸ Μ πρὸς τὸ Λ, ὃν ἃ ΒΘ πρὸς τὰν ΑΘ. Αἱ δὲ ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ εὐθεῖαι, τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

netur ſub ΓΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ. Spatium igitur Ν ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ, et amplius ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΒΔ. Et convertendo. Hæc autem ſpatia æqualia ſunt ſpatio, quod ſub ΔΘ, ΘΓ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur. Quoniam igitur ſpatium Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ΔΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΔ: et ſpatium ΚΛΜΝ ad ſpatium Ν habet eam, quam ſpatium, quod ſub ΔΘΓ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ: ideo ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ. Spatium autem quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ, eam habet rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ; quoniam ΓΕ, ΒΔ æquales ſibi invicem ſunt. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habere rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ.

Pariter autem demonſtrabitur etiam ſpatium Ν ad ſpatium Μ eam habere rationem, quam ΘΓ ad ΘΒ: et ſpatium Μ ad ſpatium Λ, quam ΒΘ ad ΑΘ. Rectæ autem ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ eam rationem habent, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κή.

Αἶκα ὀπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳῶν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθῶντι, μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθῶντι εὐθεῖαι ὀπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστημάτι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ὀπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος κύκλοι γραφεώντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας, τρίτον ἔχει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ὀπιζευγνύσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἃ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ δύο [b] τριτεμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἃ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ ἑνὸς τριτεμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

PROP. XXVIII. Theor.

Si in helice quolibet orbe deſcripta duo puncta ſumantur, quæ non ſint ipſius termini, ducanturque a punctis, quæ modo ſumpſimus, rectæ ad principium helicis; deſcribanturque circuli centro quidem principio helicis, intervallis vero rectis ad principium helicis ductis: ſpatium, quod comprehenditur tum a majore circumferentia, quæ inter rectas interjicitur, tum ab helice, quæ interjicitur inter eaſdem rectas, rectaque producta; eam rationem habebit ad ſpatium, quod comprehenditur tum a minore circumferentia, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris, ad eam, quæ ex centro minoris, una cum tertia ejuſdem exceſſus parte.

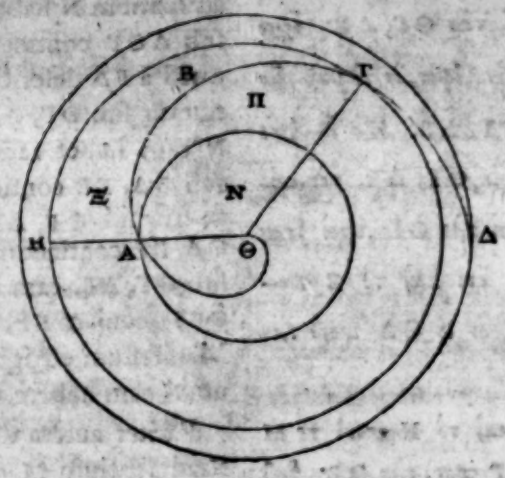
Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓΔ [c] μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὡς τε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλι-

Sit helix ΑΒΓΔ uno orbe deſcripta, et ſumantur in ea duo puncta Α, Γ; ſitque punctum Θ principium helicis. Ducantur autem rectæ a

[a] τᾶν ΘΔΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓΔΒ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΓΕ [b] τριτάμοριον [c] μία περιφορᾷ

punctis A, Γ ad punctum Θ: et centro quidem puncto Θ, intervallis vero sectis ΘA, ΘΓ circuli describantur. Oportet demonstrare spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem habere, quam habet utraque recta; ΘA, et duæ tertiæ partes rectæ HA, ad rectam utramque; ΘA, et tertiam partem ipsius HA.

Spatium enim NΠ ad sectorem HΓΘ eam rationem habere demonstratum est, quam habet spatium, quod sub HΘ, AΘ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab AH describitur, ad quadratum, quod describitur ab HΘ. Spatium igitur Ξ ad spatium NΠ eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΘAH continetur, una cum duabus tertiis partibus quadrati, quod a HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub AΘH, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA. Et quoniam spatium NH ad sectorem NΠΞ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘH; sector autem NΠΞ ad sectorem N eam habet, quam quadratum, quod a ΘH describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘA: habebit etiam spatium NΠ ad sectorem N eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘA. Spatium igitur NΠ ad spatium Π eam rationem habet, quam hæc utraque; spatium, quod sub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HA, ΘA, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA. Quoniam igitur spatium Ξ ad spatium NΠ eam habet rationem, quam hæc utraque; spatium, quod sub ΘAH continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HΘA, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA: spatium autem NΠ ad spatium Π habet eam, quam hæc utraque; spatium, quod sub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HAΘ, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA: habebit etiam spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΘA, HA continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium,



κος. Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήμασι δὲ τῇ ΘΑ, ΘΓ, κύκλοι γεγράφθωσαν. Δεικτέον ὅτι τὸ Ξ χωρίον πρὸς τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἡ ΘΑ, καὶ δύο τριτημόριαι τῆς ΗΑ πρὸς συναμφότερον τήν τε ΘΑ, καὶ τὸ τριτημόριον τῆς ΗΑ.

Τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ πρὸς τὸν ΗΓΘ τομέα δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετραγώνου, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον. Αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ πρὸς τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΘΑΗ μετὰ δύο τριτημορίων τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, πρὸς τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον πρὸς [t]ΝΠΞ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ τετράγωνον, [w]ὁ δὲ ΝΠΞ τομεὺς πρὸς τὸν Ν τομέα ἕξτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ· ἔχει ἄρα καὶ τὸ ΝΠ χωρίον πρὸς τὸν [x]Ν τομέα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ. [y]Τὸ ἄρα ΝΠ χωρίον πρὸς τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ [z]ἀπὸ τῆς ΗΑ, πρὸς συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [a]τῶν ΗΑ, ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον πρὸς τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑΗ, καὶ δύο τριτημόρια τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, πρὸς τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ· τὸ δὲ ΝΠ χωρίον πρὸς τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, πρὸς συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου· ἔχα ἄρα καὶ τὸ Ξ [b]χωρίον πρὸς τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ δύο τριτημόρια τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ, πρὸς συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ. Τὰ δὲ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [c]τῶν ΘΑ,

[t] τάντι ΗΘ, καὶ ἓν τριτημόριον τῆς ΜΑ [u] ἔχων [w] ὁ δὲ ΝΗΞ [x] In MS. τομέα deest. [y] τὸ ἄρα ΝΠ πρὸς τὸ ΠΑ
[z] ἀπὸ τῆς ΜΑ συναμφότερον [a] τῶν ΗΑ, ΘΕ [b] In MS. χωρίον deest. [c] τῶν ΘΗ, ΗΑ

ΗΑ, καὶ δύο τριτημόρια τῆς ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [d] τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῆς ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, [e] ἅτε ΘΑ καὶ δύο τριτημόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφοτέραν, [f] τὰν ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ. Δῆλον ἂν ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Ν χωρίον τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, [g] ἅτε ΘΑ, καὶ δύο τριτημόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερον, [h] τὰν ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ.

quod continetur ſub ΘΑ, ΗΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΗΑ. Utraque autem hæc; ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΗΑ continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab ΗΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ΘΑ, ΗΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΗΑ, eam habent rationem, quam habet utraque; recta ΘΑ et duæ tertiæ partes rectæ ΗΑ, ad rectam utramque; ΘΑ, et tertiam partem ipſius ΗΑ. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habere rationem, quam utraque; recta ΘΑ et duæ tertiæ partes rectæ ΗΑ, ad rectam utramque; ΘΑ, et tertiam partem ipſius ΗΑ.

[d] τῶν ΘΗΑ [e] ἅτι ΘΗ [f] τὰν ΘΗ [g] ἅτι ΘΗ [h] τᾶν ΘΗ

IN MS. SCHOLIUM ITA SE HABET.

Ἵνα δὲ καὶ τῶν ἀριθμῶν, ἀκολούθως τῇ λέξει σαφωνῆται τὸ διώρισμα, ὑποκείσθω τὰ αὐτὰ καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ες ὑπογράφωσαν ὡς ὑπίκυται σὺν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς εἶναι, καὶ φανέντι ὑφ' ἓν τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχόντα μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ καὶ τῆ ἀπὸ τᾶς α ΑΧΛΒ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων ΩΙΣ. δῆλον ἂν τὸ λεγόμενον. Λοιπὸν ἐπιδεῖξαι βάλλεται ὅτι τὰ δὶς ὑπὸ φάντα μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ τῆ ἀπὸ τᾶς Β, καὶ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων, ἴσον ἐστὶ τοῖς πασῶν τῶν τῷ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχόντων· καὶ ἔστιν μὲν αὐτὸ θ' ὑποκειμένων τῶν ἀριθμῶν πρόχειρον. ὁ δέ γε Ἀρχιμήδης, γραμμικῶς αὐτὸ βουλόμενος δεῖξαι, μετάγει τὸν λόγον καὶ φησὶν. ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ τῶν ΒΙ περιεχόμενα ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς διπλασίας τᾶς Β καὶ τᾶς Θ καὶ τὰ ἑξῆς. φανερὰ δὲ ταῦτα ἀναγράψαντί σοι τὰ χωρία. δῆλον δὲ ὅτι καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ες ἀπαντήσωσιν, ὡς γὰρ ἔσται τῆ δὶς ὑπὸ ΒΙ ὧδε. ἡ μὲν ΒΙΔ. ἡ δὲ ΙΒ. ὥς τι καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν γίνεται ις'. καὶ ἔστι ἡ ΒΙΔ. ἡ ἄρα διπλῆ ΚΗ ἐπὶ τὸν Β, διὰ τὸ ἴσον εἶναι τῆ Ι. τᾶς Θ γάρ. ὁμοίως δὴ ἡ τετραπλῆ τᾶς ΓΝ ς ΓΧΜΝ. ἡ δὲ ἑξαπλῆ τᾶς ΔΓΧΞ. ἡ δὲ ἑπταπλῆ τᾶς ΕΓΧΞΔ καὶ ἐφεξῆς ὑπίκειται, ὧς ἡ τι ἐκ πασῶν τᾶς τι διπλῆς καὶ τετραπλῆς καὶ ἑξαπλῆς καὶ τῶν λοιπῶν Θ. τῶ δὲ γράμματι ΓΧΤΑΣ. εἶτα φάλιν. τὰ δὲ ΣΜΝ φάντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τι τᾶς Θ, καὶ τας ἴσας. φάσαις ταῖς ΑΒΓΔΕΖΗΘ ἐσσεῖται ἴσα τῶ περιεχομένω ὑπότι τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας φάσαις, ταῖτι Α καὶ τὰ τριπλασία τᾶς Β καὶ ἑξῆς· ἐπεὶ γὰρ λέγων τὸ δὶς ὑπὸ τᾶς Β καὶ τετραπλᾶς τᾶς Γ, καὶ ἑξῆς ἐπάγει ἐν αὐτοῖς τῶ τι ὑπὸ τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῶν τῷ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ἤδιν ἕτερα, ἢ ὅτι τῆ διπλῆ τᾶς Β, ἐπάγει καὶ ἑτέραν, ὡς γίνεσθαι τριπλᾶν, καὶ τῆ τετραπλῆ τᾶς Γ, ἐπάγει καὶ πέμπτην, καὶ ἑξῆς ὁμοίως, γᾧ ἂν ὡς εἴρηται ἡ διπλῆ τᾶς Β. καὶ τετραπλῆ τᾶς Γ καὶ ἑξῆς τῶν λοιπῶν ΤΛΣ. καὶ ἔστι ἡ ΘΒ τὸ ὑπόδηλον ὅτι ΧΟΒ. ἡ δὲ ἴση πάσαις ταῖς τῶ ἴσω ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν ΓΧΟΒΑ ἐπὶ τὸν ΒΓΧΡΜΔ, μετὰ τῶν ΧΟΒΓΧΩΙΣ. ἡ δὲ τριπλῆ ϕ ΒΓΧΜΒ. καὶ ἑξῆς ὡς ὑπόκειται. ἔστι ὧν ἃ συγκειμένη ἐκ τᾶς Α καὶ τᾶς τριπλᾶς τᾶς Β, καὶ πενταπλᾶς. καὶ τῶν ἑξῆς ΓΗ τὸν δύο ΓΧΩΙς ἅπερ ἔσται καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

α	β	ι	γ	κ	δ	λ	ι	μ	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
Μ ις'	Μ ιδ'	Μ ς'	Μ ιβ'.	Μ δ	Μ ί'.	Μ ς'	Μ κ'	Μ ς	Μ ς'.	Μ ι'	Μ δ'	Μ ιβ'	Μ	Μ ιδ'
Μ ο	π ο	π ο	π ο π ο		π ο π ο		π ο π ο		π ο π ο		π ο π ο		π ο π ο	
α Μ στς'	α Μ ρμς'.	α Μ Δ'.	α Μ ϛ Μ δ' ις'		α Μ ϛ''	α Μ λς'	α Μ ξ δ'	α Μ ξ δ'	α Μ λς'	α Μ ϛ''	α Μ ις'	α Μ ϛ μ δ'	α Μ Δ	α Μ ϛ Μ ς'
		π' ο Δὶς ν Μ ν ς'		π ο Δὶς ν Μ ϛ ς'		π ο Δὶς ν Μ ϛ ι δ'		π ο Δὶς ν Μ ϛ κ δ'		π ο Δὶς ν Μ ϛ κ'		π ο Δὶς ν Μ ϛ ς'		π ο Δὶς ν Μ γ ς'

ἡ διπλῆ τᾶς β' ἡ τετραπλῆ ϕ γ' ἡ ἑξαπλῆ ϕ δ' ἡ ὀκταπλῆ ϕ ί ἡ δεκαπλῆ ϕ ζ ἡ δωδεκαπλῆ ϕ ν, ἡ ἰσοπαραπεδεκαπλῆ ϕ β'

Μ κ ν' Μ Μ ν' Μ ξ Μ ξ δ' Μ ξ Μ Μ ν' Μ κ ν'

θ ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛΣ δὶς γὰρ δύο μετὰ ϕ ὑπὸ ΘΚ τῆς ἴσης πάσαις ϕ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν

ἦλθεν ϱ μ δ' ν' (forte γίνεται) Μ ωις'.

ἡ γ' τᾶς β', Μ, ἡ ί τᾶς γ' Μ ἡ ζ τᾶς δ' Μ ἡ θ τᾶς ί Μ ἡ ια' τᾶς ζ ἡ ἰβίτη τᾶς ν' ἡ ις τᾶς θ

μβ'	ξ'	ο'	οβ'	Μ ξς'	Μ οβ'	Μ λ'

θ ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη ἰριπλῶν τι καὶ πενταπλῶν καὶ τῶν λοιπῶν Μ ᾱ Ν ἐστὶ τὰ δύο ν (forte γίνεται) ωις'.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBUS ET SPHÆROIDIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ ἔχεις ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτὲ εὑρημένων· ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπεσκεψάμην, δύσκολον ἔχειν τι φαινόμενα μοι, τὰς εὑρέσιας αὐτῶν [a] ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεχώρουν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον περ' αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. Ἦν δὴ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τὴν ὀρθογωνίαν κωνοειδίος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν εὑρημένα περὶτε ἀμβλυγωνίαν κωνοειδίος, καὶ περὶ σφαιροειδῶν σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμήκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τὴν ὀρθογωνίαν κωνοειδίος, [b] ὑπέκειτο τά δε.

Αἴτα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρου, περιενεχθεῖσα ἀπηκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τᾶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· καὶ ἄξονα μὲν αὐτᾶ [c] τὰν μενοῦσαν διάμετρον καλεῖσθαι· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τᾶ κωνοειδίος φαντείας. Καὶ αἴτα τᾶ ὀρθογωνίου κωνοειδίος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἁπτόμενον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν [d] ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τᾶ κωνοειδίος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τᾶ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τᾶ κωνοειδίος τομᾶς ἐν τῷ ἁπτομένῳ ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τᾶ κωνοει-

ARCHIMEDES DOSITHEO SALUTEM.

MITTO tibi conſcriptas in hoc libro reliquorum theorematum demonſtrationes, quas inter priores jam miſſas non habuiſti; aliorumque item, quæ poſtea inventa ſunt: quæ quidem cum antea ſæpe aggreſſus eſſem perſcrutari, multumque difficultatis habere viderentur, diu animo perpendi: atque hoc in cauſa fuit, cur hæc ipſa, quæ propoſita erant, una cum aliis edita non ſint. Cum enim ſubinde animum diligentius intendiſſem, ea de quibus dubitaveram, tandem inveni. Quæ autem reliqua erant ex prioribus theorematibus, ea ad rectangulam conoiden pertinebant: quæ vero nunc inventa ſunt, ea pertinent ad conoiden obtuſiangulam, figuraſque ſphæroideas; quarum aliquas quidem longas, aliquas vero latas voco. Itaque de rectangula conoide hæc poſita erant.

Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ a rectanguli coni ſectione figura comprehenditur, hanc rectangulam conoiden vocari: et axem quidem ipſius manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Et ſi rectangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ a vertice ſegmenti ducta fuerit conoidis axi parallela. Hæc autem contemplanda

[a] ἀπέρισα [b] Sic MS. [c] ταὶ MA μὲν ἄκουσαν [d] ἀποτιεῖ τὶ τμῆμα

proponebantur. Cur ſi rectangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto, ſegmentum, quod ſectum eſt, ſeſquialterum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Et cur ſi duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis; ſegmenta, quæ ſecta ſunt, duplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habeant. At de obtuſiangula conoide hæc ponebamus. Si in eodem plano ſint obtuſianguli coni ſectio, ejuſque diameter, lineæque, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt; planum autem, in quo ſunt lineæ, quas diximus, manente diametro, circumactum eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; manifeſtum eſſe fore ut lineæ, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, conum iſoſcelem comprehendant; cujus vertex erit punctum, in quo lineæ proximæ concurrunt; axis vero manens diameter. Ac figuram quidem, quæ ab obtuſianguli coni ſectione comprehenditur, obtuſiangulam conoiden vocari; axem vero ipſius manentem diametrum; verticem denique punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Ad hæc conum, qui a lineis, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, comprehenditur, continentem conoiden vocari: quæ autem recta inter verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Et ſi obtuſiangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ ducta fuerit per verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis: quæ autem inter vertices, quos diximus, recta interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Omnes conoides rectangulæ ſimiles utique ſunt: obtuſiangularum vero conoidum eæ vocentur ſimiles, quarum et coni continentes ſimiles ſunt. Hæc autem contemplanda proponuntur. Cur ſi obtuſiangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Et cur ſi obtuſiangulæ

ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμῆμα ἡμιόλιον ἐστὶ τᾶ τᾶ κώνω, τὰν βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Καὶ διατὶ ἄπαξ ἀπὸ ἰσοσκελοῦς κωνοειδοῦς δύο τμήματα ἀποτμαθέντι ἐπιπέδοις ὀρθοῖς ἐπὶ τὸν ἄξονα ἀνγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμήματα διπλάσιον λόγον ἔχοντι ἅπερ ἄλλαλα τὼ ἄξονες. Περὶ δὲ τᾶ ἀμβλυγωνίω κωνοειδεος ὑποτιθέμεθα μὲν τάδε. Ἄπαξ ἐν ὑπερβολᾶ ἰσῶντι ἀμβλυγωνίω κώνω τομὰ, καὶ ἃ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾶς μενούσας δι' τᾶς διαμέτρω, περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ, ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα ὀρθεῖαι τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾶς, δῆλον ὡς κώνον ἰσοσκελῆ περιλαφθέντα, οὗ κορυφὰ ἰσοσκελὲς τὸ σαμεῖον καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· ἄξων δὲ ἃ μεμενακυῖα διάμετρος. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾶς χῆμα περιλαφθὲν, ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· ἄξονα δὲ αὐτᾶ τὰν μεμενακυῖαν διάμετρον· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ὑπερβολᾶς τᾶ κωνοειδεος. Τὸν δὲ κώνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι· τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τᾶ κωνοειδεος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τᾶ κώνω τὸν περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, πτεῖσμαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Καὶ ἅπαξ τᾶ ἀμβλυγωνίω κωνοειδεος ἐπίπεδον ὑπερβολὰ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιφαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀπτίμη τμᾶμα τοῦ κωνοειδεος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τᾶ κωνοειδεος τομᾶς, ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ὑπερφαῦον τοῦ κωνοειδεος· ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τᾶ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνω τᾶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς· καὶ τὰν, μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν, εὐθεῖαν ποτείσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι, Τὰ μὲν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα, ὅμοια ἐντί· τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἴωντι. Προβάλλεται δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διατὶ ἄπαξ τᾶ ἀμβλυγωνίω κωνοειδεος ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ἃν ἀ συναμφοτέρα, ἴσα τῷ ἄξονι τᾶ τμάματος, καὶ τᾶ τριπλασία τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾶ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Καὶ διατὶ, ἄπαξ τᾶ

[e] ἀ ex MS. [f] κώνω ex MS. [g] Sic MS. [h] ἃ - - - μὲν ἄκυσα [i] τα - - - μὲν ἄκυσαν [k] δ ex MS.
[l] Sic MS. [m] In MS. ὃν deeſt. [n] τὰς ποτεούσας [o] τὰς ποτὶ οὔσας

ἀμβλυγωνίε κωνοειδὲς τμᾶμα ἀνῃμαθῇ ὀπτίδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃ γίγνεται ἀποτμᾶμα κώνε, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφότερα, ἴσα τῷ ἄξονι τῷ τμάματος, καὶ τᾶ τριπλασίᾳ τᾶς πεπτούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὸν ὅλον ἀμφοτέρως, τῷ τε ἄξονι καὶ τμάματος, καὶ τᾶ διπλασίᾳ [a] τᾶς πεπτούσας τῷ ἄξονι. Περὶ δὴ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε. Αἴκα ἐξογωνίε κώνε τομὰ, μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρω, περιενχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ἐξογωνίε κώνε τομᾶς περάμακις σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Εἰ δὲ, τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρω μενούσας, περιενχθεῖσα ἁ τῶ ἐξογωνίε κώνε τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ [b] περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ἐξογωνίε κώνε τομᾶς ἐπιπλατισὰν σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Ἑκατέρω δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι [c] τὰν μεμενακῦσαν διάμετρον· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τῶ σφαιροειδέος· κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος· καὶ διάμετρον τὰν διὰ τῶ κέντρω ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδω παράλληλα ἐπιφαύοντι μὴ τέμνοντα· παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ φαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἅπτεται τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα· ἄξονας δὲ τὰς ἐνπιπτομένας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ὑπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνύσας. Ὅτι δὲ τάδε ἅπτεται ἐπίπεδα τῶ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἅπτοντα σαμεῖον τᾶς ἁπτομένας αὐτᾶ· καὶ ὅτι ἁ τὰς ἀφὰς ἁπτιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τῶ κέντρω τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται, [d] δεξόμεθα. Ὁμοια δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι. Τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὁμοια καλεῖσθαι, αἴκα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἒωντι, καὶ τᾶς τε βάσεως ὁμοίας ἔχοντι καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βάσεων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγως διαμέτρως τῶν βάσεων, ἃ αὐτὸν ἔχοντι λόγον [e] ποτ' ἀλλάλως ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων. Προβάλλεται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι. Διάτι αἴκα τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδω τμαθῇ διὰ τῦ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων, ἑκάτερον διπλάσιον ἐστεῖται τῦ κώνε τῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Αἴκα δὲ ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τῦ κέντρω δέ, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν

conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque axem; quæ quidem figura ſit ſegmentum coni; eam habeat rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Hæc demum de ſphæroideis figuris ponebamus. Si acutianguli coni ſectio, manente majore diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri, cœpit; quæ ab acutianguli coni ſectione figura deſcribitur, hanc longam ſphæroiden vocari. Quod ſi, minore diametro manente, circumacta acutianguli coni ſectio eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ figura deſcribitur ab acutianguli coni ſectione, hanc vocari ſphæroiden latam. Ac utriuſque ſphæroidis axem quidem vocari manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis ſphæroidis ſuperficiem contingit; centrum denique punctum axis medium; et diametrum rectam, quæ per centrum ipſi axi ad rectos angulos ducitur. Et ſi ſphæroidum utramvis parallela plana contingant, quæ ipſas non ſecent; planumque aliud, quod planis contingentibus parallelum agitur, ſphæroiden ſecet; ſegmentorum, quæ oriuntur, baſim quidem vocari planum, quod a ſphæroidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; vertices vero puncta, in quibus parallela plana ſphæroiden contingunt; axes denique rectas, quæ abſcinduntur in ſegmentis a recta, quæ eorum vertices jungit. At vero plana ſphæroiden contingentia ejus ſuperficiem in uno tantum puncto contingere; rectamque contactus jungentem per ſphæroidis centrum tranſire, infra demonſtrabitur. Sphæroidum autem eas ſimiles vocari, quarum axes eamdem ad ſuas diametros rationem habent. At ſegmenta ſphæroidum, conoidumque ea vocari ſimilia, quæ ablata a ſimilibus figuris baſes ſimiles habent; quarumque axes, ſive rectæ ſint ad plana baſium, ſive æquales cum reſpondentibus baſium diametris angulos efficiant, eamdem ad reſpondentes baſium diametros habent rationem. Hæc autem de ſphæroidibus contemplanda proponuntur. Cur ſi aliqua ſphæroidum ſecetur plano per centrum acto, et ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. At ſi plano ſecetur recto quidem ad axem, non autem per centrum acto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, ma-

[a] τᾶς ποτὶ ὕσας [b] περὶ λαφθὲν [c] τὰν μεμὴν ἄκυσαν [d] Sic MS. [e] δίξομες [f] ποτ' ἀλλάλως

jus quidem ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi minoris ſegmenti habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Et cur ſi ſphæroidum aliqua ſecetur plano per centrum acto, et non ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit figuræ, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Eſt autem hæc figura ſegmentum coni. At ſi plano ſecetur neque per centrum acto, neque ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, majus quidem ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi minoris ſegmenti, habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem figura in his quoque coni ſegmentum eſt. Jam demonſtratis iis, quæ diximus, theorematibus, plurima cum theoremata, tum problemata per ea ipſa inveniuntur; cujuſmodi eſt hoc. Similes ſphæroides, et ſimilia ſphæroidum, conoidumque ſegmenta triplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habent. Itemque hoc; ſphæroidum æqualium quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, earumque axes reciprocantur. Et quorum ſphæroidum quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, axeſque reciprocantur, hæ ſunt æquales. Problema autem eſt hujuſmodi. A dato ſegmento, ſive ſphæroidis, ſive conoidis, ſegmentum plano ſecare, quod plano alteri dato parallelum agatur; ita ut ſegmentum, quod ſectum eſt, dato ſive cono, ſive cylindro, ſive ſphæræ æquale ſit. Igitur poſtquam præmiſero theoremata, et problemata, quæ ad hæc demonſtranda ſunt neceſſaria, mox tibi, quæ propoſita ſunt, conſcribam. Vale.

Si conus plano ſecetur cum omnibus ejus lateribus concurrente; ſectio vel erit circulus, vel coni acutianguli ſectio. Itaque ſi ſectio circulus fuerit, conſtat ſegmentum, quod a cono ad eaſdem verticis partes abſcinditur, conum fore.

κῶνον [w] τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἔστω δὲ τὸν λόγον, ὃν ὰ συναμφοτέρων ἴσα, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς διαμέτρω, ἃ ἐστὶν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ ἐλάσσονος τμάματος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα πρὸς τὸ χῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ συναμφοτέρων ἴσα, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς διαμέτρω, ἃ ἐστὶν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος πρὸς τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Γίνεται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ χῆμα [x] ὁποτέμνομα κώνου. Ἀποδεχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε. Ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων χημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλληλα τῶν ἀξόνων. Καὶ δὴ ὅτι, τῶν ἰσοσφαιροειδέων χημάτων τὰ τετράγωνα τὰ [y] ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν. Καὶ αἶκα τῶν σφαιροειδέων χημάτων τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος, ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμόν, ὥστε εἶμεν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. Προγράψαντες ἂν πά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γραψόμεν σοι [z] τὰ προβλήματα. Εὐτύχει.

Αἶκα κώνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς [a] κώνω πλευραῖς, ἃ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος, ἢ ἀξυγωνίω κώνω τομά. Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἃ τομά, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτᾶ τμᾶμα ἐστὶ τὰ αὐτὰ τᾷ [b] κώνω κερυφᾷ, κώνος ἐσσεῖται. Αἶκα δὲ ἃ

[w] τὸν ταὶν αὐταὶν [x] ἀπὸ τμάματος κώνου· εἰ δὲ [y] ἀπὸ τμάματος κώνου [z] ἀπὸ ex MS. [a] τὰ προκείμενα
[b] εἰ δὲ K ἃ τομὰ

ὑπὸ γένηται ἐξυγωνίου κώνου τομὴ, τὸ ἀπολαφθὲν ὑπὸ τῆς κώνου ἐπιφανείας καὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τὴν κώνου κορυφὴν ἀποτεμνομένου κῶνος καλέσθω. Τοῦ δὲ ἀποτμήματος βάσις μὲν καλέσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τῆς τοῦ ἐξυγωνίου κώνου τομῆς· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τῆς κώνου κορυφή· ἄξων δὲ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς τοῦ ἐξυγωνίου κώνου τομῆς [a] ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. Καὶ αἴτια κύλινδρος [b] δυοῖν ἐπιπέδοιν παραλλήλοις τμαθῇ συμπίπτουσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἴσαι ἔσονται ἄλληλαις καὶ ὅμοιαι καὶ ὁμοίως κείμεναι πρὸς τὰς παραλλήλους. Εἰ μὲν οὖν αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον ἔσται καὶ τὸ ἀποτμαθὲν ὑπὸ τοῦ κυλίνδρου στερεὸν μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἔσται. Εἰ δὲ καὶ αἱ τομαὶ γένωνται ἐξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ὑπὸ τοῦ κυλίνδρου στερεὸν μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλέσθω. Τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλέσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τῶν ἐξυγωνίων κώνων τομῶν· ἄξων δὲ ἡ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τῶν τοῦ ἐξυγωνίων κώνων τομῶν. Ἔσται δὲ αὐτὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Sin autem fuerit coni acutianguli sectio, quæ figura ad easdem verticis partes a cono abscinditur, segmentum coni vocetur. Cujus segmenti basis quidem vocetur planum, quod ab acutianguli coni sectione comprehenditur; vertex vero punctum, quod et coni vertex est; axis denique recta linea, quæ a vertice coni ad centrum sectionis coni acutianguli ducitur. Et si cylindrus duobus parallelis planis secetur cum omnibus cylindri lateribus concurrentibus; sectiones vel erunt circuli, vel acutiangulorum conorum sectiones æquales, sibique invicem similes. Itaque si sectiones circuli fuerint, constat figuram, quæ interjecta inter parallela plana a cylindro abscinditur, cylindrum fore. Sin autem fuerint conorum acutiangulorum sectiones, quæ figura interjecta inter parallela plana a cylindro abscinditur, segmentum cylindri vocetur. Cujus segmenti basis quidem vocetur utrumvis planorum, quæ ab acutianguli coni sectionibus comprehenduntur; axis vero recta linea, quæ sectionum conorum acutiangulorum centra conjungit. Hæc autem erit in eadem recta, in qua est axis cylindri.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Αἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾗ δὲ ἃ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι, πάντα τὰ μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσεῖται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, πλείονα τοῦ μείζονος, μείζονα ἢ διπλάσια.

Ἃ δὲ ἀπόδειξις ἐστὶ φανερά.

PROP. I. Theor.

Si fuerint magnitudines quotcunque æqualiter sese invicem excedentes, quarum excessus sit æqualis minimæ; et aliæ item magnitudines multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes magnitudines, quarum unaquæque maximæ est æqualis, omnium quidem magnitudinum æqualiter sese invicem excedentium minores erunt quam duplæ; reliquarum vero, dempta maxima, majores quam duplæ.

Hujus autem demonstratio manifesta est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα· λέγεται δὲ τότε πρῶτα μεγέθεα πρὸς τὰ ἄλλα μεγέθεα, ὅταν πάντα, ἢ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις ᵈ ἐσουσισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον πρὸς ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα, πρὸς πάντα ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα πρὸς πάντα ἃ λέγονται.

PROP. II. Theor.

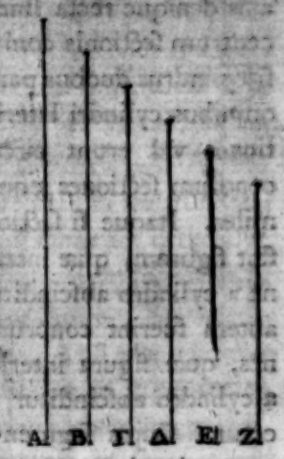
Si magnitudines quotcunque ad alias magnitudines multitudine æquales similiter ordinatæ binæ ad binas eamdem rationem habuerint: comparentur autem priores magnitudines, sive omnes, sive earum aliquæ, cum quibusdam aliis quibuscunque rationibus; comparenturque etiam posteriores magnitudines cum aliis quibusdam respondentibus sibi iisdem rationibus: omnes priores magnitudines ad eas omnes, cum quibus comparantur, eamdem habebunt rationem, quam habent omnes posteriores magnitudines ad eas omnes, cum quibus itidem comparantur.

Ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ, κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Καὶ ἐχέτω τὸ μὲν Α πρὸς τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η πρὸς τὸ Θ· τὸ δὲ Β πρὸς τὸ Γ, ὃν τὸ Θ πρὸς τὸ Ι· καὶ τὰ

Sint quædam magnitudines A, B, Γ, Δ, E, Z, quæ ad alias magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M multitudine æquales binæ ad binas eamdem rationem habeant. Atque habeat A quidem ad B eamdem rationem, quam H ad Θ: B vero ad Γ eamdem, quam Θ ad I: et deinceps aliæ eodem

[a] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τοῦ κώνου κορυφῇ κῶνος ἐσεῖται. Εἰ δὲ Κ ἐξυγωνίου κώνου τομὰ γένηται, τὸ ἀπολαφθὲν ὑπὸ τοῦ κώνου κορυφῆς ἀποτμήματος κώνου καλείσθω [b] ἐπιζευχθείσας [c] δυοῖς [d] μεγέθεα [e] Sic MS.

modo. Comparentur autem magnitudines quidem A, B, Γ, Δ, E, Z cum quibuſdam aliis N, Ξ, O, Π, P, Σ quibuſcunque rationibus: magnitudines vero H, Θ, I, K, Λ, M cum aliis quibuſdam T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus: ita ut quam rationem habet A ad N, hanc habeat H ad T: et quam habet B ad Ξ, hanc habeat Θ ad Υ: et deinceps aliæ eodem modo. Oportet demonſtrare magnitudines omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.



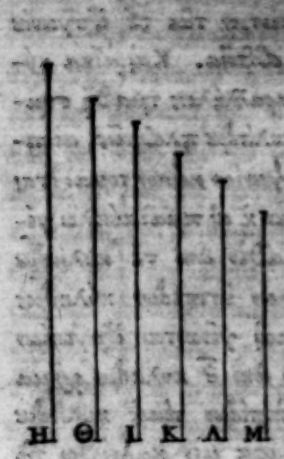
Quoniam enim N quidem ad A eamdem rationem habet, quam T ad H; A vero ad B eamdem, quam H ad Θ; B denique ad Ξ eamdem, quam Θ ad Υ; eamdem habebit rationem N ad Ξ, quam T ad Υ: pariterque etiam Ξ ad O eamdem, quæ Υ ad Φ: et deinceps aliæ eodem modo. Habent autem omnes quidem A, B, Γ, Δ, E, Z ad A eamdem rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad H; A vero ad N eamdem, quam H ad T; N denique ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ rationem habet eamdem, quam T ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Conſtat igitur omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Illud præterea manifeſtum eſt, et ſi magnitudinum A, B, Γ, Δ, E, Z ipſæ quidem A, B, Γ, Δ, E comparentur cum N, Ξ, O, Π, P; ipſa vero Z cum nulla comparetur: et adhuc ſi magnitudinum H, Θ, I, K, Λ, M ipſæ quidem H, Θ, I, K, Λ comparentur cum T, Υ, Φ, X, Ψ ſibi reſpondentibus; ipſa vero M cum nulla comparetur: omnes pariter A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ.



PROP. III. Theor.

Si fuerint lineæ quotcunque ſibi invicem æquales; et unicuique earum applicetur ſpatium aliquod excedens ſpecie quadrata; latera vero exceſſum æqualiter ſeſe invicem excedant, ſitque exceſſus æqualis minimo; præterea alia fuerint ſpatia multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maxi-

ἄλλα ἐμοίως τούτοις. Λεγέσθω δὴ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθη, ὧν τὰ ἄλλα μεγέθη τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ, ὧν λόγος ὑποκείσθω τὰ ἡ H, Θ, I, K, Λ, M πρὸς τὰ ἄλλα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω, τὰ ἐμέλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· οἷον μέν ἐστιν λόγον τὸ A πρὸς τὸ N, τὸ H ἔχέτω πρὸς τὸ T· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ B πρὸς τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω πρὸς τὸ Υ· καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z πρὸς πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πρὸς πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.



Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν N πρὸς τὸ A τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ T πρὸς τὸ H, τὸ δὲ A πρὸς τὸ B ὃν τὸ H πρὸς τὸ Θ, τὸ δὲ B πρὸς τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ πρὸς τὸ Υ, τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον τὸ N πρὸς τὸ Ξ, ὃν τὸ T πρὸς τὸ Υ· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ πρὸς τὸ O, ὃν τὸ Υ πρὸς τὸ Φ· καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. Ἔχει δὴ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z πάντα πρὸς τὸ A τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πάντα πρὸς τὸ H· τὸ δὲ A πρὸς τὸ N, ὃν τὸ H πρὸς τὸ T· τὸ δὲ N πρὸς πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν λόγον· ὃν τὸ T πρὸς πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Δῆλον ἄρα, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z πρὸς πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πρὸς πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἱ τῶν τε A, B, Γ, Δ, E, Z μεγεθῶν, τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E λέγωντι πρὸς τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸ δὲ Z [k] μηδεπωθὲν λέγηται· καὶ τῶν H, Θ, I, K, Λ, M μεγεθῶν, τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λέγωντι πρὸς τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, τὰ ὁμοία ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ M [l] μηδεπωθὲν λέγηται· ὁμοίως πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z, πρὸς πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸν αὐτὸν ἐχέτωσι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πρὸς πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἱ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν ἑπόσαι ἂν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσαν αὐτῶν παραμήκη τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλάγιαι τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλήλαν ὑπερέχωσαι, [k] καὶ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίσᾳ· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ

[b] μηδέποθεν [i] μηδέποθεν [k] In MS. deeſt. [l] ἴσαν

μεγίθει ἴσαων ἴσον τῷ μεγίστῳ· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἴτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἐξόντι τῷ ὃν ἔχει ἃ ἴσα συναμφοτέραις, τάς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τῶν ἴσων ἰσοσῶν, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε τρίτᾳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τᾷ ἡμισείᾳ μιᾶς τᾶν [1] ἰσᾶν ἰσοσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία, ἄνευ τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἐξόντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστω γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει [m] ἐφ' ἃν τὰ Α, καὶ παραπεπλωκέτω παρ' ἑκάστην αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ἔστω δὲ ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἃ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ. Καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἃ Β, ἐλαχίστα δὲ ἃ [n] Η. Ἡ δὲ



I	I	I	I	I	I
Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
K	K	K	K	K	K
Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ

καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἑκάστα τῶν ΘΙΚΛ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγίθει ἕκαστον ἴσον ἑνὶ τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν ΑΒ παραπεμένῳ. Ἔστω δὲ ἃ μὲν ΘΙ γραμμὰ ἴσα τᾷ Α· ἃ δὲ ΚΛ ἴσα τᾷ Β· [o] καὶ τᾶν μὲν ΘΙ γραμμᾶν ἑκάστα [p] ἔστω διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ ΚΛ ἑκάστα τριπλασία τᾶς Κ. Δεικτέον ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ ΘΙΚΛ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἴτερα χωρία τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἃ ΘΙΚΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΙΚ· ποτὶ δὲ τὰ λοιπά, ἄνευ τοῦ μεγίστου τοῦ ΑΒ, μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστι γὰρ τινὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Α, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἃ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· ἑπόντα τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν, καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ ΘΙ τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγίθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· σύμπαντα ἄρα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ ΘΙ, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Α, ἐλάσσονα ἐστὶ, ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα ἢ διπλασίονα. Αὐτὰ ἄρα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς τὰ Α ἐλάσσονα ἐστὶ, [q] τοῦ δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. Πάλιν ἐστὶ γραμμαί τινες αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [q] καὶ

mo; ſpatia hæc omnia ad illa quidem omnia minorem rationem habebunt, quam recta utrique æqualis, tum lateri maximi exceſſus, tum uni linearum æqualium, habet ad rectam æqualem utrique, tum tertiæ parti lateris maximi exceſſus, tum dimidiæ unius linearum æqualium: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habebunt majorem eadem illa ratione.

Sint enim lineæ quotcunque æquales, in quibus A, et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata: latera vero exceſſuum ſint B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia; ſitque exceſſus æqualis minimo. Ac maximum quidem ſit B, minimum vero H. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus unaquæque ΘΙΚΛ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ipſi AB applicatur. Sit autem linea ΘΙ æqualis ipſi A; et linea ΚΛ æqualis ipſi B: ac linearum quidem ΘΙ unaquæque dupla ſit ipſius Ι; linearum vero ΚΛ unaquæque tripla ipſius Κ. Oportet demonſtrare, ſpatia omnia, in quibus ΘΙΚΛ, ad omnia quidem alia ſpatia ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ minorem rationem habere, quam lineam ΘΙΚΛ ad lineam ΙΚ: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Sunt enim quædam ſpatia, in quibus A, æqualiter ſeſe invicem excedentia; et exceſſus æqualis eſt minimo; quoniam tum ſpatia, quæ applicantur, tum eorum latitudines æqualiter ſeſe invicem excedunt; præterea alia ſunt ſpatia, in quibus ΘΙ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo; omnia igitur ſpatia, in quibus ΘΙ, ſpatiorum quidem omnium, in quibus A, minora ſunt quam dupla; reliquorum vero, dempto maximo, majora quam dupla. Quo circa ſpatia, in quibus Ι, omnibus quidem ſpatiis, in quibus A, minora ſunt; reliquis vero, dempto maximo, majora. Rurſus quædam ſunt lineæ B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem exceden-

[m] Sic MS. [n] ἡ [o] καὶ τῷ μὲν ΘΙ γραμμᾷ [p] In MS. deeſt ἴσα [q] καὶ ἃ ὑπερέχουσαι ἴσαι τὰ ἐλαχίστῳ

tes; et exceſſus æqualis eſt minimæ: et aliæ item lineæ in quibus KΛ, multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab omnibus æqualibus maximæ deſcribuntur, omnium quidem quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim demonſtratum eſt in iis, quæ de helicibus edita ſunt. Quocirca ſpatia, in quibus K, omnibus quidem ſpatiis, in quibus B, Γ, Δ, E, Z, H, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus Γ, Δ, E, Z, H, majora. Quare omnia etiam ſpatia, in quibus IK, ſpatiis quidem omnibus, in quibus AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, majora. Conſtat igitur omnia ſpatia, in quibus ΘI, KΛ, ad ſpatia quidem, in quibus AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, minorem rationem habere, quam lineam ΘΛ ad lineam IK; ad reliqua vero, dempto eo, in quo AB, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Si rectæ ab eodem puncto ductæ quamlibet coni ſectionem contigerint; rectæ vero aliæ in coni ſectione fuerint contingentibus parallelæ, et ſeſe invicem ſecantes; ſpatia, quæ ſub earum ſegmentis continentur, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam quadrata, quæ a contingentibus deſcribuntur. Quod autem ſpatium ſub alterius rectæ ſegmentis continetur, id reſpondebit quadrato, quod deſcribitur a contingente rectæ eidem parallela. Hoc autem in conicis elementis demonſtratum eſt.

PROP. IV. THEOR.

Si ab eadem rectanguli coni ſectione duo quæcunque ſegmenta ſecentur, quæ diametros æquales habeant; æqualia erunt cum ipſa ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem. Diametrum autem voco cujuſcunque ſegmenti rectam lineam, quæ rectas omnes baſi ipſius parallelas in duas æquas partes ſecet.

Sit rectanguli coni ſectio ABΓ, a qua duo ſegmenta ſecentur AΔE, ΘBΓ. Ac ſegmenti quidem AΔE diameter ſit ΔZ; ſegmenti vero ΘBΓ, BH; et ſint ΔZ, BH ſibi invicem æquales. Oportet demonſtrare æqualia eſſe cum ſegmenta AΔE, ΘBΓ, tum triangula iiſdem eo, quo diximus, modo inſcripta.

Et primo quidem, quæ alterum ſegmentum ſecat, ΘΓ ad rectos angulos ſit rectanguli coni ſectionis diametro. Sumatur autem ea, ſecundum quam poſſunt, quæ a ſectione ducuntur, dupla ejus, quæ ad axem uſque pertingit; nimirum in qua eſt punctum M; et a puncto A

[r] ἴσαις ἴσαι [s] τῶν ἐλίχων [t] μείζονα [u] ἐστίν [v] εἰς ἴσους [w] καὶ ἴσων ἐν τοῖς τῶν [x] ἐν τοῖς τῶν
[y] ἀ BΓ [z] παραλλήλους

ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τῇ ἐλαχίστῃ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ ἐφ' ἃς τὰ EΛ, ὧν μὲν πλήθει ἴσαι τυγχάνει, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστη ἑκάστῃ τῶν μεγίστων. Τὰ δὴ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλαις τι καὶ τῇ μεγίστῃ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ πασῶν τῶν τῇ ἴσῃ ἀλλήλαις ὑπεραχουσῶν, ἐλάσσονά ἐστι ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ τῶν ἑλικοειδῶν ἀναγεγραμμένοις. Τὰ δὴ χωρία, ἐν οἷς τὸ K, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς B, Γ, Δ, E, Z, H ἐλάσσονά ἐστιν· αὐτῶν δὲ τῶν ἐν οἷς τὸ Γ, Δ, E, Z, H, μείζονα. Ὡς τι δὴ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ IK, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH ἐλάσσονά ἐστι· τῶν δὲ ἐν οἷς AΓ, AΔ, AE, AZ, AH μείζονα. Δῆλον ἄρ' ἐστὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ ΘI, KΛ, πρὸς μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΛ πρὸς τὴν IK· πρὸς δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ ἐν ᾧ τὰ AB[y] μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Αἶκα κώνᾳ τομᾶς ὁποιασῶν διθεῖαι ἐπιφαύνωντι ἀπὸ τᾶ αὐτᾶ σαμείω ἀγμέναι, ἴωντι δ' ἃ μὲν ἄλλαν διθεῖαν ἐν τᾷ τᾶ κώνᾳ τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιφαυούσας ἀγμέναι, ἃ δὲ τέμνουσα ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἐχόντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιφαυουσῶν. Ὁμόλογον δὲ ἰοντᾶται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἐπιφαύσας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιφαύσας παραλλήλως αὐτᾷ. Ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἶκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς δύο τμάματ' ἀποτμαθέωντι ὁποσαιῶν, ἴσας ἐχόντα τὰς διαμέτρως· αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἰοντᾶται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἐχόντα τοῖς τμαμάτοισι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν ἰσχὰ τέμνουσαν τὰς ὀρθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτᾷ ἀγομένας.

Ἔστω ὀρθογωνίω κώνω τομὰ ἃ ABΓ, καὶ ἀποτετμάθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα, τό τε ΑΔΕ, καὶ τὸ ΘBΓ. Ἔστω δὴ τοῦ μὲν ΑΔΕ τμάματος διάμετρος ἃ ΔZ, τοῦ δὲ ΘBΓ, ἃ BH· καὶ ἔστω ἴσαι αἱ ΔZ, BH. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΔΕ, ΘBΓ, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

Ἔστω δὴ πρῶτον ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα ἃ ΘΓ πρὸς ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τᾶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς. Λελάφθω δὴ πρὸ ἄν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἃ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος καὶ ἔστω ἐφ' ἃ τὸ M· ἀπὸ δὲ τοῦ A καθέτος ἄχθω ἐπὶ

τὴν ΔZ ἀ ΑΚ. Ἐπεὶ δὲ διάμετρος ἐστὶ ἡ ΔZ τμήματος, ἄτε ΑΕ ὀρθὴν τέμνουσα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἡ ΔZ παρὰ τὴν διάμετρόν ἐστι τῆς Β ὀρθογωνίου κώνου τομῆς· ἅπασα γὰρ ὀρθὴν τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὴν ΑΕ ἀγομένας. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΔZ πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ Ν πρὸς τὴν Μ. Αἱ δὴ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν ΔZ [b] ἀγόμεναι παρὰ τὴν ΑΕ δύνανται τὰ παρὰ τὴν ἴσην τῇ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταῖς ἀπολαμβάνουσι ἀπὸ τῆς ΔZ πρὸς τὸ Δ πέρας. Δέδεικται γὰρ ἐν Τοῖς Κωνικοῖς. Δύναται ἄρα καὶ ἡ ΔZ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς Ν, τῆς ΔZ. Δύναται δὲ τῷ ἀ ΘΗ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς Μ, καὶ ὑπὸ τῆς ΒΗ· ἐπεὶ καθετός ἐστιν ἡ ΘΗ ἐπὶ τὴν διάμετρον. Ἔχει ἄρα τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΔZ πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ Ν πρὸς τὴν Μ· ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔZ, ΒΗ. Ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΔZ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ Ν πρὸς τὴν Μ. Ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΘΗ, ΑΚ. Εἰσὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔZ. Ὡς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΔZ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑZ τριγώνῳ· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. Ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον [c] τὸ ΑΔΕ τμῆμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμῆμα. Δῆλον ἄρα ὅτι τὰ τμήματα ἐστὶν ἴσα, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. Εἰ δὴ μηδετέρα τῶν τὰ τμήματα ἀποτεμνουσῶν πρὸς ὀρθὰς [d] ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς· ἀπολαφθείσας ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἴσας τῇ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ἑνὸς τμήματος, καὶ ὑπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἀπολαφθείσας πρὸς ὀρθὰς ἀχθείσας τῇ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμῆμα ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων ἴσον ἔσεται. Δῆλον ἄρα [e] ἐστὶ τὸ προτεθέν.

ad ΔZ normalis ducatur ΑΚ. Quoniam igitur ΔZ segmenti diameter eſt, ſecatur ΑΕ in duas æquas partes in puncto Z, eademque ΔZ rectanguli coni ſectionis diametro eſt parallela: hoc enim pacto rectas omnes ipſi ΑΕ parallelas in duas æquas partes ſecat. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab ΔZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΚ, hanc habeat N ad Μ. Itaque, quæ a ſectione ducuntur ad ΔZ ipſi ΑΕ parallelæ, poſſunt ſpatia, quæ rectæ ipſi N æquali applicantur, latitudinem habentia rectas illas, quas ipſi a ΔZ ad terminum Δ abſcindunt. Hoc enim in Conicis Elementis demonſtratum eſt. Poteſt igitur ΑZ ſpatium ei æquale, quod ſub N, et ΔZ continetur. Poteſt autem etiam ΘΗ ſpatium æquale ei, quod continetur ſub Μ, et ΒΗ; quoniam ΘΗ ad diametrum normalis eſt. Igitur quadratum, quod ab ΑZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΗ, eamdem rationem habet, quam N ad Μ; quoniam ΔZ, ΒΗ ſibi invicem æquales poſitæ ſunt. Habet autem quadratum, quod ab ΑZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΚ eamdem rationem, quam N ad Μ. Æquales ſunt igitur ΘΗ, ΑΚ. Sunt autem æquales etiam ΒΗ, ΔZ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘΗ, ΒΗ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΔZ. Igitur etiam triangulum ΘΗΒ æquale eſt triangulo ΔΑZ; atque ideo etiam eorum dupla æqualia ſunt. Eſt autem trianguli quidem ΑΔΕ ſeſquitertium ſegmentum ΑΔΕ; trianguli vero ΘΒΓ ſeſquitertium ſegmentum ΘΒΓ. Conſtat igitur cum ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta æqualia eſſe. Quod ſi neutra rectarum, quæ ſegmenta ſecant, rectanguli coni ſectionis diametro ad rectos angulos fuerit; abſciſſa a rectanguli coni ſectionis diametro recta ſegmenti unius diametro æquali; ductaque ab ejus termino ad rectos angulos ipſi diametro recta alia; quod oritur ſegmentum utrique ſegmentorum æquale erit. Conſtat igitur, quod propoſitum fuerat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς πρὸς τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσην τῇ μείζονι διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, τὸν

PROP. V. Theor.

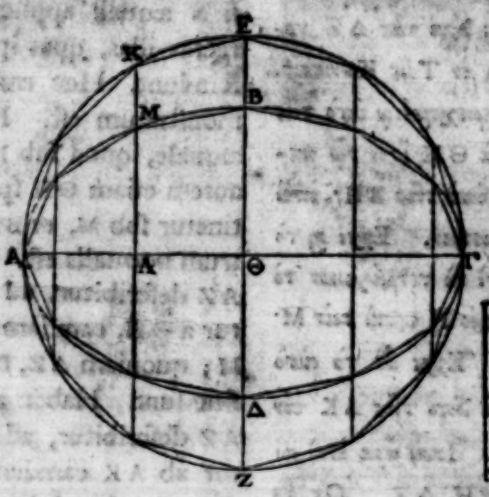
Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum, qui diametrum habeat majori acutianguli coni ſectionis diametro æqualem, eamdem habet rationem,

[b] ἀγομένων [c] τὸ ΑΔΕ τμῆμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου, ἐπίτριτον· in MS. deſunt. [d] ἐν τῇ τομῇ τῆς τοῦ [e] ὅπερ

quam diameter ejuſdem minor ad majorem; hoc eſt ad circuli diametrum.

Sit enim acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ, cujus major quidem diameter ΑΓ, minor vero ΒΔ: et ſit circulus circa diametrum ΑΓ deſcriptus. Oportet demonſtrare, ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum eamdem habere rationem, quam ΒΔ ad ΓΑ; hoc eſt ad ΕΖ.

Itaque quam rationem habet ΒΔ ad ΕΖ, hanc habeat circulus Ψ ad circulum ΑΕΓΖ. Dico circulum Ψ acutianguli coni ſectioni æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ſit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri igitur poteſt, ut circulo Ψ inſcribatur polygonum pariangulum, quod majus ſit ſpatio ΑΒΓΔ. Intelligatur inſcriptum jam eſſe: circuloque ΑΕΓΖ inſcribatur rectilineum ei ſimile, quod circulo Ψ inſcriptum eſt: ductiſque ab ejuſdem angulis normalibus ad diametrum ΑΓ, puncta ea, in quibus normales acutianguli coni ſectionem ſecant, rectis jungantur. Erit utique quoddam rectilineum acutianguli coni ſectioni inſcriptum; idque ad rectilineum inſcriptum circulo ΑΕΓΖ eamdem rationem habebit, quam ΒΔ ad ΕΖ. Quoniam enim normales ΕΘ, ΚΛ in eamdem rationem ad puncta Μ, Β ſecantur, conſtat trapezium ΛΕ ad aliud ΘΜ eamdem habere rationem, quam ΘΕ ad ΒΘ. Eodem pacto alia etiam trapezia, quæ in circulo ſunt, ad alia trapezia, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione; ſingula ſingulis eamdem habent rationem, quam ΕΘ ad ΒΘ. Habent autem etiam triangula, quæ ad puncta Α, Γ in circulo ſunt, ad ea, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione, rationem eamdem. Igitur totum etiam rectilineum circulo inſcriptum ad totum rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Habet autem idem rectilineum etiam ad rectilineum circulo Ψ inſcriptum eamdem rationem, quoniam etiam ipſi circuli eamdem inter ſe invicem habebant. Æquale igitur eſt rectilineum circulo Ψ inſcriptum rectilineo inſcripto acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Majus enim erat toto ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus igitur fieri poteſt, ut acutianguli coni ſectioni inſcribatur polygonum parilaterum, quod majus ſit circulo Ψ.



αὐτὸ ἔχει λόγον, ὃν ὁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτῆς πρὸς τὴν μείζονα, τουτ' ἐστὶ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ, ἐφ' ἧς τὸ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αὐτῆς ἡ μὲν μείζων ἔστω ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ἐλάσσων ἡ ΒΔ· ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τῆς [a] ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, πρὸς τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΑ, τουτέστι πρὸς τὴν ΕΖ.

Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ᾧ ὄνομα τὸ Ψ, πρὸς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τῷ τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομῇ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόπλευρον μεῖζον τῷ ΑΒΓΔ χωρίῳ. Νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον ἐγγεγράφθω δὴ καὶ εἰς τὸ ΑΕΓΖ κύκλον εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ κάθετοι ἀχθῶσιν ἐπὶ τὰν ΑΓ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ [b] σημεῖα, καθ' ἃ τέμνουσιν αἱ κάθετοι τὸν τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομὰν, εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσιν. Ἐπεὶοῦν [c] ἐγγραμμον ἐν τῷ τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομῆς ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τὸ αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΘ, ΚΛ κάθετοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον [d] τέτμηνται κατὰ τὰ Μ, Β, δῆλον ὅτι τὸ ΛΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΘΜ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΘΕ ποτὶ τὰν ΒΘ. Διὰ ταῦτα δὴ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ πρὸς ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τῇ τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομῇ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΘ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ ταῖς Α, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ, ποτὶ τὰ ἐν τῇ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ, τοῦτον τὸν λόγον. Ἔχει ἄρα καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῇ [e] ὀξυγωνίου κώνου τομῇ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον. [f] Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τῇ [g] ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Μεῖζον γὰρ ἦν ὅλῳ τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου [h] κώνου τομῆς. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, μεῖζον τοῦ Ψ

[f] In MS. τουτ' ἐστι desunt. [g] σημεῖα [h] In MS. εὐθύγραμμον deest. [i] τέτμηνται [k] κώνου ex MS.

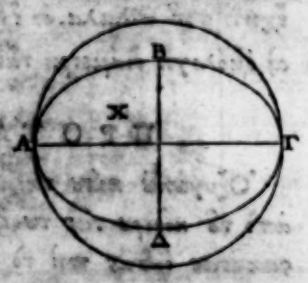
κύκλου. Ἐγγεγράφθω δὴ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, αὐτῇ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΔΒ, ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ τῷ κύκλῳ περιφέρεια. Πάλιν δὴ ἐκείνῃ τι ἐν τῷ ΑΕ κύκλῳ διάγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἔχει πρὸς τὸ ἐν τῷ τῆς ἐξογωνίου κώνου τομῆς ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΔ. Ἐγγεγραφέντος δὴ περὶ τὸ Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ, δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ὂν τῷ ἐν τῇ τῆς ἐξογωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ἐξογωνίου κώνου τομῆς. Δῆλον δὴ ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον πρὸς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΖ.

Itaque inſcribatur: quæque ab ejuſdem angulis ad ΑΓ normales ducuntur, ad circuli uſque circumferentiam producantur. Rurſus erit quoddam rectilineum circulo ΑΕ inſcriptum, quod ad rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Itaque inſcripto circulo etiam Ψ eidem ſimili rectilineo, demonſtrabitur, quod circulo Ψ inſcriptum eſt, id ei æquale eſſe, quod inſcriptum eſt acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Neque igitur minor eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. Conſtat igitur id, quod diximus, ſpatium ad circulum ΑΕΓΖ eamdem habere rationem quam ΒΔ ad ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πᾶν χωρίον, περιεχόμενον ὑπὸ ἐξογωνίου κώνου τομῆς, πρός τινα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ἐξογωνίου κώνου τομῆς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

[1]Ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ἐξογωνίου κώνου τομῆς, [m]ἐν ᾧ τὸ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῆς τοῦ ἐξογωνίου κώνου τομῆς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ ἡ ΑΓ. Καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ Ψ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΖ. Δεικτέον ὅτι τὸ Χ χωρίον πρὸς τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον.



PROP. VI. Theor.

Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad quemlibet circulum eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub diametris acutianguli coni ſectionis continetur, ad quadratum, quod a circuli diametro deſcribitur.

Quod enim ſpatium ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, hoc illud ſit, in quo punctum Χ: ac ipſius acutianguli coni ſectionis diametri ſint ΑΓ, ΒΔ, quarum major ΑΓ. Circulus autem ſit is, in quo punctum Ψ: ejuſque diameter ΕΖ. Oportet demonſtrare ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.



Περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ. Τὸ δὴ Χ χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον. Δέδεικται γὰρ ἔχον ὃν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ. Ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ διάμετρος ἡ ΕΖ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ Χ χωρίον πρὸς τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ περιεχόμενον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον.

Circumſcribatur circulus diametro ΑΓ. Spatium igitur Χ ad circulum, cujus diameter ΑΓ, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur. Demonſtratum eſt enim eamdem habere, quam ΒΔ ad ΑΓ. Habet autem etiam circulus, cujus diameter ΑΓ, ad circulum, cujus diameter ΕΖ, eamdem rationem, quam quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Conſtat igitur ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

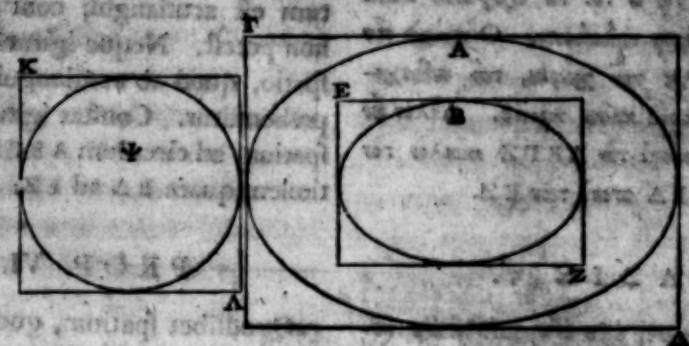
Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ἐξογωνίου κώνου τομῶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [n]ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῶν τῆς ἐξογωνίου κώνου τομῶν ποτ' ἄλλαλα.

PROP. VII. Theor.

Spatia, quæ ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam ſpatia, quæ ſub acutianguli coni ſectionum diametris continentur.

[l] ἔστω γάρ τι [m] ἐν τῷ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῆς τοῦ ἐξογωνίου κώνου τομῆς· in MS. desunt. [n] ποτὲ τὰ ἄλλαλα

Quæ ſpatia ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, hæc ea ſint, in quibus puncta A, B. Ac ſpatium quidem Γ Δ illud ſit, quod ſub diametris ejus acutianguli coni ſectionis continetur, quæ ſpatium A comprehendit: ſpatium vero E Z ſit illud, quod continetur ſub diametris ſectionis alterius. Oportet demonſtrare ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam Γ Δ ad E Z.



Sumatur circulus quidem, in quo punctum Ψ: quadratumque, quod ab ejuſdem diametro deſcribitur, ſit K Λ. Habet autem ſpatium A ad circulum Ψ eamdem rationem, quam Γ Δ ad K Λ: circulus vero Ψ ad ſpatium B eamdem, quam K Λ ad E Z. Conſtat igitur ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam Γ Δ ad E Z.

Ex hoc vero manifeſtum eſt, quæ ſpatia a ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus comprehenduntur, ea inter ſe invicem eamdem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ſectionum diametri.

PROP. VIII. Prob.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit; fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Detur aliqua acutianguli coni ſectio, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit. Agatur autem per rectam, quæ excitata fuit, et minorem diametrum aliquod planum: in quo quidem minor acutianguli coni ſectionis diameter ſit A B; centrum vero punctum Δ; ea denique, quæ ab ejus centro recta excitata fuit, Γ Δ, cujus terminus punctum Γ. Intelligatur autem ipſa acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum A B in plano ad Γ Δ recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio.

Ducatur a puncto Γ ad puncta A, B recta linea, eademque producatur: ducaturque ab A A Z; ita ut ſpatium, quod ſub A E, E Z continetur, ad quadratum, quod ab E Γ deſcribitur eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur,

Ἐστω τετμημένων χωρίων ὑπὸ ὀξυγωνίου [o] κώνου τομῆς, ὧν σύζυγες τὰ A, B. Ἔστω δὲ ἑκατέρου τὸ μὲν Γ Δ τετμημένον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τῆς ἀφιεχόσης τὸ A χωρίον· τὸ δὲ E Z ἀφιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς ἑτέρας τομῆς. Δεικτέον ὅτι τὸ A χωρίον πρὸς τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ E Z.

Διελήφθω δὴ κώνου τις, οὗ βάσις μὲν τὸ Ψ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον ἀφ' οὗ πρὸς τὰς διαμέτρους αὐτοῦ τετράγωνα ἴσα τῷ K Λ. Ἐχέτω δὲ τὸ μὲν A χωρίον, πρὸς τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ K Λ· ὁ δὲ Ψ κύκλος πρὸς τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ K Λ πρὸς τὸ E Z. Δῆλον δή, ὅτι τὸ A χωρίον πρὸς τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ E Z.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ [p] ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλληλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλήλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τῶν τομῶν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

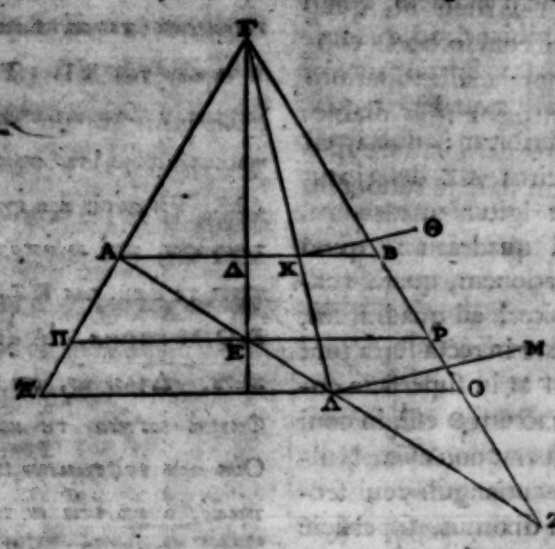
Ὀξυγωνίου κώνου τομῆς δοθείσης, καὶ γραμμῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς [q] ἀνῃγμένης ὀρθῆς πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή· δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὴν ἔχοντα τὸ πέρας τῆς ἀνῃγμένης εὐθείας, [r] οὗ ἐν τῇ ὑποφανείᾳ ἐστεῖται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

Διήχθω τις ὀξυγωνίου κώνου τομὴ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτῆς δοθεῖα γραμμὴ ἀνῃγμένη ὀρθὴ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή. Διὰ δὲ τῆς ἀνῃγμένης δοθείσης, καὶ τῆς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω· καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἡ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἡ A B· τὸ δὲ κέντρον τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸ Δ· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνῃγμένη ὀρθὴ ἡ Γ Δ, πέρας δὲ αὐτῆς τὸ Γ. Ἡ δὴ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ νοείσθω περὶ διάμετρον τὴν A B γεγραμμένη ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν Γ Δ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὴν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, ὃ ἐν τῇ ὑποφανείᾳ ἐστεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

Ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἡ A Z, ὡς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν A E, E Z πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς E Γ, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας μείζονος διαμέτρου,

[o] Sic MS. [p] ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομῶν (αὐτῶν) τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλληλα ὃν ἔχοντί δυνάμει ποτ' ἀλλήλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τῶν τομῶν [q] ἀνῃγμένης ὀρθῆς [r] οὗτος

ἴστι τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. Διπλασίων δέ ἐστι, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ἴστι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον. Ἀπὸ δὲ τῆς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεστάσθω ἐφ' ὃν ἴστι τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ ΓΑ, ΑΖ· ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὴν ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω, κορυφὴν ἔχων τὸ Γ σημεῖον. Ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου διεχθήτω τις ἀπὸ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή. Εἰ μὴ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον ἄμεν τὶ σημεῖον εἶναι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω δέ τι σημεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἀχθω ἡ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ. Ἐστωσαν δὴ αἱτὰ ἐφθὰ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ ΓΑΖ. Ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὴ αὐτὰ τᾷ ΑΖ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω πρὸς ἐφθὰς τᾷ ΖΑ, ἁ ΛΜ, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΑΖ. Τὸ δὴ Μ νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τὰς περιφερείας αὐτοῦ· ἄχθω δὴ καὶ παρὰ τὰν ΑΒ, διὰ μὲν τοῦ Λ, ἁ ΞΟ· διὰ δὲ τοῦ Ε, ἁ ΠΡ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΕΑ, ΕΖ περιεχόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ [a] ᾧ ἐστὶν ἴσον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΠΕ, ΕΡ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. Ἐστὶ δὲ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΠ, ΕΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΛ, ΛΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΛΞ, ΛΟ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΛ, ΛΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΞΛ, ΛΟ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΛ, ΛΟ πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ πρὸς



ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ. Hoc autem fieri poteſt; quoniam ratio hæc major eſt ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΑΔ, ΔΒ continetur, ad quadratum quod a ΔΓ deſcribitur. Excitetur autem ab ΑΖ planum ad id planum, in quo ſunt ΓΑ, ΑΖ, rectum: deſcribaturque hoc in plano circulus circa diametrum ΑΖ; et ab eo circulo conus verticem habens punctum Γ. Demonſtrabitur in coni hujus ſuperficie eſſe acutianguli coni ſectio. Si enim non eſt in coni ſuperficie neceſſe eſt punctum aliquod eſſe in acutianguli coni ſectione, quod in coni ſuperficie non ſit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ in acutianguli coni ſectione, quod non ſit in coni ſuperficie: et a puncto Θ ducatur ΘΚ ad ΑΒ normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt ΓΑΖ. Ducatur autem a puncto Γ ad Κ recta linea, eaque producatur ita ut incidat in ΑΖ in puncto Λ: deinde vero a puncto Λ ipſi ΑΖ ad rectos angulos ducatur ΛΜ; utique in circulo, qui circa ΑΖ deſcriptus eſt. Intelligatur autem punctum Μ ſublime eſſe in ejuſdem circumferentia: ducaturque ipſi ΑΒ parallela, per punctum quidem Λ, ΞΟ; per punctum vero Ε, ΠΡ. Quoniam igitur ſpatium quidem, quod ſub ΕΑ, ΕΖ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ: quadratum vero, quod ab ΕΓ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΕΠ, ΕΡ continetur, habet eamdem, quam quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΔ, ΔΒ; ideo ſpatium, quod ſub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΠΕ, ΕΡ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΔ, ΔΒ. Se habet autem, ut ſpatium quidem, quod ſub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΕΠ, ΕΡ, ita ſpatium, quod ſub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΛΞ, ΛΟ: ut quadratum vero, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ. Spatium igitur, quod ſub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΞΛ, ΛΟ, eamdem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘΚ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub ΞΛ, ΔΟ, continetur, ad quadratum, quod a ΓΛ deſcribitur, eamdem rationem, quam ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ, ad quadratum, quod

[a] καὶ τὸ

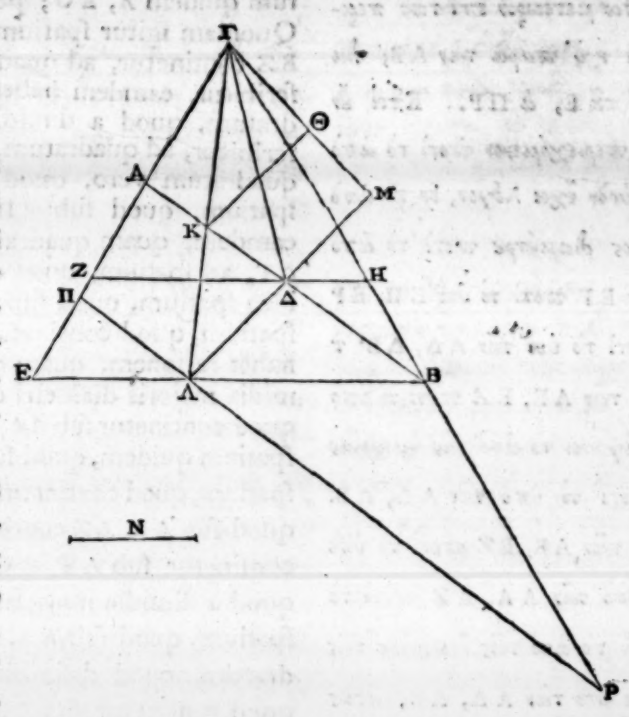
describitur a ΓK. Habet igitur etiam spatium, quod sub AΛ, ΛZ continetur, ad quadratum, quod describitur a ΓΛ, rationem eamdem, quam quadratum, quod a ΘK describitur, ad quadratum, quod describitur a KΓ. Spatio autem, quod sub AΛ, ΛZ continetur, æquale est quadratum, quod a ΛM describitur: ducta est enim in semicirculo, qui circa AZ descriptus est, normalis AM. Habet igitur quadratum, quod a ΛM describitur, ad quadratum, quod describitur a ΛΓ eamdem rationem, quam quadratum, quod a ΘK describitur, ad quadratum, quod describitur a KΓ. Quare in recta linea sunt puncta Γ, Θ, M. Est autem ΓM in superficie coni. Constat igitur etiam punctum Θ esse in coni superficie. Positum autem fuerat non esse. Nullum est igitur punctum in acutianguli coni sectione, quod in coni, quem diximus, superficie non sit. Tota igitur acutianguli coni sectio est in ejusdem coni superficie.

τὸ ἀπὸ τᾶς ΓK τετράγωνον. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΛ, ΛZ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΓ. Τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν AΛ, ΛZ περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ περὶ τᾶν AZ καθητὸς ἄχθη ἀ ΛM. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΓ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΓ. Ὡς τε ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. Ἀ δὲ ΓM ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τᾶ κώνω. Δῆλον ὅν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται τᾶ κώνω. Ἐπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ τᾶ προειρημένω κώνω. Ὅλα ὅν ἀ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τᾶ αὐτᾶ κώνω.

PROP. IX. Prob.

Data acutianguli coni sectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata sit, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum alteram agitur; fieri potest, ut conus inveniatur terminum habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Sit diameter acutianguli coni sectionis BA; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum est, excitata fuit, ΔΓ. Intelligatur autem acutianguli coni sectio descripta esse circa diametrum AB in plano ad id planum, in quo sunt AB, ΓΔ, recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio.



Itaque rectæ AΓ, ΓB æquales non sunt; quoniam ΓΔ recta non est ad id planum, in quo est acutianguli coni sectio. Sit igitur recta EΓ æqualis ipsi ΓB: et recta N æqualis sit dimidiæ alterius diametri, quæ ipsi AB conjuncta est: ducaturque per punctum Δ ZH ipsi EB parallela. Excitetur autem ab EB planum ad id planum, in quo sunt AΓ, ΓB rectum: describaturque hoc in plano circa diametrum EB circulus, aut ellipsis. Et quidem si

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεσαχθείσας ἀπὸ τᾶς κέντρω τᾶς τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἐν ἐπιπέδω, ὃ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεσαχὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρω ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἀ τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομά, δυνατὸν ἐστι κῶνον εὑρεῖν, κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεσαχθείσας εὐθείας, ἃ ἐν τᾷ ὑπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ δοθεῖσα τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομά.

Ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἀ BA, κέντρον δὲ τὸ Δ· καὶ ἀ ΔΓ ἀπὸ τᾶ κέντρω ἀνεσαχθεῖσα, ὡς εἴρηται. Ἀ δὲ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδω ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστὶ αἰ AB, ΓΔ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ὑπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομά.

Οὐ γὰρ ἐστὶ ἴσαι αἰ AΓ, ΓB, ἐπεὶ ἀ ΓΔ οὐκ ἐστὶν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἀ τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομά. Ἔστω ἒν ἴσα ἀ EΓ τᾷ ΓB· ἀ δὲ N εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρω, ἃ ἐστὶ συζυγὴς τᾷ AB· καὶ διὰ τᾶ Δ ἄχθω ἀ ZH παρὰ τὰν EB. Ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπιπέδον ἀνεσαχέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἰ AΓ, ΓB· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν EB κύκλος, ἢ ἔλλειψις. Εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ

[t] τῷ περὶ τὰν

[u] ἔτω δὴ

τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς N, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H, κύκλος. Εἰ δὲ μή ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίᾳ κώνου τομὰ ταυτί, ὥς τε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς E B τὸν αὐτὸν ἔχων λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H. Κῶνος λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος, ἢ ἀ ὀξυγωνίᾳ κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν E B. Δυνατὸν δὲ ἐστι τοῦτο· ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν E B [w] ἀχθεῖσα ὀρθὰ ἐντὶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν E B. Ἐν ταύτᾳ δὴ [x] τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἀ ὀξυγωνίᾳ κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν A B. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔσται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω τὶ σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ᾧ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἀχθὼ ἀ Κ Θ ἐπὶ τὰν A B· ἀ δὲ Γ Κ παρ' ἀχθεῖσα, ἐκβεβλήθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ E B [y] κατὰ τὸ Λ. Διὰ δὴ τοῦ Λ ἄχθω τὶς ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν E B ποτ' ὀρθὰς τᾷ E B, ἀ Λ M. Τὸ δὴ M νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ Λ παρὰ τὰν A B ἀ Π P. Ἔστι δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν E Λ, Λ B· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τὰν Z Δ, Δ H ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A Δ, Δ B, οὕτως τὸ ὑπὸ E Λ, Λ B ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P. Ἐσσεῖται ἄρ' ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ A Δ, Δ B περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Δ, Λ P. Ἔχει δὲ ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A Δ, Δ B, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B· ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίᾳ κώνου τομᾷ καθετοὶ ἐντὶ ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν A B. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Λ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Γ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Ὡς τε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. Ἀ δὲ Γ M ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Δῆλον ἄρα ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν ἄρα ἐστὶν ὃ ἔδει δεῖξαι.

quadratum, quod a N deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, deſcribatur circulus. Sin minus, acutianguli coni ſectio ejuſmodi, ut quadratum, quod ab altera diametro deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E B, eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z Δ, Δ H. Sumatur deinde conus verticem habens punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit circulus, aut acutianguli coni ſectio circa diametrum E B deſcripta. Hoc autem fieri poteſt; quoniam quæ a puncto Γ ad mediam E B ducitur, recta eſt ad planum, quod ab E B excitatur. Atque in hac ſuperficie eſt etiam acutianguli coni ſectio, quæ circa diametrum A B deſcribitur. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in coni ſuperficie non erit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ, quod in coni ſuperficie non ſit: et a puncto Θ ducatur K Θ ad A B normalis: ducatur autem etiam Γ K, eaque producatur, ita ut incidat in E B in puncto Λ: et per punctum Λ ducatur recta quædam Λ M in plano, quod rectum ab E B excitetur, ad rectos angulos ipſi E B. Intelligatur autem punctum M ſublime eſſe in ſuperficie coni: ducaturque per punctum Λ Π P ipſi A B parallela. Ut igitur quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a Λ M, ad ſpatium, quod continetur ſub E Λ, Λ B: ut ſpatium vero, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub A Δ Δ B, ita ſe habet ſpatium, quod ſub E Λ, Λ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Π Λ, Λ P. Igitur ut quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A Δ, Δ B continetur, ita ſe habebit quadratum, quod deſcribitur a Λ M, ad ſpatium quod continetur ſub Π Λ, Λ P. Ut autem quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A Δ, Δ B continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B; quoniam in eadem acutianguli coni ſectione normales ductæ ſunt ad diametrum A B. Eamdem igitur rationem habet quadratum quod a Λ M deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Π Λ, Λ P continetur, quam quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub Π Λ, Λ P continetur, ad quadratum, quod a Λ Γ deſcribitur, eamdem rationem, quam ſpatium, quod continetur ſub A K, K B, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Habet igitur quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Λ Γ rationem eamdem, quam quadratum, quod a Θ K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Quare in recta linea ſunt puncta Γ, Θ, M. Eſt autem Γ M in ſuperficie coni. Conſtat igitur etiam punctum Θ eſſe in coni ſuperficie. Poſitum autem fuerat non eſſe. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

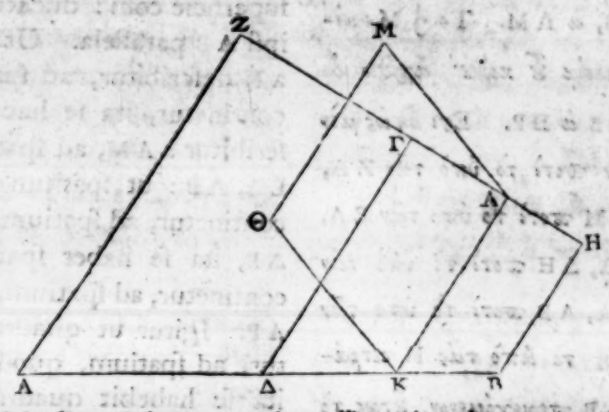
[w] Sic MS. [x] τᾷ [y] κατὰ τὸ A

PROP. X. Pros.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata ſit, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum alteram agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui rectæ illi, quæ excitata fuit, in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Sit altera datæ acutianguli coni ſectionis diameter B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum eſt, excitata fuit, Γ Δ. Intelligatur autem acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo ſunt A B, Γ Δ, recto. Oportet utique cylindrum invenire axem habentem, qui ipſi Γ Δ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Itaque a punctis A, B ducantur A Z, B H ipſi Γ Δ parallelæ. Atque altera acutianguli coni ſectionis diameter aut æqualis eſt intervallo ipſarum A Z, B H, aut major, aut minor. Sit primo æqualis rectæ Z H; quæ quidem ad rectos angulos ſit ipſi Γ Δ. Excitetur autem a Z H planum ad Γ Δ rectum: hocque in plano circulus ſit circa diametrum Z H deſcriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens Γ Δ. Jam in cylindri hujus ſuperficie eſt acutianguli coni ſectio. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri ſuperficie non erit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ in acutianguli coni ſectione, quod in cylindri ſuperficie non ſit: ducaturque a puncto Θ, Θ K ad A B normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt A B, Γ Δ. Ducatur autem a puncto K ipſi Γ Δ parallela K Λ; et a puncto Λ excitetur Λ M ad rectos angulos ipſi Z H; utique in circulo, qui circa Z H deſcriptus eſt. Intelligatur autem punctum M ſublime eſſe in circumferentia ſemicirculi, qui circa diametrum Z H eſt deſcriptus. Eamdem igitur habet rationem quadratum, quod a normali Θ K deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A K, K B continetur: et quadratum, quod deſcribitur a Z Γ, ad ſpatium, quod continetur ſub A Δ B; quoniam Z H alteri diametro æqualis eſt. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub Z Λ, Λ H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B, eamdem rationem, quam quadratum, quod a Z Γ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ ellipſeos. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub Z Λ, Λ H continetur, quadrato quod a Θ K deſcribitur.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι.

Ὀξυγωνίου κώνου τομῆς δοθείσης, καὶ γραμμῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς μὴ ὀρθὰς ἀνεσαλμένας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἔστιν ἀπὸ τῆς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεσαλὲς πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή· δυνατὸν ἐστὶ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τῇ ἀνεσαλμένῃ γραμμῇ, ἧς ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

Ἔστω τῆς δοθείσης τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς ἑτέρα διάμετρος ἡ B A· κέντρον δὲ τὸ Δ· ἡ δὲ Γ Δ γραμμὴ ἔστω ἀνεσαλμένη ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἴρηται. Ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή, νοείσθω περὶ διάμετρον τὴν A B, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ A B, Γ Δ. Δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας [a] τῇ Γ Δ, ἧς ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

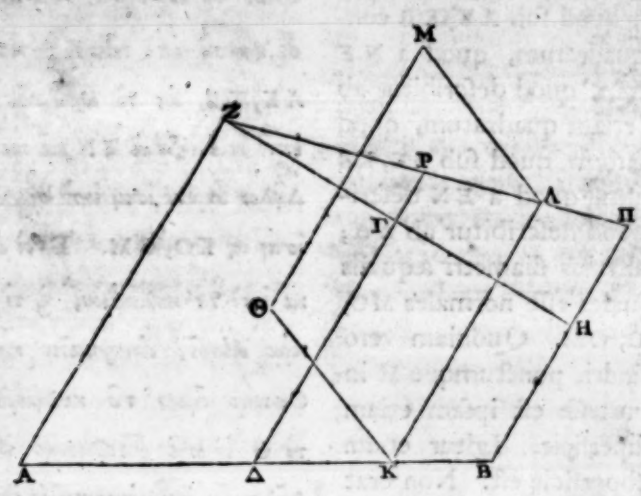
Ἀπὸ δὴ τῶν A, B σημείων [a] ἤχθω παρὰ τὴν Γ Δ αἱ A Z, B H. Ἡ δὲ ἑτέρα διάμετρος τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ διαστήματι τῶν A Z, B H, ἢ μεῖζον, ἢ ἐλάσσον. Ἔστω δὴ πρότερον ἴσον τῇ Z H· αἱ ἄρα Z H ἴσαι πρὸς ὀρθὰς τῇ Γ Δ. Ἀπὸ δὴ τῶν Z H, ἀνεσαλείτω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸν Γ Δ· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὴν Z H· ἡ ἀπὸ δὴ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὴν Γ Δ. Ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου [b] τοῦτο ἐστὶν ἃ δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομή. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐστεῖταί τι σημεῖον ἐπὶ τῆς δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ δὴ κυλίνδρου. Νοείσθω δή τι σημεῖον λελαμμένον ἐπὶ τῆς δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ δὴ κυλίνδρου· καὶ ἀπὸ δὴ Θ καθετὸς ἤχθω ἐπὶ τὸν A B ἡ Θ K. Ἐστεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ A B, Γ Δ. Ἀπὸ δὴ δὴ K ἤχθω παρὰ τὴν Γ Δ ἡ K Λ, καὶ ἀπὸ δὴ Λ ἀνεσαλείτω ἡ Λ M πρὸς ὀρθὰς [c] τῇ Z H, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὴν Z H. Τὸ δὴ M νοείσθω μετέωρον ἐν τῇ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου δὴ περὶ διάμετρον τὴν Z H. Τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς Θ K καθετοῦ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A K, K B περιεχόμενον· καὶ τὸ ἀπὸ Z Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A Δ B περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἡ Z H τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἔχει δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z Δ, Λ H περιεχόμενον πρὸς τὸ ὑπὸ A K, K B περιεχόμενον λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς Z Γ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ A Δ τῆς ἐλλείψεως. Ἴσον δὲ ἐντὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z Λ, Λ H περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τῆς Θ K τετραγώνῳ. Ἔστι δὲ ἴσον καὶ τῷ

[a] τὰ Γ Δ [a] ἤχθωσαν [b] τοῦτό ἐστιν [c] τὰς

δοτὸ ΛΜ. Ἴσαι ἄρα εἰσὶ αἱ ΘΚ, ΜΛ καθετοί· παράλληλοι οὖν εἰσὶ αἱ ΛΚ, ΜΘ. Ὡς τι καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ περίληλοι ἐσοῦνται. Καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΘΜ, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἰόντες ἀκταὶ [d] παρὰ τὸν ἄξονα. Δῆλον ὖν ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. Πέπεικται δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν οὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

Δῆλον δή, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὰν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐσοῦνται, ἅτινα [e] ἢ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τᾶν [f] περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, [g] ἀγομέναν παρὰ τὰν ἀνεσαμοῦσαν εὐθεῖαν.

Ἔστω πάλιν ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ· καὶ ἴσα ἔστω ἃ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν [h] ποτὶ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τέτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ· ἀπὸ δὲ κύκλω ἑστὼ κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ δὲ κυλίνδρω ἑστὼ, διὰ τ' αἰτῶν δοκχθήσεται ἴσα ἃ τᾷ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά.



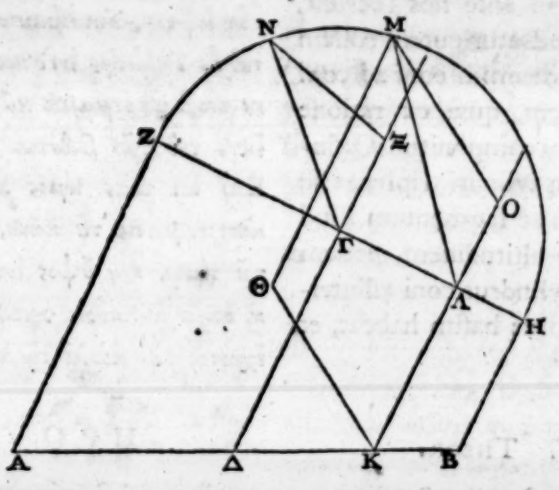
Ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἃ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ· ᾧ δὴ μείζων δυνάται ἃ ΖΓ τᾶς ἡμισείας [i] τᾶς ἑτέρας διαμέτρω, ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον. Καὶ ἀπὸ δὲ Ξ ἀνεσαμέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρω, ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἃ ΞΝ· τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. Ἃ δὲ ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. Ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΖΗ, ΓΝ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δὴ ἔντος διὰ τᾶ Ν, καὶ δοτὸ τᾶ κύκλω κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρω τέτω ἐστὶν ἃ τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομά. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσοῦνταί τι σαμεῖον ἐπ' αἰτᾶς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ κυλίνδρω. Λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ' αἰτᾶς τὸ Θ· καὶ ἃ ΘΚ καθετὸς ἀχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ· καὶ δοτὸ τᾶ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔστω ἃ ΚΛ· καὶ δοτὸ τᾶ Λ ἀχθω ποτ' ὀρθὰς [k] τᾷ ΖΗ, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ, ἃ ΛΜ. Νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίω τοῦ

Est autem æquale etiam illi, quod describitur a ΛΜ. Æquales sunt igitur normales, ΘΚ, ΜΛ; ideoque ΛΚ, ΜΘ sunt parallelæ. Quare parallelæ etiam sunt ipsæ ΔΓ, ΜΘ. Est igitur ΘΜ in superficie cylindri; quoniam a puncto Μ, quod in superficie est, ducta fuit axi parallela. Constat igitur etiam punctum Θ esse in ejusdem superficie. Positum autem fuerat non esse. Manifestum est igitur, quod oportebat demonstrare.

Illud quoque constat, cylindrum, qui ellipsim comprehendit, rectum fore, si altera diameter æqualis fuerit intervallo rectarum, quæ ab alterius diametri terminis rectæ illi, quæ excitata fuit, parallelæ ducuntur.

Sit rursus altera diameter major quam ΖΗ: æqualisque sit ΠΖ alteri diametro. Excitetur autem a ΠΖ planum ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ, rectum hocque in plano circulus sit circa diametrum ΠΖ descriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens ΔΡ. Demonstrabitur eadem ratione in superficie cylindri hujus esse acutianguli coni sectio.

At vero minor sit altera diameter quam ΖΗ: et quo plus potest ΖΓ, quam dimidia alterius diametri, hoc sit quadratum, quod a ΓΞ describitur. Excitetur autem a puncto Ξ recta linea ΞΝ æqualis dimidiæ alterius diametri, eademque recta ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ: et intelligatur punctum Ν sublime esse. Æqualis est igitur ΓΝ ipsi ΓΖ. Describatur deinde in plano, in quo sunt ΖΗ, ΓΝ, circa diametrum ΖΗ circulus; qui quidem etiam per punctum Ν transibit; atque ab hoc circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus superficie est acutianguli coni sectio. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri superficie non erit. Itaque sumatur in ea punctum aliquod Θ: ducaturque ab eo ΘΚ normalis ad ΑΒ; itemque a puncto Κ ΚΛ parallela ipsi ΓΔ: et a puncto Λ ΛΜ normalis ad ΖΗ; utique in semicirculo, qui circa diametrum ΖΗ descriptus est. Intelligatur autem punctum Μ in semicirculo esse,



[d] Sic MS. [e] ἃ ἑτέρα [f] πειράτων [g] Sic MS. [h] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ [i] Sic MS. [k] τὰς

qui descriptus est circa ZH, a quo normalis ducatur MO ad KΛ productam. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt AB, ΓΔ, quoniam KΛ ad rectos angulos est ipsi ZH. Igitur ut quadratum, quod a MO describitur, ad quadratum, quod describitur a MΛ, ita se habet quadratum, quod a ΞN describitur, ad quadratum, quod describitur a NΓ: ut vero quadratum, quod a MΛ describitur, ad spatium, quod sub AK, KB continetur, ita se habet quadratum, quod a ΓN describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ. Nam quadratum quidem, quod a MΛ describitur, æquale est spatio, quod sub AZ, AH continetur; quadratum vero, quod a ΓN describitur, æquale est quadrato, quod describitur a ΓZ. Igitur ut quadratum, quod a MO describitur, ad spatium, quod sub AK, KB continetur, ita se habet quadratum, quod a NΞ describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ. Se habet autem etiam quadratum, quod a KΘ describitur, ad spatium, quod sub AK, KB continetur, ut quadratum, quod a ΞN describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ; quoniam ΞN dimidiæ alterius diametri æqualis est. Constat igitur æquales esse normales MO, ΘK; ideoque etiam KO, ΘM. Quoniam vero MΘ parallela est axi cylindri, punctumque M in ejusdem superficie est, necesse est ipsam etiam MΘ in ejusdem esse superficie. Igitur etiam punctum Θ in ejusdem superficie est. Non erat autem. Constat igitur acutianguli Coni Sectionem necessario esse in cylindri superficie.

PROP. XI. Theor.

Quemlibet conum ad conum rationem habere, quæ componitur ex ratione tum basium, tum altitudinum, ab iis, qui ante nos fuerunt, demonstratum est. Demonstratur autem eodem modo, etiam quodlibet segmentum coni ad coni segmentum rationem habere, quæ ex ratione tum basium tum altitudinum componitur. Quinetiam, quodlibet segmentum cylindri triplum esse segmenti coni, qui eamdem ac segmentum illud basim habeat, eamdemque altitudinem, eodem modo demonstratur, quo cylindrus coni esse triplus, qui eamdem ac cylindrus basim habeat, et altitudinem eamdem.

PROP. XII. Theor.

Si rectangula conois plano secetur acto sive per axem, sive secundum axem, sectio erit rectanguli coni sectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipsius erit communis sectio planorum; tum ejus, quod figuram secat, tum ejus, quod rectum ad id, quod secat, planum per axem agitur. Quod si plano secetur ad axem recto, sectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si obtusiangula conois plano secetur acto sive per axem, sive secundum

περὶ τὰν ZH· καὶ ἀπὸ τᾶς M καθήκοις ἄχθω ἐπὶ τὰν KΛ ἐκβληθεῖσαν, ἃ MO. Ἐπιπέδα δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ AB, ΓΔ, ἐπεὶ ποτ' ὀρθὰς ἐστὶ ἃ KΛ τᾷ ZH. Ἔστιν δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς MO ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς MΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς NΓ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς MΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΔ. Ἐπὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς MΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν AZ, AH περιεχομένῳ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓN τῷ ἀπὸ τᾶς ΓZ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς MO τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς NΞ ποτὶ ἀπὸ τᾶς AΔ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ ἀπὸ τᾶς AΔ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἃ ΞN τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. Δῆλον δὴ ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ MO, ΘK καθετοί· ὡς τε ἴσαι αἱ KO, ΘM. Ἐπεὶ δὲ ἃ MΘ παρὰ τὰν ἄξονα ἐντὶ τᾶς κυλίνδρου, καὶ τὸ M σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον καὶ τὰν MΘ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τᾶς κυλίνδρω. Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. Οὐκ ἐν δέ. Δῆλον δὴ ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τᾶς ὀξυγωνίας κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τᾶς κυλίνδρω.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τᾶς τῶν βάσιων λόγω, καὶ ἐκ τᾶς τῶν ὑψέων, δεδείκνυται ὑπὸ τῶν πρότερον. Ἃ αὐτὰ δὲ δόδεξις ἐντὶ καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνω ποτὶ ἀπότμαμα κώνω τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκτε τοῦ τῶν βάσεων λόγω, καὶ ἐκ τᾶς τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρω τριπλασίων ἐστὶ τοῦ ἀποτμάματος τᾶς κώνω, ἃ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ, καὶ ὕψος ἴσον, ἃ αὐτὰ ἀπόδεξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τᾶς κώνω τᾶς βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ, καὶ ὕψος ἴσον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἶκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τᾶς ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ ἐστεῖται ὀρθογωνίᾳ κώνω τομὰ αὐτὰ τὰ περιλαμβανούσα τὸ σχῆμα. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐστεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ ἃ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθᾶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ κύκλος ἐστεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἶκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμα-

θῇ διὰ τῆ̃ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἢ διὰ τῆ̃ς καμπύλας τῆ̃ πάσας τῆ̃ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἡ τομὰ ἐσται̃ ἀμβλυγωνίε κώνε τομή. Εἰ μὲν διὰ τ̃ ἄξονος αὐτὰ τὰ̃ περιλαμβανόμενα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ κ̀ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾶ̃· εἰ δὲ κ̀ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ πάσας τῆ̃ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐκ ὁμοία. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσται̃ ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τῆ̃ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τῆ̃ ἄξονος ὀρθῆ̃ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Αἴτια τμαθῆ ὀρθῶ τῷ ἐπιπέδῳ περὶ τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ κύκλος ἐσται̃, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τῆ̃ ἄξονος. Αἴτια τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὀπτερῶν ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ ἐσται̃ ἀμβλυγωνίε κώνε τομά· εἰ μὲν καὶ διὰ τῆ̃ ἄξονος, αὐτὰ ἃ περιλαμβάνουσι τὸ σχῆμα· εἰ δὲ κ̀ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾶ̃. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσται̃ ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, κ̀ τῆ̃ ἀχθέντος διὰ τῆ̃ ἄξονος ὀρθῆ̃ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμαθῆ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ κύκλος ἐσται̃, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴτια τῶν εἰρημμένων σχημάτων ὁποιονῦν ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾶ̃ ἐπιφανείᾳ τ̃ σχήματος μὴ ἐπὶ τὰς τομᾶς ἰόντων καθετοὶ ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσου̃νται τᾶς τ̃ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερὸν ἐστὶ αἱ ἀποδείξις.

axem, ſive denique per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem per axem, eadem erit atque illa, quæ figuram comprehendit: ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis: ſi denique per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum axem, ſectio erit acutianguli coni ſectio: et ſi quidem per axem, eadem illa, quæ figuram comprehendit; ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si quælibet figurarum, quas diximus, plano ſecetur per axem acto; quæ a punctis, quæ in ſuperficie figuræ non autem in ipſa ſectione ſunt, normales ducuntur, intra figuræ ſectionem cadent. Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἴτια τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ μήτε διὰ τῆ̃ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἡ τομὰ ἐσται̃ ὀξυγωνίε κώνε τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ μείζων ἐσται̃ ἡ ἐναπολαφθει̃σα ἐν τῷ κωνοειδεῖ, ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τῆ̃ τεμνοντὸς τὸ σχῆμα, κ̀ τῆ̃ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῆ̃ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἡ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσται̃ τῷ διαστήματι τῶν ἀχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII. Theor.

Si rectangula conois plano ſecetur neque per axem acto, neque ſecundum axem, neque ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio; cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in conoide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur: minor vero diameter æqualis erit intervallo rectarum, quæ a terminis majoris diametri axi parallelæ ducuntur.

Τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ, διὰ τῆ̃ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ[1] ἡ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἡ ΓΑ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τ̃ κωνοειδέος, κ̀ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἡ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι ἡ τομὰ τῆ̃ κωνοειδέος, ἃ ἀπὸ τῆ̃ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΑΓ, ὀξυγωνίε ἐστὶ κώνε τομά. Καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἡ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ· ἡ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐστὶ τᾷ̃ ΛΑ, τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἰούσας, τᾶς δὲ ΑΑ καθετῆ ἐπὶ τὰν ΓΛ.

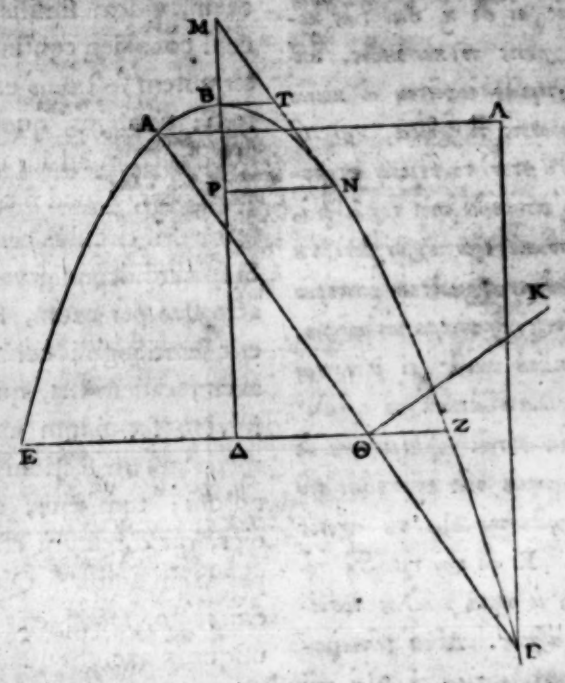
Νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, κ̀ ἀπὸ τῆ̃ Κ καθετὸς ἤχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ, ἃ ΚΘ. Ἐσται̃ δὴ ἃ ΚΘ καθετὸς ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ΑΓΒ ὀρθογωνίε κώνε τομά· διότι κ̀ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.

Et ſit conoidis quidem ſectio linea ΑΒΓ; plani vero, quod ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter ΒΔ. Oportet demonſtrare, conoidis ſectionem, quæ fit a plano ſecundum ΑΓ acto, acutianguli coni ſectionem eſſe. Ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe rectam ΑΓ; minorem vero æqualem rectæ ΑΛ; ducta ſcilicet ΓΛ ipſi ΒΔ parallela, et ΑΛ ad ΓΛ normali.

Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΓΑ normalis ΚΘ. Erit igitur ΚΘ recta ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt ΑΓΒ; quoniam etiam planum, quod ſecat, ad idem

[1] ἁ ΒΓ

planum rectum eſt. Ducatur autem per punctum Θ recta EZ æquales cum BΔ angulos efficiens; et per rectas EZ, KΘ agatur planum. Hoc rectum utique erit ad BΔ: et ſecabitur conois plano ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque KΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ZΘ, ΘE continetur. Qui enim ſuper EZ conſtituetur ſemicirculus eſt: normaliſque cum ſit KΘ media proportionalis eſt, ſpatiumque poteſt, quod continetur ſub EΘ, ΘZ. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, MN quidem ipſi AΓ parallela, contingat autem in puncto N; BT vero parallela ipſi EZ. Quod igitur ſpatium ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub EΘ, ΘZ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a NT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BT. Hoc enim demonſtratum eſt. Æqualis eſt autem ipſi NT, TM; quoniam etiam BP ipſi BM æqualis eſt. Igitur etiam ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad quadratum, quod a KΘ deſcribitur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a TM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TB. Quare etiam quadratum, quod a normali ΘK deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a BT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TM. Quoniam igitur triangula ΓAΛ, TMB ſimilia ſunt, quadratum quod a normali ΘK deſcribitur, ad rectangulum, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Pariter demonſtrabuntur, et quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad AΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius AΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem: ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe AΓ, minorem vero æqualem ipſi AΛ.



Διὰ δὴ τοῦ Θ ἄχθω ἀ EZ ἰφθὰς πεῦσα γωνίας ποιοῦσα πρὸς τὰν BΔ· ἐκβεβλήσθω. Ἐστῶσα δὴ τῶν ἰφθῶν ποτὶ τὰν BΔ· τετμήσθω δὶ τὸ κωνοειδὲς χῆμα ἐπιπέδῳ ἰφλῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὡς τε ἀ τομὰ κύκλος ἐστῶσα, κέντρον δὶ αὐτᾶς τὸ Δ. Ἀ ἄρα KΘ ἴσα δυνατῶσα τῷ ὑπὸ ZΘ, ΘE. Ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τᾶς EZ· καὶ ἀ KΘ καθετὸς ἔστω μέση γινομένα ἀναλόγων τῷ ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ περιεχομένω. Ἄχθω δὶ ἐπιψαύουσα τᾶς τῶ κώνω τομᾶς, ἀ μὲν MN παρὰ τὰν AΓ, ἐπιψαυέτω δὶ κατὰ τὸ N· ἀ δὶ BT παρὰ τὰν EZ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς NT, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς BT. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Τᾷ δὲ NT ἴσα ἐστὶ ἀ TM· διότι καὶ ἀ BP τᾷ BM. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς TM ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TB. Ὡς τε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετῦ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς BT τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TM. Ἐπεὶ ὦν ὅμοια ἐστὶ τὰ ΓAΛ, TMB τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετῦ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Ὁμοίως δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθετᾶν τετράγωνα, τᾶν ἀγομέναν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν AΓ, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς AΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Δῆλον ὦν ὅτι ἀ τομά ἐστιν ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· διάμετρος δὶ αὐτᾶς εἰσιν, ἀ μὲν μείζων ἀ AΓ, ἀ δὶ ἐλάσσων ἴσα τᾷ AΛ.

PROP. XIV. Theor.

Si obtuſiangula conois plano ſecetur concurrente tum omnibus lateribus coni conoiden continentis, non autem acto ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἶκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τᾶ κώνω πλευραῖς τᾶ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἀ τομὰ ἐστῆται ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἀ μείζων ἐστῆται ἃ ἐναπλαφθεῖσα ἐν τῷ κω-

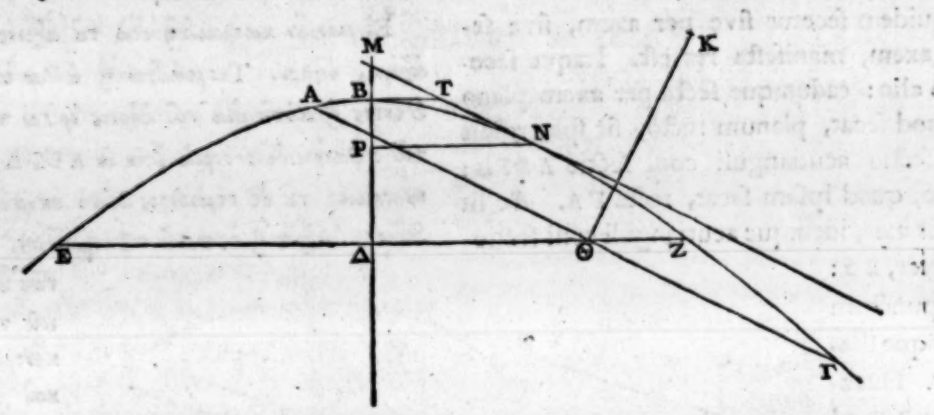
[m] τὰν EZ, KΘ εὐθεῖαν MS. ἐπιπέδῳ deest. [n] Sic MS. [o] τᾷ TM [p] τᾷ ΓAΛ, TAB τρίγωνα ὅμοια διιχθήσονται [q] In

νοειδῆ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τῇτι τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τῇ ἀχθέντος διὰ τῆ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτῆ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομά, τᾶ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδᾳ ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ τᾶ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἀ ΒΔ. Νοείσθω δή τι ἐπὶ τὰς τομὰς λελαμμένον σαμεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τᾶ Κ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀ ΚΘ. Ἐστῶσαι δὴ αὐτὰ ὀρθὰ [t] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ ἀ ΑΒΓ κώνᾳ τομά. Διὰ δὲ τᾶ Θ ἄχθω ἀ ΕΖ ποτ' ὀρθὰς τᾶ ΒΔ· καὶ διὰ [u] τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. Τετμήσεται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥς τε ἀ τομὰ κύκλος ἐστῆσαι, κέντρον δὲ αὐτᾶ τὸ Δ. Ἀ ἄρα καθετὸς ἀ ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ. Ἄχθω δὴ πάλιν ἀ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶ κώνᾳ τομᾶς κατὰ τὸ Ν, ἀ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ ΕΘ, ΘΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὡς τε τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ καθετᾶ τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὁμοίως δὴ [v] δειχθησεῖται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν [w] καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ, ἃ αἱ καθετοὶ ποιεῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Καί ἐσιν ἐλάσσων ἀ ΒΤ τᾶς ΤΝ· διότι καὶ ἀ ΜΤ ἐλάσσων ἐσὶ τᾶς ΤΝ, καὶ γὰρ ἀ ΜΒ ἐλάσσων τᾶς ΒΡ. Τᾶτο γάρ ἐσιν ἐν ταῖς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομαῖς [x] συμπίπτοντι. Δῆλον δ' ὅτι ἀ τομά ἐσιν ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· καὶ διάμετρος αὐτᾶς μείζων ἀ ΑΓ. Ὁμοίως καθετᾶ ὅσης τᾶς ΝΡ ἐν τᾷ τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶ, διάμετρος ταύτας μείζων ἐσὶν ἀ ΓΑ.

conoide a ſectione planorum, tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur enim obtuſiangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero quod figuram ſecat, recta ΑΓ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter,



ΒΔ. Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΑΓ normalis ΚΘ. Hæc recta utique erit ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt ΑΒΓ. Ducatur autem per punctum Θ recta ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΔ; et per rectas ΕΖ, ΚΘ planum agatur ſecans conoiden; quæ quidem plano ſecabitur ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque normalis ΚΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ΕΘ, ΘΖ continetur. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, ΜΝ quidem, quæ in puncto Ν contingit, ipſi ΑΓ parallela; ΒΤ vero parallela ipſi ΕΖ. Quod igitur ſpatium ſub ΕΘ, ΘΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΓ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare quadratum, quod a normali ΘΚ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΓ continetur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Pariter demonſtrabuntur et alia quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ, quæ normales efficiunt, continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Eſt autem minor ΒΤ quam ΤΝ; quoniam ipſa etiam ΜΤ minor eſt quam ΤΝ, cum ΜΒ minor ſit quam ΒΡ. Hoc enim in obtuſianguli coni ſectionibus contingit. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem; majoremque ipſius diametrum ΑΓ. Similiter ſi ſit ΝΡ normalis in acutianguli ſectione coni, diameter ipſius major eſt ΓΑ.

[t] ποτὶ τᾷ ἐπιπέδῳ [u] τὰν ΕΖ, ΚΘ εὐθείαν [v] διειχθήσονται [w] καθέτων [x] σύμπτωμα

PROP. XV. Theor.

Si longa ſphærois plano ſecetur, ad axem non recto, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in ſphæroide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ſecundum axem, manifeſta res eſt. Itaque ſecetur plano alio: eademque ſecta per axem plano ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ipſam ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit ſphæroidis axis, idemque acutianguli coni ſectionis diameter, ΒΔ: centrum punctum Χ: minorque diameter ΠΡ. Ducatur autem ΒΤ ad rectos angulos ipſi ΒΔ: et ΗΝ ipſi ΑΓ parallela, eademque contingens acutianguli coni ſectionem in puncto Ν: ducaturque etiam ΜΛ per punctum Χ, parallela ipſi ΑΓ. Pariter ac ſupra demonſtrabuntur quadrata, quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Itaque ſectionem quidem eſſe acutianguli coni ſectionem, et diametrum ipſius eſſe ΑΓ, manifeſtum eſt: at vero majorem eſſe, hoc oportet demonſtrare. Quod enim ſpatium ſub ΠΧ, ΧΡ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΝΤ; quoniam ΠΡ, ΜΛ contingentibus parallelæ ſunt. Minus eſt autem ſpatium, quod ſub ΠΧ, ΧΡ continetur ſpatio, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ; quoniam etiam ΧΠ ipſa ΧΛ minor eſt. Minus eſt igitur quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur quadrato, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare et quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis quadrata deſcribuntur minora ſunt ſpatiis, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur. Conſtat igitur ipſam ΓΑ majorem eſſe diametrum.

Si lata ſphærois plano ſecetur, alia quidem eadem erunt: diametrorum vero ea erit minor, quæ in ſphæroide abſcinditur.

Porro ex his illud in figuris omnibus manifeſtum eſt, ſi parallelis planis ſecentur, eorum ſectiones ſimiles fore. Quæ enim a normalibus qua-

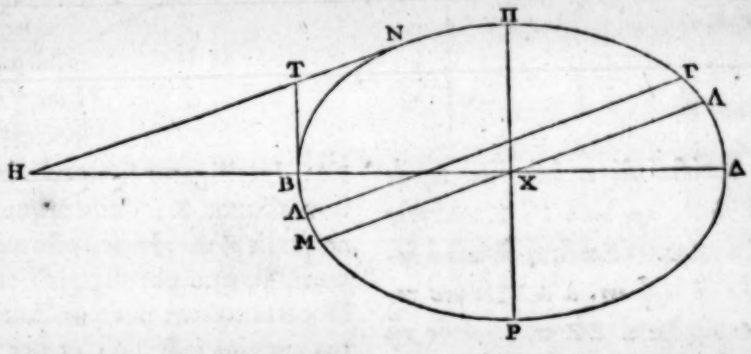
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Αἶκα καὶ τὸ παραμαχὶς σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ πὸτ' ὀρθὰς τᾷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἰσοτεῖται ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾷ. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἰσοτείτω ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ[x] σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομήνας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τᾷ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τᾷ ἀχθέντος διὰ τᾶ ἄξονος ὀρθᾶ πὸτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Εἰ μὲν ὦν κατμαθῇ διὰ τᾶ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον. Τετμάσθω ἢ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ· τμαθέντος ἢ αὐτᾶ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ πὸτὶ τὸ τέμνον, τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἔσω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· τᾷ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδᾳ, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· Ἄξων ἢ ἔσω τᾶ σφαιροειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς δ' ὀξυγωνίᾳ κώνου τομᾶς ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Χ· καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔσω ἁ ΠΡ. Ἀχθὼ ἢ ἁ μὲν ΒΤ πὸτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· ἁ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπιψαύουσα τᾶς δ' ὀξυγωνίᾳ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν· ἄχθω δὴ καὶ ἁ ΜΑ διὰ τᾶ Χ παρὰ τὰν ΑΓ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθεῖσι τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ [y] ἀγομέναν, πὸτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον, πὸτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὅτι μὲν ἔν ἁ τομά ἐσσιν ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον πὸτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ πὸτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ· ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαύσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΛ. Ἐλάσσον δέ ἐσσι τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον τᾷ ὑπὸ τᾶν ΜΧ, ΧΛ· ἐπεὶ καὶ ἁ ΧΠ τᾶς ΧΛ. Ἔλασσον ἄρα ἐσσὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον τᾷ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὡς τε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν ἐλάσσονα ἐντὶ τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ περιεχομένων. Δῆλον ἔν ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ ΓΑ.

Αἶκα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἰσοτείται· τᾶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἰσοτείται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς [z] σχημάτεσσιν, ὅτι αἶκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἰσοῦνται. Τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ



[x] Sic MS. [y] ἀγμίνας [z] σχήμασιν

τῶν καθετῶν πρὸς τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμημάτων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.

drata deſcribuntur, hæc ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis continentur, eamdem rationem habebunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ, ἀπὸ παντὸς ὁτουῦν σημείου τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τὰν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διάτα τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σημείου, ἀφ' οὗ ἃ παράλλαλος ἄγεται τῷ ἄξονι, τομὰ ἐσται ὀρθογωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. Ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σημείου δ' ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ τὰ[a] θάτερα, ἐντός. Δῆλον ὃν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τὰν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμάν, ἃ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος[b] τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διάτα τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ διὰ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἄγεται ἃ ἐς αὐτὰ, ἃ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἃ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. Ἐν δὲ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ[c] τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν ἴσως ἀγμέναν γραμμάν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτὰ, ἐκτὸς πίπτοντι· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Αἶχα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτηται, μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται πρὸς τὸ ἐπιφαῦον ἐπίπεδον.

Ἐφαπτέσθω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὲ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται, τὸ θιγαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα[d] εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν· ἀπὸ δὴ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθέτω, ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. Ὡς τε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομὰν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσεῖνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἐπεὶ δὴν ἐν τᾷ θιγαφανείᾳ ἐντὶ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Ἃ δὴν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς δι' κώνου τομᾶς, ὥς τε καὶ τᾶς δι' κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἔστι δὲ ἃ εὐθεῖα

PROP. XVI. Theor.

In rectangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, axi parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per axem, et per id punctum, a quo, quæ axi parallela eſt, ducitur; ſectio erit rectanguli coni ſectio: ejuſque diameter erit axis conoidis. At in rectanguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt diametro parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra. Conſtat igitur, quod propoſitum erat.

In obtuſiangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, ducuntur parallelæ cuidam rectæ, quæ a vertice coni conoiden continentis in conoide ipſa ducta eſt; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

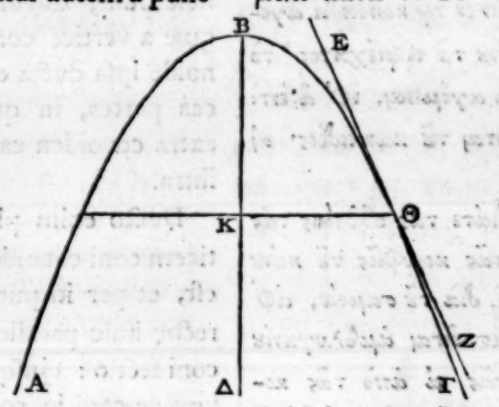
Ducto enim plano per rectam, quæ per verticem coni conoiden continentis in conoide ducta eſt, et per id punctum, a quo ea ducitur, quæ rectæ huic parallela eſt, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio: ejuſque diameter erit recta, quæ a vertice coni in conoide ducitur. At in obtuſianguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt, rectæ cuidam, ut modo diximus, ductæ parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra.

Si conoideas figuras planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget; et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum conoiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, actum utique erit ſive per axem, ſive ſecundum axem. Quare ſectionem faciet coni ſectionem; et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quoniam igitur in ſuperficie ſunt, etiam in plano ſunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra conoidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam

[a] φάτιρα [b] τῷ κωνοειδεῖ [c] τὰς τομὰς τᾶν ἀγομένων [d] εὐθειῶν

et puncta in eo ſunt. Igitur contingentis planí pars aliqua intra conoiden erit, Quod fieri non poteſt. Poſitum enim fuerat non ſecare. In uno igitur tantum puncto continget. Ipſum autem planum, quod per contactum axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, ſi quidem in conoidis vertice contigerit, manifeſtum eſt. Actis enim per axem duobus planis, conoidis ſectiones coni ſectiones erunt, diametrum habentes ipſum axem. Quæ autem rectæ contingentis plani ſectiones in diametri termino contingunt, hæ cum diametro ipſa rectos angulos efficiunt. Duæ igitur rectæ erunt in contingente plano ad rectos angulos axi. Planum igitur rectum erit ad axem; ideoque etiam ad planum, quod per axem agitur. At vero planum non contingat conoiden in vertice: planumque agatur per contactum et axem. Ac ſit conoidis quidem ſectio coni ſectio ΑΒΓ: et conoidis axis, eademque ſectionis diameter, ΒΔ: contingentis vero plani ſectio ſit recta ΕΘΖ coni ſectionem in puncto Θ contingens. Ducatur autem a puncto Θ ad ΒΔ normalis ΘΚ: et excitetur planum ad axem rectum. Hoc utique ſectionem faciet circulum, cujus centrum punctum Κ. Atque plani hujus, et contingentis alterius ſectio recta erit circulum contingens, quæ ideo rectos cum ΘΚ angulos efficiet. Quare recta erit ad id planum, in quo ſunt ΚΘ, ΒΔ. Conſtat igitur planum contingens rectum ad idem planum eſſe; quoniam et, quæ in eo ſunt, rectæ lineæ.



αὐτὰ ἐν τῷ ἁπτομένῳ ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σημεῖα. Τῷ ἄρα ἐπιψαύοντος ἁπτόμενα ἐστῆται τὶ ἐντὸς τῷ κωνοειδέος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ὑπέκειτο γὰρ, μὴ τέμνειν. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σημεῖον. Ὅτι δὲ καὶ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τῷ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐστῆται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφὰν τῷ κωνοειδέος ἐφάπηται, δῆλον. Ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων, τῷ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐστῆνται κώνων τομαὶ, διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα. Τοῦ δὲ ἁπτομένου ἁπτέδα αἱ δίθειαι ἁπτόμεναι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου, ὀρθὰς ποιεῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον. Ἐστοῦνται δὴ ἐν τῷ ἁπτομένῳ ἁπτέδῳ δύο δίθειαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Ὀρθὸν ἄρ' ἐστῆται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τῷ ἄξονος. Ἀλλὰ ἔτω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τῷ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον· ἀχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τῷ ἄξονος. Καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔτω ἃ ΑΒΓ κώνω τομά· ἄξων δὲ ἔτω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἃ ΒΔ· τῷ δὲ ἐπιψαύοντος ἁπτέδα τομὰ ἔτω ἃ ΕΘΖ εὐθεῖα τᾶς τῷ κώνω τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ. Ἀπὸ δὴ τῷ Θ καθετὸς ἀχθω ἐπὶ τὰν ΒΔ ἃ ΘΚ· καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ἐπὶ τὸ ἄξονα. Ποιήσει δὴ τᾶτο τὰν τομὰν κύκλον, ὗ κέντρον τὸ Κ. Ἁ δὲ τομὰ τάτω τῷ ἁπτέδω καὶ τῷ ἁπτομένου ἐστᾶς ἐπιψαύουσα τῷ κύκλω ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΘΚ. Ὥς τε ὀρθὰ ἐστῆται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΚΘ, ΒΔ. Δῆλον δὴ ὅτι καὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ δίθειαι.

PROP. XVII. Theor.

Si ſphæroideon figurarum utramlibet planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget: et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum ſphæroiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, ſectio erit acutianguli coni ſectio: et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra ſphæroidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam et puncta in eo ſunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra ſphæroiden erit. Non eſt autem. Poſitum enim fuerat non ſecare. Conſtat igitur in uno tantum puncto contingere. Ipſum autem planum, quod per con-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁπτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπηται, μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψηται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τῷ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐστῆται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων καθ' ἃ ἅπτηται τὸ ἐπίπεδον τᾶς σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατερᾶς αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθεῖαν ἀχθεισᾶν, καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδω ἐκβληθέντος, ἃ τομὰ ἐστῆται ὀξυγωνίω κώνω τομά· καὶ τὰ σαμεῖα ἐστᾶνται ἐν τᾷ τοῦ κώνω τομᾷ. Ἁ δὴ μεταξὺ τῶν σαμείων δίθεια ἐντὸς ἐστῆται τᾶς τῷ κώνω τομᾶς· ὥς τε καὶ τᾶς τῷ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐστῆται. Ἔστι δὲ ἃ δίθεια ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σαμεῖα. Τῷ δὴ ἐπιψαύοντος ἁπτέδα ἐστῆται τι ἐντὸς τῷ σφαιροειδέος. Οὐκ ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. Δῆλον δὴ ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἅψεται. Ὅτι δὴ τὸ διὰ τᾶς

ἀφᾶς, καὶ τῇ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δεχθεῖσι.

Εἴπα τ κωνοειδέων, ἢ σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιουνῦν ἐπίπεδον τμαθῇ διὰ τῆ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύσα τις ᵉ ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαύσας ἐπίπεδον ἀναχαθῇ ὀρθὸν πρὸς τὸ τέμνον, ἐπιψαύσει δ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ἐπιψαύσης τᾶς δ κώνυ τομᾶς.

Οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτᾶ· εἰ δὲ μὴ ἃ ἀπὸ τῆ σαμείυ καθιτὸς ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνυ τομᾶς. Ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύσαν πεσεῖται, ἐπεὶ ὀρθὰ πρὸς ἄλλαλα ἐόντι ἐπίπεδα. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

tactum, axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, pariter atque in conoidibus demonſtrabimus.

Si conoideon, aut ſphæroideon figurarum utralibet plano per axem ſecetur, ducaturque recta aliqua ſectionem, quæ oritur, contingens; et excitetur per contingentem planum ad id, quod ſecat, planum rectum; continget hoc figuram in eodem puncto, in quo et recta illa coni ſectionem contingit.

Non enim continget in alio puncto ejuſdem ſuperficiem: alioquin quæ ab eo puncto ad id, quod ſecat, planum normalis ducitur, extra coni ſectionem cadet. Cadet enim in contingentem, quoniam plana recta ſibi invicem ſunt. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt cadere intra.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιή.

Εἴπα τ σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι, ἃ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσι εὐθεῖα διὰ τῆ κέντρυ δ σφαιροειδέος πρὸς πεσεῖται.

Ὅτι μὲν ἂν κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἔωντι, δῆλον. Ἀλλ' ἔτω μὴ ποτ' ὀρθάς. Τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τῆ ἄξονος καὶ τᾶς ἁφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσεῖται ᶠ πρὸς τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ πρὸς τὸ παράλληλον αὐτῷ. Ἀναγκαῖον ἄρα τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον, τὸ διὰ τῆ ἄξονος, καὶ ἑκατέραν ἁφᾶν ἀγμένον. Εἰ δὲ μή, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα, ἐκ ἐόσης ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον. Ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ ἐὼν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅτε ἄξων καὶ αἱ ἁφαί καὶ τετμακὸς ἐσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τῆ ἄξονος. Ἃ δὴ τομὰ ἐσεῖται ὀξυγωνίυ κώνυ τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυσῶν ἐπιπέδων τομαὶ παράλληλοι ἐσσοῦνται, αἱ ἐπιψαύσαι τᾶς τῆ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς κατὰ τὰς ἁφὰς τῶν ἐπιπέδων. Αἱ δὲ δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς ἐπιψαύοντι παράλληλοι ἐοῦσαι, πίπτε κέντρον τᾶς τῆ ὀξυγωνίυ κώνυ ᵇ τομᾶς, καὶ αἱ ἁφαὶ ἐπ' εὐθεῖαν ἔοντι.

PROP. XVIII. Theor.

Si ſphæroideon figurarum aliquam duo parallela plana contingant; quæ recta contactus jungit per ſphæroidis centrum tranſibit.

Et ſi quidem plana axi ad rectos angulos fuerint, manifeſta res eſt. Sin minus, planum, quod per axem, et contactum alterum agitur, rectum erit ad id, quod ſecat, planum; ideoque etiam ad planum eidem parallelum. Neceſſe igitur eſt idem eſſe planum, quod per axem, et utrumque contactum agitur: alioquin duo erunt plana recta ad idem planum per eamdem rectam lineam acta, quæ ad id planum recta non ſit. Poſitus eſt enim axis rectus ad parallela plana non eſſe. In eodem igitur plano erunt contactus, et axis: ſectaque erit ſphærois per axem. Itaque ſectio erit acutianguli coni ſectio: planorumque contingentium ſectiones, quæ in ipſis planorum contactibus acutianguli coni ſectionem contingunt, erunt parallelæ. Si autem rectæ ſibi invicem parallelæ acutianguli coni ſectionem contingant; acutianguli coni ſectionis centrum, et contactus in directo jacent.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ.

Εἴπα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερωνῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ⁱ ἀχθῇ ἐπιψαύοντα· ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τῆ κέντρυ τῆ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς ᵏ ἀγόμεναι, παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τῆ σφαιροειδέος.

Ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα· καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς· καὶ διὰ τοῦ γενομένυ σαμείυ, καὶ τᾶς εὐθείας ˡ τᾶς τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσας ἐπίπεδον ἄχθω. ᵐ Τέμνει δὴ τοῦτο τὸ σφαιροει-

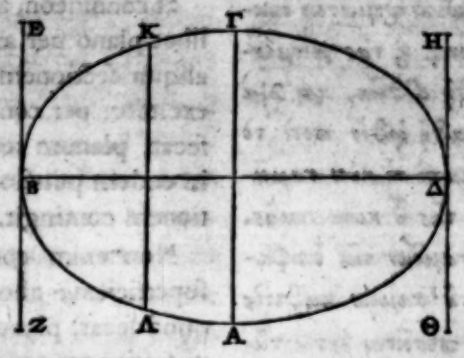
PROP. XIX. Theor.

Si ſphæroideon figurarum utramlibet duo parallela plana contingant: agatur autem per ſphæroidis centrum planum aliquod contingentibus planis parallelum; quæ rectæ per ſectionem, quæ oritur, ei, quæ contactus jungit, parallelæ ducuntur, extra ſphæroiden cadent.

Ponantur quæ dicta ſunt: ſumaturque punctum aliquod in ea, quæ oritur ſectione; et per id punctum, rectamque, quæ contactus jungit, agatur planum. Hoc utique ſphæroiden, et pa-

ᵉ ἄχθη ᶠ Sic MS. ᵍ Sic MS. ʰ Sic MS. ⁱ ἄχθη ᵏ ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσαν ˡ In MS. τᾶς deeſt. ᵐ τέμνει

rallela plana ſecat. Itaque ſit ſphæroidis ſectio acutianguli coni ſectio ABΓΔ: planorumque contingentium ſectiones rectæ EZ, HΘ: quod ſumptum eſt punctum, A: denique quæ contactus jungit, BΔ. Hæc utique per centrum tranſibit. Sectio autem plani contingentibus planis paralleli ſit ΓA. Atque hæc etiam per centrum tranſibit; quoniam et ipſum, in quo eſt, planum. Quoniam igitur ſectio ABΓΔ aut circulus eſt, aut acutianguli coni ſectio; eamque duæ rectæ contingunt EZ, HΘ; ductaque per centrum eſt AΓ iiſdem parallela; conſtat, quæ a punctis A, Γ ipſi BΔ parallelæ ducuntur, has contingere ſectionem, atque extra ſphæroiden cadere. Quod ſi planum contingentibus planis parallelum actum per centrum non ſit, cujusmodi eſt KΛ; conſtat fore, ut rectarum, quæ a ſectione ducuntur, quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus eſt minus ſegmentum, extra ſphæroiden cadent; quæ vero ad contrarias, intra.

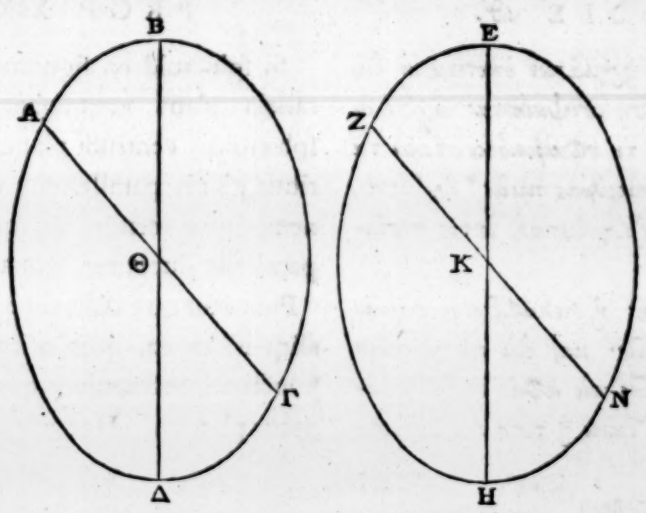


δὲς, καὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἔστω δὴ ἡ μὲν τῆ σφαιροειδοῦς τομὴ ἡ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίε κώνε τομή· αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ, αἱ ΕΖ, ΗΘ εὐθεῖαι· τὸ δὴ λαφθὲν σημεῖον, τὸ Α· ἀ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσα ἔστω, ἡ ΒΔ. Περσῆται δὴ αὐτὰ διὰ τῆ κέντρε. Ἡ δὲ τῆ παραλλήλε ἐπιπέδε τῆς ἐπιψαυόντοιν ἐπιπέδοις τομὰ, ἡ ΓΑ. Ἐσπεται ἄρα αὐτὰ διὰ τῆ κέντρε· ἀγομένη· ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. Ἐπεὶ δὲν ἐσὶν ἡ ΑΒΓΔ, ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίε κώνε τομὴ, καὶ ἐπιψαύοντι· αὐτῆς αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ ΕΖ, ΗΘ· διὰ δὲ τῆ κέντρε παράλληλος αὐταῖς ἦκται ἡ ΑΓ· δῆλον ὡς αἱ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἀγόμεναι σημείων παρὰ τὴν ΒΔ ἐπιψαύοντι τῆς τομῆς ἐκτὸς πεσοῦνται τῆ σφαιροειδέος. Εἰ δὲ μὴ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαύοντοιν ἐπιπέδοις, μὴ διὰ τῆ κέντρε ἀγόμενον ὡς τὸ ΚΛ· δῆλον ὡς τῶν ἀπὸ τῆς τομῆς τῶν γινομένων εὐθειῶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενόμεναι τῷ τι ἐλάσσονι τμήματι, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROP. XX. Theor.

Quælibit ſphæroidea figura ſecta plano per centrum acto, ſecatur in duas æquas partes ab hoc plano tum ipſa, tum ipſius ſuperficies.

Secetur enim ſphærois plano per centrum acto: ſecabiturque ſive per axem; et ad angulos ſive rectos, ſive etiam non rectos axi. Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ad rectos angulos axi; conſtat tum ipſam, tum ipſius ſuperficiem in duas æquas partes ſecari. Manifeſtum eſt enim partem ipſius alteram cum altera; et ſuperficiem partis alterius cum alterius ſuperficie convenire. Sed neque ſecetur per axem, neque ad rectos angulos axi. Itaque ſecta per axem ſphæroide plano ad id, quod ſecat, planum recto, ipſius quidem figuræ ſectio ſit acutianguli coni ſectio ABΓΔ; cujus diameter, idemque ſphæroidis axis, recta BΔ; centrum punctum Θ; plani vero, quod per centrum ſphæroiden ſecat, ſectio ſit recta AΓ. Sumatur præterea alia ſphærois huic æqualis, et ſimilis: eademque ſecta plano per axem acto, ſectio ſit acutianguli coni ſectio EZHN; ejuſque diameter, idemque ſphæroidis axis, EH; et centrum punctum K. Ducatur autem per



ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Παν χῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρε δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆ ἐπιπέδε, καὶ αὐτὸ, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆ.

Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρε, ἤτοι δὴ καὶ διὰ τῆ ἄξονος ἐσεῖται τετμημένον, ἢ πο' ὀρθὰς, ἢ μὴ πο' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. [q] Εἰ μὲν ὂν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται, ἢ πο' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον ὡς δίχα τέμνεται τὸ αὐτὸ, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆ. Φανερὸν γὰρ ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτῆ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρε μέρους ἐπὶ τὴν ἑτέραν. Ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμημένον, μήτε πο' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πο τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτοῦ μὲν τοῦ χήματος τομὴ ἔστω ἡ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίε κώνε τομή· διάμετρος δὲ αὐτῆς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, ἡ ΒΔ· καὶ κέντρον τὸ Θ· τοῦ δ' ἐπιπέδε τοῦ τετμαχότος διὰ τοῦ κέντρε τοῦ σφαιροειδέος, ἔστω τομὴ ἡ ΑΓ εὐθεῖα. Λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὅμοιον τούτῳ· καὶ τμαθέντος αὐτῆ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ, τομὴ ἔστω ἡ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίε κώνε τομή· διάμετρος δὲ αὐτῆς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, ἡ ΕΗ· καὶ κέντρον τὸ Κ.

[n] ἀγμένα [o] Sic MS. [p] τῆ κέντρε ἅπται [q] Εἰ μὲν οὖν διὰ τῆ ἄξονος τέμνεται, ἢ πο' ὀρθὰς τῷ ἄξονι in MS. deſunt.

Καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἡ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα πρὸς Κ ἴσην τῇ Θ· ἀπὸ δὲ τᾶς ΖΝ ἐπιπέδου ἔστω ἀνεστηκὸς ὀρθὸν πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ΕΖΗΝ τομά. Ἐντὶ δὴ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλάλαις. Ἐφαρμόζοντι δὲ ἐπ' ἀλλάλας τιθείσας τὰς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ, καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. Ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ἐντί. Ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ, ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τᾶς τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τᾶς ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β. Καὶ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν· καὶ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. Πάλιν δὲ καὶ τιθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ ἔτως, ὥς τι τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι· τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β· τὰν δὲ μεταξὺ τῶν Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων· δῆλον ὡς αἴτε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμόζοντι ἐπ' ἀλλάλας· καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. Ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΝΖ, τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι, τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. Ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον ὅτι ἴσα ἐστὶ τὰ τμάματα· διὰ τ' αὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφάνειαι.

centrum Κ ΖΝ efficiens angulum Κ angulo Θ æqualem: exciteturque a ΖΝ planum ad id planum, in quo ſectio eſt ΕΖΗΝ, rectum. Duæ igitur ſunt acutiangulorum conorum ſectiones ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque poſita ΕΗ ſuper ΒΔ, et ΖΝ ſuper ΑΓ, ſibi invicem conveniunt. Convenit autem etiam planum actum per ΝΖ plano acto per ΑΓ; quoniam utrumque ab eadem recta in eodem plano excitatur. Convenit igitur etiam ſegmentum, quod a plano acto per ΝΖ ad eas partes, in quibus eſt punctum Ε, a ſphæroide ſecatur, cum altero ſegmento, quod ſecatur ab altera ſphæroide a plano acto per ΑΓ ad eas partes, in quibus eſt punctum Β. Reliquum item ſegmentum cum reliquo ſegmento; et ſuperficies ſegmentorum cum ſuperficiebus conveniunt. Rurſus poſita ΕΗ ſuper ΒΔ, ita ut punctum quidem Ε ponatur ſuper Δ; punctum vero Η ſuper Β; recta denique, quæ inter puncta Ν, Ζ interjicitur ſuper rectam, quæ interjicitur inter puncta Α, Γ; conſtat fore, ut acutiangulorum conorum ſectiones ſibi invicem conveniant; cadatque punctum quidem Ζ ſuper Γ, punctum vero Ν ſuper Α. Pariter etiam planum actum per ΝΖ convenit cum plano acto per ΑΓ: ſegmentorumque, quæ a plano acto per ΝΖ ſecantur, quod quidem ad eaſdem partes eſt, ad quas punctum Η, cum ſegmento convenit, quod a plano acto per ΑΓ ad eaſdem partes, ad quas punctum Β, ſecatur; quod vero eſt ad eaſdem partes, ad quas punctum Ε convenit cum ſegmento, quod ſecatur ad eaſdem partes, ad quas eſt punctum Δ. Quoniam igitur idem ſegmentum cum utroque ſegmento convenit, conſtat ſegmenta æqualia eſſe; eademque ratione etiam ipſorum ſuperficies.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Τμάματος δοθέντος ὀπτερεᾶν τῶν κωνοειδέων ἀποτεμνομένας ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὀπτερεᾶν, μὴ μείζονος ἡμισείας σφαιροειδέος, ὁμοίως ἀποτεμνομένᾶς· δυνατὸν ἔσται σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

PROP. XXI. Theor.

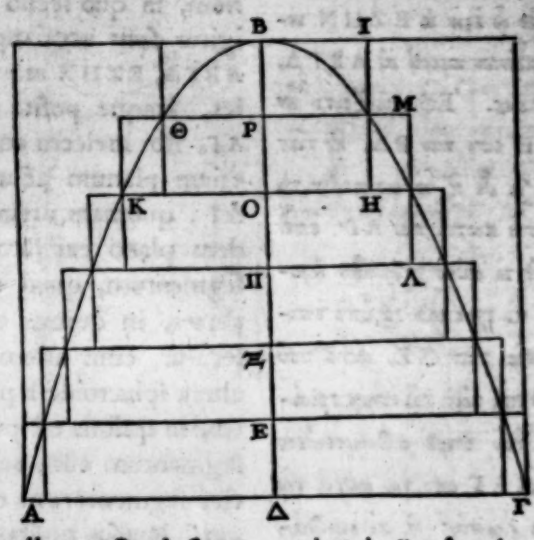
Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptum magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ ἄξονος τμάματος, τομὰ ἔστω ἡ ΑΒΓ κώνου τομά· βάσις δὲ ἐπιπέδου ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἡ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω βάσεως, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς, ἡ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΓΑ. Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν ΒΔ. Πεσεῖται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος· ἐπεὶ ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς, ἢ σφαι-

Detur ſegmentum, quale eſt ΑΒΓ: eodemque ſecto plano per ſegmenti axem acto, ſectio quidem ejus ſit coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΑΓ. Ac ſit ſegmenti axis, idemque ſectionis diameter, ΒΔ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſecat, rectum eſſe ad axem, ſectio circulus erit, cujus diameter ΓΑ. Excitetur ab hoc circulo cylindrus axem habens ΒΔ. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoi-

[r] γραμμῶν μᾶς. Ἔστω [s] Sic MS. [t] Sic MS. [u] τὸ [w] τὸ [x] Sic MS. [y] τμήματος τοῦ [z] ἀποτετμηκότος [a] τὸ

dis, ſive ſphæroidis ſegmentum eſt non majus ſphæroide dimidia. Itaque ſi hic cylindrus in duas æquas partes continuo ſecetur plano ad axem recto, quod relinquitur minus aliquando erit propoſita ſolida magnitudine. Sit id, quod relinquitur, cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem EΔ, minor propoſita ſolida magnitudine. Dividatur autem BΔ in partes uni EΔ æquales in punctis P, O, Π, Ξ: ducanturque a diviſionibus rectæ ipſi AΓ parallelæ ad coni uſque ſectionem: et ab his plana excitentur recta ad BΔ. Itaque ſectiones circuli erunt centra habentes in BΔ. Deſcribantur autem ab unoquoque circulorum duo cylindri, quorum uterque axem habeat ipſi EΔ æqualem; alter quidem ad eaſdem cylindri partes, ad quas punctum Δ, alter vero ad eaſdem, ad quas punctum B. Erit utique ſegmento figura quædam ſolida inſcripta ex iis cylindris compoſita, qui ad eas partes, in quibus eſt punctum Δ, deſcripti ſunt: aliaque item circumſcripta compoſita ex iis cylindris, qui deſcripti ſunt ad eas, in quibus eſt punctum B. Reliquum eſt, demonſtremus circumſcriptum excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Itaque cylindrorum, qui in inſcripta figura ſunt, æqualis unuſquiſque eſt cylindro, qui ab eodem circulo deſcriptus eſt ad eaſdem partes puncti B: nimirum cylindrus quidem ΘH cylindro ΘI; cylindrus vero KΛ cylindro KM: aliique eodem modo. Cylindri autem omnes cylindris omnibus æquales ſunt. Conſtat igitur circumſcriptam figuram excedere inſcriptam cylindro, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, axem vero EΔ. Hic autem minor eſt propoſita ſolida magnitudine.



ροειδὲς μὴ μεῖζον ἢ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένην ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἄξονα, ἴσεται ποτὶ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἐστω δὴ τὸ καταλειπόμενον ἀπ' αὐτοῦ κύκλινδρος [b] ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διαιρήσθω δὴ ἁ ΒΔ εἰς τὰς ἴσας τᾷ ΕΔ κατὰ τὰ Ρ, Ο, Π, Ξ· καὶ ἀπὸ τᾶν [c] διαιρέσιων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπὶ ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἐστῶντι δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τᾶς ΒΔ. Ἐφ' ἑκάστᾳ δὴ τῶν κύκλων δύο κύλινδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ ΕΔ, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κυλίνδρου, ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Β. Ἐστέτω δή τι ἐν τῷ τομάτι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ ἐστι τὸ Δ· καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ᾧ συγκείμενον ἔκτε τῶν κυλίνδρων τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ τὸ Β ἐστί. [d] Λοιπὸν δὴ δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· ὡς ὁ μὲν ΘΗ τῷ ΘΙ, ὁ δὲ ΚΛ τῷ ΚΜ· καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. Καὶ πάντες ἄρα οἱ κύλινδροι πᾶσιν ἴσοι εἰσίν. Δῆλον ὧν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ, τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. Οὗτος δὲ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

PROP. XXII. Prob.

Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem non recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale dictum eſt. Secta autem figura per axem plano alio ad id pla-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τᾶς κωνοειδέων ἀποτετμαμένας ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τᾶς σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος [e] ἡμισέος τᾶς σφαιροειδέος, [f] ὁμοίως ἀποτετμαμένας· δυνατόν ἐστιν εἰς αὐτὸ σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τμῶν ὕψος [g] ἴσον ἐχόντων συγκειμένον, [h] ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ [i] ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἰρηται. Τμαθέντος δὴ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ,

[b] ὁ ἔχων
[c] Sic MS.
[d] λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι
[e] ἡμικυκλίου
[f] Sic MS.
[g] In MS. ἴσων deeſt.
[h] Sic MS.
[i] ἐγγραφομένου

ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ δοθὲν τμᾶμα, τῷ μὲν σχήματος τομὰ ἔσω ἀ ΑΒΓΔ κώνω τομά· τῷ δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ [k] ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἀ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐπεὶ ὧν ὑπόκειται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ ἐμεῖν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἀ τομὰ ἐσοῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἀ ΑΓ. Ἔσω παράλληλος τᾷ ΓΑ ἀ ΦΤ ἐπιφαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιφαυέτω κατὰ τὸ Β, καὶ δεδόσθω τᾶς ΦΤ ἀνεσαχέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιφαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β· καὶ εἰ μέν ἐστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, δεδόσθω τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἀ ΒΔ· εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου δεδόσθω τᾶς κορυφᾶς τᾶ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήσθω, ἀ ΒΔ· εἰ δὲ σφαιροειδέος, δεδόσθω τᾷ κέντρῳ ἐπὶ τὸ Β [l] ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἀ ΒΔ. Δῆλον δὲ ὅτι τέμνει ἀ ΒΔ δίχα [m] τὰν ΑΓ. [n]Ἔστιν ὧν τὸ μὲν Β κορυφὰ τοῦ τμάματος· ἀ δὲ ΒΔ εὐθεῖα, ἄξων. Ἔστι δή τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ᾗ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ γραμμὰ ἀ ΒΔ δεδόσθω τοῦ κέντρῳ ἀνεσακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἀ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἔοντος τοῦ ἐπιπέδου. Δυνατὸν ὧν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσοῖται ἀ τᾶ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Πεσοῖται δὲ ἀ ἐπιφάνεια αὐτᾶ ἐκτὸς τᾶ τμάματος· ἐπεὶ ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς ἢ σφαιροειδὲς τμᾶμα, καὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Ἐσσοῖται δέ τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Τοῦ μὲν τόμου δίχα τεμνομένου ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐσοῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος σειροῦ μεγέθεος. Ἔσω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν [o]τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος σειροῦ μεγέθεος. Διηρήσθω δὴ ἀ ΔΒ εἰς τᾶς ἴσας [p]τᾷ ΔΕ· καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρέσεων ἀχθῶν [q]εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἔστω ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεσαχέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπίπεδον· καὶ ἔστω τὰ ἐν τοῖς τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ τμάματος τοῦ δοθέντος σχήματα ἐπίπεδα ἐν τοῖς αὐτοῖς τμήμασι τὰ ἐν τοῖς τοῦ κυλίνδρου τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ σειροῦ τοῦ προτεθέντος. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἀ ΔΒ τᾶς ΔΕ μείζων, ἔστιν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ μεῖζον. Ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΕ ἐστιν ὡς ἡ τοῦ κώνου τομὰ πρὸς τὸ τρίγωνον τὸ ΑΔΓ· καὶ τὸ ἄρα τοῦ κώνου τομᾶς τρίγωνον τὸ ΑΔΓ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ. Ἐπεὶ δὲ ἐν τοῖς τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ τμάματος τοῦ δοθέντος σχήματα ἐπίπεδα ἐν τοῖς αὐτοῖς τμήμασι τὰ ἐν τοῖς τοῦ κυλίνδρου τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ σειροῦ τοῦ προτεθέντος, καὶ ἐν τοῖς τοῦ κυλίνδρου τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ σειροῦ τοῦ προτεθέντος ἐστὶν ἐν τοῖς τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ τμάματος τοῦ δοθέντος σχήματα ἐπίπεδα ἐν τοῖς αὐτοῖς τμήμασι τὰ ἐν τοῖς τοῦ κυλίνδρου τμήμασι τοῖς ἐκτὸς τοῦ σειροῦ τοῦ προτεθέντος·

quidem ad eaſdem acutianguli coni ſectionis partes, ad quas punctum Δ; alterum vero ad partes eaſdem, ad quas punctum B; quæ axem habeant ipſi Δ E æqualem. Erunt utique figuræ quædam ſolidæ; altera quidem ſegmento inſcripta; altera vero circumſcripta ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita. Reliquum eſt, ut demonſtremus, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Demonſtrabitur autem pariter ac in ſuperiore propoſitione, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam ſegmento, quod baſim quidem habet acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero E Δ. Hoc autem minus eſt propoſita ſolida magnitudine.

Hiſce præmiſſis, demonſtrabimus quæ de figuris propoſita ſunt.

PROP. XXIII. THEOR.

Quodlibet ſegmentum rectangulæ conoidis ſectæ plano ad axem recto ſeſquialterum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque axem.

Sit enim ſegmentum rectangulæ conoidis ſectum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio, ſit ſuperficiei quidem ſectio acutianguli coni ſectio A B Γ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta Γ A: et ſit axis ſegmenti recta B Δ. Sit item conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, cujus vertex eſt punctum B. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Ponatur enim conus Ψ ſeſquialter eſſe coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axis B Δ. Sit autem etiam cylindrus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero B Δ. Erit utique conus Ψ dimidium totius cylindri; quoniam ejuſdem coni ſeſquialter eſt. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Ac cylindrorum, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem E Δ; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum Σ T, et axem B Θ. Cylindrorum autem,

πίδων. Τίμνοντι δὴ ταῦτα[r] τὰν ἐπιφάνειαν τᾶ τμάματος, καὶ ἐσσωῦται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὅμοιαι τᾷ περὶ τὰν Α Γ διάμετρον· ἐπεὶ καὶ τὰ ἐγγίγνηλα ἐντὶ τὰ ἐπίπεδα. Ἐφ' ἑκάσας δὴ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρω[s] τομοὶ δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ Δ Ε. Ἐσσώσθω δὴ τινὰ σχήματα στερὰ τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρω τομῶν ἴσων ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. Λοιπὸν δέ ἐσσιν δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ἐλάοσονι ὑπερέχει τοῦ προτιθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ὑπερέχει τῷ τόμῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ. Οὗτος δέ ἐσσιν ἐλάσσων τοῦ προτιθέντος στερεᾶ μεγέθεος.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύομες τὰ προκείμενα τῶν σχημάτων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

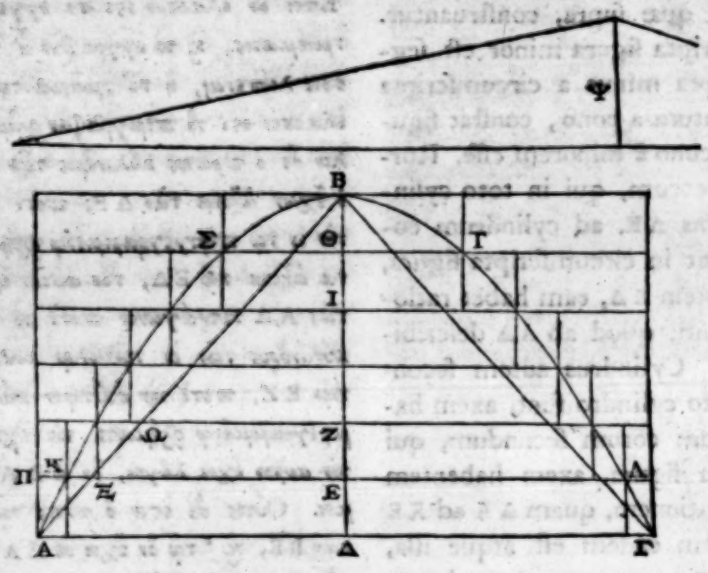
Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος[t] ἀποτετμαμένω ὑπιπέδω ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐσσι τοῦ κώνω τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα.

Ἔσω γὰ τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῶ ἐπιπέδω ποτὶ τὸν ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδω ἄλλω διὰ τοῦ ἄξονος, τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔσω ἀ Α Β Γ ὀρθογωνίω κώνω τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδω τᾶ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἃ Γ Α εὐθεῖα· ἄξων δὴ ἔσω τοῦ τμάματος ἀ Β Δ. Ἔσω δὴ καὶ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἃ κορυφὰ τὸ Β. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐσσι τᾶ κώνω τούτω.

Ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ὢν τοῦ κώνω, ἃ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξων δὲ ἀ Β Δ. Ἔσω δὴ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐστεῖταν οὖν ὁ Ψ κῶνος ἥμισις ὅλω τοῦ κυλίνδρω· ἑπέτερ ἡμιόλιός ἐσσιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτᾶ κώνω. Λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος ἴσον ἐσσὶ τῷ Ψ κώνω. Εἰ γὰρ μή ἐσσιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἐντὶ ἢ ἔλαοσον. Ἔσω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, [u] μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥς τε τὸ [w] περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάοσονι ἢ τᾷ λίχῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω. Καὶ ἔσω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ· ἐλάχιστος δέ, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Σ Τ ἄξονα δὲ [x] τὰν Β Θ. Τῶν δὲ κυλίνδρων ἐξ

[r] τᾶς ἐπιφανειᾶς [s] τόμοι [t] ἀποτετμαμένω [u] Sic MS. [w] Sic MS. [x] τὰν Β Γ

ἂν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω, ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ· ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ· ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ. Ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ.



Ἐστῶ δὴ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον[y] σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονί ἐστι ὑπερέχει γὰρ[z] ἐγγεγραμμένε σχήματος, ἧ τὸ τμᾶμα τᾶ κώνᾳ, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι[a] μεῖζόν ἐστι τᾶ Ψ κώνᾳ. Ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἔχων ἄξονα[a] τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ ὃν ἔχει ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. Ὁμοίως[b] δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχων λόγον, ὃν ἀ ΠΕ, τουτέστιν ἀ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΩ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἀ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτᾶς ποτὶ τὰν ἀπολειπομένην ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, ἃ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ ἐστιν ἀ ΔΒ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσα αἱ εὐθεῖαι, αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ ἐν τᾷ βάσει εἰσὶ τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ὑπὸ τᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. Αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς, τᾶς ΑΔ μείζονες ἐντὶ ἢ διπλάσιαι. Ὡς τε καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἃ ὁ ἄξων ὁ ΔΒ μείζονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιοι τᾶ ἐγγεγραμμένε σχήματος. Ἆρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, ἃ ὁ ἄξων ἀ ΔΒ, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τᾶ ἐγγεγραμμένε σχήματος. Τᾶ δὲ Ψ κώνᾳ[c] ἦν διπλασίων. Ἔλαττον ἄρα

ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et axem ΔΕ; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΣΤ, et axem ΘΙ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axemque ΒΔ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta ſegmento figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum, conſtat figuram ſegmento inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Jam primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, axem habentem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ΒΔ ad ΒΕ, et quam ΔΑ ad ΕΞ. Pariter demonſtrabitur etiam ſecundus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΕΖ, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam ΠΕ, hoc eſt ΔΑ, ad ΖΩ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in inſcripta figura, eumdem axem habentium, eamdem habebit rationem, quam dimidia diametri baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas ΑΒ, ΒΔ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in eo cylindro ſunt, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axis vero recta ΒΔ, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ, quæ ducuntur e circulorum centris, qui ſunt in baſibus circulorum, quos diximus, ad omnes rectas, quæ abſcinduntur a recta illa, quæ inter ΑΒ, ΒΔ interjicitur. Rectæ autem, quas diximus, rectarum quas item diximus, dempta ΑΔ, majores ſunt quam duplæ. Quare omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus axis ΔΒ, majores ſunt quam dupli inſcriptæ figuræ. Totus igitur cylindrus, cujus axis ΒΔ, major eſt quam duplus figuræ inſcriptæ. Coni autem

[y] περιγεγραμμένε [z] Sic MS. [a] τὰν ΑΕ [b] Sic MS. [c] ἦν διπλασία

Ψ erat duplus. Minor eſt igitur inſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt major eſſe. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Pariter autem neque eſt minus. Rurſus enim eidem figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur; ita ut altera alteram excedat magnitudine minore, quam qua conus Ψ conoidis ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento; atque inſcripta minus a circumſcripta deficit, quam ſegmentum a cono, conſtat figuram circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Rurſus primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Δ E, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentem E Δ, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad ſemetipſum. Cylindrus autem ſecundus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens E Z, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in circumſcripta figura, axem habentem E Z, eamdem habet rationem, quam Δ A ad K E poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet B Δ ad B E, et quam Δ A ad E Ξ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentium, eam habebit rationem, quam dimidia baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus eſt axis B Δ, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ ad omnes rectas. Omnes autem rectæ, quæ e centris circulorum ducuntur, qui ſunt cylindrorum baſes, rectarum omnium, quæ ab ipſis abſcinduntur, una cum A Δ, minores ſunt quam duplæ. Conſtat igitur omnes etiam cylindros, qui in toto cylindro ſunt, minores eſſe quam duplos cylindrorum, qui ſunt in circumſcripta figura. Cylindrus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ, minor eſt quam duplus figuræ circumſcriptæ. Non eſt autem minor, ſed major quam duplus. Duplus eſt enim coni Ψ. Circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Seſquialterum eſt igitur coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem.

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ ὐδὲ ἔλασσον. Πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥς τε ὑπερέχειν ἔλασσον ἔλασσι ἢ [a] πηλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ κωνοειδοῦς· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευασθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν δὴ περιγραφέντος ἐλάσσονι λείπεται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τᾷ E Δ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν E Z, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν E Z, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν αἱ Δ A ποτὶ τὰν K E δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E, καὶ [b] τῷ ὃν ἔχει ἁ Δ A ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες δὴ οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἄξων ἐστὶν ἁ B Δ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πᾶσας τὰς εὐθείας. Αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, [c] οἱ βάσιες ἐντὶ τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέναν [d] ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ A Δ ἐλάσσονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιαι. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἐλάσσονες ἐντὶ ἢ διπλάσιοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων [e] τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, ἄξονα δὲ τὰν B Δ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος. Τὸ γὰρ Ψ κώνου [f] διπλάσιόν ἐστι. Τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι ὅτε μεῖζον ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXIV. Theor.

Quinetiam ſi a rectangula conoide ſegmentum ſecetur plano ad axem non recto, pariter ſeſquialterum erit ſegmenti coni, quod

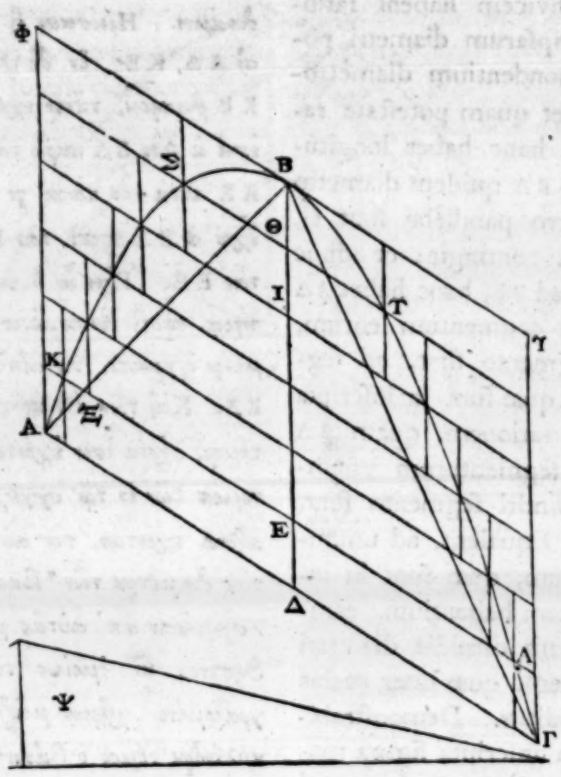
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ὑπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσαι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ

[a] πάλιν κώνου [b] Sic MS. [c] αἱ [d] ἀπ' αὐτῶν σὺν τᾷ [e] τὸν κύλινδρον [f] διπλάσιον

κώνε, τῆ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίε κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ὡς ἔτυχε· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδῳ διὰ μὲν ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ σχῆμα, διὰ δὲ μὴ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίε κώνε τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδε τᾶ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύοσα τᾶς τᾶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς κατὰ τὸ Β· καὶ ἁ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. Τέμνει δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεσάχθω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει δὲ τᾶτο τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ Β· καὶ ἐσταῖται τᾶ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ, οὐ ποτ' ὀρθὰς [k] ἐὸν τῷ ἄξονι τετμήκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίε κώνε τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ. Εὐθὰς δὴ ὀξυγωνίε [l] κώνε τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ, καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, ἃ ἐστιν ἀπὸ τᾶ κέντρα τᾶς τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομᾶς ἀνεσεχθεῖσα, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεσαχότι ἀπὸ διαμέτρα ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστᾶται ἁ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομά. Δυνατὸν δέ ἐστι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομὰ ἐσταῖται. Ἐστάτω δὴ τόμος κυλίνδρε τις, βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίε κώνε τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· καὶ ἀπότμαμα κώνε βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι ἃ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιόν ἐστι τύτε τᾶ κώνε.



Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τᾶ ἀποτμάματος τύτε. Ἐστάτω δὴ ὁ τόμος τᾶ κυλίνδρε, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, διπλάσιος τᾶ Ψ κώνε. Οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστι τᾶ ἀποτμάματος τᾶ κώνε, τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· τὸ δὲ ἀπότμαμα τᾶ κώνε, τὸ εἰρημένον, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμε τοῦ κυλίνδρε, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἀναγκαῖον δέ ἐστι τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἦτοι μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἔλασ-

eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

Sit ſegmentum rectangulæ conoidis, ſectum ut dictum eſt: eodemque ſecto per axem plano alio ad id planum, quod figuram ſecat, recto; figuræ quidem ſectio ſit acutianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΑΓ. Ducatur autem ΦΥ ipſi ΑΓ parallela, quæ acutianguli coni ſectionem in puncto Β contingat: et parallela axi ducatur ΒΔ. Hæc utique ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecabit. Excitetur porro planum a ΦΥ plano per ΑΔ acto parallelum: quod quidem continget conoiden in puncto Β: eritque ſegmenti vertex punctum Β, et axis ΒΔ. Quoniam igitur planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit, ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter ΑΓ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum ΑΓ deſcripta; et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio. Fieri itidem poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie eadem acutianguli coni ſectio ſit. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri baſim habens acutianguli coni ſectionem quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΒΔ: et coni item ſegmentum eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, eumdemque axem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Sit conus Ψ ſegmenti illius ſeſquialter. Erit utique ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, duplum coni Ψ. Hic enim ſeſquialter eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: hoc vero, quod diximus, coni ſegmentum tertia pars eſt ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, et axem eumdem. Neceſſe autem eſt ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus

[k] ἴοντω τῷ

[l] κώνε ex MS.

eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Atque ſegmentorum plana pertingent ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem. Rurſus primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam baſes inter ſe invicem rationem habent. Horum autem ſegmentorum baſes, quoniam ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſunt, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam reſpondentes ipſarum diametri poteſtate. At dimidiæ reſpondentium diametrorum ſunt ipſæ A Δ, K E: et quam poteſtate rationem habet A Δ ad K E, hanc habet longitudine B Δ ad B E; quoniam B Δ quidem diametro parallela eſt; A Δ, K E vero parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B ſectionem contingit; et adhuc quam rationem habet B Δ ad B E, hanc habet A Δ ad E Ξ. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem habebit rationem, quam A Δ ad E Ξ. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habentium ipſi E Δ æqualem, ad unumquodque ſegmentum eorum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem axem habentium, eamdem habet rationem, quam dimidia diametri baſium ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Demonſtrabitur autem pariter ac ſupra inſcripta figura major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem, majus eſſe quam duplum figuræ inſcriptæ. Quare majus etiam erit quam duplum coni Ψ. Non autem majus, ſed duplum eſt. Non eſt igitur ſegmentum conoidis majus cono Ψ. Eadem ratione demonſtrabitur neque eſſe minus. Conſtat igitur æquale eſſe. Segmentum igitur conoidis ſeſquialterum eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

σον. Ἔϛω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμῆμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα· ὥϛε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμῆμα τοῦ Ψ κώνου. Καὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν τμῶν ἐϛαθήτω ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντες τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι εἰ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλως ταῖς βάσισιν. Αἱ δὲ βάσις αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαί ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτᾶν δυνάμει. Ἡμίσειαι δὲ ἐντὶ τ̃ ὁμολόγων διαμέτρων, αἱ A Δ, K E· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ A Δ ποτὶ τὰν K E δυνάμει, τ̃τον ἔχει ἀ B Δ ποτὶ τὰν B E [m] μήκει· ἐπεὶ ἀ μὲν B Δ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐϛιν, αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἁπτομέναν· ἃ δὴ λόγον ἔχει ἀ B Δ ποτὶ τὰν B E, τ̃τον ἔχει ἀ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Ἔξει ἄρ' ὁ πρῶτος τόμος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων τομῶν ἕκαϛος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαϛον τῶν τομῶν τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τῶν [n] βάσιων αὐτ̃ ποτὶ τὰν ἀπολαμβανομέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ. Δεικτέον δὴ ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· ὁ δὲ τ̃ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μεῖζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὡς τε καὶ τοῦ Ψ κώνου μεῖζων ἐϛαθήτω ἢ διπλασίων. Οὐκ ἐϛὶ δὲ, ἀλλὰ διπλασίων. Οὐκ ἄρα ἐϛὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τ̃ Ψ κώνου. Διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δεικτέον, ὅτι οὐδὲ ἔλαϛόν ἐϛι. Δῆλον δὴ ὅτι ἴσον. Ἡμίολιον ἄρα ἐϛὶ τὸ τ̃ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τ̃ κώνου, τ̃ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXV. Theor.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur, altero quidem ad axem recto, altero vero non recto, ſintque ſegmentorum axes æquales; ſegmenta ipſa æqualia erunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

[p] Αἶκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτματέωντι [q] ἐπιπέδοιν, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι· ἴσα ἐσσ̃ῦνται τὰ τμάματα.

[m] ἴσοι ἴχοι τ̃ς στιγκείμενα [n] μάκει [o] βάσιων αὐτῶν [p] Εἶκα τοῦ [q] ἐπιπέδοις

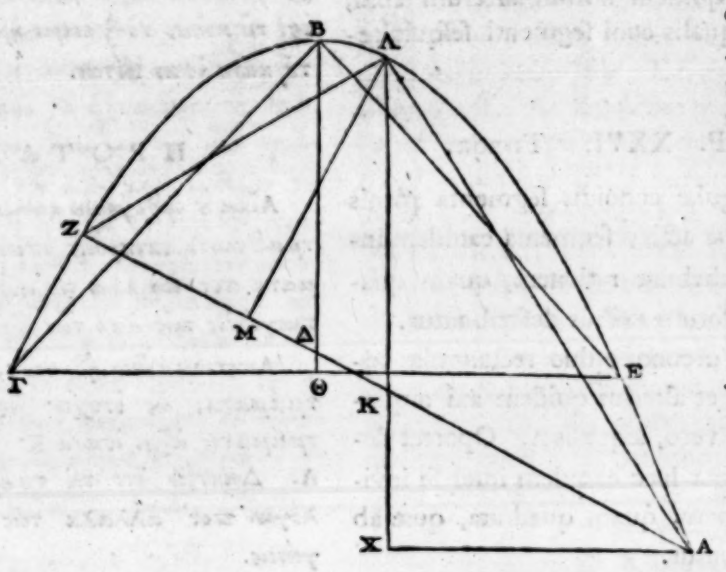
Ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα, ὡς εἴρηται. Τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τὸ μὲν κωνοειδὲς ἔσται τομὴ ἡ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομή, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ· τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθεῖαι· τοῦ μὲν ὀρθὴ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ ΕΓ· τοῦ δὲ μὴ ὀρθή, ἡ ΖΑ. Ἄξονες δὲ ἔσται τῶν τμημάτων αἱ ΒΘ, ΚΛ ἴσαι ἀλλήλαις· κορυφαὶ δὲ τὰ Β, Λ. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμῆμα κωνοειδέος, οὗ κορυφὴ τὸ Β, τῷ τμήματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὴ τὸ Λ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς δύο τμήματα ἐντὶ ἀφῃρημένα, τό τε ΑΛΖ, καὶ τὸ ΕΒΓ· καὶ ἐντὶ αὐτῶν διάμετροι ἴσαι αἱ ΚΛ, ΘΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΛΚ τῷ ΕΘΒ. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ΑΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. Ἤχθω δὴ ἡ ΑΧ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΚΛ, ἴσαι καὶ αἱ ΕΘ, ΑΧ. Ἔστω δὴ ἐν τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ Β, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἤχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Λ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἡ ΛΜ. Ἐστεῖται[r] δὴ αὐτὰ ὕψος ἑκατέρου ἀποτμάματος τᾶς κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκτε τοῦ τῶν βάσιων λόγου, καὶ ἐκ τᾶς τῶν ὑψέων. Τὸν συγκείμενον ἐκ λόγων ἔχοντι, ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, ποτὶ τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ. Ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ποτὶ τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΑ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τᾶς ὃν ἔχει[s] ἡ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἁ μὲν γὰρ ΚΑ ἡμίσια ἐντὶ τᾶς διαμέτρω τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμά-

[r] δὴ αὐτὰ [s] ἡ ΓΑ

Secentur enim duo rectangulæ conoidis ſegmenta, ut dictum eſt: ſectaque conoide plano per axem, planoque ad axem recto; conoidis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ: ſectiones autem planorum rectæ ΑΖ, ΕΓ; alterius quidem ad axem recti, ΕΓ; alterius vero non recti, ΖΑ. Ac ſegmentorum axes ſint ΒΘ, ΚΛ ſibi invicem æquales, eorumque vertices puncta Β, Λ. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis, cujus vertex eſt punctum Β, æquale eſſe ſegmento conoidis, cujus vertex eſt punctum Λ.

Quoniam enim ab eadem rectanguli coni ſectione duo ſegmenta ablata ſunt, alterum ΑΛΖ, alterum ΕΒΓ; eorumque diametri ΚΛ, ΘΒ æquales ſibi invicem ſunt; æquale eſt triangulum ΑΛΚ triangulo ΕΘΒ. Demonſtratum enim eſt triangulum ΑΛΖ triangulo ΕΒΓ æquale eſſe. Ducatur ΑΧ ad ΚΛ productam normalis. Et quoniam æquales ſunt ΒΘ, ΚΛ, æquales ſunt etiam ipſæ ΕΘ, ΑΧ. Itaque ſegmento, cujus vertex eſt punctum Β, inſcriptus ſit conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: ſegmento autem, cujus vertex eſt punctum Λ, coni ſegmentum inſcriptum ſit eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem eamdem. Ducaturque a puncto Λ ad ΔΖ normalis ΛΜ. Hæc utique altitudo erit ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ. At vero ſegmentum coni, cujus vertex punctum Λ, et conus, cujus vertex eſt punctum Β, eam inter ſe invicem rationem habent, quæ ex ratione cum baſium, tum altitudinum componitur. Habent igitur rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, quæ circa diametrum ΑΖ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΕΓ; tum ex ea quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Habet autem ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad eumdem circulum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub ſectionis diametris continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur. Habet igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, ad conum, cujus vertex eſt punctum Β, rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΚΑ ad ΕΘ, tum ex ea, quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Nam ΚΑ dimidia eſt diametri baſis



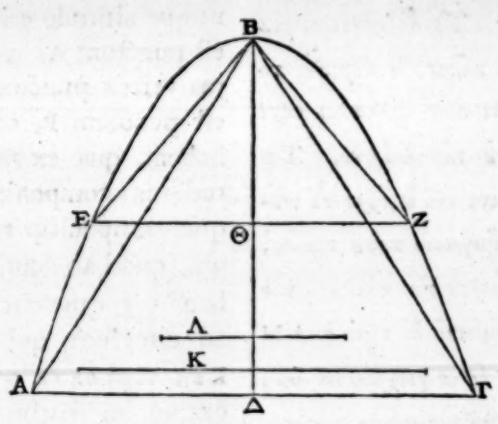
ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ: et ΕΘ dimidia diametri baſis coni: ipſæ vero ΛΜ, ΒΘ eorum ſunt altitudines. Habet autem ΛΜ ad ΒΘ eamdem rationem, quam ad ΚΛ; quoniam ΒΘ ipſi ΚΛ æqualis eſt; habetque ΛΜ ad ΚΛ eamdem, quam ΧΑ ad ΑΚ. At vero ſegmentum coni ad conum rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΚΑ ad ΑΧ; æqualis eſt enim ΑΧ ipſi ΕΘ; tum ex ea, quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Rationum autem, quas diximus, quæ eſt ipſius ΑΚ ad ΑΧ, eadem eſt atque illa, quæ ipſius ΛΚ ad ΛΜ. Segmentum igitur coni ad conum eam rationem habet, quam ΛΚ ad ΛΜ, et quam ΛΜ ad ΒΘ. Æqualis eſt autem ΒΘ ipſi ΚΛ. Manifeſtum eſt igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, æquale eſſe cono, cujus vertex eſt punctum Β. Ex quo conſtat ipſa quoque ſegmenta æqualia eſſe; ſi quidem horum alterum coni, alterum huic æqualis coni ſegmenti ſeſquialterum eſt.

PROP. XXVI. THEOR.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcumque actis; ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur.

Secentur enim utcunque duo rectangulæ conoidis ſegmenta: et alterius quidem axi æqualis ſit Κ; alterius vero, æqualis Λ. Oportet demonſtrare ſegmenta hæc eamdem inter ſe invicem habere rationem, quam quadrata, quæ ab ipſis Κ, Λ deſcribuntur.

Itaque ſecta conoide plano per ſegmenti axem acto, ſectio ejus ſit rectanguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus axis ΒΔ: ſumaturque ΒΔ ipſi Κ æqualis: et agatur per punctum Δ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum conoidis, quod baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΒΔ, æquale eſt ſegmento, quod æqualem ipſi Κ axem habet. Si quidem igitur Κ ipſi etiam Λ æqualis eſt, conſtat ſegmenta æqualia ſibi invicem fore. Utrumque enim uni eidemque æquale eſt: et quæ a Κ, Λ deſcribuntur quadrata æqualia ſunt. Quare ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur. Si vero Λ æqualis non eſt ipſi Κ, æqualis jam ſit ipſi ΒΘ: et agatur per punctum Θ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum, quod baſim quidem habet circulum, qui circa



ματος τῆ κώνῳ, ἧ κορυφὴ τὸ Λ· ἀ δὲ ΕΘ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρω τᾶς βάσιως τῆ κώνῳ· [t]αἱ δὲ ΛΜ, ΒΘ ὕψια ἐντὶ αὐτῶν. Ἔχει δὲ [u]ἀ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν ΚΛ· ἐπεὶ ἀ ΒΘ ἴσα ἐςὶ τᾷ ΚΛ· ἔχει δὲ καὶ [w]ἀ ΛΜ ποτὶ τὰν ΚΛ, ὃν ἀ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΚ· ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἀ ΑΚ ποτὶ [x]τὰν ΑΧ· ἴσα γάρ ἐςιν ἀ ΑΧ τᾷ ΕΘ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει [y]ἀ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ὁ δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων λόγος ὁ τᾶς [z]ΑΚ ποτὶ ΑΧ ὁ αὐτός ἐςι τῷ [a]τᾶς ΛΚ ποτὶ ΛΜ. Τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν [b]ἀ ΛΚ ποτὶ τὰν ΛΜ καὶ ὃν ἔχει [c]ἀ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἴσα δὲ ἀ ΒΘ τᾷ ΚΛ. Δῆλον δή, ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, ἧ κορυφὰ τὸ Λ, τῷ κώνῳ, ἧ κορυφὰ τὸ Β. Φανερὸν δή, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί· ἕτερον αὐτὸν ἐπεὶ τὸ μὲν ἡμιόλιόν ἐςι τᾶ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τᾶ ἀποτμάματος τᾶ κώνου ἴσων ἐόντων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Αἴκα [d]ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν [e]ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

Ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν· ἔςω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου τμάματος ἄξων ἴσα ἀ Κ· τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἀ Λ. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Λ τετραγώνοις.

Τμαθέντος γὰρ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἔςω τομὰ ἀ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἀ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἀ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, ἴσον ἐντὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. Εἰ μὲν οὖν καὶ ἀ Κ ἴσα ἐςὶ [f]τᾷ Λ, φανερὸν ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα [g]ἐσοῦνται ἀλλάλοις. Ἑκάτερον γὰρ [h]αὐτῶν καὶ τῷ αὐτῷ· καὶ τὰ πτράγωνα, τὰ ἀπὸ [i]τῶν Κ, Λ ἴσα· ὥς τε τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις, τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. Εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐςὶν ἀ Λ τᾷ Κ, ἔςω ἀ Λ ἴσα τᾷ ΒΘ· καὶ διὰ τοῦ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν

[t] αἱ δὲ ΑΝ [u] ἀ ΝΑ [w] ἀ ΝΑ [x] τὰν ΑΓ [y] ἀ ΛΝ [z] τᾶς ΛΝ ποτὶ ΛΚ [a] ἀ ΛΝ ποτὶ τὰν ΛΚ [b] ἀ ΛΝ [c] Sic MS. [d] τᾷ Δ φανερὸν ἔν [e] ἰσσεῖται [f] αὐτῶν ἴσον τᾷ αὐτῷ. [g] τῶν ΚΑ

κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν EZ, ἄξονα δὲ τὰν BΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ Λ. Ἐγγεγράφθωσαν δύο κῶνοι [h] βάσεις μὲν ἔχοντες τὰς κύκλους τὰς περὶ διαμέτρους τὰς AΓ, EZ, κορυφὰν δὲ τὸ B σαμεῖον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν BΔ, πρὸς τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν BΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκτε τῷ ὃν ἔχει ἀ ΔΔ πρὸς τὰν ΘE δυνάμει, καὶ ἐκ τῷ ὃν ἔχει ἀ BΔ πρὸς τὰν BΘ μάκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ΔΑ πρὸς τὰν ΘE δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἀ BΔ πρὸς τὰν BΘ μάκει. Ὁ ἄρα κῶνος, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν BΔ, πρὸς τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν BΘ, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκτε τοῦ ὃν ἔχει ἀ BΔ πρὸς τὰν ΘB, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἀ ΔB πρὸς τὰν BΘ. Οὗτος δὲ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔB, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς [i] ΘB. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ἄξονα ἔχων τὰν BΔ, πρὸς τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘB, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔB, πρὸς τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘB. Ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστι. Καί ἐστι τῷ μὲν τμάματι, τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν BΔ, ἴσον τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ K· τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘB, ἴσον τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσαν τᾷ Λ· καὶ τᾷ μὲν BΔ ἴσα ἀ K, τᾷ δὲ ΘB ἴσα ἀ Λ. Δῆλον ἄρ, ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ K, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς K, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ [k] ἀπὸ τᾶς Λ.

diametrum EZ describitur, axem vero BΘ, æquale est segmento, quod æqualem ipsi Λ axem habet. Describantur duo coni bases quidem habentes circulos qui circa diametros AΓ, EZ describuntur, verticem vero punctum B. Itaque conus, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet BΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet AΔ ad ΘE potestate, tum ex ea, quam BΔ habet ad BΘ longitudine. Quam vero rationem habet ΔA ad ΘE potestate, hanc habet longitudine BΔ ad BΘ. Conus igitur, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet BΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet BΔ ad ΘB; tum ex ea, quam BΔ habet ad BΘ. Hæc autem eadem est atque illa, quam habet quadratum, quod a ΔB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Quam vero rationem habet conus, qui axem habet BΔ, ad conum, qui axem habet ΘB, hanc habet segmentum conoidis, quod axem habet ΔB, ad segmentum, quod axem habet ΘB. Utrumque enim sesquialterum est. Ac segmento quidem, quod axem habet BΔ, æquale est segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet: segmento vero, quod axem habet ΘB, segmentum conoidis æquale est, quod axem habet ipsi Λ æqualem: et ipsi quidem BΔ æqualis est K; ipsi vero ΘB æqualis Λ. Constat igitur segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet, ad conoidis segmentum, quod axem habet ipsi Λ æqualem, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a K describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

[l] Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα ἴσα τᾷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τᾷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἄξονι τᾷ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τᾷ ἄξονι.

Ἔστω τὶ τμᾶμα ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ [m] τὸν ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ [n] τοῦ ἄξονος, ἃ μὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἃ ABΓ ἀμβλυγωνίω κώνω τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδω τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα [o] εὐθεῖα ἃ AΓ. Ἄξων δὲ ἔστω τᾶ τμάματος [p] ἃ BΔ· ἃ ἦ ποτιεῖσα τῷ ἄξονι ἔστω ἃ BΘ, καὶ τᾷ BΘ ἴσα ἃ ZΘ, καὶ ἃ ZH. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ [q] τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ

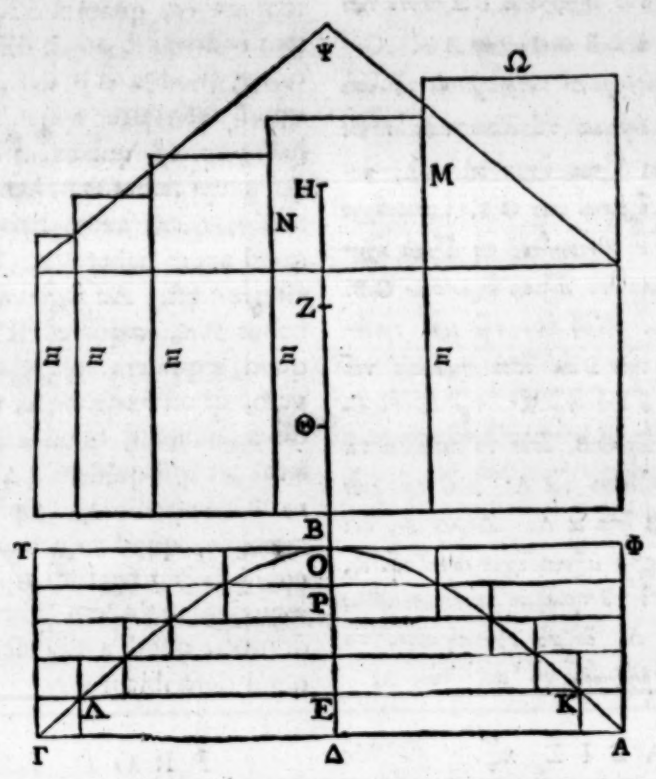
PROP. XXVII. Theor.

Quodlibet obtusiangulæ conoidis segmentum sectum plano ad axem recto, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi segmenti, tum triplæ rectæ appositæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi segmenti, tum duplæ rectæ ad axem appositæ.

Sit segmentum aliquod obtusianguli conoidis sectum plano ad axem recto: eodemque secto per axem plano alio, sit ipsius quidem conoidis sectio obtusianguli coni sectio ABΓ; plani vero, quod segmentum secat, recta AΓ. Ac sit axis segmenti BΔ: et recta ad axem apposita BΘ; eidemque æqualis ZΘ, et ZH. Oportet demonstrare, segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem,

[h] βάσιας [i] EB [k] ἀπὸ τᾶς A [l] Ἐὰν [m] εὐθεῖα· ἄξων [n] ἃ BAΔ

ſint Φ A, Γ T. Sit item conus aliquis Ψ; iſque ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, axemque B Δ, eam habeat rationem, quam H Δ ad Δ Z. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ; majorque eſt circumſcripta figura eodem ſegmento; conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Sit igitur B P tertia pars ipſius B Δ. Atque erit H Δ ipſius Θ P tripla. Et quoniam cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eam habet rationem, quam H Δ ad Θ P: habet autem etiam conus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Z Δ ad H Δ: habebit, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Z Δ ad Θ P. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta B Δ, magnitudine vero æquales unaquæque rectæ Z B: et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata, quorum quidem maximum æquale ſit ſpatio, quod ſub Z Δ B continetur; minimum vero ſpatio, quod continetur ſub Z O B. Latera autem exceſſuum æqualiter ſeſe invicem excedunt; quoniam quæ ipſis in recta B Δ æquales ſunt, æqualiter ſeſe invicem excedunt.



ἔσωσαν αἱ Φ Α, Γ Τ. Ἔστω δὴ κῶνός τις ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὰν Β Δ, τᾶτιν ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ Η Δ ποτὶ τὰν Δ Ζ. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδίος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἴγε μή ἐστιν ἴσον, ἦτοι μεῖζον, ἢ ἔλαττόν ἐστιν. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάττονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τᾶ κωνοειδίος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνᾳ. Διάχθω δὴ τὰ ἐπιπέδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶ κυλίνδρᾳ, τᾶ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐστᾶτα δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάττονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγεγραμμένου, ἃ ἦ τὸ τμᾶμα τᾶ Ψ κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [p] τᾶ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τᾶ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς Β Δ, ἁ Β Ρ. Ἐστᾶτα ἴσα ἁ Η Δ τριπλασία τᾶς Θ Ρ. Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ Η Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ· ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ Ζ Δ ποτὶ τὰν Η Δ· ἔξει [q] ἄρα ἀνομοίως τῶν λόγων [r] τεταγμένων, τὸν αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ Ζ Δ ποτὶ [s] τὰν Θ Ρ. Ἔστω δὲ αἱ γραμμαὶ κείμεναι [t] ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει [u] ἴσαι τοῖς τμαμάτεσι τοῖς ἐν τᾷ Β Δ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστα ἴσα τᾷ Ζ Β· καὶ παρ' ἑκάσαν αὐτᾶν παραπεπλωκέτω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὸ μὲν μέγιστον [w] ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Δ Β· τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Ο Β. Αἱ δὴ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντων· καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐταῖς αἱ ὅπτι τᾶς Β Δ εὐθείας, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντι. Καὶ ἔστω ἁ μὲν Β μι-

[o] In MS. ἦ deeſt. [q] In MS. τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχημα, deſunt. [q] οὖν ἀμετρίᾳ
[r] τεταγμένον [s] τὰν Θ Ο· ἴσωσαν [t] ἐφ' αὐτα [u] ἴσα τοῖς [w] ἴσω ἐν τῷ Ζ Β Δ τὸ δὲ ἐλάχιστον ἐν τῷ ὑπὸ

γίσῃ ὑπερβλήματος πλευρὰ, ἐφ' ἃς τὸ Μ, ἴσαι τᾷ ΒΔ· ἀ δὲ τᾷ ἐλαχίσᾳ ἴσα [x]τᾷ ΒΟ. Ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τέτμις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα [y]κύκλον τ περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὰν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ [y]τᾶν ΖΔΒ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον [z]ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. Ἐν πάσᾳ γὰρ τᾷ τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾷ τοῦτο συμβαίνει. Ἁ γὰρ [b]διπλασία τᾶς ποτεινούσας, τουτέστι τᾶς ἐκ [c]τ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τ εἴδους πλευρά. Καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον [d]τὸ ΞΜ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ [e]ἴσον ἔστι τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΒ, ἀ δὲ Ν τᾷ ΒΕ, ἀ δὲ Μ τᾷ ΒΔ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον [f]τᾶν ΑΓ, ἄξονα δὲ ταν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τ βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τ ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τ κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τ ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω [g]χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ [h]τὰν ΝΞ παραπεπλωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. Ἔστι δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει, κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κύλινδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις. Λέγονται δὲ τῶν κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δ' ἔσχατος [i]οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τ χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω ποτ' ἄλλα χωρία τὰ πλᾶ τὰν Ξ παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς λόγοις· τὸ δ' ἔσχατον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον δ', ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. Δέδεικται δὲ, [j]ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἀ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. [k]Ὡς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἀ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ὃν ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη

Et ſit maximi quidem exceſſus latus, in quo Μ, ipſi ΒΔ æquale: minimi vero, æquale ipſi ΒΟ. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus Ω, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ſub ΖΔΒ continetur. Itaque cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΖΔΒ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΒΕ. Quod quidem in omni obtuſianguli coni ſectione contingit. Quæ enim dupla eſt rectæ ad axem appoſitæ, hoc eſt ejus, quæ ex centro, hæc tranſverſum eſt figuræ latus. Ac ſpatio quidem, quod ſub ΖΔ, ΒΔ continetur, æquale eſt ſpatium ΞΜ: ſpatio vero, quod continetur ſub ΖΕ, ΒΕ, æquale ſpatium ΞΝ. Æqualis eſt enim tum Ξ ipſi ΖΒ, tum Ν ipſi ΒΕ, tum Μ ipſi ΒΔ. Cylindrus igitur baſim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ΞΝ. Pariter autem demonſtrabitur et aliorum cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔΕ æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habere rationem, quam habet ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedens ſpecie quadrata. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt, quorum unuſquiſque æqualem ipſi ΔΕ axem habet; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine iis ipſis æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes; quoniam tum cylindri, tum ſpatia Ω æqualia ſibi ivicem ſunt. Horum autem cylindrorum aliqui comparantur cum cylindris aliis, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus vero cum nullo comparatur: et adhuc ſpatiorum, in quibus Ω, aliqua comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Demonſtrata autem ſunt omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habere rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad inſcriptam figuram majorem habet rationem, quam ΖΔ ad ΘΡ: quam

[x] τᾷ ΒΙ deſunt. [y] τὰν ΖΔ, ΒΔ [z] ὑπὸ τᾶς [b] διπλάσια [c] τὸ χωρίον [d] In MS. ἴσον, ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ [e] Sic MS. [f] χωρίον pro χωρὶς ex MS. [g] τᾶν περὶ τὰν [h] ὐθέποθεν [i] In MS. ὅτι deeſt.

quidem rationem totus cylindrus ad conum Ψ habere demonſtratus eſt. Majorem igitur habet rationem totus cylindrus ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt conus Ψ figura inſcripta. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, et circumſcripta inſcriptam minus excedit, quam conus Ψ ſegmentum, conſtat circumſcriptam figuram cono Ψ minorem eſſe. Rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Δ E, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in figura circumſcripta, axem habentem Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ M. Utrumque enim æquale eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habebit rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, una cum exceſſu; eo quod circumſcriptorum unuſquiſque, dempto maximo, unicuique inſcriptorum, una cum maximo, æqualis eſt. Habebit igitur etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram eam rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea, quæ applicata ſunt, una cum exceſſibus. Rurſus autem demonſtrata ſunt omnia ſpatia Ω ad alia omnia minorem habere rationem, quam Ξ M ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ M ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram minorem rationem habebit, quam Z Δ ad Θ P. Sed ut Z Δ ad Θ P, ita ſe habet totus cylindrus ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt circumſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quoniam autem neque majus eſt, neque minus, demonſtratum utique eſt, quod proponebatur.

πστὶ τ Ψ κῶνον. Μείζονα ἄν ἔχοι λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος πστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ πστὶ τ Ψ κῶνον· ὡς τε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τ κωνοειδέος τμῆμα τ Ψ κώνου. Οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ἂν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμῆμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο πεφιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκειμένον· ὡς τε τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμήματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ ὧν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τ τμήματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ πεφιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμήματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὅτε κύλινδρος ὁ πρῶτος τ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, πστὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ πεφιγεγραμμένῳ σχήματι, τ ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον πστὶ Ξ M. Ἴσον γὰρ ἑκάτερον. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Δ E, πστὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ πεφιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον πστὶ τὸ ὁμόλογον τ παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι· διὰ τὸ ἕκαστον τῶν πεφιγεγραμμένων, χωρὶς τοῦ μεγίστου, ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. Ἔξει ὧν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος πστὶ τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία πστὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς [k] ὑπερβλημάτεσσι. Δέδεικται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία πστὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσονα λόγον ἔχοντα τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ M πστὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμίσεᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς M. Ὡς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος πστὶ τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ Z Δ πστὶ τὰν Θ P. Ἀλλ' ὡς ἁ Z Δ πστὶ τὰν Θ P, ὁ ὅλος κύλινδρος πστὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ὧν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος πστὶ τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ πστὶ τὸ Ψ κῶνον. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ πεφιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ὂν τὸ πεφιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τ κωνοειδέος τμῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ ὅτε μεῖζον, ὅτε ἔλασσόν ἐστι, δέδεικται ὃν τὸ προτεθέν.

PROP. XXVIII. THEOR.

Quinetiam ſi obtuſiangulæ conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat eumdemque axem, eam habebit ratio-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Καὶ πῖνυν αἰκα μὴ ὀρθῷ πστὶ τ ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα τ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, πστὶ τὸ ἀπότμαμα τ κώνου βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτο

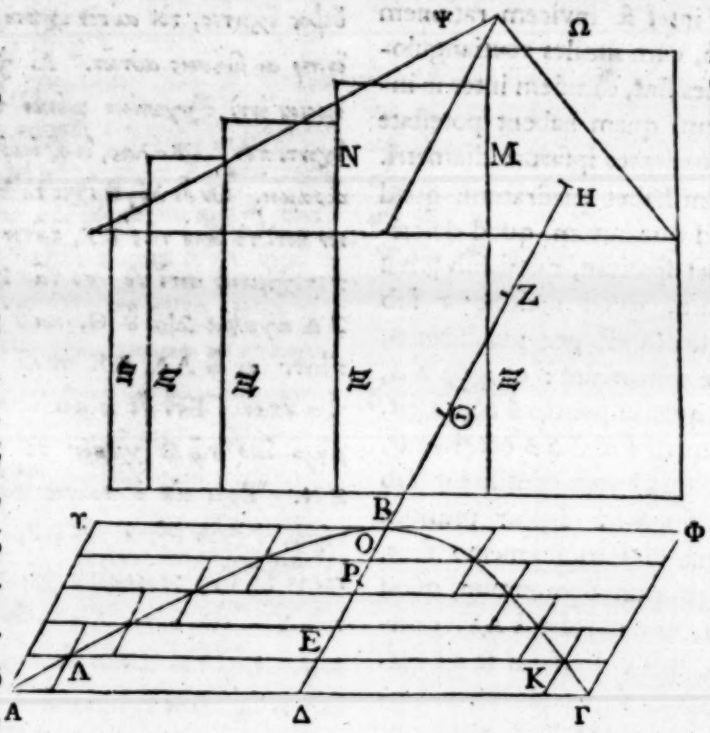
[k] προβλημάτεσσι

ἔχει τὸν λόγον, [l]ὃν ἃ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ [m]τὰ τριπλασίαν τᾶς [n]ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι, καὶ [o]τὰ διπλασίαν τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμμένον ἐπιπέδῳ ὡς ἔφαμες· τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δ' ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἃ ΓΑ εὐθεῖα· κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, τὸ Θ σαμεῖον. Καὶ ἀχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἃ ΦΥ, ἐπιψαυέτω ᾗ κατὰ τὸ Β· καὶ δοτὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα, ἐκβεβλήθω. Τέμνει δὴ τὰ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ· καὶ ἐστῆται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἃ ΒΔ· ἃ δὲ ποτεῖσα τῷ ἄξονι ἃ ΒΘ. Τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἄτι ΘΖ, καὶ ἃ ΖΗ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεσαχέτω τι ἐπίπεδον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. [p]Καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμήκει τὸ κωνοειδές, ἃ τομὰ ἐστῆται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἃ μείζων ἃ ΓΑ. [q]Ἐσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ πέντρου [r]ἀνεσαχέσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατὸν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν, τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας [s]τᾷ ΒΔ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστῆται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὴ ἐστῆταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἃ ἢ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐστῆται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. Πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστῆται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δή τι ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷτε τόμῳ, καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ ὃ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

[l] ὃν αἱ συναμφότεραι ἄλλη ὀξυγωνίου κώνου τομὰ [m] τὰ τριπλάσια [n] ποτὶ ὅσας [o] τὰ διπλάσια [p] καὶ ἰσσιῦται τὸ ἐπίπεδον [q] ἴσας [r] Sic MS. [s] τᾶν ΒΔ

Sit enim obtusiangulæ conoidis segmentum sectum plano ut dictum est: sectaque figura per axem plano alio ad id planum, quod segmentum secat, recto; sit figuræ quidem sectio obtusianguli coni sectio ΑΒΓ; plani vero, quod segmentum secat, recta ΓΑ; vertex denique coni conoiden continentis sit punctum Θ. Ducatur autem per punctum Β ΦΥ ipsi ΑΓ parallela, eademque coni sectionem in puncto Β contingens: quæque a puncto Θ ad Β recta linea jungitur, producatur. Hæc utique ipsam ΑΓ in duas æquas partes secabit: eritque vertex quidem segmenti punctum Β: axis vero, ΒΔ: denique apposita ad axem, ΒΘ. Sit autem ipsi ΒΘ æqualis ΘΖ, et ΖΗ: exciteturque a ΦΥ planum aliquod plano per ΑΓ acto parallelum; quod quidem conoiden in puncto Β continget. Et quoniam planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non esset, conoiden secuit; sectio erit acutianguli coni sectio, cujus major diameter ΓΑ. Itaque cum acutianguli coni sectio sit circa diametrum ΑΓ descripta, et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata est, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum agitur; fieri potest, ut cylindrus inveniatur, axem habens, qui ipsi ΒΔ in directo jaceat, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio circa diametrum ΑΓ descripta. Hoc igitur invento erit segmentum aliquod cylindri eamdem ac segmentum conoidis basim habens, eumdemque axem; cujus altera basis erit planum actum per ΦΥ. Rursus autem fieri potest, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio descripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit segmentum aliquod coni eamdem ac segmentum cylindri, et conoidis basim habens, et axem eumdem. Oportet demonstrare segmentum conoidis ad segmentum coni, quod diximus, eam habere rationem, quam ΗΔ ad ΔΖ.



Quam enim rationem habet H Δ ad Δ Z, hanc habeat conus Ψ ad ſegmentum coni. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim ſegmentum conoidis cono Ψ æquale non eſt, ſit illud, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento conoidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindrorum ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, qnæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ, conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Ducantur plana ſegmentorum omnium, quæ figuræ inſcripta ſunt ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: ſitque B P tertia pars ipſius B Δ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Rurſus itaque primum ſegmentum eorum, quæ in toto coni ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam ipſorum baſes inter ſe invicem rationem habent. Baſes autem, cum ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſint, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ipſarum diametri. Quam autem rationem habet quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E, hanc habet ſpatium, quod ſub Z Δ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E B; quoniam Z Δ ducta eſt per punctum Θ, in quo lineæ proximæ concurrunt: et ipſæ A Δ, K E parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B contingit. Ac ſpatium quidem, quod ſub Z Δ B continetur, æquale eſt ſpatio Ω; quod vero continetur ſub Z E B, æquale eſt ſpatio Ξ N. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ N. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad ſegmentum, quod ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, axemque habet æqualem ipſi Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata. Rurſus igitur quædam ſunt magnitudines, nempe ſegmenta, quæ in toto ſegmento ſunt, aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine ſegmentis æqualia, eamdemque binæ ad binas rationem ha-

Ὃν γὰρ[t] ἔχει λόγον ἡ Η Δ πρὸς τὰν Δ Ζ, τοῦτον ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος πρὸς τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τᾶς κωνοειδίος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ τᾶς κωνοειδίος τμᾶμα τῷ κώνῳ τῷ Ψ, εἰ μὲν ἐστὶ δυνατόν, ἔστω μείζων. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τᾶς κωνοειδίος τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ἴσων ὕψος ἐχόντων συγκείμενον· ὥστε τὸ περιγεγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τᾶς κωνοειδίος τμᾶμα τῷ Ψ κώνῳ. Ἐπεὶ ὧν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐστὶν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει δ' ἐγγεγραμμένου σχήματος[u], ἢ τὸ τμᾶμα τῷ Ψ κώνῳ, δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Διαχθὲν δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ σχήματι πάντων ἔστι ποτὶ ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου, τᾷ βάσιν ἔχοντες τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καί ἐστι B P τρίτον μέρος ἐὼν τᾶς B Δ· καὶ τ' ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶς Α Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι, ἐπεὶ ἴσον ὕψος ἔχοντες[v], τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βάσεις αὐτῶν. Αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαί εἰντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ'[x] ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτᾶν δυνάμει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶς Α Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶς K E, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Δ Β περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε Β· ἐπεί ἐστιν ἀ μὲν Ζ Δ ἀγομένα διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἐγγύς συμπίπτοντι· αἱ δὲ Α Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν. Ἔστι δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν Ζ Δ Β περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε Β τῷ Ξ N. Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ Ξ N. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ E, ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσαν τᾷ Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τᾶν Ξ παραπεπλωκότων, ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. Πάλιν ὧν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. Λέγονται δὲ οἱ τόμοι, ποτ' ἄλλους τόμους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήμα-

[t] ὧν γὰρ [u] μήματος [v] οἱ ἴσοι ὕψος [x] Sic MS. [y] ποτ' ἀλλάλους

πι, ὁ δὲ ἔχατος τόμος ὐδὲ ποθὲν λέγεται· τὰ δὲ Ω χωρία ποτ' ἄλλα χωρία παρὰ τὰν Ξ παραπεπλωκότα, ὑπερβάλλονται εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα [a]ἐν τοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔχατον ὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον ὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου. Πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ὰ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Μείζονα ὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, τοῦ ἓν ἔχει ὰ ΞΜ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ [b]τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ· ὥς τε καὶ τοῦ ἓν ἔχει ὰ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. Μείζονα ὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ [c]μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἐστὶν ὖν μεῖζον τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλαστόν ἐστι τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ, καὶ ἄλλο περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρω [d]τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάστονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τᾶ τμάματος· πάλιν ὁμοίως δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαστον ἐὸν τᾶ Ψ κώνου· καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρω τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάστονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐστὶν οὖν ὐδ' ἔλαστον τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνου. Δῆλον ὖν τὸ προτεθέν.

bentes. Hæc autem ſegmenta comparantur cum ſegmentis aliis, quæ ſunt in inſcripta figura; poſtremum vero cum nullo comparatur; et adhuc ſpatia Ω comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpeciebus quadratis, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnia ſegmenta ad alia omnia eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Omnia autem ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habent rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti. Quare totum ſegmentum ad inſcriptam figuram majorem rationem habet, quam ΞΜ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti; ideoque etiam majorem, quam ΖΔ ad ΘΡ. Majorem igitur habet rationem totum ſegmentum ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quod ſi ſegmentum conoidis cono Ψ eſt minus, inſcripta eidem ſegmento ſolida figura, itemque alia circumſcripta ex cylindri ſegmentis eamdem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ ſegmentum excedit; rurſus eodem modo demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt conoidis ſegmentum cono Ψ. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϑ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος, ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τᾶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀμίσεον [e]σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω σφαιροειδὲς [f]σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμημένον διὰ τοῦ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ, τοῦ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν [g]σχήματος τομὰ ἔστω ὰ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίω κώνω τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ὰ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Θ. [h]Διοίσει δὲ ὐδέν, εἴτε ὰ μείζων ἐστὶ διάμετρος ὰ ΒΔ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς, εἴτε ἐλάσσων. Τῷ δὲ τετμακότος ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ὰ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐστεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ, καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΒΔ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπόκειται διὰ τοῦ κέντρω

PROP. XXIX. Theor.

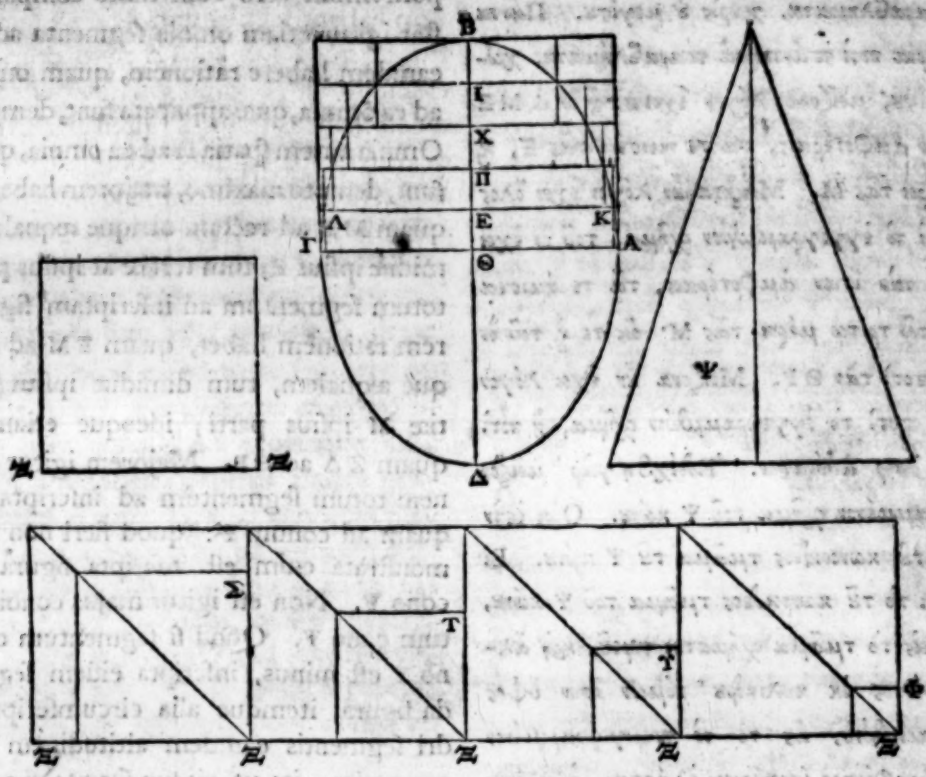
Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ per centrum plano ad axem recto, dimidium duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem.

Sit ſphæroidea figura ſecta per centrum plano ad axem recto: eademque ſecta per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus diameter, eademque axis ſphæroidis ΒΔ; et centrum punctum Θ: nihil autem refert, utrum ΒΔ major ſit diameter ſectionis coni acutianguli, aut minor. Plani vero, quod figuram ſecat, ſectio ſit recta ΓΑ. Hæc utique per centrum tranſibit, rectoſque cum ΒΔ angulos efficiet; quoniam planum ponitur

[a] ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις [b] τᾶς ΕΞ [c] μειζῖον [d] Sic MS. [e] τμᾶμα [f] τμήματος [g] διοίσει δὲ ὐδέν. Εἴτε

per centrum agi, atque esse ad axem rectum. Oportet demonstrare dimidium sphæroidis segmentum, quod basim quidem habet circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, verticem vero punctum B, duplum esse coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem.

τετάχθαι, καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. Δεικτέον ὅτι τὸ ἀμίσιον τᾶ σφαιροειδέος τμᾶμα, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον, διπλάσιόν ἐστι τᾶ κώνω τὰν βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



Sit enim conus aliquis Ψ duplus coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, hoc est Θ B. Dico dimidium sphæroidis cono Ψ æquale esse. Si enim dimidium sphæroidis cono Ψ æquale non est, sit primo, si fieri potest, majus. Itaque dimidio sphæroidis segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua dimidium sphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumscripta figura, quæ dimidio sphæroidis major est, inscriptam minus excedit, quam dimidium sphæroidis conum Ψ; constat figuram dimidiæ sphæroidis segmento inscriptam cono Ψ majorem esse. Itaque sit cylindrus basim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, axem vero B Θ. Et quoniam hic cylindrus triplus est coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem; conus vero Ψ ejusdem coni est duplus; constat cylindrum coni Ψ esse sesquialterum. Producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inscripta figura componitur, ad superficiem usque cylindri, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in cir-

Ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διπλασίων τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, [ε] τετέσι ὁ Θ Β. Φαμὶ δὴ τὸ ἀμίσιον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ ἀμίσιον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἀμίσιον τᾶ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω, ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἀμίσιον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ ὧν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμμένον σχῆμα τοῦ ἀμίσεως τοῦ σφαιροειδέος, [h] ἔλαττον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσιον τᾶ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου· δῆλον ἄρ ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τᾶ ἀμίσεως τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν ἐστι τᾶ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Θ. Ἐπεὶ ὧν ἴσος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτᾶ κώνου, δῆλον ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐστάτω δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρεθμενος εἰς

[ε] Sic MS. [h] ἔλασσον ὑπερέχει τῷ γεγραμμένῳ σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσιον in MS. desunt.

κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Ἐχέτω δὴ ἡ γραμμὴ κείμενα, ἐφ' ἧς τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσα τοῖς [k] τμήμασι τῆς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστα τῶν ΒΘ· καὶ ἀπ' ἑκάστης τετράγωνον ἀναγεγράφθω. Ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων, πλάτος ἔχων ἴσον τῇ ΒΙ. Ἔστω δὲ ὕψος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΒΙ, ΙΔ. Ἀπὸ δὴ τοῦ παρ' αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφῃρήσθω, πλάτος ἔχων διπλάσιον τῆς ΒΙ. Ἔστω δὴ ὕψος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΒΧ, ΧΔ. Καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἑπομένου τετραγώνου γνώμων ἀφῃρήσθω πλάτος μὲν ἔχων ἐνὶ τμήματι, μείζονα τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφῃρημένου γνώμονος. Ἔστω δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τῆς ΒΔ τμημάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. Ἔστω δὴ καὶ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον, τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσην τῇ ΘΕ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν [l] ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει δὲ καὶ ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετραγώνου ἀφῃρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῇ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα, τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου αὐτῷ τετραγώνου [m] ἀφαιρημένον. Ἐντὶ δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Ξ, Ξ ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. Λέγονται δὲ οἱ κύλινδροι ποτ' ἄλλα μεγέγεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων [n] ἀφαιρουμένους, ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Πάντες δὴ οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς [o] ἀφαιρουμένους ἀπ' αὐτῶν. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς ἀφαιρουμένους ἀπ' αὐτῶν. Τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν

cumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Poſita modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis rectæ ΒΘ, magnitudine vero æquales unaquæque eidem ΒΘ: et ab unaquaque earum deſcribatur quadratum. Auferatur autem a poſtremo quadrato gnomon, latitudinem habens ſegmentum ΒΙ. Æqualis hic erit ſpatio, quod ſub ΒΙ, ΙΔ continetur. At vero a quadrato illi proximo gnomon auferatur latitudinem habens ipſius ΒΙ duplam. Atque hic æqualis erit ſpatio, quod continetur ſub ΒΧ, ΧΔ. Auferatur deinceps continuo a quadrato, quod proxime ſequitur, gnomon latitudinem habens ſegmento uno majorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique eorum unuſquiſque æqualis ſpatio, quod ſub ſegmentis ipſius ΒΔ continetur; quorum ſegmentorum alterum latitudini gnomonis æquale eſt. Quod autem quadratum a ſecundo quadrato relinquitur, id latus habebit æquale ipſi ΘΕ. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΘΕ eundem axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΕ: quare et quam ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum quadratum ad gnomonem, qui a ſecundo quadrato ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum unuſquiſque axem habentium ipſi ΘΕ æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui a quadrato, quod proxime ſequitur, ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe quadrata, quæ a lineis Ξ, Ξ deſcribuntur, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc quadrata comparantur cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum gnomonibus, qui a quadratis auferuntur, reſpondentibus, ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Igitur omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad alios omnes cylindros, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram eamdem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Hæc autem quadrata gnomonum omnium,

[k] τμήμασι τοῖς τᾶς [l] ἔχοντι [m] ἀφῃρημένου [n] ἀφαιρημένους [o] ἀφαιρομένους

qui ab ipſis ablati ſunt, majora ſunt quam ſeſquialtera. Poſitæ enim ſunt quædam lineæ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΦ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum minima exceſſui æqualis eſt. Præterea aliæ ſunt lineæ, in quibus duo Ξ, Ξ multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab iis omnibus deſcribuntur, quarum unaquæque maximæ æqualis eſt, quadratorum quidem omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla· Hoc enim in iis, quæ de helicibus edita ſunt, demonſtratum eſt. Quoniam autem quadrata omnia, minora ſunt, quam tripla aliorum quadratorum, quæ ab ipſis ablata fuerunt; conſtat ſpatiorum, quæ reliqua ſunt, majora eſſe, quam ſeſquialtera. Gnomonum igitur majora ſunt, quam ſeſquialtera. Quare etiam cylindrus, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, major eſt, quam ſeſquialter figuræ inſcriptæ: quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: inſcripta vero figura cono Ψ major eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit; eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, conſtat etiam circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Itaque rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, ΘE axem habentem, eamdem habet rationem, quam primum quadratum ad ſemetipſum. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens EΠ, ad ſecundum cylindrum, qui eſt in circumſcripta figura, EΠ axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum ſecundum cum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΘE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Igitur omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad ſpatium æquale tum primo quadrato, tum gnomonibus, qui a reliquis quadratis ablati ſunt. Quadrata autem omnia minora ſunt

γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν, μείζονά ἐστι ἢ ἡμιόλια. Ἐστὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι [p] αἱ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΦ, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερέχουσαι, καὶ ἃ ἐλαχίστα ἴσα τῇ [q] ὑπεροχῇ. Ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' αἷς τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστη ἴση τῇ μεγίστῃ. Τὰ δ' οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν, ἃ ἐστιν ἑκάστη ἴση τῇ μεγίστῃ, πάντων μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερεχουσῶν, ἐλάσσονά ἐστι ἢ [r] τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς ἓν ἀπὸ τῆς μεγίστης, μείζονα ἢ τριπλάσια. Τοῦτο δὲ ἐν τοῖς περὶ τῶν [s] ἑλίκων ἐκδεδομένοις δέδεικται. Ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐστι, ἢ [t] τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐστὶ ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστι ἢ ἡμιόλια. Τῶν ἄρα γνωμόνων μείζονα ἢ ἡμιόλια. Ὡς τε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τ' αὐτόν, μείζων ἐστὶν [u] ἢ ἡμιόλιος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ πάνυ ἔλαττον. Ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλαττον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ [x] ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγεγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὴν ΘE, πρὸς τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον πρὸς αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν EΠ, πρὸς τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν EΠ, τ' αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον πρὸς τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτῶ ἀφαιρημένον. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τὰ ΘE, πρὸς τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃν τοῦτον ἔχει λόγον, ὁμοίως τεταγμένῳ αὐτῷ τετραγώνου πρὸς τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτῶ ἀφαιρημένον. Καὶ πάντες ἂν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, πρὸς πάντας τοὺς κυλίνδρους, τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα πρὸς τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. Καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐστι,

[p] αἱ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΨ, ΞΩ, τῷ [q] Sic MS. [r] τριπλασία [s] ἑλίκων [t] διπλασία [u] ἡμίσιος [x] ἄμισθεν

ἢ ἡμιόλια δ̄ ἴσε τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόσι τοῖς ἀπὸ τ̄ λοιπῶν ἀφαιρημένοις· διότι τ̄ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόσᾶν, ᵛ χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μεγίσας τετραγώνε, μειζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐσι τᾶ περιγεγραμμένε σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶ γὰ Ψ κώνε ἡμιόλιός ἐσι· τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνε. Οὐκ ἄρα ἐσὶν ἔλασσον, ʷ τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τᾶ Ψ κώνε. Ἐπεὶ δ̄ τε μεῖζόν ἐσιν, δ̄τε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐσί.

quam ſeſquialtera ſpatii æqualis tum primo quadrato, tum gnomonibus qui a reliquis quadratis ablati ſunt; quoniam quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora ſunt, quam tripla. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, minor eſt, quam ſeſquialter figuræ circumſcriptæ. Quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ′.

Καὶ πάνυ αὖκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τ̄ ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τᾶ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἀμίσεον δ̄ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσεῖται τᾶ ἀποτμάματος δ̄ κώνε, δ̄ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Τετμάθω γὰρ ˣ σχῆμα σφαιροειδὲς· τμαθέντος δὲ αὐτᾶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔσω ἀ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίε κώνε τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ· τοῦ δ̄ τετμακότος ἐπιπέδε τὸ σχῆμα ἔσω ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ἐσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τᾶ κέντρε τεταχθαι. Ἐσεῖται δ̄ν τις ὀξυγωνίε κώνε τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο ʸ ὀρθὰς ἔμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ᶻ Ἤχθω δή τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίε κώνε τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ· ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεσαχέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύοντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ᵃ τὰ Β, Δ ἐπιζευχθεῖσαι, πεσεῖται διὰ τοῦ Θ· καὶ ἐσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. Δυνατὸν δέ ἐσιν εὑρεῖν κύλινδρον, ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἀ δ̄ ὀξυγωνίε κώνε τομὰ, ἀ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσεῖταί τις κυλίνδρε τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τοῦ ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἄξονα τ̄ αὐτόν. Πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐσι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἀ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομὰ, ἀ ἀπὸ διαμέτρε τᾶς ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσεῖται τὸ ἀπότμαμα κώνε τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Λέγω δή, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος ἀμίσεον διπλάσιόν ἐσι τοῦ κώνε τύτε. Ἔσω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνε. Εἰ δ̄ν μή ἐσιν ἴσον τὸ ἀμίσεον τᾶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔσω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. ᵇ Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ ἀμίσεον δ̄ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο ᶠ περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρε τόμων, ὕψος ἴσον ἐχόν-

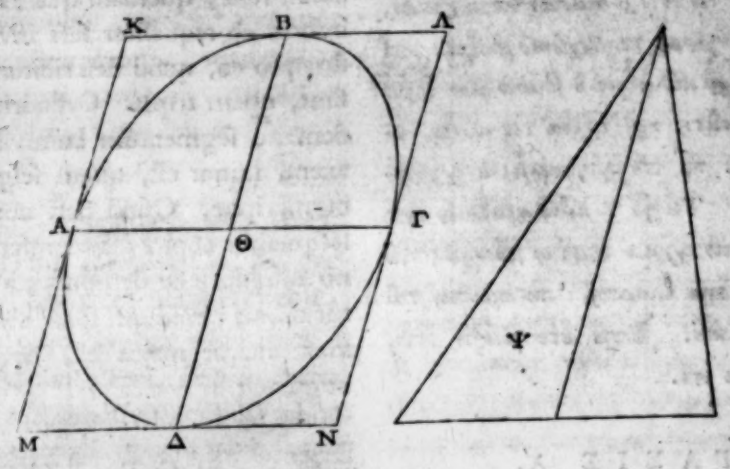
PROP. XXX. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur per centrum plano ad axem non recto; pariter dimidium ſphæroidis duplum erit ſegmenti coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem.

Secetur enim ſphæroidea figura: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus centrum punctum Θ; plani vero, quod figuram ſecuit, recta ΑΓ. Hæc utique per Θ tranſibit; quoniam planum poſitum eſt per centrum agi. Atque erit acutianguli coni ſectio quædam circa diametrum ΑΓ deſcripta; quoniam poſitum eſt planum, quod ſecat, rectum ad axem non eſſe. Ducantur rectæ quædam ΚΛ, ΜΝ ipſi ΑΓ parallelæ, quæ acutianguli coni ſectionem in punctis Β, Δ contingant: et ab ipſis ΚΛ, ΜΝ plana excitentur plano, quod per ΑΓ actum eſt, parallela. Hæc utique ſphæroiden in punctis Β, Δ contingent; quæque ipſa Β, Δ jungit recta linea per Θ tranſibit: atque erunt ſegmentorum quidem vertices puncta Β, Δ; axes vero rectæ ΒΘ, ΘΔ. Itaque fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΘ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac dimidium ſphæroidis baſim habens, eumdemque axem. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum ſphæroidis baſim habens, et axem eumdem. Dico dimidium ſphæroidis hujus coni eſſe duplum. Sit jam conus Ψ duplus ſegmenti hujuſce coni. Et ſi quidem dimidium ſphæroidis cono Ψ æquale non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura ex-

ᵛ Sic MS. ˣ τᾶ ἡμίσιος ʸ γὰρ τμῆμα ᶻ ὅτως ᵃ ἄχθωσαν ᵇ τα ᶜ ἐνέγραψα ᶠ περιγέγραψα

cedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua dimidium ſphæroidis conum Ψ excedit. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, figura dimidio ſphæroidis inſcripta major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; figuræ autem dimidio ſphæroidis inſcriptæ majus quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Sin autem eſt minus, dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit. Rurſus pariter, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; circumſcriptæ vero figuræ minus, quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.



των συγκείμενον ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ [e] ἀμισείῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ [h] Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος [i] ἐν ἀμισείῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος. [k] Ὅπερ ἀδύνατον. [l] Οὐκ ἔσται ἄρα μεῖζον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλαττόν ἐστιν, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ [l] ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Πάλιν ἄρα ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος. [k] Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσται ἄρα ἔλασσον [m] τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ ὅτε μεῖζόν ἐστιν, ἐδείχθη ἔλασσον, ἴσον ἐστί. Φανερὸν ἄρα ἐστὶν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXI. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ non per centrum plano ad axem recto, minus ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Sit enim ſegmentum aliquod ſphæroideæ figuræ ſectum non per centrum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ABΓ, cujus diameter, eademque axis ſphæroidis, BZ; et centrum Θ; plani vero, quod ſegmentum ſecat ſectio ſit recta AΓ. Hæc utique rectos cum BZ angulos efficiet; quoniam poſitum eſt planum eſſe ad axem rectum. Sit autem ſegmentum illud, quod ſectum eſt, cujus vertex eſt

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

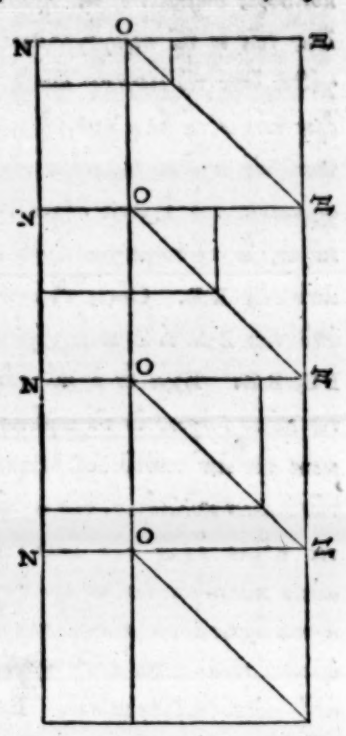
Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἔλαττον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τετρον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα τά τε ἀμίσεα τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

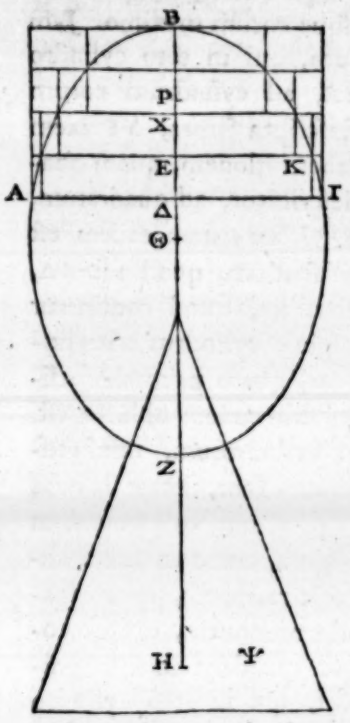
Ἔστω γάρ τι τμῆμα σφαιροειδέος [n] σχήματος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς, καὶ ἄξων σφαιροειδέος ἔστω ἀ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμῆμα, τομὰ ἔστω ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ποιήσει δ' αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. Ἔστω δὴ τὸ τμῆμα τὸ ἀποτετμα-

[e] ἡμίσει [h] Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ [i] ἐν ἡμίσει [k] οὐκ ἄρα ἔν τὸ [l] ἡμίσεος [m] τοῦ ἡμίσεος [n] τμήματος

μέρος, ἃ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἡμίσεως τοῦ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα [o] ἔστω ἡ ΖΗ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ.

Ἔστω γὰρ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἔστω δὲ καὶ κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτάν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ Β σαμεῖον. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. [p] Ἐνγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζων ἐστὶ τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ ἂν μείζων ἦν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου· δῆλον ὅτι μείζων ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἡ ΒΡ. Ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ΒΗ τριπλασιά ἐστιν τᾶς [q] ΒΘ, καὶ ἡ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλασία ἔσα καὶ ἡ ΔΗ τᾶς ΘΡ. Ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτάν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΔΗ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ. Ἔχει ἄρ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων ὁ κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. [r] Ἔστωσαν δὴ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἃν τὰ ΞΝ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσι τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΔ. Ἔστω δὲ καὶ τᾶν ΞΟ ἑκάστα ἴσα τᾷ ΒΔ. Τᾶν δὲ ΝΟ ἑκάστα διπλάσια ἐστείτω τᾶς ΘΔ. Παραπεπλωκέτω δὴ παρ' ἑκάστας αὐτᾶν χωρίον τι, πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ ΒΔ, ὡς τε εἶμεν ἕκαστον τῶν ἐχόντων [s] τᾶς διαμέτρου τετράγωνον. Ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τᾶς πρώτας γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ





punctum B, minus quam dimidium ſphæroideæ figuræ; æqualiſque ſit ZH ipſi BΘ. Oportet demonſtrare, ſegmentum, cujus vertex eſt punctum B, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΔH ad ΔZ.

Sit cylindrus eamdem ac minus ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: et ſit item conus Ψ, qui ad conum eamdem baſim habentem eam habeat rationem, quam ΔH ad ΔZ. Dico conum Ψ ſegmento, cujus vertex eſt punctum B, æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, minor. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum; conſtat inſcriptam figuram cono Ψ majorem eſſe. Sit autem BP tertia pars ipſius BΔ. Et quoniam tripla eſt cum BH ipſius BΘ, tum BΔ ipſius BP; tripla erit etiam ΔH ipſius ΘP. Itaque cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem BΔ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eamdem habet rationem, quam ΔH ad ΘP. Habet autem conus, quem diximus, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΔH. Habebit igitur, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΘP. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus ΞN, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta BΔ, magnitudine vero æquales unaquæque ipſi ZΔ. Ac linearum ΞO æqualis unaquæque ſit ipſi BΔ. Erit igitur reliquarum NO unaquæque dupla ipſius ΘΔ. Applicetur unicuique ipſarum ſpatium aliquod latitudinem habens ipſi BΔ æqualem; ita ut quadratum in unoquoque ſit circa ſuam diametrum deſcrip-

[o] ἴσα τῇ AZH
[p] ἀνέγραψα
[q] In MS. BΘ, καὶ ἡ BΔ τᾶς BP, τριπλάσια ἔσαι καὶ ἡ ΔH τᾶς ΘP desunt.
[r] ἔσωσαν ex MS.
[s] τᾶς διαμέτρους

tum. Auferatur autem ab horum primo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BE: itemque a ſecundo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BX: eodemque modo ab unoquoque, quod ſequitur, ſpatio gnomon latitudinem habens ſegmento uno minorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique gnomon, qui a primo ſpatio ablatus eſt, æqualis ſpatio, quod ſub BE, EZ continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata, atque habens latus exceſſus ipſi ΔE æquale. Gnomon vero, qui a ſecundo ſpatio ablatus eſt, æqualis erit ſpatio, quod ſub ZX, XB continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata. Et reliqua eodem modo. His ita ſe habentibus producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inſcripta ſegmento figura componitur, ad ſuperficiem uſque cylindri, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΔE axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΔΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KE. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub BΔ, ΔZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EZ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum ſpatium ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum, unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habebit rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, quæ ipſi ΞN applicata ſunt, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri, cum aliis cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc ſpatia comparantur cum aliis ſpatiis, hoc eſt cum gnomonibus, qui ab iiſdem auferuntur, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, ad omnes alios cylindros eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad figuram ſegmento inſcriptam, eamdem habebit rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Et quoniam quædam lineæ æquales

BE· ἀπὸ δὲ τῦ δευτέρυ, πλάτος ἔχων ἴσον τῇ BX. Καὶ ἀφ' ἑκάστυ, τ̀ αὐτὸν τρόπον, ἕως ἀπὸ τοῦ ἑπομένυ χωρὶς γνώμων ἀφαιρηθῶ, πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τῦ πλάτους ὃ περὶ αὐτῦ γνώμονος ἀφαιρημένυ. Ἐστῶσαι δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τῦ πρώτυ χωρὶς γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν BE, EZ· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπλωνὸς παρὰ τὰν NO, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, τὰν τῦ ὑπερβλήματος πλαύρὰν ἔχων ἴσαν τᾷ ΔE. Ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρυ χωρὶς γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ZX, XB· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν NO παραπλωνὸς, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. Καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις. Ἐχοῦντι δὲ ὧδε ἐκβεβλήθω τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τό τε ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τῦ κυλίνδρυ, τῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τ̀ αὐτόν. Ἐστῶσαι δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρυς τῷ μὲν πλήθει ἴσυς τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσυς τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Ὁ δ̀ πρῶτος ὁ κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν BΔ, ΔZ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν BE, EZ. Ἔχει ἄρ̀ ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔE, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τ̀ ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ἐντὶ ἄρ̀ μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, χωρία παρὰ τὰν ΞN παραπεπλωκότα, πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ BΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Λέγονται δὲ οἱ τε κύλινδροι ποτ' ἄλλυς κυλίνδρυς, τᾶς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος [u] ὧδε πωθὲν λέγεται· καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τᾶς ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρημένας, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον ὧδε πωθὲν λέγεται. Δῆλον ἄρ̀ ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρυς, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία, ποτὶ πάντας τᾶς γνώμονας. Ὁ ἄρα κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς

[t] τὰν Θ

[u] οὐδέποθεν

γνώμονας. Καὶ ἐπεὶ ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ ἴσαι κείμεναι ἐφ' ἃν τὰ ΝΟ, καὶ παρὰ ἑκάσαν παραπεπλώκοτόν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων ἴσω ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα ἐσὶ τᾷ ἐλαχίσᾳ· καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰν ΞΟ παραπεπλωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ ΒΔ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ· δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐσιν ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι, τᾧ ὃν ἔχει ἀ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμίσεᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ. Φανερὸν δ' ἂν ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας μείζονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἀ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [w] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις [x] τᾶς ΞΟ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, [y] καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἃν ἔχει ἀ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [z] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. [a] Ἐσι δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἀ ΔΖ· [b] τᾷ δὲ ἡμισείᾳ τᾶς ΝΟ, ἀ ΔΘ· [b] τᾷ δὲ τρίτᾳ δύο μόρια τᾶς ΞΟ, ἀ ΔΡ. [c] Ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ἔχει ἀ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ Ψ κῶνον. Μείζονα δ' ἔχει λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸ Ψ κῶνον. [c] Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐσὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἀλλ' ἔσω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τὶ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μεῖζόν ἐσιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐσι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐσι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον, τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἕκατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπλωκότων, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ, ποτ' αὐτό. Ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐσίν. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ [c] πεπλωκότων

positæ sunt, in quibus NO, quarum unicuique spatium applicatum est excedens specie quadrata; latera autem excessuum æqualiter sese invicem excedunt; et excessus æqualis est illarum minimæ: præterea alia sunt spatia, quæ ipsi ΞO applicata sunt, latitudinemque habent ipsi ΒΔ æqualem, multitudine quidem illis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque illorum maximo; constat omnia spatia, quorum unumquodque maximo æquale est, ad omnia alia spatia minorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum tertiæ parti ipsius ΞO. Constat igitur eadem spatia ad omnes gnomones majorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Cylindrus igitur, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Æqualis est autem ΔZ quidem ipsi ΞN; ΔΘ vero dimidiæ ipsius NO; denique ΔP duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Igitur totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΔZ ad ΘP. Quam autem rationem habet ΔZ ad ΘP, hanc habere demonstratus est idem cylindrus ad conum Ψ. Majorem igitur habebit rationem cylindrus ad inscriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est inscripta figura major esse cono Ψ. Non est igitur majus sphæroidis segmentum cono Ψ. At vero sit, si fieri potest, minus. Itaque rursus segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ segmentum excedit: eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur inscripta figura minor est segmento, et circumscripta inscriptam minus excedit, quam conus Ψ segmentum; constat circumscriptam figuram cono Ψ minorem esse. Rursus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in circumscripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam postremum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitudinemque habent ipsi ΒΔ æqualem, ad semetipsum. Utraque enim æqualia sunt. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ipsi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui secundum ipsum est in circumscripta figura, eamdem habet rationem, quam primum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitu-

[w] τὰ τε ἡμίσια [x] τᾶ ΞΟ [y] In MS. καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι desunt.
[z] τάτι ἡμίσια [a] τὰ δὲ ἡμίσια [b] τὰ [c] περιπεπτωκότων

dinemque habent ipſi B Δ æqualem, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eamdem habet rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens eorum, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt ante illud, quod poſtremum dicitur. Igitur eadem ratione, qua ſupra, omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad ſpatium æquale tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui ab aliis ablati ſunt. Et quoniam demonſtratum eſt omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad omnia ſpatia, quæ applicata ſunt ipſi N O, excedentia ſpecie quadrata, dempto maximo, majorem habere rationem, quam Ξ N ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius N O, tum tertiæ parti ipſius Ξ O; conſtat ſpatia eadem ad reliqua, quæ æqualia ſunt tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui a reliquis ablati ſunt, minorem rationem habere, quam Ξ N ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius N O, tum duabus tertiis partibus ipſius Ξ O. Conſtat igitur etiam cylindrum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam Z Δ ad Θ P. Quam autem rationem habet Δ Z ad Θ P, hanc habet cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

PROP. XXXII. THEOR.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, minus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Secetur enim ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio A B Γ Δ; plani vero, quod figuram ſecat, recta Γ A. Ducantur autem ipſi A Γ parallelæ Π P, Σ T, quæ

τῶν, πλάτος ἐχόντων ἴσον τῇ B Δ, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτῶν. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῇ Δ E, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν Ξ N [d] παραπεπλωκότων, ποτὶ [e] τὸ γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρημένων πρὸ τῶ λεγομένω τῶ ἐσχάτω. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ἐν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ N παραπεπλωκότα, ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων, λέγω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ὅτι πάντα τὰ χωρία, τὰ παρὰ τὰν Ξ N παραπεπτωκότα, ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν N O παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, χωρὶς τοῦ μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ N ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς N O, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ξ O· δῆλον ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπὰ, ἃ ἐστὶ ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι, τοῖς ἀπὸ τ̃ λοιπῶν ἀφαιρημένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ N ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς N O, καὶ δυσὶ τριτημορίοις τᾶς Ξ O. Δῆλον δ', ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤ ὃν ἔχει ἁ Z Δ ποτὶ τὰν Θ P. [c] Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Δ Z ποτὶ τὰν Θ P, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ τᾶς σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ ὔτε μεῖζον, ὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

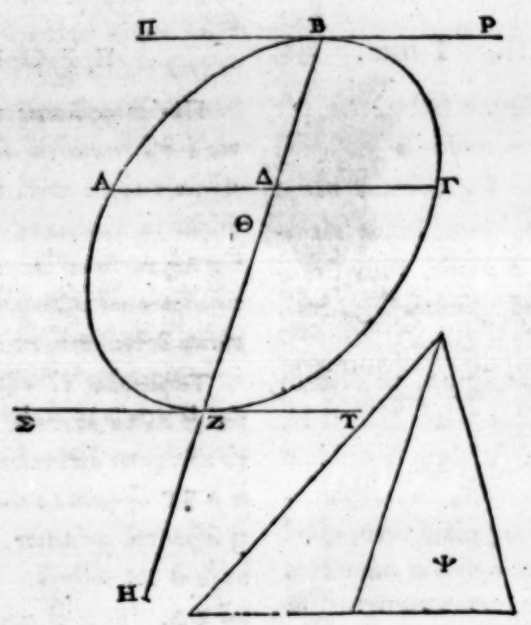
ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Καὶ τοῖνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τ̃ αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι, ἴσαι [f] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ὀπιζυγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

Τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ὀπιπέδῳ διὰ μὲν ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τὸ μὲν σχήματος τμὰ ἔστω ἁ A B Γ Δ ὀξυγωνίου κώνου τομά· τὸ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα, ἁ Γ A εὐθεῖα. Καὶ παρὰ τὰν A Γ [g] ἄχθω αἱ Π P, Σ T ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ

[d] πεπτωκότα [e] πρὸ τοῦ λέγομεν τοῦ ἐσχάτου, καὶ πάντες · [f] τάτι [g] ἄχθωσαν

κώνε τομᾶς κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἀπιγαχέτω απ' αὐτᾶν ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος [h] κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἰσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων ἐπιζευχθεῖσαι, καὶ ἔσω ἃ ΒΖ. Πιστεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ ἔστω κέντρον τᾶ σφαιροειδέος, καὶ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίου κώνε τομᾶς, τὸ Θ. Ἐπεὶ ὧν ὑπόκειται μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμᾶσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἃ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνε τομὰ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἃ ΓΑ. Λελάφθω ὧν ὅτι κύλινδρος ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἃ τᾶ ὀξυγωνίου κώνε τομὰ, ἃ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Ἐστεῖται δὴ τόμος τᾶς κυλίνδρε τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· [i] καὶ ἀπότμαμα κώνε τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος, ἃ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶ κώνε, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Ἴσα δὲ ἔστω ἃ ΖΗ τᾷ ΘΖ.



Λελάφθω δή τις κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα ἃ κώνε ἃ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἃ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Εἰ ὧν μὴ ἔστιν ἴσον τὸ τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα ἃ σφαιροειδέος τᾶ Ψ κώνε. Ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνε, καὶ ὁ τόμος τᾶ κυλίνδρε ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸ Ψ κῶνον. Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἔστιν ἄρα τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνε μεῖζον. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἔστω τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρε τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἃ ἐγγραφέντος

coni ſectionem in punctis Β Ζ, contingant: excitenturque ab iiſdem plano acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis Β, Ζ: eorumque vertices jungentur recta ΒΖ; quæ quidem per centrum tranſibit. Sit autem centrum ſphæroidis, idemque acutianguli coni ſectionis, punctum Θ. Quoniam igitur ſphærois poſita eſt ſecta eſſe plano ad axem non recto, ſectio eſt acutianguli coni ſectio, cujus diameter ΑΓ. Itaque ſumatur cylindrus axem habens, quæ ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta: itemque conus verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: itemque ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſphæroidis ſegmentum, cujus vertex eſt punctum Β, ad ſegmentum coni, eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΔΗ ad ΔΖ. Sit autem ΖΗ æqualis ipſi ΘΖ.

Sumatur conus aliquis Ψ, qui ad ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habentis, eumdemque axem, eam habeat rationem, quam ΔΗ ad ΔΖ. Et ſi æquale non eſt ſegmentum ſphæroidis cono Ψ, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Pariter ac ſupra demonſtrabitur inſcripta figura major eſſe cono Ψ; et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram majorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Non erit igitur majus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus ſphæroidis ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam mag-

[h] κατὰ τὸ Β Ζ [i] In MS. ἀποτμάρα κώνε τὰν αὐτὰν βάσιν ἴχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν in MS. deſunt.

nitudine minore, quam qua conus Ψ ſphæroidis ſegmentum excedit. Rurſus autem eadem ratione, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus erit ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

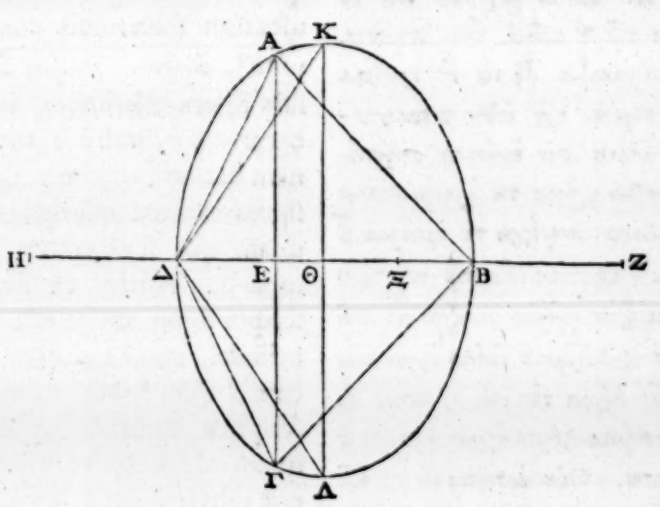
ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τῆ τμάματος. Πάλιν δὲ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται τὸ [k] περιγεγραμμένον ἔλασσον τῆ Ψ κώνῳ· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, πρὸς τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα [l] λόγον ἔχων, ἢ πρὸς τὸν Ψ κῶνον. [m] Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐστῖπη οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. Φανερὸν οὖν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXIII. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ ſectæ, non per centrum, plano ad axem recto, majus ſegmentum ad conum qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi minoris ſegmenti, ad axem minoris ſegmenti.

Secetur ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter, eademque axis figuræ, ΒΔ; plani vero, quod ſecat, recta ΓΑ. Hæc utique ipſi ΒΔ ad rectos angulos erit. Sit autem ſegmentorum majus, cujus vertex eſt punctum Β: et centrum ſphæroidis punctum Θ: apponaturque ΔΗ æqualis ipſi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmentum ſphæroidis, cujus vertex eſt punctum Β, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam haberé rationem, quam ΕΗ ad ΕΔ.

Itaque ſecetur ſphærois per centrum plano ad axem recto; et ab eo, qui oritur, circulo conus excitetur, verticem habens punctum Δ. Eſt igitur tota ſphærois dupla ſegmenti, quod baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et verticem punctum Δ. Segmentum autem, quod diximus, duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem. Hæc enim demonſtrata ſunt. Tota igitur ſphærois ejus, quem diximus, coni eſt quadrupla. At vero hic conus ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet



ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τετον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ ἴσαι συναμφοτέραις [n] τᾷ τε ἡμιτείᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι, πρὸς τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

Τετμάσθω τι σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σχήματος, ἃ ΒΔ· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἃ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐστῖπη δὴ αὐτὰ πρὸς ὀρθὰς τᾷ ΒΔ. Ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ Β· καὶ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ Θ. Προσκείσθω δὴ ἃ ΔΗ τᾷ ΔΘ ἴσα, [o] καὶ ἃ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ ἴσα. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, πρὸς τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τετον ἔχει τὸν λόγον, [p] ὃν ἃ ΕΗ πρὸς τὰν ΕΔ.

Τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ γινομένης κύκλου κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον. Ἔστι δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον. Τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δέδεικται δὴ ταῦτα. Τὸ ὅλον ἄρα σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. Ὁ δὴ κῶνος οὗτος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, [p] κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει

[k] περιγεγραμμένον σχῆμα [l] Sic MS. [m] τάτε [n] καὶ ἃ ΒΖ [o] ὃν ἴσχει ἃ ΕΗ [p] Sic MS.

ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, ᾗ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ λοπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ ποτὶ τὸ λοπὸ τᾶς ΕΑ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἀ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ἕξει ἄν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ὃν ἀ ΔΘ ποτὶ τὰν ΔΕ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκτι τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΞΔ, ΘΒ, ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ἔχει ἄν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ, τετράκις ἀ ΒΕ ποτὶ ΕΖ. Τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸ βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴσα, ταῖς ἡμισείαι δ' ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Οὗτος δέ ἐστιν ὃν ἔχει ἀ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος, ποτὶ τὸ τμᾶμα [q] τὸ σφαιροειδέος ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τὸ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΔΕ. Ἐπεὶ ἂν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα, τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἔχοι ἄν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτᾶς, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ. Ὡς τε ᾗ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος πρὸς τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἀ ὑπερέ-

ΘΔ ad ΕΔ, tum ex ea, quam habet quadratum, quod a ΚΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ. Ratio autem, quam habet quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ, eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Jam vero quam rationem habet ΘΔ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Habebit igitur ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΔ, eam rationem, quam ΔΘ ad ΔΕ. Quæ autem ratio componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΘΒ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΔ, tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ, hæc eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, eamdem rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur, ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus autem, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad ſegmentum ſphæroidis, quod eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ; hoc eſt, quam ΒΕ ad ΕΖ. Demonſtratum enim eſt minus quam dimidium ſphæroidis ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem ea eſt, quam habet ΖΕ ad ΒΕ. Conus igitur, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΔΕ. Et quoniam tota ſphærois ad conum, qui in dimidio ſphæroidis eſt, eam rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΞΔ: utrumque enim quadruplum eſt. Conus autem, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ: tota etiam ſphærois ad ſegmentum ipſius et minus eamdem rationem habuerit, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕΔ. Quare etiam majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub

[q] τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἥμισυ

Z H, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E, Δ E, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E Δ. Spatium autem, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ, excedit ſpatio, quod continetur ſub Ξ Δ, E H, et ſpatio, quod continetur ſub Z E, Ξ E. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad minus, eamdem habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E H, ſpatioque, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Minus autem ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Z E, E Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B E, E Δ: habet enim eam, quam Z E ad B E. Et conus, qui in minore ſegmento eſt, ad conum, qui eſt in majore ſegmento, eum habet rationem, quam ſpatium, quod ſub B E, E Δ continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Hi enim coni, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui in ipſo ſegmento eſt, eam habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Λ, E H, ſpatioque, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Hæc autem ratio eadem eſt atque illa, quam habet E H ad E Δ. Spatium enim, quod ſub Ξ Δ, E H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ξ Δ, E Δ, eam rationem habet, quam E H ad E Δ: et ſpatium, quod ſub Z E, Ξ E continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, Θ E eam habet rationem, quam E H ad E Δ. Habet enim Ξ E ad Θ E eamdem rationem quam E H ad E Δ; quoniam proportionales ſunt Ξ Δ, Θ Δ, Δ E: æqualiſque eſt Θ Δ ipſi H Δ. Igitur ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E H continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z E, Ξ E, ad ſpatium æquale utrique, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z E, Θ E, eamdem habet rationem, quam E H ad E Δ. Quod autem quadratum a B E deſcribitur, id utrique æquale eſt, ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ, continetur, ſpatioque, quod continetur ſub Z E, Θ E. Quadratum enim, quod a B Θ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Ξ Δ, E Δ continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a B E deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a B Θ, ſpatio æqualis eſt, quod continetur ſub Z E, Θ E; quoniam B Θ, B Z æquales ſibi invicem ſunt. Conſtat igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam E H ad E Δ.

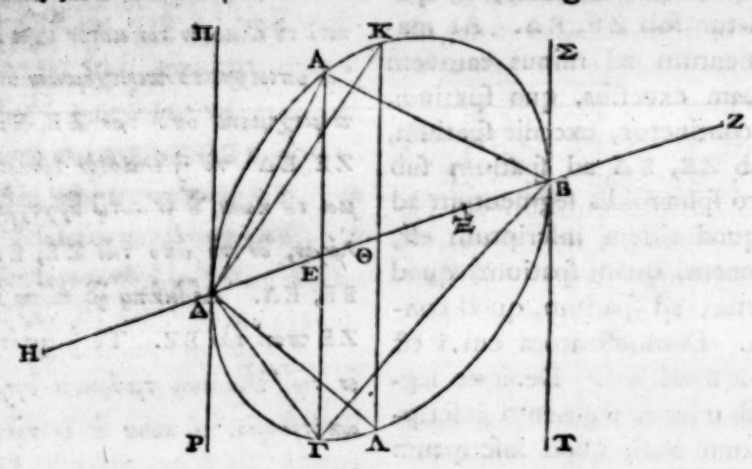
καὶ ᾧ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ζ Η, Ξ Δ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ε Δ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Ζ Ε Δ. Ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τῶν Ζ Η, Ζ Δ, τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ε Δ, τῷ τε ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Η περιεχομένῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ξ Ε. Ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμῆμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλαττον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Η, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ξ Ε, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ε Δ. Τὸ δὲ ἔλαττον τμῆμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον[t] ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ε Δ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Β Ε, Ε Δ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἀ Ζ Ε ποτὶ τὰν Ε Ε. Ὁ δὲ κῶνος, ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Β Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Τὸν γὰρ τῶν ὕψεων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. Ἔχει ἂν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον[t] τοῦτον τὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Η, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ξ Ε, ποτὶ τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε. Οὗτος δὲ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ. Τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Η, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Δ, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ξ Ε περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Θ Ε, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ. [u]Ἀ γὰρ Ξ Ε ποτὶ τὰν Θ Ε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ, διὰ τὸ ἀνάλογον [w]εἶμεν τᾶς Ξ Δ, Θ Δ, Δ Ε· καὶ [x]τᾶν Θ Δ ἴσαν τε εἶμεν τᾷ Η Δ. Καὶ τὸ ἴσον ἐν ἀμφοτέροις τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Η, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ξ Ε, ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις, τῷ τε ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Δ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Θ Ε, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς Ε Β τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Ξ Δ. Ε Δ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Θ Ε. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς Β Θ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Ξ Δ, Ε Δ περιεχομένῳ· ἃ ᾗ ὑπεροχὰ ἃ μᾶζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶ Β Θ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Θ Ε, ἐπεὶ ἴσαι ἀ Β Θ, Β Ζ. Δῆλον ἂν εἴη ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ.

[t] τοῦ ἴχει τὸν λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ζ Ε, Ε Δ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν Β Ε Δ. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἴχει λόγον, ὃν ἀ Θ Ζ ποτὶ τὸν Β Ε
[t] ἴχειν [t] τοῦτον τὸν λόγον ὃν in MS. desunt. [u] αἰ γὰρ [w] τὸ εἶμεν [x] τάν Θ Δ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Καὶ τοίνυν ἄπαν μὴ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθὲν τὸ σφαιροειδὲς, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα αὐτοῦ πρὸς τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τὰ ἡμίσεια τῶν ἐπιζευγνυσῶν τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμημάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, πρὸς τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔσω ἡ ΑΒΓΔ, ἑτερογωνίου κώνου τομή· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἡ ΓΑ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἤχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ἑτερογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Δ, Β· καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσέντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδοῦς κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. Ἀχθω ἐν ἁ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Μεῖζον δὲ [b] ἢ τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδοῦς τμῆμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β· ποτικείσθω ἢ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμῆμα τοῦ σφαιροειδοῦς τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.



Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδοῦς ἀπότμαμα κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον [c] ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ομοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδοῦς ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἐν ᾧ ἐγγέγραπται, τὸν αὐτὸν [d] ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν ΖΕ, ΕΔ. Ἕξει ἄρα τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδοῦς ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἐλασ-

PROP. XXXIV. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, majus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem; eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi minoris ſegmenti, ad axem minoris ſegmenti.

Secetur ſphæroidea figura plano, ut dictum eſt; eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod figuram ſecat, recta ΓΑ. Ducantur autem ipſi ΑΓ parallelæ ΠΡ, ΣΤ, quæ acutianguli coni ſectionem in punctis Δ, Β contingant: excitenturque ab iiſdem plana acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis Β, Δ; eruntque Β, Δ ſegmentorum vertices. Itaque ducatur ΒΔ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungens; quæ quidem per centrum tranſibit, quod ſit punctum Θ. Majus autem dimidio ſphæroidis ſegmentum illud ſit, cujus vertex eſt punctum Β: apponaturque ΔΗ æqualis ipſi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonſtrare, majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem quam ΕΗ ad ΕΔ.

Secetur enim ſphærois plano per centrum acto, eique quod per ΑΓ actum eſt parallelo: et inſcribatur dimidio ſphæroidis ſegmentum coni verticem habens punctum Δ: et quam rationem habet ΔΘ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt minori ſegmento eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ: et ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad id, cui inſcriptum eſt, ſegmentum eamdem rationem habere, quam ſpatium, quod ſub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ. Habebit igitur ſegmentum coni, quod dimidio

[y] τοῦτον ἴσχει [z] ἐπιπέδῳ, ἀλλὰ διὰ τὸ [a] Sic MS. [b] Sic MS. [c] ἐχέτω [d] ἴσχοντα

ſphæroidis inſcriptum eſt, ad minus ſphæroidis ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, B Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Itaque tota ſphærois ad ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B Θ, Ξ Δ. Utrumque enim utriuſque quadruplum eſt. Habet autem ſegmentum coni, quod diximus, ad minus ſphæroidis ſegmentum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, B Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. Habebit igitur tota ſphærois ad minus ſphæroidis ejuſdem ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ. At majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Z H, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E, E Δ ad ſpatium ſub Z E, E Δ: minus vero ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Z E, E Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B E, E Δ. Demonſtratum enim eſt eam habere, quam Z E ad B E. Denique ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt majori ſegmento, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub B E, E Δ continetur, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Horum enim, quæ diximus, conorum ſegmenta, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Hæ vero altitudines eamdem habent, quam Δ E ad E B. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub H Z, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Z E Δ, ad quadratum, quod a B E deſcribitur. Quæ quidem ratio pariter, ac ſupra, eadem eſſe demonſtrabitur atque illa, quam habet E H ad E Δ.

σον τμᾶμα ϛ̄ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ξ Δ, B Θ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z E, E Δ. Ἔξει ἄρ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα ϛ̄ κώνε ϛ̄ ἐν τῷ ἡμισείῳ ϛ̄ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένε τ̄ αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Z H, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν B Θ, Ξ Δ. Τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνε τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Ξ Δ, B Θ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z E, E Δ. Ἔξει ἄρ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτᾶ τᾶ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Z H, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z E, E Δ. Αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ὑπεροχὰ, [a] ἃ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν Z H, Ξ Δ, τοῦ περιεχομένε ὑπὸ τῶν Z E, E Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z E, E Δ· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶ κώνε, ϛ̄ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένε, τ̄ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν Z E, E Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν B E, E Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἀ Z E ποτὶ τὰν B E. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τᾶ κώνε, τοῦ ἐν τῷ [f] ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένε, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνε ϛ̄ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένε, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν B E, E Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς B E τετράγωνον. Τὰ γὰρ ἀποτμάματα τ̄ κώνων τὰ εἰρημένα [g] τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, τὰν αὐτὰν ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι. Τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς Δ E ποτὶ τὰν E B. Ἔχει καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα ϛ̄ κώνε, ϛ̄ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένε, τ̄ αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ ὑπεροχὰ, [h] ἃ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν H Z, Ξ Δ, ϛ̄ ὑπὸ τῶν Z E Δ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς B E τετράγωνον. Ὁ δὲ λόγος ὅτι, ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ ὃν ἔχει ἀ E H ποτὶ τὰν E Δ.

TORELLUS IN PROP. XII.

* Τάτων δὲ πάντων φανεραί εἰντι αἱ ἀποδείξεις. Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt. Ita ego verti, ne a naturali atque obvia Græci vocabuli ſignificatione recederem: ſed malim, in aperto ſunt. Qui enim manifeſtiores ſunt hæ demonſtrationes, quam quæ mox ſequuntur, quas tamen Archimedes non prætermiſit? Cœterum quemadmodum non conceſſerim eas manifeſtas eſſe, ita neque adeo obſcuras, ut in iis, quod Rivaltus fecit, plus æquo laborandum ſit. Revera enim hujuſmodi ſunt, ut, ſi recta via incedas, minimo negotio res confici poſſit. Itaque tria nobis demonſtranda proponimus: nam reliqua, quæ conſulto prætermittimus, ipſa per ſe patent.

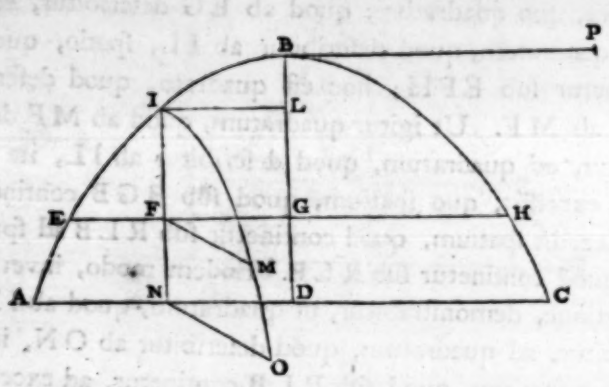
[a] ἃ ὑπερέχει [f] μείζονι [g] τὸ τῶν [h] ἃ

* Vide Pag. 275.

PROP. I.

Si rectangula conois plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio rectanguli coni ſectio ABC; plani vero, quod ſecat, recta IN. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter BD. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ MF, ON ad IN normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt ABC; quoniam planum, quod ſecat, ad idem planum eſt rectum. Ducantur porro per puncta F, N rectæ EH, AC, quæ æquales cum BD angulos efficiant: et per rectas EH, MF; AC, ON agantur plana. Hæc recta utique erunt ad BD: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: hoc enim manifeſtum eſt: ideoque rectæ MF, ON ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub EFH continetur; altera vero ei, quod continetur ſub ANC. Ducatur poſtremo per punctum I recta IL ipſis EH, AC parallela. Quoniam igitur ſectio ABC rectanguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab EG deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet BG ad BL. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo BG ipſam BL excedit, ad BL. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, hoc eſt FG, ſpatio, quod continetur ſub EFH, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab FM: et exceſſus, quo BG ipſam BL excedit, æqualis ipſi LG, hoc eſt IF. Ut igitur quadratum, quod ab FM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet IF ad BL. Eodem modo, proportione inverſa, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab NO, ita ſe habere BL ad IN. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab FM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab NO, ita ſe habet IF ad IN. Itaque ſectio IMO rectanguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero eandem eſſe atque ſectionem ABC, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sit BP ea recta, ad quam exiguntur quadrata a rectis deſcripta, quæ ad axem BD ordinate ducuntur, quæ alio nomine rectum ſectionis latus vocatur. Erit igitur quadratum, quod ab IL deſcribitur, æquale ſpatio, quod ſub LBP continetur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab FM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere IF ad BL; ideo ut quadratum, quod ab FM deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub LBP, ita ſe habebit IF ad BL: et ſumpta communi altitudine BP, ita ſpatium, quod ſub IF, BP continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub LBP. Quæ autem ad eamdem magnitudinem eandem rationem habent, ea æqualia ſunt. Æquale eſt igitur quadratum, quod ab FM deſcribitur, ſpatio, quod ſub IF, BP continetur. Propterea ſectio IMO eadem eſt atque ſectio ABC.

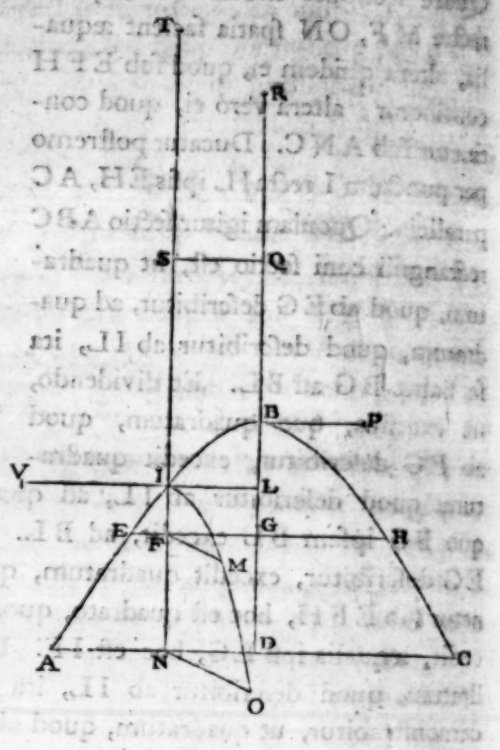


PROP. II.

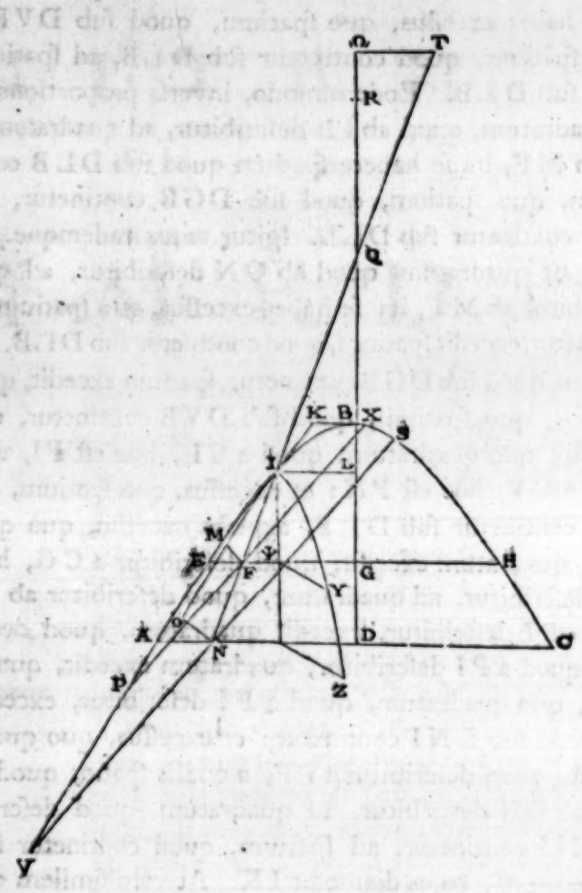
Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive ſecundum axem, ſive per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem ſecundum axem, ei ſimilis erit, quæ figuram comprehendit: ſi vero per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur primo obtuſiangula conois plano ſecundum axem acto: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ABC; plani vero, quod ſecat, recta IN. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter BD, et producatur ad oppoſitam uſque ſectionem, cujus vertex punctum R. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ MF, ON ad IN

normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt ABC. Ducantur porro per puncta F, N rectæ EH, AC, quæ æquales cum BD angulos efficiant: et per rectas EH, MF; AC, ON agantur plana. Hæc recta utique erunt ad BD: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: et ideo rectæ MF, ON ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub EFH continetur; altera vero ei, quod continetur ſub ANC. Ducatur poſtremo a puncto I recta IL ipſis EH, AC parallela; et producatur IN ad punctum T, ita ut pars ejus IS alteri ejus parti ST æqualis ſit; nimirum ducta ab oppoſitarum ſectionum centro Q recta QS ad IT normali. Quoniam igitur ſectio ABC obtuſianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab EG deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub RGB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub RLB, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ſpatio, quod continetur ſub EFH; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab MF. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB ad ſpatium quod continetur ſub RLB. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habere ſpatium, quod ſub RLB continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab NO, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub RLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, exceſſui, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a DQ deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ. Igitur ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab LQ, ad exceſſum, quo quadratum, quod a DQ deſcibitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab LQ, ſpatio, quod ſub TFI continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a DQ deſcribitur, quadratum excedit quod deſcribitur ab LQ, æqualis ſpatio, quod continetur ſub TNI. Igitur ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero ſimilem eſſe ſectioni ABC, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sint rectæ IV, BP ſectionum IMO, ABC latera, quæ recta vocantur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB; ideo permutando, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub TFI continetur; quod quidem ſpatium exceſſui, quam modo diximus, æquale eſt; ita ſe habebit quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Se habet autem ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub TFI continetur, ita IV ad TI: et ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB ita BP ad RB. Se habet igitur ut IV ad TI, ita BP ad BR. Propterea ſectio IMO ſimilis eſt ſectioni ABC. Quæ prima erat propoſitionis pars.



Secetur autem ſecundo obtuſiangula conois plano acto per coni verticem conoiden continentis: eademque, quæ ſupra, conſtruantur. Ducantur præterea per puncta B, I rectæ BK, IK ſectionem ABC contingentes: et per puncta F, N ipſi IK parallelæ PX, VS: producaturque IQ ad oppoſitam uſque ſectionem, ut ipſam in puncto T contingat. Quoniam igitur EH, PX parallelæ ſunt rectis BK, IK, ſectionem ABC in punctis B, I contingentibus; ut ſpatium, quod ſub EFH continetur, hoc eſt quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub PFX, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Eadem ratione, ut ſpatium, quod ſub ANC continetur, hoc eſt quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub PFX continetur; hoc eſt quadratum quod a PF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab VN. Se habet autem ut quadratum, quod a PF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab VN, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Se habet igitur, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſiangulı coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero non eſſe ſectioni ABC ſimilem, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim, ſi fieri poteſt, ſimilis: et intelligatur per punctum I actum eſſe planum ſecundum axem BD, quod in conoide ſectionem faciat IYZ. Erit utique ſectio IMO ſimilis etiam ſectioni IYZ, quam ipſi ABC ſimilem eſſe demonſtravimus. Et quoniam ut TF ad FI, ita ſe habet, propter triangulorum ΩQT, FQG ſimilitudinem, ΩG ad GL; ideo ut MF ad FI, ita ſe habuerit Yϒ ad ϒI; et permutando, ut MF ad Yϒ, ita FI ad Iϒ. Quod fieri non poteſt. Minor ſi quidem eſt MF quam Yϒ; et FI major quam Iϒ. Propterea ſectio IMO non eſt ſimilis ſectioni ABC. Quæ erat propoſitionis pars altera.

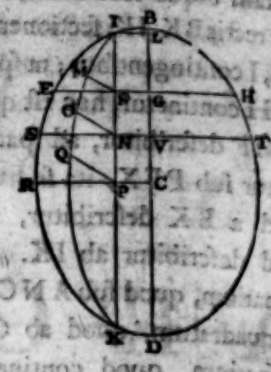


PROP. III.

Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit acutianguli coni ſectio ei ſimilis, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur longa ſphærois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio DEBH; plani vero, quod ipſam ſecat, recta IK. Ac ſit ſphæroidis axis idemque ſectionis diameter BD; centrum punctum C; minorque diameter RC, quæ ipſam IK in puncto P ſecet. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: eademque, quæ in ſuperioribus propoſitionibus, conſtruantur. Eodem modo demonſtrabitur, ſectiones, quæ fiunt a planis per rectas EH, MF; itemque ST, ON actis circulos eſſe, quorum centra puncta G, V: ideoque rectas MF, ON ſpatia facere æqualia, alteram quidem ei, quod ſub EFH continetur; alteram vero ei, quod continetur ſub SNT. Quoniam igitur ſectio DEBH acutianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab SV deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub DVB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, ſpatium excedit, quod conti-

netur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ad IL, hoc eſt NV, ſpatio, quod continetur ſub SNT, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab ON. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habere ſpatium quod ſub DLB continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB. Igitur æqua eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a CV, hoc eſt PN: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a CG, hoc eſt PF. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ad exceſſum, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ſpatio, quod ſub KNI continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF, æqualis ſpatio, quod continetur ſub KFI. Igitur ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet ſpatium, quod ſub KNI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KFI. Itaque ſectio IMK, acutianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IK. At vero ſimilem eſſe ſectioni DEBH, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Ducatur a P recta QP ad IK normalis; quæ quidem dimidia pars erit minoris diametri ſectionis IMK. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere quadratum, quod a PI deſcribitur, ad ſpatium quod continetur ſub DLB. Et permutando. Se habet autem ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC. Se habet igitur ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a PI, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC: ideoque etiam, ut QP ad PI, ita RC ad BC. Si enim quatuor fuerint ſpatia ſimilia, ſibique invicem proportionalia, proportionales ſibi invicem erunt et rectæ lineæ, a quibus deſcribuntur. Propterea ſectio IOK ſimilis eſt ſectioni EBHD. Liceat autem, quæ de longa ſphæroide demonſtrari, etiam ad latam ſimili ratione transferre.



Porro hæ demonſtrationes brevius aliquanto confici poſſunt, ſi propoſitionibus quibuſdam utaris; quod ipſi fecimus in altera ſecundæ propoſitionis parte; quas ab aliis atque aliis ductas in tertio Conicorum libro Apollonius demonſtravit. Sed hoc, opinor, ad nitorem atque elegantiam pertinet, quodcunque demonſtrandum ſuſceperis, quam pauciſſimis ſuperſtruere.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS
ARENARIUS.

ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, Βασιλεῦ Γέλων, τὸ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει. Λέγω δὲ, οὐ μόνον τὸν περὶ Συρακόσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάντι οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. Ἐντὶ τινὲς δὲ, οἳ αὐτὸν ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐκ ὑπολαμβάνοντι μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ ὅτως δοξάζοντες, δῆλον ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου τηλικοῦτον ὄγκον συγκείμενον εἶμεν, ἀλίκος ὁ πᾶς γᾶς ὄγκος, ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων, καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων· πολλαπλασίως μὲν ἁγοῦντο μηδ' ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειράσομαι τοῦτο δεικνύειν δι' ἀποδείξεων γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τοὶ ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς πρὸς Ζεύξιππον γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντι τινὲς οὐ μόνον τὸν ἀριθμὸν τὸ ψάμμου μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ ἔφαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν μέγεθος ἴσον ἔχοντες τῷ κόσμῳ. Κατέχεις δὲ ὅτι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλειόνων Ἀστρολόγων ἡ σφαῖρα, ἃς ἐστὶ κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, ἃ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾷ εὐθειᾷ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. Ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακρίσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ὑποθεσιῶν ἐξέδωκεν γράψας· ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει, τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον· τὰν

ARBITRANTUR nonnulli, Rex Gelo, arenæ numerum multitudine esse infinitum. Neque ejus tantum dico, quæ circa Syracusas reliquamque Siciliam est; sed ejus quoque, quæ circa regiones omnes cum habitabiles tum inhabitabiles. Quidam vero non illum quidem infinitum esse credunt; sed nullum esse denominatum numerum adeo magnum, ut illius multitudinem excedat. Itaque eos, qui ita existimant, manifestum est, si ejusmodi arenæ molem animo comprehenderent, cujusmodi esset totius terræ moles, si repletis in ea maribus, cavisque omnibus, excelsissimorum montium vertices exæquaret; multo minus sibi persuasuros numerum aliquem in promptu esse, qui illius multitudinem excederet. Ego vero demonstrare conabor, et quidem geometricis demonstrationibus, quibus ipse non repugnabis; eorum numerorum, qui denominati traditique a nobis sunt in iis libris, quos ad Zeuxippum scripsimus, quosdam esse, qui non modo ejus arenæ numerum excedant, cujus magnitudo terræ, ut diximus, repletæ æqualis sit; sed ejus quoque, cujus magnitudo sit mundo æqualis. Optime autem nosti mundum a plerisque Astrologis vocari sphæram, cujus quidem centrum idem est atque terræ; quæ vero a centro ducitur, rectæ æqualis est, quæ inter solis, terræque centrum interjicitur. Hæc utique refellens Aristarchus Samius in positionibus edidit, quas adversus Astrologos scripsit; ex quibus colligitur mundum eo, quem modo diximus, multo majorem esse. Ponit enim inerrantes quidem stellas, solemque ipsum immobiles

[a] Sic MS. [b] ἐν τινὲς [c] ἄπειρον ἢ εἶμεν [d] ὡς ἂν νοῆσαι ἐν ἐκ τοῦ [e] τὰ μὲν ἀλίκων ὁ [f] μηδένα μέρη
[g] τὸ δυνεύειν [h] γεωμετρικᾶν [i] ὑφάμων [k] γεγραμμένος [l] τὸν καὶ τοῦ ψάμμου [m] μέγεθος [n] μεγέθες
[o] πλείων [p] μέτρον μὲν [q] ἃ δὲ τοῦ κέντρου . . . . αἱ εὐθεῖαι [r] ὑπόθεσιν τινά

manere; terram vero circumferri per ambitum circuli circa ſolem, qui eſt in medio curriculo ſitus; denique ſphæram inerrantium ſtellarum, cujus idem eſt atque ſolis centrum, magnitudine ejuſmodo eſſe, ut circulus, per quem ponit terram circumferri, eam habeat rationem ad diſtantiam inerrantium ſtellarum, quam ſphæræ centrum habet ad ejus ſuperficiem. Hoc autem manifeſtum eſt fieri non poſſe. Cum enim ſphæræ centrum nullam habeat magnitudinem, neque ullam habere rationem ad ſphæræ ſuperficiem ponendum eſt. Credendus autem eſt Ariſtarchus hoc intellexiſſe: nimirum cum terra concipiatur quaſi mundi centrum; quam habet rationem terra ad mundum, quem diximus, hanc habere ſphæram, in qua circulus eſt, per quem ponit terram circumferri, ad inerrantium ſtellarum ſphæram. Nam demonſtrationes ſuas, phænomenis ita poſitis, conficit: maximeque videtur magnitudinem ſphæræ, in qua terram moveri vult, ponere ei, quem diximus, mundo æqualem. Itaque dicimus, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus inerrantium ſtellarum ſpæram eſſe; tunc id quoque demonſtratum iri, eorum numerorum, qui in Principiis denominantur, quoſdam eſſe, qui arenæ illius numerum multitudine excedant. Nimirum his poſitis; primum quidem, terræ ambitum eſſe quaſi tercentum myriadum ſtadiorum, non vero majorem. Cum enim alii demonſtrare conati ſint, quod tu minime ignoras, terræ ambitum eſſe quaſi triginta myriadum ſtadiorum; ego longe ſupergreſſus, poſito eodem quaſi decuplo majore, quam qui a prioribus illis exiſtimaretur, quaſi tercentum myriadum ſtadiorum non vero majorem, eſſe pono. Deinde terræ diametrum majorem eſſe diametro lunæ; et diametrum ſolis majorem diametro terræ; eadem pariter ſumens, quæ complures Superiorum Aſtrologorum. Poſtremo, ſolis diametrum quaſi trigintuplam eſſe diametri lunæ, non vero majorem. Cum enim ex Superioribus Aſtrologis, Eudoxus quidem Solis diametrum diametri lunæ quaſi nonuplam eſſe affirmaverit; Phidias vero Acupatri filius quaſi duodecuplam eſſe dixerit; denique Ariſtarchus demonſtrare conatus ſit majorem quidem eſſe quam duodevigintuplam, minorem vero quam vigintuplam; ego hunc quoque ſupergreſſus, ut quod propoſitum eſt ſine controverſia demonſtratum ſit, ſolis diametrum diametri lunæ quaſi trigintuplam, non vero majorem eſſe pono. Ad hæc, ſolis diame-

δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἥλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὃς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὴν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἡλίῳ κειμένην, τῷ μεγέθει τηλικαύτην εἶμεν, ὡς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τηλαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποστασίαν, ὁλαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτο δὲ φανερὸν ὡς ἀδύνατόν ἐστιν. Ἐπεὶ γὰ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδενὰ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον· αὐτό. Ἐκδικτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τοῦτο· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομεν ὥσπερ μὲν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν [a]ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν [z]τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν. Τᾶς γὰ ἀποδείξιος, τῶν φαινομένων ἔτως ὑποκειμένων, ἐναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται, τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ περιφέρεσθαι τὰν γᾶν κινεμένην, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ [x]ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲν δή, καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ [y]ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν [z]ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν· [a]καὶ ἔτως τινὰς διειλῆσθαι τῶν ἐν Ἀρχαῖς τῶν καταριθμασίαν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος [b]ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημέναι σφαίρᾳ. Ὑποκειμένων τῶν δὲ· πρῶτον μὲν, [c]περίμετρον τᾶς γᾶς οὖμεν ὡς τ' [d]μυριάδων σταδίων, καὶ, μὴ μείζω. Καίπερ τῶν πειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καί τις παρακολουθεῖς, ἐσσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων σταδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος, καθεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς [e]δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων διδοξασμένου, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, [f]ὡς τ' μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω. Μετὰ δὴ τοῦτο, τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα [g]εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίω μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς· ὁμοίως τὰ αὐτὰ [h]λαμβάνων τοῖς πλείοσι τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων. Μετὰ δὲ ταῦτα, τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίω τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας [i]ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα. Καίπερ τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων, [k]Εὔδοξος μὲν, ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένω. Φειδία δὲ τῷ Ἀκεπάτρος, ὡς δωδεκαπλασίαν· Ἀρισάρχω δὲ πεπειραμένω δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος ἁλίω τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας, μείζων μὲν ἢ ἑκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίω τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας, ὡς [l]τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ [m]μὴ μείζονα. Ποτὶ δὲ τούτοις

[a] ἔστω τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν [t] αὐτὸν [u] ὑποτίθεται [w] τῶν ἀπλανῶν ἄστρων [x] ἰφάμων [y] σφαῖρα
[z] πλανέων ἄστρων [a] Sic MS. [b] ἔχοντος ex MS. [c] ταὶ περίμετρον [d] μοιριάδων [e] δεκαπλασίω [f] ὡς
τ' μοιριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω [g] ἐκεῖ μὲν [h] λαμβάνω [i] ὡς λ' πλασιῶν [k] εὐδόξω μὲν [l] τριακονταπλασίαν [m] μὴ μείζω

τὰν διάμετρον τᾶ ἀλίυ μείζονα εἶμεν τας τοῦ χιλιαγώνυ πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλαν ἐγγραφομένυ τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Τᾶτο ἢ ὑποτίθεμαι, Ἀρισάρχυ μὲν εἰρηκότος, τᾶ κύκλυ τῶν ζωδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον, ὡς τὸ εἰκὸς ὂν καὶ ἑπταχοσιοστόν. Αὐτὸς ἢ ἐπισκεψάμενος, τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην, ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχυσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβὲς λαβεῖν ἐκ χειρός ἐστι· διὰ τὸ, μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χῆρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν [a] λαβεῖν, ἀξιοπίστως εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι. Περὶ δὲ τύτων ἐπὶ τοῦ παρόντος ἐκ εὐκαίρου μακυίνειν, ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιάτων ἐμπεφανισμένων. Ἀπόχρη δέ μοι, εἰς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένυ, γωνίαν λαβεῖν, ἅ τίς ἐστι μὴ μείζων τᾶς γωνίας εἰς ἃν [b] ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχυσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, [c] ἅ τίς ἐστιν ἐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας εἰς [d] ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχυσαν ποτὶ [e] τᾷ ὄψει. Τεθέντος δὲ μακρᾶ κανόνος ἐπὶ πέδου ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν [f] ἀνατελεῖν ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρυ μικρᾶ τορνωθέντος, καὶ [g] τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθᾶ, εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τᾶ ἁλίυ ἔπειτ' ἐόντος αὐτᾶ ποτὶ τῷ [h] ὁρίζοντι, καὶ δυναμένυ αὐτοῦ ἀντιβλέπεσθαι, [i] ἐπιστράφη ὁ κανὼν [k] εἰς τὸν ἅλιον, καὶ ἀ ὄψις [l] κατεσάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος, ἐν μέσῳ κείμενος, τᾶ τε ἁλίυ καὶ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ. Ἀποχωριζομένυ τᾶ κυλίνδρυ ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ [m] ἄρξατο παραφαίνεσθ' ὀ ἅλιος μικρὸν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρυ, [n] κατεσάθη ὁ κύλινδρος. [o] Εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμέος βλέπειν· εὐθεῖαν ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρυ τᾶ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἀ ὄψις κατεσάθη ἐπιψαυυσᾶν τοῦ κυλίνδρυ· ἃ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τὰν ἀχθεισᾶν [p] ἐλάσσων κα ἔη τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος [q] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχυσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· διὰ τὸ περιβλέπεσθαί τι τᾶ ἁλίυ ἐφ' ἑκάτερα τᾶ κυλίνδρυ. Ἐπεὶ δ' αἱ ὄψιες ἐκ ἀφ' ἑνὸς σαμέος βλέπυντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τὶ μέγεθος σρογγύλον, ἐκ ἔλαττον ὄψιος· καὶ τεθέντος τᾶ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τᾶ [r] κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἀ ὄψις [s] κατεσάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυυσᾶν τᾶ μεγέθεος, καὶ τᾶ κυλίνδρυ· ἃ ἐν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἢ [t] τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἐχόσας ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ ἐκ ἔλαττον [u] ὄψιος, τόνδε τ' τρόπον εὑρίσκεται. Δύο [v] κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται λεπτὰ [w] ἰσοπαχέα ἀλλάλων, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ [x] ἄ· καὶ [y] προσίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λᾰυκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ ἀ λευκὸν [z] ὡς ἐστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ διηγγάνειν τᾷ προσώπῳ. [a] Εἰ μὲν ἂν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἐῶντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται [b] ὑπὸ

trum majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti. Quod quidem pono, affirmante Aristarcho, solem ejus circuli qui Zodiacus dicitur, partem quasi septingentesimam, et vigesimam apparere. Ego autem explorando hoc plane modo, conatus sum angulum per instrumenta sumere, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habeat. Quem quidem omnio accurate sumere haud facile est; eo quod, neque oculus, neque manus, neque instrumenta, per quæ sumitur, satis idonea sint ad id, quod accuratum est, ostendendum. Sed de his non est opus plura in præsentia dicere; cum sæpe alias fuerint observata. Mihi sufficit ad id, quod propositum est, demonstrandum, angulum sumere, qui major non sit angulo, cui sol sese accommodat, et verticem habeat ad oculum; rursusque aliam angulum sumere, qui angulo minor non sit, cui sol sese accommodat, et verticem item ad oculum habeat. Itaque posita longa regula super planum excitatum in loco, unde sol exoriens cospiciendus erat; et cylindro parvo, tornatoque super regulam ad rectos angulos posito statim post solis ortum; eodem subinde ad finitorem extante, ita ut ex adverso conspici posset, regula ad solem conversa est, oculusque in extremo regulæ constitutus; et cylindrus ita inter solem, oculumque interjectus, ut solem obscuraret. Amoto autem ab oculo cylindro, cum primum inciperet ab utraque cylindri parte solis minimum quiddam apparere, cylindrus sistebatur. Si quidem igitur contingeret, ut oculus ab uno puncto inspiceret; ductis rectis ab extremo regulæ in quo oculus constitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehenderetur, minor esset angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet: propterea quod solis quippiam ab utraque cylindri parte conspectum fuit. Quoniam vero oculus non ab uno puncto, sed a magnitudine quadam inspicit; sumpta est magnitudo quædam teres oculi acie non minor: eademque posita in extremo regulæ, in quo oculus constitutus fuerat, ductisque rectis, quæ magnitudinem hanc, et cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, minor factus est angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Magnitudo autem, quæ oculi acie minor non sit, hoc pacto invenitur. Sumuntur duo cylindri exiles æquali inter se crassitudine, alter albus, alter non albus: apponunturque ad oculum, ita ut albus remotior ab oculo sit, non albus eidem quam proximus, ut faciem ipsam contingat. Si quidem igitur sumpti cylindri exiliores sint quam oculi acies,

[a] διαλαβεῖν [b] ὁ ex MS. [c] ἅτις [d] ἃν [e] τῇ ἀ ὄψει [f] ἀνατίλλειν [g] τιθέντος ex MS.
[h] ὡρίζοντι [i] ἀπεστράφη [k] εἰς τὸν [l] Sic MS. [m] ἀρξάατο [n] Sic MS. [o] εἶμεν [p] ψ' κα
[q] ἐναρμόζῃ τᾶς κορυφὰν ἐχούσας [r] κατεστάθη ἀχθεῖσα [s] τὰς γωνιάς [t] τὰς ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον [u] κυλίνδρια λαμβάνεται [v] ἰσοπαχία ἀλλάλοις [w] οὕτως [x] προτίθενται ποτὶ [y] ὅσον ἐγγυτάτω τὰς ὄψιος [z] εἶμεν οὖν τὰ λειφθέντα [a] περὶ τᾶς

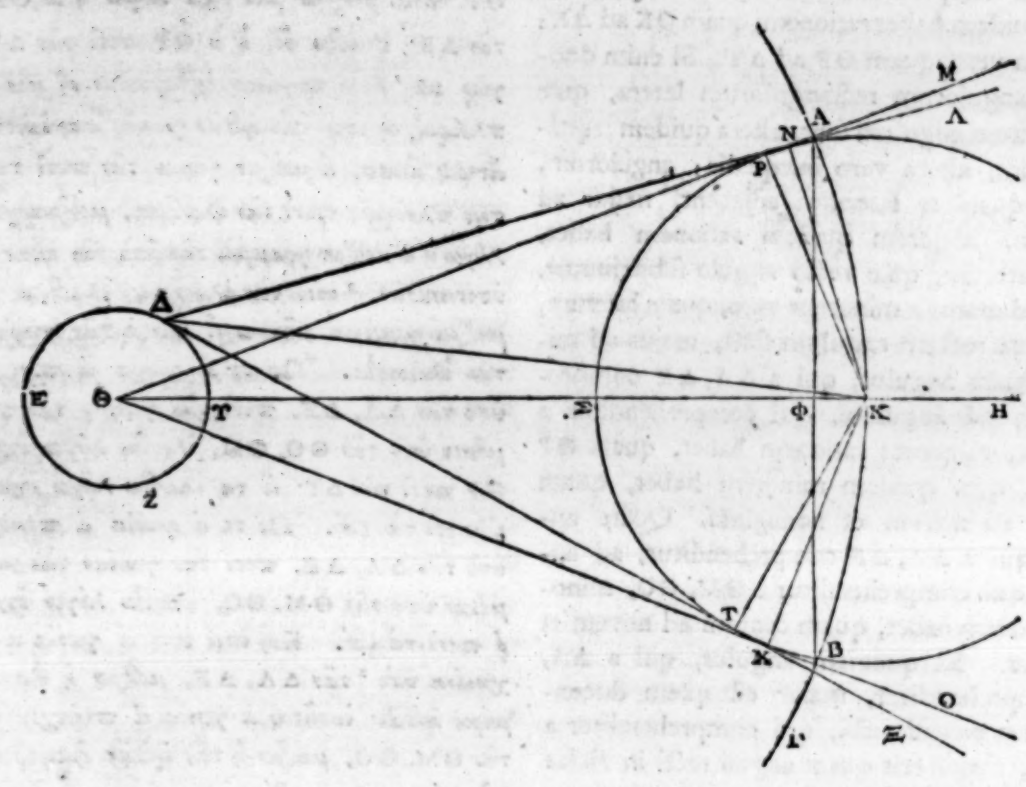
proximiore altero ab eadem comprehenſo, remotior alter albuſque conſpicitur: et quidem ſi multo exiliores ſint, totus; ſin vero minus, partes ejus aliquæ ab utraque proximioris parte. Itaque ſumptis hujuſmodi cylindris, atque ita diſpoſitis, ut alter alterum craſſitudine ſua non autem ampliorem locum, obſcuret; tanta magnitudo, quanta eſt craſſitudo cylindrorum, qui hoc faciunt, minor quodammodo non eſt oculi acie. Angulus autem non minor anguló, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, hoc pacto ſumptus eſt. Amoto ſuper regulam ab oculo cylindro, ita ut totum ſolem obſcuraret, ductiſque rectis ab extremo regulæ, in quo oculus conſtitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, non minor factus eſt angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Itaque his angulis hoc modo ſumptis, dimenſoque angulo recto, deprehenſus eſt eorum quidem major, qui in regulæ ſigno erat, minor eſſe quam una pars anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; minor vero, major quam una pars anguli recti diviſi in partes ducentas. Conſtat igitur angulum, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, minorem quidem eſſe quam unam partem anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; majorem vero quam unam partem anguli recti diviſi in partes ducentas. Quæ cum ita ſe habeant demonſtratur, ſolis diametrum majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti. Intelligatur enim planum ductum per terræ, ſoliſque centrum, et per oculum, ſole paulum ſupra finitorem extante, quod mundum quidem ſecet ſecundum circulum ΑΒΓ; terram vero ſecundum circulum ΔΕΖ; denique ſolem ſecundum circulum ΣΗ: ſitque centrum terræ punctum Θ, centrum ſolis punctum Κ, et oculus punctum Δ. Ducantur autem rectæ circulum ΣΗ contingentes; nimirum a puncto Δ rectæ ΔΛ, ΔΞ, quæ in punctis Ν et Τ contingant; et a puncto Θ rectæ ΘΜ, ΘΟ, quæ contingant in punctis Ρ, et Χ: eædemque ΘΜ, ΘΟ circulum ΑΒΓ ſecent in punctis Α, et Β. Igitur major eſt ΘΚ, quam ΔΚ; quoniam ponitur, ſolem ſupra finitorem eſſe; ideoque major eſt angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, quam qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ. Angulus autem, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major quidem eſt quam una pars anguli recti in partes ducentas diviſi; minor vero quam una pars anguli recti diviſi in partes centum quator et ſexaginta. Æqualis eſt enim angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet. Quare angulus, qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ, minor eſt quam una pars anguli recti in partes centum quatuor et ſexaginta diviſi; rectaque ΑΒ

τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ [q] ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λοιπόν· εἰ μὲν κα παραπολὺ λεπτότερα ἰῶντι, [r] πᾶν· εἰ δὲ κα μὴ [s] παραπολύ, μέρεά τινα τᾶ λοιπᾶ ὁρῶντι [t] ἀφ' ἑκάτερα τᾶς ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. Λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων, ἐπιταδεῖον ὅπως τῷ πάχει [u] ἐπισκοτεῖν τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, ἀλλὰ πλείονι τόπῳ, τὸ δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἀλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστα πῶς ἐστιν ὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. [w] Ἁ δὲ γωνία, ὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἃς ὁ ἅλιος [x] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. Ἀποσταθέντος, ἐπὶ τοῦ [y] κανόνος, τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος ἴτως, ὡς [z] ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον [a] ὅλῳ ἁλίῳ, καὶ [b] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυεσᾶν τοῦ κυλίνδρου· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν, ὐκ ἐλάττων [c] γίνεται τᾶς γωνίας, ἃς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ταῖς δὴ γωνίαις, ταῖς ἴτως λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγίνετο [d] ἁ ἐν σίγμᾳ, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς [e] εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων. Δῆλον ἄν, ὅτι [f] ἁ γωνία, ἃς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν, [g] ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ, ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', τούτων [h] ἓν μέρος. Πεπισθμένων δὴ τούτων, δέδεικται ἁ [i] διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, [k] τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω δὲ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τᾶ κέντρω τᾶς γᾶς, καὶ τᾶ ἁλίου, καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβληθὲν ἐπίπεδον, τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣΗ κύκλον· κέντρον δὲ ἴσω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δ' ἁλίου τὸ Κ, ὄψις δὲ ἴσω τὸ Δ. Καὶ ἀχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλου· [l] ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ· ἀπὸ δὲ τοῦ Θ, αἱ ΘΜ, ΘΟ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ρ καὶ τὸ Χ· τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ, ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β. Ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [m] τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. Ἁ δὴ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων [n] ἓν μέρος. Ἴσα γάρ ἐστι τᾷ γωνίᾳ, ἃς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ὡς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· ἁ δὴ ΑΒ

[q] Sic MS. [r] Sic MS. [s] παρὰ πολὺ μέρεα τινᾶ [t] ἰφ' ἑκάτερα [u] ἐπισκοτεῖ [w] ἁ δὲ ex MS.
[x] ἐναρμόζῃ [y] κανόνος [z] ἐπικροτεῖν [a] ὅλῳ τῷ [b] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν [c] γίνεται ἐστὶ τᾶς γωνίας [d] α ιν σιγμᾷ [e] εἰς ρξδ' εἰς σ μείζων ἢ εὔμετρος τούτων δῆλον [f] καὶ ἁ γωνία ἃς ἂν ὁ ἅλιος [g] ἢ διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθῶν εἰς σ μείζων ἢ εὔμετρος τούτων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία [w] α ἴσαν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾶ ὄψει· ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἢ διαιρεθεισας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ΡΞΔ· τούτων ἴμμετρος· μείζων δὲ [h] ἴμμετρος [i] καὶ ἁ διάμετρος [k] τᾶς εἰς [l] ἀπὸ μὲν τᾶ αἱ ΔΑ [m] Sic MS. [n] ἴμμετρος ἴσον γωνίαι εἰσὶ τὰ γωνία

ἐλάττων ἐστὶ τῆς [o] ὑποτεινούσης ἐν τριάμα διαιρεθείσας τῆς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς

minor quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ΑΒΓ diviſæ in partes ſexcentas



[p] χς'. Ἡ δὲ τῷ εἰρημένῳ πολυγωνίῳ περίμετρος πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου [q] τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ μδ' πρὸς τὰ ζ· διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου εἰς κύκλον τὴν περίμετρον πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδ' πρὸς τὰ ζ. Ἐπίσασιν γὰρ δεδειγμένον [r] ὑφ' ἡμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἡ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τῆς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομορίοις. Ἐλάττων οὖν λόγον ἔχει ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΘΚ ἢ τὰ ια' πρὸς τὰ ᾠξμή'. [s] Ὡς τε ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΘΚ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Τῇ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἡ διάμετρος [t] τοῦ ΣΗ κύκλου· διότι καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΦΑ, ἴσα ἐστὶ τῇ ΚΡ. Ἴσαν γὰρ ἐούσαν τὴν ΘΚ τῇ ΘΑ, ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν. Δῆλον δή, ὅτι ἡ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τῆς ΘΚ. Καὶ ἡ ΕΘΥ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου· ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου. Ἐλάττονες ἄρα εἰσὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΥ, ΚΣ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος τῆς ΘΚ. Ὡς τε ἡ ΘΚ πρὸς τὴν [u] ΥΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ' πρὸς τὰ ιξθ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν [v] ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τῆς ΘΡ, ἡ δὲ [w] ΣΥ ἐλάττων τῆς ΔΤ· ἐλάττων ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἡ ΘΡ πρὸς τὴν ΔΤ, ἢ τὰ ρ' πρὸς τὰ ιξθ'. ἐπεὶ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ [x] τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι εἰσὶ, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἄνισοι, καὶ

sex et quinquaginta. Polygoni autem, quem diximus, ambitus ad eam, quæ ex centro circuli ΑΒΓ, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem; eo quod cujuſlibet polygoni circulo inſcripti ambitus ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem. Non enim ignoras demonſtratum a nobis eſſe, cujuſlibet circuli ambitum majorem eſſe quam triplum diametri parte quadam, quæ quidem minor eſt quam ſeptima, major autem quam decem ſeptuageſimæ primæ. Recta igitur ΒΑ ad ΘΚ minorem rationem habet, quam undecim ad mille centum octo et quadraginta. Quare ΒΑ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Æqualis eſt autem ipſi ΒΑ circuli ΣΗ diameter; eo quod ejus dimidia ΦΑ æqualis eſt ipſi ΚΡ. Æquales enim cum ſint ΘΚ, ΘΑ, ab earum extremis normales ductæ ſunt ad eumdem angulum. Conſtat igitur circuli ΣΗ diametrum minorem eſſe quam ipſius ΘΚ partem centeſimam. At diameter ΕΘΥ minor eſt diametro circuli ΣΗ; quoniam circulus ΔΕΖ minor eſt circulo ΣΗ. Utraque igitur ſimul ΘΥ, ΚΣ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Quare ΘΚ ad ΥΣ minorem rationem habet quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam ΘΚ minor non eſt quam ΘΡ, et ΣΥ minor quam ΔΤ; ideo minorem rationem habet ΘΡ ad ΔΤ, quam centum ad novem et nonaginta. Præterea quoniam triangulorum ΘΚΡ, ΔΚΤ rectangulorum latera quidem ΚΡ, ΚΤ æqualia ſunt, latera vero ΘΡ, ΔΤ inæ-

[o] ὑποτεινούσας [p] λς' [q] ὑφαμῶν [r] τοῦ ΕΗ [s] Υ ex MS. [t] ΘΚΥ [u] Υ pro Ν ex MS.
[v] In MS. τριγώνων deeſt.

qualia, eorumque majus eſt ΘP; ideo angulus, qui ab ipſis ΔT, ΔK comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur, ab ipſis ΘP, ΘK majorem quidem habet rationem, quam ΘK ad ΔK; minorem vero, quam ΘP ad ΔT. Si enim duorum triangulorum rectangulorum latera, quæ circa rectum angulum ſunt, altera quidem æqualia fuerint, altera vero inæqualia; angulorum, qui inæqualibus lateribus adjacent, major ad minorem, majorem quidem rationem habet, quam laterum, quæ recto angulo ſubjiciuntur, majus ad minus; minorem vero, quam laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, majus ad minus. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘO, ΘM, minorem rationem habet, quam ΘP ad ΔT: quæ quidem minorem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘM, ΘO, minorem rationem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major eſt quam ducenteſima pars anguli recti; qui comprehenditur a ΘM, ΘO, major erit quam anguli recti in vicies mille partes diviſi partes novem et nonaginta: ideoque major quam anguli recti in ducentas et tres partes diviſi pars una. Igitur BA major eſt, quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ABΓ in partes diviſas octingentas et duodecim. Æqualis eſt autem ſolis diameter ipſi AB. Conſtat igitur ſolis diametrum latere chiliagoni majorem eſſe.

His autem poſitis, hæc quoque demonſtrantur: nimirum diametrum mundi minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ: et amplius diametrum mundi minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum. Quoniam enim poſitum eſt, diametrum ſolis non majorem eſſe quam trigintuplam diametri lunæ; terræque diametrum diametro lunæ eſſe majorem; manifeſtum eſt diametrum ſolis minorem eſſe quam trigintuplam diametri terræ. Rurſus cum demonſtratum ſit, diametrum ſolis majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti; manifeſtum eſt ambitum ejus, quem diximus, chiliagoni minorem eſſe quam millecuplam diametri ſolis. Diameter autem ſolis minor eſt quam trigintupla diametri terræ. Quare ambitus chiliagoni minor eſt quam tricies millecupla diametri terræ. Quoniam igitur ambitus chiliagoni diametri quidem terræ minor eſt quam tricies millecupla, diametri vero mundi, major quam tripla; demonſtratum eſt enim cujuſlibet circuli diametrum minorem

μείζων ἡ ΘP· ἡ γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔT, ΔK, τουτέστι τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘP, ΘK, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἃ ΘK πρὸς τὴν ΔK· ἐλάττω δέ, ἢ ἃ ΘP πρὸς τὴν ΔT. Εἰ γὰρ καὶ [x] δύο τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἕτεραι πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσαι εἰσὶν, αἱ δὲ ἕτεραι ἄνισοι, ἡ μείζων γωνία τῶν πρὸς ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς πρὸς τὴν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἃ μείζων γραμμὴ τῶν ὑπὸ τῶν ἐφεξῆς γωνίαν ὑποτεινουσῶν, [y] πρὸς τὴν ἐλάττονα· ἐλάττονα δέ, ἢ ἃ μείζων γραμμὴ τῶν περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας πρὸς τὴν ἐλάσσονα. Ὡς τε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ, πρὸς τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘO, ΘM, ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἃ ΘP πρὸς τὴν ΔT· ἃ δέ τις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ΄ πρὸς τὰ ιϛ΄. Ὡς τε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ, πρὸς τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘM, ΘO, ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ΄ πρὸς τὰ ιϛ΄. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ [z] τῶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῆς· ἐστίτω ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΘM, ΘO, μείζων ἢ τὰς ὀρθὰς διαιρεθείσας εἰς [a] δισμύρια, τέτων ιϛ΄ μέρια· ὡς τε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τὰς ὀρθὰς εἰς σ΄, καὶ γ΄, τούτων ἓν μέρος. Ἄρα ἡ BA μείζων ἐστὶ τῆς ὑποτεινούσης ἐν τμῆμα, διηρημένας τὰς τῦ ABΓ κύκλυ περιφερείας εἰς ωιβ΄. Τῇ δὲ AB ἴσα ἐστὶ καὶ τῦ ἁλίυ διάμετρος. Δῆλον ἄρα, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ τῦ ἁλίυ διάμετρος τῆς τῦ χιλιαγώνυ πλευρᾶς.

Τέτων δὲ ὑποκειμένων, δέικνυται καὶ τάδε· ὅτι, ἡ διάμετρος τῦ κόσμυ τῆς διαμέτρυ τῆς γῆς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων· καί ἔτι, ἡ διάμετρος τῦ κόσμυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ϕ΄. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὴν διάμετρον τῦ ἁλίυ μὴ μείζω εἶναι ἢ τριακονταπλασίονα τῆς διαμέτρυ [b] τῆς σελήνης, τὴν δὲ διάμετρον τῆς γῆς μείζω εἶναι τῆς διαμέτρυ [c] τῆς σελήνης· δῆλον ὡς ἡ διάμετρος τῦ ἁλίυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τῆς διαμέτρυ τῆς γῆς. Πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη, ἡ διάμετρος τῦ ἁλίυ μείζων ἐῦσα τῆς τῦ χιλιαγώνυ πλευρᾶς τῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένυ, τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· φανερὸν ὅτι ἡ τῦ χιλιαγώνυ περίμετρος τῦ εἰρημένυ, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τῆς διαμέτρυ τῦ ἁλίυ. Ἡ δὲ διάμετρος τῦ ἁλίυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακοσιοπλασίων τῆς διαμέτρυ τῆς γῆς. Ὡς τε ἡ περίμετρος τῦ χιλιαγώνυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τῆς διαμέτρυ τῆς γῆς. Ἐπεὶ ἓν ἡ περίμετρος τῦ χιλιαγώνυ, τῆς μὲν διαμέτρυ τῆς γῆς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τῆς δὲ διαμέτρυ τῦ κόσμυ μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι δὴ ὅτι παντὸς κύκλυ ἡ διάμετρος ἐλάτ-

[x] δύο [y] τὰν ἐλάττονα [z] In MS. τῶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῆς· ἐστίτω ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ desunt. [a] δισμύρια pro δισμύρια ex MS. [b] τῆς σιλήνας [c] τῆς σιλήνας

των ἐστὶν ἡ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου περιμέτρου, ὁ καὶ ἰσόπλευρον ὂν καὶ πολυγωνιώτερον τοῦ ἐξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ ἔσῃ· καὶ ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς. Ἡ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου, ἐλάττων ἐστὶ ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς, ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′, ἐκ τούτου δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὴν περίμετρον τῆς γῆς μὴ μείζονα εἶμεν, ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἡ δὲ περίμετρος τῆς γῆς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τῆς διαμέτρου· διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὴν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τῆς διαμέτρου· δῆλον, ἡ διάμετρος τῆς γῆς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ′ μυριάδων. Ἐπεὶ ἔν ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς· δῆλον ὡς ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′.

Περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀπτομένων ταῦτα ὑποτίθεμαι. Περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε. Εἴκα ἤ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου, μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ [f] τετρακοσιομόριον δακτύλου. Ὑποτίθεμαι δὴ τοῦτο, ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον. [g] Ἔπιθεν δὴ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπὶ εὐθείας, ἐπὶ μίαν κείμενοι, ἁπτόμενοι ἀλλάλων, καὶ ἀνέλαβον αἱ κε μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μήκεος. Ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοσιομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα· βουλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατον δεῖκνυσθαι τὸ προκείμενον. Ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα. [h] Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν· ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ * περιπεπλωκότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μῦ τ̄ μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τ̄ μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Ἔσω ἔν ἁμῖν, οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι. Τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν αὐτὸν

esse tertia parte ambitus cujuslibet polygoni circulo inscripti, qui æqualia latera, pluresque quam hexagonus angulos habeat; ideo diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ. At verò diametrum mundi, quæ minor est quam decies millecupla diametri terræ, minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum, hinc patet. Quoniam enim ponimus ambitum terræ majorem non esse trecenis myriadibus stadiorum; terræque ambitus major est quam triplus suæ diametri; eo quod cujuslibet circuli ambitus diametri major est quam triplus; constat diametrum terræ minorem esse centenis myriadibus stadiorum. Et quoniam diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ; constat mundi diametrum minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum.

Hæc utique ponimus de magnitudinibus, et distantiis. De arena autem hæc. Si magnitudo quædam composita ex arena fuerit non major papavere, numerum ejus majorem non esse denis millibus; et diametrum papaveris non esse minorem quadragesima parte digiti. Hoc autem pono, re hoc modo explorata. Posita sunt super lævi regula papavera, singula in directo, ita ut sese invicem tangerent; eorumque viginti quinque majorem locum occuparunt, quam qui digitali longitudini responderent. Ego autem, posita diametro papaveris adhuc minore, eam pono quasi quadragesimam digiti partem et non minorem; ut etiam ex hoc, quod propositum est, sine controversia demonstretur. Quæ igitur ponimus, hæc sunt. Sed jam utile esse arbitror numerorum denominationes exponere: ne forte decipiantur illi, qui in librum, quem ad Zeuxippum scripsi, non inciderunt; si nihil de his hoc in libro dixerim. Contingit autem, ut nomina numeris ad myriadem usque imposita sint, cæteraque supra myriadem satis cognoscantur, myriadum numero usque ad decem mille myriadas producto. Itaque numeri, quos modo diximus, usque ad decem mille myriadas, primi vocentur. Ac primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur secundorum numerorum: numerenturque secundorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriades, usque ad decem mille myriadas. Rursus et secundorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur tertiorum numerorum: numerenturque tertiorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriadas,

[d] πλευραν ἰων ἄμετρον τοῦ κόσμου [e] δῆλον ὡς [f] τετρακοσιομόριον pro τέτρωπον τὸ μόριον ex MS. [g] ἐπιτίθεν
[h] χρήσιμα

* Wallisius legit, περιζητεύοντες, quod minus probo.

uſque ad decem mille myriadas. Eodem modo et tertiorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quartorum numerorum: at quartorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quintorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Ac numeri quidem, qui tot inter numeros cognoſcuntur, ſufficiunt. Licet autem etiam ulterius progredi. Etenim numeri quos modo diximus, primæ periodi vocentur: ac primæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur ſecundæ periodi primorum numerorum. Rurſus ſecundæ periodi primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur ſecundæ periodi ſecundorum numerorum. Eodem modo et horum poſtremus, unitas vocetur ſecundæ periodi tertiorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum ſecundæ periodi millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Rurſus et ſecundæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad peroidi millies-centum-millenariæ numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. His autem hoc modo denominatis: ſi numeri ab unitate proportionales poſiti deinceps fuerint, proximuſque unitati denarius ſit; octo horum primi una cum unitate, eorum qui primi vocantur, numerorum erunt: octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi: et reliqui eodem modo eorum erunt, qui denominantur ab intervallo, quo ſua numerorum octas a prima numerorum octade diſtat. Itaque primæ numerorum octadis octavus numerus mille myriadas eſt; ſecundæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades. Qui quidem unitas eſt ſecundorum numerorum. Porro ſecundæ numerorum octadis octavus numerus mille ſecundorum numerorum myriades eſt; rurſuſque tertiæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades ſecundorum numerorum. Atque hic quidem unitas eſt numerorum tertiorum. Manifeſtum eſt igitur plures, ut dictum eſt, octades fore. Sed utile fuerit hoc quoque noſſe. Si numerorum ab unitate proportionalium aliqui ex eadem proportione ſeſe invicem multiplicaverint; qui oritur numerus ex eadem proportione erit; diſtans a majore quidem ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ſecundum proportionem ab unitate diſtat; ab unitate vero, numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Sint enim numeri aliquot ab unitate proportionales, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, K, Λ, quorum A ſit unitas: ductoque Δ in Θ, ſit, qui inde oritur, X.

δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω τεταρτῶν ἀριθμῶν· καὶ αἱ τῶν [i] τετάρτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Ἀποχρέωντι μὲν οὖν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι. Ἔξεσι δὲ καὶ ὅπῃ πλέον προάγειν. Ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδους καλούμενοι· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τῆς πρώτας περιόδου, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῆς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω, τῆς δευτέρας περιόδου, δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ ἑξῆς οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες, τὰ ὀνόματα ἐχόντων, τῆς δευτέρας περιόδου, ἐς τὰς μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τῆς δευτέρας περιόδου, μονὰς καλείσθω, τρίτης περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ ἑξῆς προάγοντες, τὰ ὀνόματα ἐχόντων, ἐς τὰς μυριακισμυριοσᾶς περιόδου, μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τέτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων· εἶκα ἐόντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ ἢ παρὰ τὴν μονάδα δεκὰς ἔσῃ· οἱ ἐκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τ πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐστέωσαν· οἱ ἢ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ, τ δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τ συνονύμων καλουμένων ἐστέωσαν ἀποχρήσει τᾶς ὀκτάδος τ ἀριθμῶν, ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τ ἀριθμῶν. Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τ ἀριθμῶν [k] ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς, χίλιαι μυριάδες· τᾶς ἢ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐστέωσαν. Οὗτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ, [l] χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ, καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐστέωσαν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Οὗτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δὲ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες [m] ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται. Χρήσιμον δὲ ἐστὶ καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἶκα, ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων, πολλαπλασιάζοντες τινὲς [n] ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· ὁ γενόμενος ἐστέωσαν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ἀπέχων ἀπὸ μειζόνες τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχῃ· ἀπὸ ἢ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἐνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχωντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. Ἔστων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνὰ λόγον ἀπὸ μονάδος, οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, μονὰς ἢ ἔστω ὁ Α· καὶ [o] παραπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ· ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ Χ. Εἰλήφθω δὴ ὁ ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ὁ Λ, ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσούτους,

[i] τεταρτῶν οὖν
[k] ὁ ὄγδοος
[l] χίλιαι χιλιάδες
[m] ἐξοῦντι pro ἐξῃ ex MS.
[n] In MS. ἀλλάλως deeſt.
[o] πολλαπλασιάσθω

[p]ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Δεικτέον ὅτι [q]ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. Ἐπεὶ οὖν, ἀνάλογον ὄντων, [r]ἴσον ἀπέχει ὅτε Δ ἀπὸ τοῦ Α, καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ. Πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ. Ὡς τε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον δὴ ὅτι γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τε ἐστὶν, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος πολλαπλασιαζόντων ἀλλάλως ἴσον ἀπέχωνι, ὅσους [s]ὁ ἐλάσσων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάσσονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος. Οἱ μὲν γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τοσοῦτοί ἐντι ὅσους ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· οἱ δὲ Ι, Κ, Λ, ἑνὶ ἐλάσσονες, ἢ ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Σὺν γὰρ τῷ Θ, τοσοῦτοί ἐντί.

Τέτων δή, τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων· τὸ προκείμενον δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν διάμετρον τᾶς [w]μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρακοσιομόριον δακτύλω· δῆλον ὡς ἃ σφαῖρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [x]ἃ μείζων ἐστὶν ἢ ὥς τε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακιχιλίας. Τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρακοσιομόριον δακτύλω πολλαπλασία ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. Δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ [y]ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ ὁ ψάμμω τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς, εἰ πληρωθείη ψαμμω ἃ σφαῖρα ἃ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [z]ἃ μείζων καὶ εἴη ὁ ἀριθμὸς ὁ ψάμμω ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακιχίλια. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ [a]ἀριθμὸς, μονάδες τὲ ς' τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακιχίλιαι. Ἐλάσσων ἂν ἐστιν ἢ ι' μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τῶν ρ' δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας [c]τὰν διάμετρον, [d]ἐπὶ ταὶς ρ' μυριάδεσσι· διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον [e]ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ ἂν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμω σφαῖρα [f]τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἃ σφαῖρα ἃ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ'· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμω ἀριθμὸς τοῦ γενομένω ἀριθμῷ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν [g]δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταὶς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, δεκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τᾷ τῶν δεκαπλῶν ὅρων ἀναλογίᾳ· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφο-

Sumatur autem ex eadem proportione Λ, diſtans tot numeris a Θ, quot Δ ab unitate diſtat. Oportet demonſtrare Χ æqualem eſſe ipſi Λ. Quoniam enim, proportionales numeri cum ſint, æque diſtat Δ ab Α, atque Λ a Θ; eamdem habet rationem Δ ad Α, quam Λ ad Θ. Multiplex eſt autem Δ ipſius Α per Δ. Multiplex eſt igitur etiam Λ ipſius Θ per Δ. Quare æqualis eſt Λ ipſi Χ. Conſtat igitur numerum, qui oritur, ex eadem proportione eſſe; ac diſtare a majore ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ab unitate diſtat. Quinetiam conſtat, eumdem ipſum ab unitate diſtare numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Nam ipſi quidem Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ tot ſunt, quot Θ ab unitate diſtat; ipſi vero Ι, Κ, Λ uno minores, quam quibus Δ diſtat ab unitate; utpote qui una cum Δ totidem ſunt.

His igitur partim quidem poſitis, partim vero demonſtratis, quod propoſitum eſt, demonſtrabitur. Quoniam enim ponitur, diametrum papaveris non minorem eſſe quadrageſima parte digiti; conſtat ſphæram quæ diametrum digitalem habet, non majorem eſſe, quam ut contineat papaverum myriadas ſex et quatuor millia. Sphæræ enim, quæ diametrum habet quadrageſimam digiti partem, ſecundum numerum quem diximus, eſt multiplex; cum demonſtratum ſit ſphæras triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere. Et quoniam ponitur arenæ numerum ad magnitudinem papaveris non eſſe majorem denis millibus; conſtat, ſi ſphæra, quæ diametrum digitalem habet arena impleretur, non majorem fore arenæ numerum, quam decies millies myriada ſex et quatuor millia. Qui quidem numerus eſt unitates ſex ſecundorum numerorum, et primorum quater mille myriades. Minor eſt igitur quam unitates decem ſecundorum numerorum. At vero ſphæra, quæ digitorum centum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet unius digiti, multiplex eſt centum myriadibus; eo quod ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habent. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt quæ diametrum habet digitorum centum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus ſecundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates ſecundorum numerorum decimus eſt numerus proportionalis ab unitate in decuplorum terminorum proportione; et centum myriades ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et decimum. Demonſtratum eſt enim, diſtare ab unitate numero uno minore,

[p] ὅσας [q] ἶσον [r] ἶσων [s] ἀνάλογίας τυτέρι καὶ [t] ὁ ἔχων [u] τοσῶ [w] μάκωνος [x] ἅτως
[y] ἀλλάλας pro ἀλλάλαν ex MS. [z] οὕτως μεῖζον . . . . . ὁ οὖν τοῦ ψάμμω [a] ἀριθμὸς [b] δακτυλιαίαν pro δακτυλιαίας ex MS.
[c] τῶν [d] ἐφ' ᾗ [e] λόγον ex MS. [f] τηλικαίτα [g] δέκα μονάδων [h] ἄσσος

quam qui ex utrisque componitur, quibus sese invicem multiplicantes ab unitate distant. Horum autem sexdecim, octo quidem primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo vero, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; horumque postremus est mille myriades secundorum numerorum. Manifestum est igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet digitorum centum, minorem fore, quam mille myriadas secundorum numerorum. Rursus et sphæra, quæ digitorum decem millium diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet digitorum centum, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea est, quæ diametrum habet digitorum decem millium; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur, mille myriadibus secundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades secundorum numerorum sextus et decimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et vigesimum. Horum autem duo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum sunt; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; sex reliqui, eorum, qui vocantur tertii; horumque postremus est decem myriades tertiorum numerorum. Manifestum est igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ diametrum habet digitorum decem millium, minorem fore, quam decem myriadas tertiorum numerorum. Et quoniam sphæra, quæ unius stadii diametrum habet, minor est quam sphæra, quæ diametrum habet digitorum decem millium; constat arenæ multitudinem, cujus magnitudo sphæræ æqualis sit, quæ unius stadii diametrum habet, minorem esse quam decem myriadas tertiorum numerorum. Rursus sphæra, quæ stadiorum centum diametrum habet, sphæræ, quæ diametrum habet unius stadii, multiplex est centum myriadibus. Si itaque sphæra ex arena fieret tanta magnitudine quanta ea est, quæ diametrum habet stadiorum centum; constat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus tertiorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades tertiorum numerorum alter et vigesimus est numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, septimus ab unitate ex eadem proportione; constat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate octavum et vigesimum. Horum autem octo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur numerorum sunt; octo, qui sequuntur alii, eorum, qui vocantur secundi; octo, qui sequuntur

τέρων [1] ἃς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιᾶ ἀλλήλους. Τῶν δὲ ἐκκαίδεκα τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλεμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτους ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν, χίλιαι μυριάδες [k] τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἄν, ὅτι τοῦ ψάμμε τὸ πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὴν διάμετρον ρ΄ δακτύλων ἐχέσᾳ, ἔλασσόν ἐστιν ἡ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἡ σφαῖρα, ἡ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχοσα τὴν διάμετρον, [l] πολλαπλασία τᾶς ἐχέσας τὴν διάμετρον ρ΄ δακτύλων, ταῖς ρ΄ μυριάδεσι. Εἰ ἂν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμε σφαῖρα τηλικαύτη τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἡ ἔχοσα σφαῖρα τὰν διάμετρον [m] μυριάδων δακτύλων· δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμε ἀριθμὸς, τοῦ γενομένε πολλαπλασιαθεισᾶν [n] τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τ δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ΄ μυριάδεσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μβ τ δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, ἐκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ΄ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσεῖται δυοκαιεικοσιὸς τ ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τ πρώτων καλεμένων [o] ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετ' αὐτὸς, δευτέρων καλεμένων· οἱ δὴ λοιποὶ ἓξ τ τριτῶν καλεμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἄν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμε πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ [p] σφαίρᾳ τὰν διάμετρον [q] ἐχέσᾳ μυρίων δακτύλων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι΄ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σταδιαίαν ἔχοσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τᾶ ψάμμε πλῆθος τᾶ [r] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [s] ἐχέσᾳ σταδιαίαν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι΄ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἡ σφαῖρα, ἡ ἔχοσα τὰν διάμετρον ρ΄ σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν, ταῖς ρ΄ μυριάδεσιν. Εἰ ἄν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμε σφαῖρα τηλικαύτη τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἡ ἔχοσα τὰν διάμετρον ρ΄ σταδίων· δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμε ἀριθμὸς, τᾶ γενομένᾳ ἀριθμᾷ, πολλαπλασιαθεισᾶν [t] τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ΄ μυριάδεσι. [u] Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοσιὸς ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὴ ρ΄ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσεῖται ὀκτωκαιεικοσιὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλεμένων ἐντί· οἱ δὴ μετὰ τέτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτους ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν τεττάρτων καλεμένων· καὶ

[1] συναμφότερα [k] In MS. desunt ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμε τοῦ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ΄ δακτύλων ἐχοίσα ἐλάττων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν [l] πολλαπλασία ἐστὶ [m] μυρίων δακτύλων [n] τὰν χιλίαν pro ταιχιαν [o] ἐστὶ pro ἐστὶν ex MS. [p] σφαίρα τᾷ τὰν [q] ἐχοίσα pro ἔχοσα ex MS. [r] μέγιθος pro μεγιθεος ex MS. [s] ἐχοίσα pro τὰν ex MS. [t] τᾶν pro τὰν ex MS. [u] καὶ ἐπεὶ μὲν τᾶν τρίτων ἀριθμᾶν δέκα, in MS. desunt.

ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ, χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Φανερόν ἐστιν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὸν διάμετρον [w] ἐχούσῃ σταδίων ρ', ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἡ σφαῖρα, ἣ ἔχει τὴν διάμετρον μυρίων σταδίων, πολλαπλασία ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσης τὴν διάμετρον σταδίων ρ', ταῖς ρ' μυριάδεσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτη τὸ μέγεθος, ἡλίκη ἐστὶν ἡ σφαῖρα, ἣ ἔχει τὴν διάμετρον σταδίων μυρίων· δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος, τῷ γινομένῳ ἀριθμῷ [x] πολλαπλασιαθεισᾶν τῶν χιλιῶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάδεσιν. Ἐπεὶ οὖν αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσεῖται ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τέτταρες ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτταρες ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτταρες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· καὶ οἱ μετὰ τέτταρες ὀκτὼ, τῶν τεταρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσεῖσιν· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ, δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὴν διάμετρον [y] ἐχούσῃ σταδίων μυρίων, ἔλαττον ἐσεῖται ἢ ι' μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἡ σφαῖρα, ἣ ἔχει τὴν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων, πολλαπλασία ἐστὶ τῆς σφαίρας τὴν διάμετρον ἐχούσης σταδίων μυρίων, ταῖς ρ' μυριάδεσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα [z] τηλικαύτη, ἡλίκη ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἣ ἔχει τὴν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τῷ γενομένῳ ἀριθμῷ [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τῶν [b] δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας ἐσεῖται πτρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τέτταρων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι, τῶν πρώτων [c] καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτταρες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτταρες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τὸς τρίτους ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τέτταρες ὀκτὼ, τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν [d] ἐστὶ, χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος

alii, eorum, qui vocantur tertii; quatuor reliqui, eorum, qui vocantur quarti; horumque poſtremus eſt mille unitates quartorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, minorem fore, quam mille unitates quartorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ ſtadiorum decem millium diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille unitatibus quartorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille unitates quartorum numerorum octavus et vigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quartum et trigeſimum. Horum autem quatuor et triginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui ſequuntur alii, eorum qui vocantur quarti; duo reliqui, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt decem unitates quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, minorem fore, quam decem unitates quintorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ centum myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates quintorum numerorum quartus et trigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quadrageſimum. Horum autem quadraginta, octo primi una cum unitate eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo, qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt mille myriades quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ

[w] ἰχούσα pro ἴχουσα ex MS. [x] πολλαπλασιασθιισῶν τῶν [y] ἰχούσα pro ἴχουσα ex MS. [z] τηλικαύτα τὸ μίγεθος ἀλίκα [a] πολλαπλασιασθιισῶν τῶν [b] δίκα ex MS. [c] καλωμίνοι pro καμίνοι ex MS. [d] ἰστὶ μυριάδις

multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, minorem fore quam mille myriadas quintorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decem mille myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fierit tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille myriadibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades quintorum numerorum quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et quadrageſimum. Horum autem ſex et quadraginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo, qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; ſex reliqui, eorum, qui vocantur ſexti; horumque poſtremus eſt decem myriades ſextorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam decem myriadas ſextorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decies centenum millium myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet decem mille mille myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus ſextorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades ſextorum numerorum ſextus et quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et quinquageſimum. Horum autem duo et quinquaginta, octo et quadraginta una cum unitate, eorum numerorum ſunt, qui primi, ſecundi, tertii, quarti, quinti, et ſexti vocantur; quatuor reliqui eorum, qui vocantur ſeptimi; horumque poſtremus eſt mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit quæ

τοῦ μέγεθος ἔχοντες ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [e] ἐχούσᾳ ϛαδίων ρ′ μυριάδων, ἔλασσόν ἐϛιν ἢ χιλιαγ [f] μυρίαδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα ϛαδίων μυριᾶν μυριάδων, πολλαπλασίων ἐϛὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ϛαδίων ρ′ μυριάδων, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ἂν γένοιτο ἐκ τᾶ ψάμμω σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐϛὶν ἃ σφαῖρα ἃ ἐχούσα τὰν διάμετρον ϛαδίων [g] μυριᾶν μυριάδων· φανερὸν, ὅτι ἔλασσον ἐοϛεῖται τὸ τοῦ ψάμμω πλῆθος, τοῦ γενομένω ἀριθμῷ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν [h] χιλιᾶν μυριάδων τ̄ πέμπτων [i] ἀριθμῶν, ταῖς ρ′ μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, τετρακοϛός ἐϛιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ′ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐοϛεῖται ἕκτος καὶ τετρακοϛὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεϛαράκοντα καὶ ἓξ τάτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλυμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ [k] μετ' αὐτὸς, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τάτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τὸς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τὸς τετάρτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ, τ̄ ἕκτων καλυμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔϛατος αὐτῶν ἐϛι, ι′ μυριάδες τῶν [l] ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἄν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμω πλῆθος τὸ [m] μέγεθος ἔχοντες ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [n] ἐχούσᾳ ϛαδίων μυρίαις μυρίων, ἔλασσόν ἐϛιν ἢ ι′ μυριάδες τῶν [o] ἕκτων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα ϛαδίων μυριάκις μυριάδων ρ′, πολλαπλασίων ἐϛὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ϛαδίων μυριάκις μυρίων, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ἂν γένοιτο ἐκ τᾶ ψάμμω σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐϛὶν ἃ σφαῖρα, ἃ ἔχουσα τὰν διάμετρον ϛαδίων μυριάκις μυριάδων [p] ρ′· φανερὸν, ὅτι τὸ τᾶ ψάμμω πλῆθος ἔλαϛον ἐοϛεῖται τοῦ γενομένω ἀριθμῷ, πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν ι′ μυριάδων τῶν [q] ἕκτων ἀριθμῶν, [r] ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες [s] ἕκτος καὶ τεϛαρακοϛός ἐϛιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ′ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐοϛεῖται δυοκαιπενταακοϛὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεϛαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι, εἴτε πρῶτοι καλύμενοί ἐντι, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέϛαρες, τῶν ἑβδόμων καλυμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔϛατος αὐτῶν ἐϛι, χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἄν, ὅτι τοῦ ψάμμω τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντες [t] ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ

[e] ἐχούσᾳ pro ἔχουσα ex MS. [f] μυριάδες [g] μυρίας [h] τῶν χιλίων [i] ἀριθμῶν ταῖς ρ′ μυριάσιν· ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν πέμπτων in MS. deſunt. [k] μετὰ τούτους [l] ἕκτων pro ἑκτῶν ex MS. [m] μέγεθος pro μεγέθιος ex MS. [n] ἐχούσα pro ἔχουσα ex MS. [o] ἕκτων pro ἑκ τῶν ex MS. [p] ρ′ ex MS. [q] ἕκτων pro ἑκτῶν ex MS. [r] τῶν ρ′ [s] ἕκτος pro ἑκτὸς [t] ἴσον

τὴν διάμετρον ἐχοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ′, ἔλαττόν ἐστιν, ἢ [u] μ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ′· δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλαττόν ἐστιν ἢ μ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. [w] Ὅτι μὴν ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ μ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, δέδεικται. Ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τὰ σφαίρα ταλικαύτα, ἀλίκαν Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων [x] ἄσρων σφαῖραν εἶμεν ἔλαττόν ἐστιν ἢ μ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν γᾶν [y] τὰν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄσρων σφαῖραν, [y] ἃν Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ ἀλλάλας· ἃ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων [z] ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον ἔσται, ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄσρων σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. Ἐπεὶ δ' αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· φανερὸν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄσρων σφαῖρα [y] ἃν Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδων μυριάδεσσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δή, τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ μ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον δ', ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκαν ὁ Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄσρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν μ μονάδες, δυοκαιπεντακοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον· αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες, τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος· καὶ [b] χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν πίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾶ τῶν ἀπλανέων ἄσρων σφαίρᾳ, ἃν Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται, ἔλαττόν ἐστιν ἢ μ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν.

Ταῦτα δὲ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκόσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκόσι,

diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Quoniam igitur demonſtratum eſt, mundi diametrum minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Itaque arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit ei, quem plures Aſtrologi mundum vocant, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum, demonſtratum eſt. At vero arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus eſſe inerrantium ſtellarum ſphæram, minorem eſſe quam mille myriadas octavorum numerorum, deinceps demonſtrabitur. Cum enim ponatur, terram eamdem ad mundum, quem diximus, habere rationem, quam habet is, quem diximus, mundus ad ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus: cumque ſphærarum diametri eamdem inter ſe invicem rationem habeant: demonſtratumque ſit, mundi diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ; conſtat ſphæræ inerrantium ſtellarum diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri mundi. Et cum ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habeant; conſtat ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mundi millies-centies millies-decies millecuplam. Demonſtratum autem eſt, arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta Ariſtarchus ponit inerrantium ſtellarum ſphæram eſſe; arenæ numerum minorem fore, quam qui oritur mille unitatibus ſeptimorum numerorum in millies centies mille myriadas ductis. Et quoniam mille unitates ſeptimorum numerorum alter et quinquageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et millies centies mille myriades, tertius et decimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore quartum et ſexageſimum. Qui quidem numerus eſt octavorum octavus; hoc eſt mille myriades octavorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit inerrantium ſtellarum ſphæræ, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mille octavorum numerorum myriadas.

Hæc autem, Rex Gelo, non admodum credibilia viſum iri arbitror multis, qui mathematicis diſciplinis inſtructi non ſunt: ſed credibilia e-

[u] χιλίαι [w] ὅτι μὲν . . . . . ὁμοίως [x] ἄσρων pro ἀσρῶν ex MS. [y] In MS. ἂν deeſt. [z] ἔσται
[a] In MS. ἂν deeſt. [b] πεντακισχίλιαι

runt propter demonſtrationem iis, qui eaſdem probe callent, quique diſtantiis, et magnitudinibus terræ, ſolis, lunæ, et mundi totius cognoſcendis operam dederunt. Quo circa exiſtimaverim haud abſurdum fore, ſi qui eadem hæc diligentius contemplentur.

καὶ περὶ τῶν ἀποσημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τᾶ ἀλίω, καὶ τᾶς σελάνας, καὶ τᾶ ὅλω κόσμω συμφροντιχόντεσσι, συνεὰ λᾷὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι. Διόπερ ἐγὼ καὶ τινας [c] ἐκ ἀναρμόσσον ἔοι ἔτι [d] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

[c] οὐκ ἂν ἄρμον εἴη [d] ἐπιθεωρῆσαι pro ἐπιθεώρησαι ex MS.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR

LIBER PRIMUS.

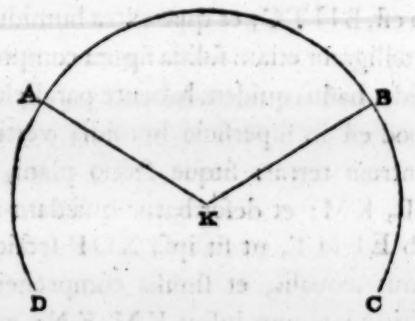
POSITIO I.

PONATUR humidi eam eſſe naturam, ut partibus ipſius æqualiter jacentibus, et continuatis inter ſeſe, minus preſſa a magis preſſa expellatur. Unaquæque autem pars ejus premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

Si ſuperficies aliqua plano ſecetur per idem ſemper punctum; ſitque ſectio circuli circumferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.

Secetur ſuperficies aliqua plano per K punctum ducto: et ſit ſectio ſemper circuli circumferentia, centrum habens punctum K. Dico eam ſphæræ ſuperficiem eſſe.



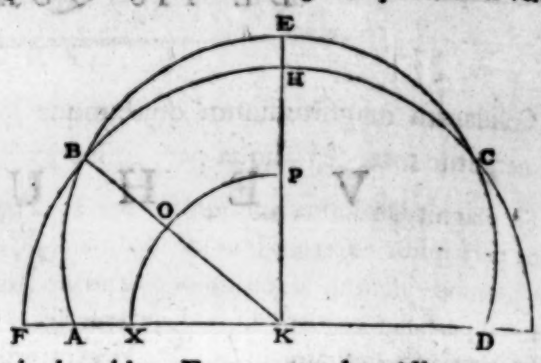
Si enim non eſt ſphæræ ſuperficies; rectæ lineæ, quæ a puncto K ad circumferentiam ducuntur, non omnes æquales erunt. Itaque ſint A, B puncta in ſuperficie; et inæquales lineæ A K, K B: per ipſas autem A K, K B planum ducatur, quod ſectionem faciat in ſuperficie lineam D A B C. Ergo D A B C circuli circumferentia eſt, cujus centrum K; quoniam ſuperficies ejuſmodi ponebatur: et idcirco æquales inter ſe ſunt A K, K B. Sed et inæquales; quod fieri non poteſt. Conſtat igitur ſuperficiem eam eſſe ſphæræ ſuperficiem.

PROP. II.

Omnis humidi conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica eſt; cujus ſphæræ centrum eſt idem, quod centrum terræ.

Intelligatur humidum conſiſtens, manenſque; et ſecetur ipſius ſuperficies plano per centrum terræ ducto. Sit autem terræ centrum K: et ſuperficiei ſectio, linea ABCD. Dico lineam ABCD circuli circumferentiam eſſe, cujus centrum K.

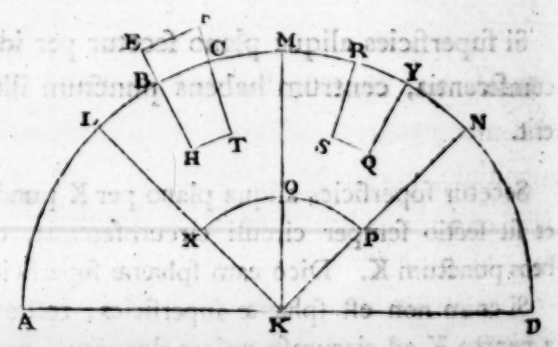
Si enim non eſt, rectæ lineæ a puncto K ad lineam ABCD ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ABCD ductis major; quibuſdam vero minor: et ex centro K, intervalloque lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. Cadet ergo ipſius circumferentia partim extra lineam ABCD, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ductis eſt major; et quibuſdam minor. Itaque ſit circuli deſcripti circumferentia FBH: et ex B ad K ducta linea, jungantur FK, KHE, quæ angulos æquales faciant. Deſcribatur autem et ex centro K circumferentia quædam XOP in plano, et in humido. Ergo partes humidi, quæ ſunt ad circumferentiam XOP æqualiter jacent, ac continuatæ inter ſeſe: et premuntur quidem partes, quæ ad XO circumferentiam, humido, quod loco AB continetur: quæ vero ad circumferentiam OP premuntur humido, quod continetur BE. Inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circumferentiam XO, et ad OP. Quare minus preſſæ a majis preſſis expellentur. Non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, et manens. Neceſſarium eſt igitur lineam ABCD eſſe circuli circumferentiam, cujus centrum K. Similiter autem demonſtrabitur, et ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circumferentiam eſſe; et centrum ipſius eſſe, quod et terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: et ejus ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam ejuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circumferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur.



PROP. III.

Solidarum magnitudinum, quæ æqualem molem habentes æque graves ſunt, atque humidum; in humidum demiſſæ demergentur ita, ut ex humidi ſuperficie nihil extet: non tamen ad huc deorſum ferentur.

Sit magnitudo aliqua æque gravis, atque humidum: et ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa extet ex ſuperficie ipſius: conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, et humidi, ac per ſolidam magnitudinem, ut ſit ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD; ſolidæ vero magnitudinis inſidentis EHTF; et terræ centrum K: ſitque ſolidæ magnitudinis pars, quæ in humido eſt, BHTC; et quæ extra humidum, BEFC. Intelligatur etiam ſolida figura comprehenſa pyramide, baſim quidem habente parallelogrammum, quod eſt in ſuperficie humidi; verticem autem centrum terræ: ſitque ſectio plani, in quo eſt ABCD circumferentia, et planorum pyramidis KL, KM: et deſcribatur quædam alterius ſphæræ ſuperficies XOP circa centrum K, in humido ſub EFHT, ut ſit ipſa XOP ſectio facta a ſuperficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, et ſimilis comprehendenti ſolidam figuram, ipſi conjuncta, et continuata: ſitque, ſectio planorum ipſius KM, KN: et in humido intelligatur quædam magnitudo RSQY ex ipſo humido conſtans, æqualis, et ſimilis ſolidæ BHTC, quæ quidem pars eſt ſolidæ magnitudinis in humido demerſa. Partes igitur humidi, quæ ſcilicet in prima pyramide ſuperficie XO continetur, et quæ in altera continetur PO æqualiter ſunt poſitæ, et continuatæ; ſed non ſimiliter pre-

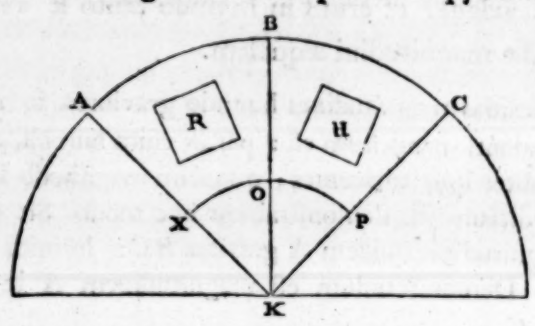


muntur. Nam contenta quidem XO, premitur ſolido EHTF, et humido interjecto inter ſuperficies XO, LM et plana pyramidis; contenta vero PO premitur ſolido RSQY, et humido inter ſuperficies OP, MN, et pyramidis plana interjecto. Minor autem eſt gravitas humidi, quod eſt inter MN, OP quam ejus, quod inter LM, XO. Solidum enim RSQY eſt minus ſolido EHTF. Cum ſit æquale ipſi BHTC; quia magnitudine æquale, et æque grave ponitur ſolidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale eſt. Conſtat igitur partem contentam ſuperficie OP, expelli ab ea, quæ ipſa XO continetur: et non conſiſtere humidum. Ponebatur autem conſiſtens, et manens: non ergo ex ſuperficie humidi extat aliquid ſolidæ magnitudinis. Sed neque demerſum ſolidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter poſitæ, cum ſolidum ſit æque grave, atque humidum.

PROP. IV.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum non demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

Sit magnitudo ſolida humido levior; et demiſſa in humidum demergatur tota, ſi fieri poteſt, ut nulla pars ipſius extet ex humidi ſuperficie. Conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, per humidum, et per magnitudinem ſolidam: a quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circumferentiam ABC; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua R: et centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens figuram R, ſicuti prius, quæ punctum K pro vertice habeat: ſecenturque ipſius plana a ſuperficie plani ABC ſecundum AK, KB: et ſumatur pyramis alia æqualis, et ſimilis ſuperiori, cujus plana ſecentur a plano ABC, ſecundum BK, KC: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine: et ſecetur ab eodem plano ſecundum XOP: poſtremo intelligatur alia magnitudo H in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, et ſolidæ magnitudini R ſit æqualis. Partes igitur humidi, et quæ in prima pyramide continetur ſuperficie XO; et quæ in ſecunda ſuperficie OP continetur, æqualiter jacent, et continuatæ inter ſeſe; non tamen ſimiliter premuntur: nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida R, et humido continente ipſam, quod eſt in loco pyramidis ABOX: quæ vero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine H, et humido ipſam continente in loco pyramidis POBC. At gravitas ſolidæ magnitudinis R, minor eſt gravitate humidi, in quo H: quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, et humido levior ponitur: gravitas autem humidi continentis magnitudines R, H eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. Magis ergo premitur pars humidi, quæ eſt ſub ſuperficie OP. Quare expellet partem minus preſſam, et non manebit humidum. Ponebatur autem manens. Non igitur demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.



PROP. V.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem, quam tota magnitudo, gravitatem habeat.

Diſponantur eadem, quæ ſupra: ſitque humidum manens: et magnitudo *EHTF humido levior. Si igitur humidum manet, ſimiliter prementur ejus partes, quæ æqualiter jacent. Similiter ergo premetur humidum ſub ſuperficiebus XO, OP. Quare æqualis eſt gravitas, qua premuntur. Eſt autem et gravitas humidi, quod in prima pyramide abſque ſolido BHTC, æqualis gravitati humidi, quod in altera pyramide abſque RSQY humido. Perſpicuum eſt igitur gravitatem magnitudinis EHTF gravitati humidi RSQY æqualem eſſe. Ex quibus conſtat, tantam humidi molem, quanta eſt pars demerſa ſolidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere gravitatem.

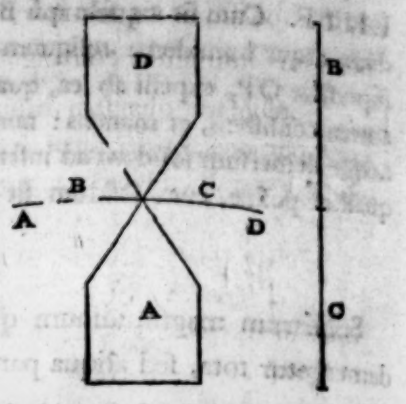
PROP. VI.

Solidæ magnitudines humido leviores, in humidum impulſæ ſurſum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, gravius eſt ipſa magnitudine.

* Vide Fig. Prop. III.

Sit enim magnitudo A levior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas B: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A, gravitas ſit BC. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humidum impulſam tanta vi ſurſum ferri, quanta eſt gravitas C.

Accipiatur enim quædam magnitudo, in qua D, habens gravitatem ipſi C æqualem. Itaque magnitudo ex utriſque magnitudinibus conſtans, in quibus AD, levior eſt humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utriſque conſtat gravitas eſt BC; humidi vero habentis molem ipſis æqualem gravitas major eſt, quam BC: quoniam BC gravitas eſt humidi molem habentis æqualem ipſi A. Si ergo demittatur in humidum magnitudo ex utriſque AD conſtans; uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt pars magnitudinis demerſa eandem, quam tota magnitudo gravitatem habeat. Hoc enim jam demonſtratum eſt. Sit autem ſuperficies humidi alicujus ABCD circumferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta eſt magnitudo A, gravitatem habet eandem, quam magnitudines A, D: perſpicuum eſt partem ipſius demerſam eſſe magnitudinem A; reliquam vero D totam ex humidi ſuperficie extare. Quare conſtat magnitudinem A tanta vi ſurſum ferri, quanta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; videlicet a D, cum neutra ab altera expellatur. Sed D fertur deorſum tanta gravitate, quanta eſt C: ponebatur enim gravitas ejus, in quo D, ipſi C æqualis. Patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.

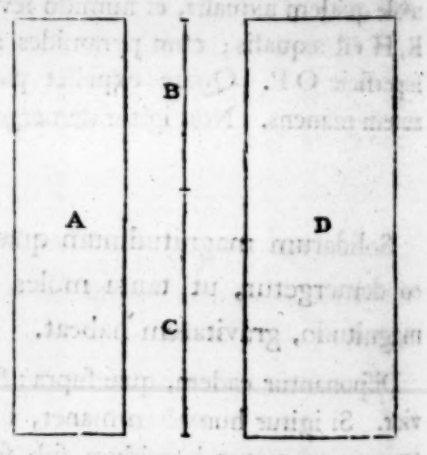


PROP. VII.

Solidæ magnitudines humido graviores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta eſt gravitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

Solidas magnitudines humido graviores, in humidum demiſſas deorſum quidam ferri, donec deſcendant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quam partes æqualiter ipſis adjacentes; quoniam magnitudo ſolida humido gravior ponitur. Leviores autem eſſe, uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo A gravior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas BC: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A gravitas ſit B. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humido exiſtentem habere gravitatem æqualem ipſi C.

Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua D, levior humido; cujus gravitas ſit ipſi B æqualis: humidi vero molem habentis æqualem magnitudini D, ſit gravitas æqualis BC. Itaque compoſitis magnitudinibus A, D, magnitudo ex utriſque conſtans æque gravis erit, atque ipſum humidum: gravitas enim utrarumque magnitudinum eſt æqualis utriſque gravitatibus, videlicet BC, et B: gravitas autem humidi habentis molem æqualem utriſque magnitudinibus, eſt eiſdem gravitatibus æqualis. Demiſſis igitur magnitudinibus, et in humidum projectis æque graves erunt, atque humidum: neque ſurſum, neque deorſum ferentur: quoniam magnitudo quidem A gravior humido feretur deorſum; et eadem vi a magnitudine D ſurſum retrahetur. Magnitudo autem D humido levior feretur ſurſum tanta vi, quanta eſt gravitas C: demonſtratum enim eſt magnitudines ſolidas humido leviores, impulſas in humidum tanta vi retrahi ſurſum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem gravius eſt ipſa magnitudine. At humidum molem habens æqualem D, gravius eſt, quam D, ipſa C gravitate. Conſtat igitur magnitudinem A deorſum ferri tanta gravitate, quanta eſt C. Quod demonſtrare oportebat.



POSITIO II.

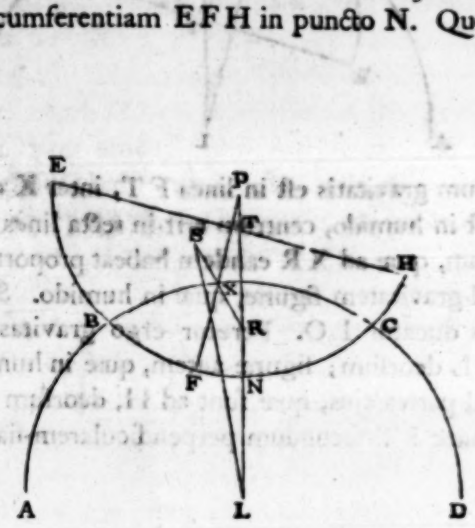
Ponatur eorum, quæ in humido ſurſum feruntur, unumquodque ſurſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum gravitatis ipſorum ducitur.

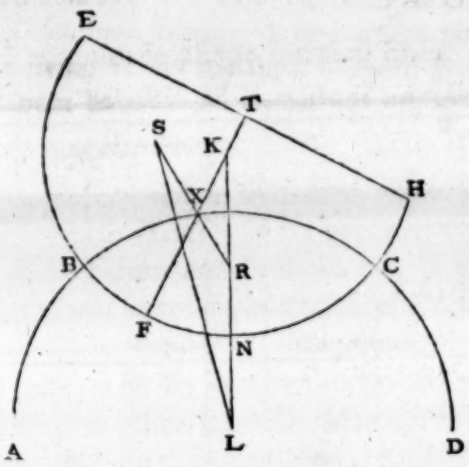
PROP. VIII.

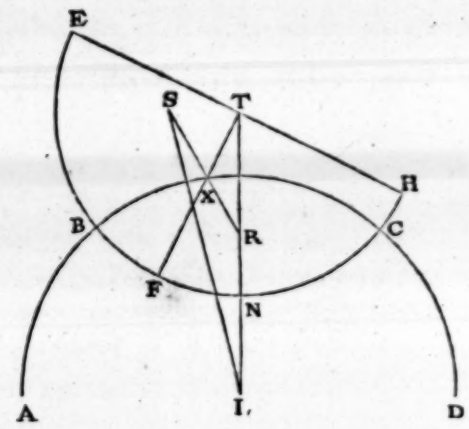
Si aliqua magnitudo ſolida levior humido, quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita ut baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita ut axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, ut baſis portionis humidum contingat non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

[* Intelligatur quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa; et ducatur planum per axem portionis, et per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circumferentia ABCD: et figuræ ſectio EFH circumferentia: ſit autem EH recta linea; et FT axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis FT non ſit ſecundum perpendicularem; demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui.

Itaque centrum ſphæræ eſt in linea FT. Nam ſit primum figura major dimidia ſphæra: ſitque in dimidia ſphæra ſphæræ centrum T; in minori portione ſit centrum P; et in majori K: per K vero, et terræ centrum L ducatur KL ſecans circumferentiam EFH in puncto N. Quoniam igitur unaquæque ſphæræ portio axem habet in linea, quæ a centro ſphæræ ad ejus baſim perpendicularis ducitur: habetque in axe gravitatis centrum: portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per K ducta. Et idcirco centrum gravitatis ipſius erit in linea NK, quod ſit R. Sed totius portionis gravitatis centrum eſt in linea FT inter K, et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea RX producta ad partes X, et aſſumpta ex ea, linea quadam, quæ ad RX eandem proportionem habeat, quam gravitas portionis in humido demerſæ habet ad gravitatem figuræ, quæ eſt extra humidum. Sit autem S centrum dictæ figuræ: et per S ducatur perpendicularis







LS. Feretur ergo gravitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam SL deorſum; portionis autem, quæ in humido, ſurſum per rectam RL. Quare non manebit figura: ſed partes ejus quæ ſunt ad E, deorſum; et quæ ad H ſurſum ferentur: idque continenter fiet, quoad FT ſit ſecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonſtrabitur.]

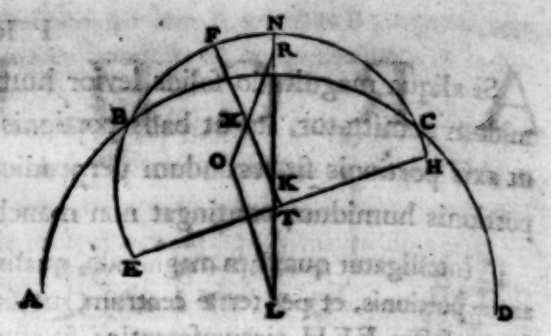
PROP IX.

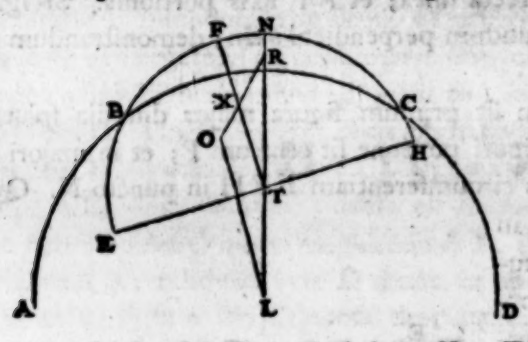
Quod ſi figura humido levior in humidum demittatur, ita ut baſis tota ſit in humido; inſidebit recta, ita ut axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

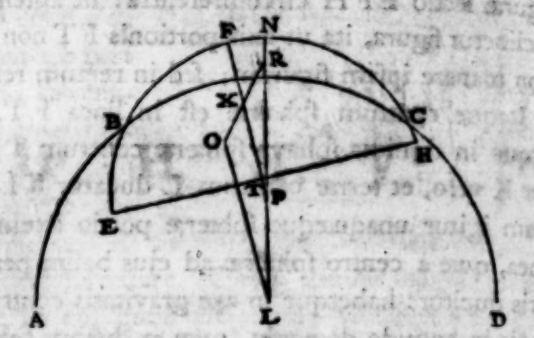
Intelligatur enim magnitudo aliqua, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: et intelligatur planum per axem portionis, et per centrum terræ ductum: ſitque ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD circumferentia; figuræ autem ſectio circumferentia EFH: et ſit EH recta linea: et axis portionis FT. Si igitur fieri poteſt, non ſit FT ſecundum perpendicularem. Demonſtrandum eſt non manere figuram; ſed in rectum reſtitui.

* Suppleta a Federico Commandino.

Eſt autem centrum ſphæræ in linea FT: rurſus enim ſit figura primo major dimidia ſphæra; et ſphæræ centrum in dimidia ſphæra ſit punctum T; in minore portione P; in majori vero ſit K: et per K, et terræ centrum L ducatur KL. Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K: et propter ea, quæ ſuperius dicta ſunt, centrum gravitatis ipſius eſt in linea NK, quod ſit R; totius autem portionis cen-







trum gravitatis eſt in linea FT, inter K et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ, ejus ſcilicet, quæ eſt in humido, centrum erit in recta linea RX producta ad partes X; et aſſumpta ex ea linea quadam, quæ ad XR eandem habeat proportionem, quam gravitas portionis, quæ eſt extra humidum, ad gravitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem O centrum dictæ figuræ: et per O perpendicularis ducatur LO. Feretur ergo gravitas portionis quidem, quæ eſt extra humidum, per rectam RL deorſum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam OL ſurſum. Non manet igitur figura; ſed partes ejus, quæ ſunt ad H, deorſum ferentur; et quæ ad E, ſurſum. Atque hoc ſemper erit, donec FT ſecundum perpendicularem fiat.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR

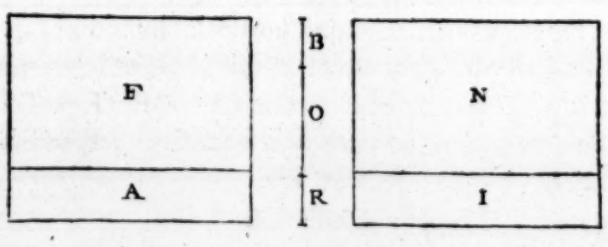
LIBER SECUNDUS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido levior demittatur in humidum, eam in gravitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

Demittatur enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit FA, levior humido: et pars quidem ipſius demerſa ſit A; quæ autem extra humidum, F. Demonſtrandum eſt, magnitudinem FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habere, quam habet A ad FA.

Accipiatur enim aliqua humidi magnitudo NI æqualis magnitudini FA; ſitque ipſi F æqualis N: et ipſi A æqualis I. Magnitudinis autem FA gravitas ſit B: et magnitudinis NI gravitas OR; et ipſius I ſit R. Magnitudo igitur FA ad NI eam proportionem habet, quam gravitas B ad gravitatem OR. Sed quoniam magnitudo FA in humidum demiſſa levior eſt humido; patet tantam humidi molem, quanta eſt pars magnitudinis demerſa, eandem quam magnitudo FA habere gravitatem. Hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. At ipſi A reſpondet humidum I, cujus quidem gravitas eſt R; et ipſius FA gravitas B. Ergo B gravitas ejus, quod habet molem æqualem toti magnitudini FA, æqualis erit gravitati humidi I, videlicet ipſi R. Et quoniam ut magnitudo FA ad humidum NI ſibi reſpondens, ita eſt B ad OR: eſt autem B æqualis ipſi R: et ut R ad OR, ita I ad NI; et A ad FA: ſequitur ut FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habeat, quam magnitudo A habet ad FA. Quod demonſtrare oportebat.



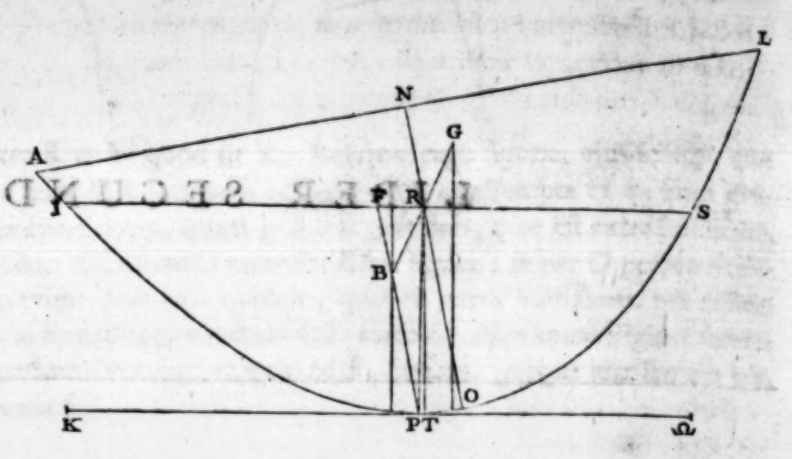
PROP. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate;

demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

Sit portio rectanguli conoidis, qualis dicta eſt; et jaceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui.

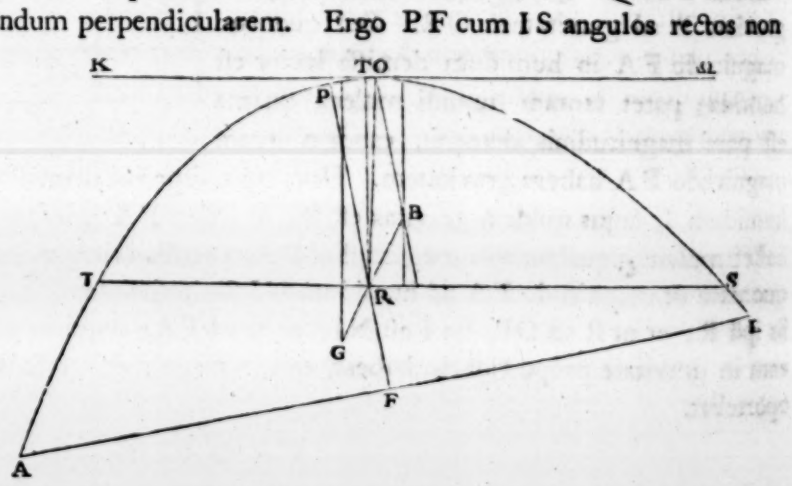
Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter NO: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit AL ipſi IS æquidiſtans. Quare NO cum IS non faciet angulos rectos. Ducatur ergo KΩ contingens ſectionem coni in P [*quæ ipſi IS æquidiſtet: et a puncto P ad IS ducatur PF æquidiſtans ipſi ON, quæ erit ſectionis IPOS diameter, et axis portionis in humido demerſæ. Sumantur deinde centra gravitatum: ſitque ſolidæ magnitudinis APOL gravitatis centrum R; ipſius vero IPOS centrum ſit B: et juncta BR producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Quoniam igitur NO ipſius quidem RO ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem minor quam ſeſquialtera; erit RO minor, quam quæ uſque ad axem. Quare angulus RPΩ acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem major ſit ipſa RO; quæ a puncto R ad KΩ perpendicularis ducitur, videlicet RT, cum linea FP extra ſectionem conveniet: et propterea inter P et Ω puncta cadat neceſſe eſt. Itaque ſi per B, G ducantur lineæ ipſi RT æquidiſtantes; angulos rectos cum ſuperficie humidi continebunt: et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per B ducta eſt, ipſi RT æquidiſtans: quod vero eſt extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur; et non ita manebit ſolidum APOL: nam quod eſt ad A, feretur ſurſum; et quod ad L, deorſum, donec NO ſecundum perpendicularem conſtituatur.]



PROP. III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitque ipſius baſis in humido: et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Quod ſi inclinata jaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. Ergo PF cum IS angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædam KΩ æquidiſtans ipſi IS; contingenſque ſectionem APOL in O: et ſolidæ quidem magnitudinis APOL ſit R gravitatis centrum: ipſius autem IPOS centrum ſit B: junctaque BR producatur: et ſit G centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Similiter demonſtrabitur angulum ROK acutum eſſe: et perpendicularem ab R ad KΩ ductam cadere inter K et O, quæ ſit RT. Si autem a punctis G, B ducantur ipſi RT æquidiſtantes; pars quidem ſolidæ magnitudinis, quæ in humido eſt, ſurſum



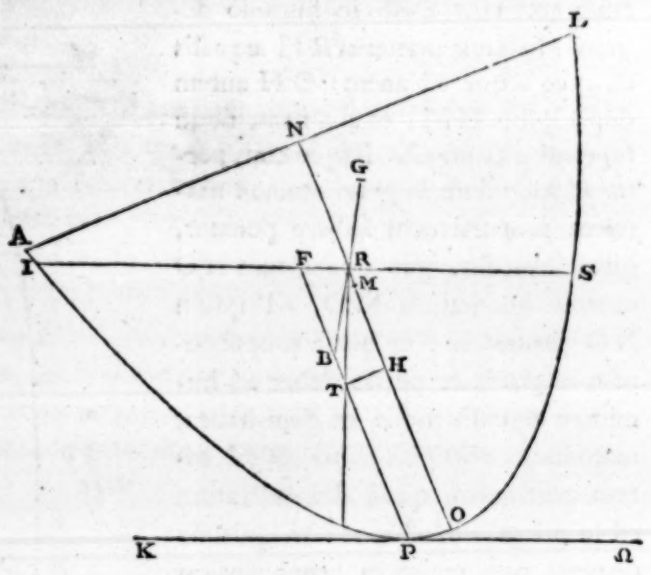
* Suppleta a Federico Commandino.

feretur ſecundum perpendicularem per G ductam: quæ autem extra humidum, ſecundum perpendicularem per B deorſum feretur: et non manebit ſolidum APOL ſic habens in humido: ſed quod quidem eſt ad A, feretur ſurſum: quod autem ad L, deorſum; donec PF fiat ſecundum perpendicularem.

PROP. IV.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido levior, et axem habuerit majorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem: ſi in gravitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

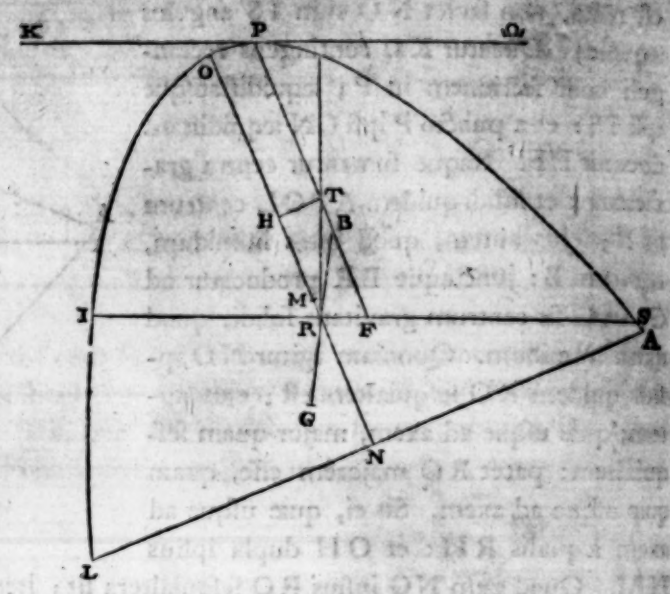
Sit portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: et demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio APOL, axis portionis, et ſectionis diameter NO; et ſuperficiei humidi ſectio ſit IS. Si igitur portio non eſt recta, non faciet NO cum IS angulos æquales. Ducatur KΩ contingens rectanguli coni ſectionem in P; æquidiſtanſque ipſi IS: et a puncto P ipſi ON æquidiſtans ducatur PF. Itaque ſumantur centra gravitatum: et ſolidi quidem APOL centrum ſit R; ejus autem, quod intra humidum, centrum B: junctaque BR producatur ad G, ut G ſit centrum gravitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur NO ipſius quidem RO ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem, major quam ſeſquialtera: patet RO majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis RH: et OH dupla ipſius HM. Quod cum NO ipſius RO ſeſquialtera ſit; itemque MO ipſius OH: et reliqua NM reliquæ RH ſeſquialtera erit. Ergo axis tanto major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea MO. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in gravitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. Quare conſtat portionem ad humidum in gravitate non minorem proportionem habere, quam quadratum lineæ MO ad quadratum ipſius NO. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim ſupra demonſtratum eſt; et quam proportionem habet demerſa portio ad totam, eam quadratum PF habet ad NO quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, et ſphæroidibus, ſi a rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. Non minorem ergo proportionem habet quadratum PF ad quadratum NO, quam quadratum MO ad idem NO quadratum. Quare PF non eſt minor ipſa MO; nec BP item minor HO. Si igitur ab H ducatur linea ad rectos angulos ipſi NO, coibit cum BP, atque inter B, et P cadet. Coeat in T. Et quoniam PF quidem æquidiſtans eſt diametro, HT autem ad diametrum perpendicularis; et RH æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab R ad T et producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente. Quare et cum IS, et cum humidi ſuperficie, quæ per IS tranſit. Itaque ſi per B, G puncta lineæ ipſi RT æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: et quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per B ducta fuerit ipſi RT æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.



PROP. V.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; ſi ad humidum in gravitate non majorem proportionem habeat, quam exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata non manebit inclinata, ſed reſtituetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim in humidum portio aliqua, qualis dicta eſt: et ſit baſis ipſius tota in humido. Secta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, erit ſectio rectanguli coni ſectio, quæ ſit APOL: axis portionis, et ſectionis diameter NO: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Quoniam igitur axis non eſt ſecundum perpendicularem; ipſa NO cum IS non faciet angulos æquales. Ducatur KΩ contingens ſectionem APOL in P; atque ipſi IS æquidiſtans: per P autem ducatur PF æquidiſtans ipſi NO: et ſumantur gravitatum centra: ſitque ipſius APOL ſolidi centrum R; ejus quod extra humidum ſit B: et juncta BR producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis ſolidi in humido demerſi: ſumatur præterea RH æqualis ei, quæ uſque ad axem: OH autem dupla ipſius HM; et alia fiant, ſicuti ſuperius dictum eſt. Itaque cum portio ad humidum in gravitate non majorem proportionem habere ponatur, quam exceſſus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipſum NO quadratum: et quam proportionem in gravitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demerſa ad totam portionem, quod demonſtratum eſt in prima propoſitione: magnitudo demerſa non majorem proportionem habebit ad totam portionem, quam ſit dicta illa proportio. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO. Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum NO ad quadratum PF. Quadratum igitur NO ad quadratum PF non majorem proportionem habet, quam ad quadratum MO. Ex quo efficitur, ut PF non ſit minor ipſa OM; neque PB ipſa OH. Quæ ergo ab H ducitur ad rectos angulos ipſi NO, coibit cum BP inter P et B. Coeat in T. Et quoniam in rectanguli coni ſectione PF eſt æquidiſtans diametro NO; HT autem ad diametrum perpendicularis: et RH æqualis ei, quæ uſque ad axem: conſtat RT productam facere angulos rectos cum ipſa KPΩ. Quare et cum IS. Ergo RT perpendicularis eſt ad ſuperficiem humidi. Et ſi per B, G puncta ducantur æquidiſtantes ipſi RT, ad ſuperficiem humidi perpendiculares erunt. Portio igitur, quæ eſt extra humidum, deorſum in humidum feretur ſecundum perpendicularem per B ductam; quæ vero intra humidum, ſecundum perpendicularem per G ſurſum feretur: et non manebit ſolida portio APOL, ſed intra humidum movebitur, donec utique ipſa NO ſecundum perpendicularem fiat.



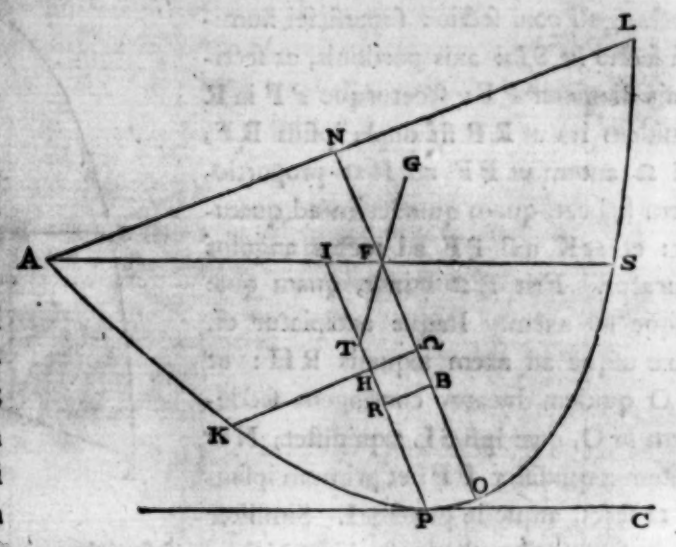
PROP. VI.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius contingat humidum, nunquam conſiſtet inclinata ita, ut baſis in uno puncto humidum contingat.

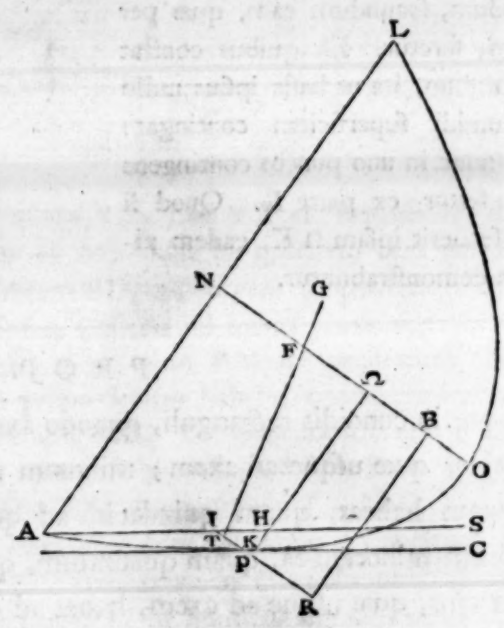
Sit portio, qualis dicta eſt, et in humidum demittatur, ſicuti diximus, adeo ut baſis ejus in uno

puncto contingat humidum. Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed revolvi ita, ut baſis nullo modo humidi ſuperficiem contingat.

Secta enim ipſa per axem, plano ad ſuperficiem humidi recto, ſit ſectio ſuperficiei portionis APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit AS: axis autem portionis, ac ſectionis diameter NO: et ſecetur in F quidem ita, ut OF ſit dupla ipſius FN; in Ω vero, ut NO ad FΩ eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: et ipſi NO ad rectos angulos ducatur ΩK. Itaque quoniam NO ad FΩ majorem habet proportionem, quam ad eam, quæ uſque ad axem; ſit ei, quæ uſque ad axem æqualis FB: et ducatur PC quidem ipſi AS æquidiſtans, contingenſque ſectionem APOL in P; PI vero æquidiſtans ipſi NO: et primum ſecet PI ipſam KΩ in H. Quoniam ergo in portione APOL,



quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, KΩ quidem æquidiſtans eſt ipſi AL; PI vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa KΩ in H: et AS æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt. At vero NΩ ſeſquialtera eſt ipſius ΩO. Et PI igitur vel ſeſquialtera eſt ipſius HP; vel major, quam ſeſquialtera. Quare PH ipſius HI aut dupla eſt, aut minor, quam dupla. Sit autem PT dupla TI. Erit centrum gravitatis ejus, quod eſt in humido, punctum T. Itaque juncta TF producatur; ſitque ejus, quod extra humidum gravitatis centrum G: et a puncto B ad rectos angulos ducatur ipſi NO ducatur BR. Quod cum PI quidem ſit æquidiſtans diametro NO: BR autem ad diametrum perpendicularis: et FB æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt FR productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem APOL in puncto P contingit. Quare et cum AS: et cum ſuperficie humidi. Lineæ autem ductæ per T, G æquidiſtantes ipſi FR, erunt et ad humidi ſuperficiem perpendiculares: et ſolidi APOL magnitudo, quæ et intra humidum ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per T ductam; quæ vero extra humidum ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Revolvetur ergo ſolidum APOL: et baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi PI lineam KΩ non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum T, quod eſt centrum gravitatis demerſæ portionis, cadere inter P et I: et reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.



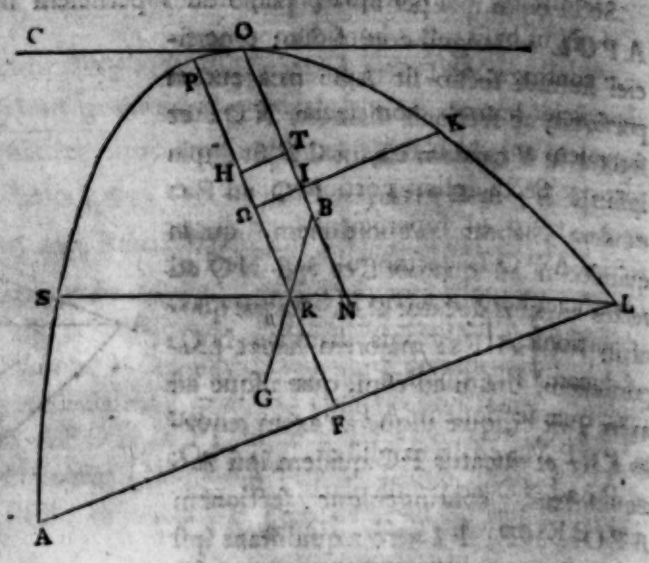
PROP. VII.

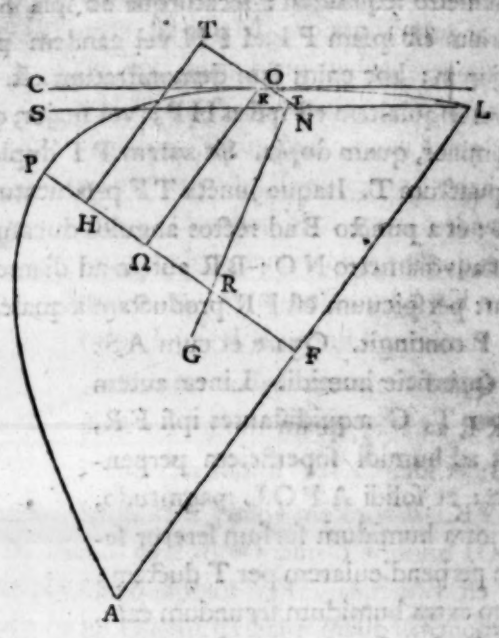
Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, et nullo modo ejus ſuperficiem contingat.

Sit portio qualis dicta eſt: et demittatur in humidum, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno

puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed revolvi ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat.

Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit SL: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſeceturque PF in R quidem ita ut RP ſit dupla ipſius RF; in Ω autem ut PF ad RΩ proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: et ΩK ipſi PF ad rectos angulos ducatur. Erit RΩ minor, quam quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis RH: et CO quidem ducatur contingens ſectionem in O, quæ ipſi SL æquidiſtet; NO autem æquidiſtet PF: et primum ipſam KΩ ſecet, atque in puncto I. Similiter ut in ſuperioribus demonſtrabitur NO, vel ſeſquialtera ipſius OI, vel major, quam ſeſquialtera. Sit autem OI minor, quam dupla ipſius IN: ſitque OB dupla BN: et diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea RT, facere eam angulos rectos cum linea CO, et cum ſuperficie humidi. Quare a punctis B, G lineæ ductæ ipſi RT æquidiſtantes, etiam ad humidi ſuperficiem perpendiculares erunt. Portio igitur quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per B tranſit; quæ vero intra humidum, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum feretur. Ex quibus conſtat revolvi ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fertur ex parte L. Quod ſi NO non ſecuerit ipſam Ω K, eadem nihilominus demonſtrabuntur.





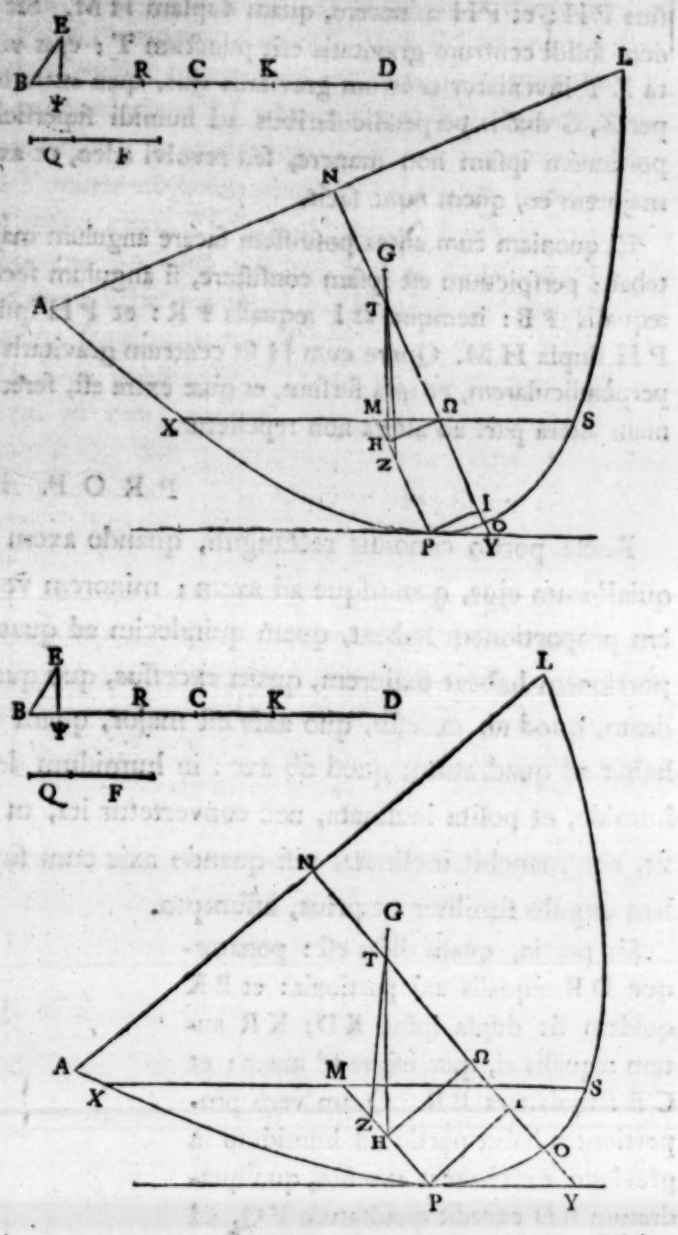
PROP. VIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in gravitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectum reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

Sit portio qualis dicta eſt; ſitque BD æqualis axi: et BK quidem dupla ipſius KD: RK vero æqualis ei, quæ uſque ad axem: et ſit CB ſeſquialtera BR. Erit et CD ipſius KR ſeſquialtera. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, habeat quadratum FQ ad quadratum DB: et ſit F dupla ipſius Q. Perſpicuum igitur eſt FQ ad DB proportionem minorem habere ea, quam habet CB ad BD. Eſt enim CB exceſſus, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem: quare FQ minor eſt ipſa BC: et idcirco F minor ipſa BR. Sit ipſi F æqualis RΨ: ducaturque ad BD perpendicularis ΨE, quæ poſſit dimidium ejus, quod lineis KR, ΨB continetur: et jungatur BE. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam,

ſicuti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo EBΨ æqualem.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius humidi ſuperficiem non contingat: et ſi fieri poteſt, axis cum ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo EBΨ; ſed primo majorem. Secta autem portione plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio XS: ſitque axis portionis, et ſectionis diameter NO: et ducatur PY quidem ipſi XS æquidiſtans, quæ ſectionem APOL contingat in P: PM vero æquidiſtans ipſi NO: et PI ad NO perpendicularis. Sit præterea BR æqualis OΩ. Itemque RK ipſi TΩ: et ΩH perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere angulum majorem angulo B: erit angulus PYI angulo B major. Majorem ergo proportionem habet quadratum PI ad quadratum YI, quam quadratum EΨ ad ΨB quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum PI ad quadratum IY, eandem linea KR habet ad lineam IY: et quam proportionem habet quadratum EΨ ad quadratum ΨB, eandem habet dimidium lineæ KR ad lineam ΨB. Quare majorem habet proportionem KR ad IY, quam dimidium KR ad ΨB: et idcirco IY minor eſt, quam dupla ΨB. Eſt autem ipſius OI dupla.



Ergo OI minor eſt, quam ΨB: et IΩ major, quam ΨR. Sed ΨR eſt æqualis ipſi F. Major igitur eſt IΩ, quam F. Et quoniam portio ad humidum in gravitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum FQ ad quadratum BD: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: et quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum PM ad quadratum ON: ſequitur quadratum PM ad quadratum ON eam proportionem habere, quam quadratum FQ ad BD quadratum. Atque ideo FQ æqualis eſt ipſi PM. Demonſtrata eſt autem PH major, quam F. Conſtat igitur PM minorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius PH: et idcirco PH majorem, quam duplam HM. Sit PZ ipſius ZM dupla. Erit T quidem centrum gravitatis totius ſolidi: centrum ejus partis, quæ intra humidum, punctum Z: reliquæ vero partis centrum erit in linea ZT producta uſque ad G. Eodem modo demonſtrabitur linea TH perpendicularis ad ſuperficiem humidi. Et portio demerſa in humido feretur extra humidum ſecundum perpendicularem, quæ per Z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per G, intra humidum feretur. Non ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per Z, G ductarum, quæ quidem per Z ducitur, ad eas partes cadit, in quibus eſt L; et quæ per G ad eas, in quibus eſt A. Quare ſequitur centrum Z ſurſum ferri: et G deorſum. Ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad A, deorſum; quæ vero ad L, ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem eo, qui eſt ad B. Minorem igitur proportionem habet quadratum PI ad quadratum IY, quam quadratum EΨ ad ΨB quadratum: quare KR ad IY minorem proportionem habet, quam dimidium KR ad ΨB: et propterea IY major eſt, quam dupla ΨB. Eſt autem ipſius OI dupla. Ergo OI ipſa ΨB major erit.

Sed tota O Ω eſt æqualis ipſi R B: et reliqua Ω I minor quam ♆ R. Quare et P H minor erit, quam F. Quod cum M P ipſi F Q ſit æqualis, conſtat P M majorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et P H minorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum gravitatis erit punctum T; ejus vero partis, quæ intra humidum, Z: et juncta Z T inveniatur centrum gravitatis ejus, quæ extra humidum in protracta, quod ſit G. Itaque per Z, G ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi T H æquidiſtent; ſequitur portionem ipſam non manere, ſed revolvi adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat majorem eo, quem nunc facit.

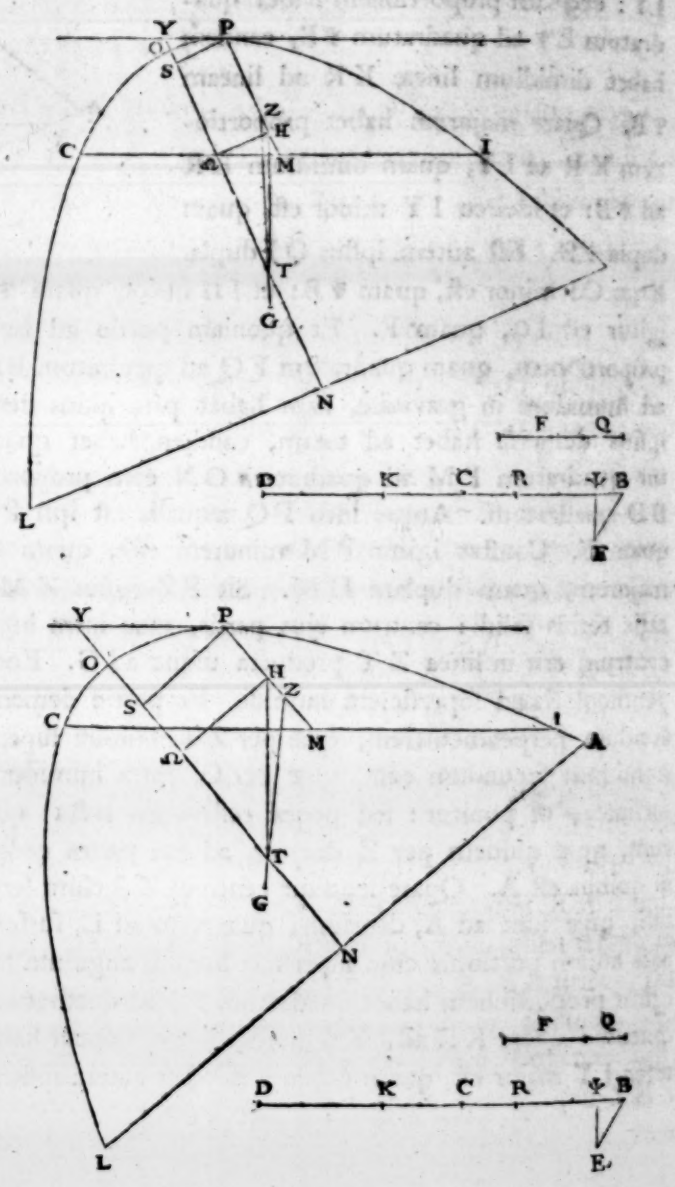
Et quoniam cum antea poſuiſſem facere angulum majorem angulo B, portio neque tunc conſiſtebat; perſpicuum eſt ipſam conſiſtere, ſi angulum fecerit angulo B æqualem. Sic enim erit I O æqualis ♆ B: itemque Ω I æqualis ♆ R: et P H ipſi F. Erit igitur M P ſeſquialtera P H; et P H dupla H M. Quare cum H ſit centrum gravitatis ejus partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem, et ipſa ſurſum, et quæ extra eſt, feretur deorſum. Manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

PROP. IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; et in gravitate ad humidum proportionem habeat majorem, quam exceſſus, quo quadratum, quod fit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, et poſita inclinata, nec convertetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem ſit, nec manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter ut prius, aſſumpto.

Sit portio, qualis dicta eſt: ponaturque D B æqualis axi portionis: et B K quidem ſit dupla ipſius K D; K R autem æqualis ei, quæ uſque ad axem: et C B ſeſquialtera B R. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad ipſum B D quadratum: et ſit F ipſius Q dupla. Conſtat igitur exceſſum, quo quadratum B D excedit quadratum B C ad quadratum B D, minorem habere proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad B D quadratum. Eſt enim B C exceſſus quo axis portionis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Quare quadratum B D magis excedit quadratum F Q, quam B C quadratum: et idcirco linea F Q minor eſt, quam B C: itemque F minor, quam B R. Sit ipſi F æqualis R ♆: et ducatur ♆ E perpendicularis ad B D, quæ poſſit dimidium ejus, quod ipſis K R, ♆ B, continetur. Dico portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

Demittatur enim portio in humidum, ſicuti dictum eſt; et axis cum humidi ſuperficie non faciat angulum æqua-

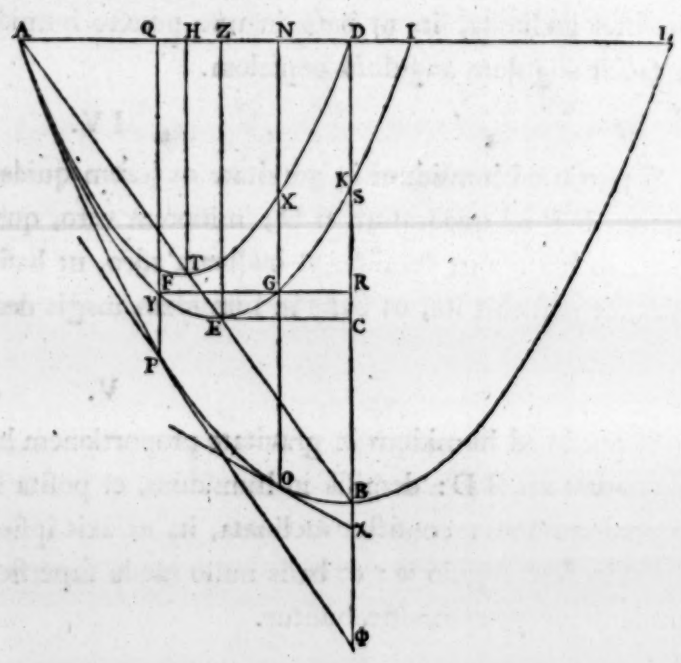


lem ipſi B, ſed primo majorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio portionis ſit A P O L rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio C I; ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O, quæ ſecetur in punctis Ω, T, ut prius: et ducantur Y P quidem ipſi C I æquidiſtans, contingenſque ſectionem in P; M P vero æquidiſtans N O: et P S ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſuperficie humidi facit angulum majorem angulo B; erit et angulus S Y P angulo B major. Quare quadratum P S ad quadratum S Y majorem habet proportionem, quam quadratum Ψ E ad quadratum Ψ B: et propterea K R ad S Y majorem habet, quam dimidium ipſius K R ad Ψ B. Ergo S Y minor eſt quam dupla Ψ B; et S O minor, quam Ψ B. Quare S Ω major, quam RΨ; et P H major, quam F. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: ſequitur partem demerſam ad totam portionem, eam proportionem habere, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad quadratum B D. Habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum proportionem eandem, quam quadratum B D ad quadratum F Q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum N O ad quadratum P M. Ergo P M ipſi F Q æqualis erit. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F: quare M H minor erit, quam Q; et P H major, quam dupla H M. Sit igitur P Z dupla ipſius Z M: et juncta Z T producatur ad G. Erit totius quidem portionis gravitatis centrum T: ejus, quæ eſt extra humidum, Z: reliquæ vero partis, quæ in humido, centrum erit in linea Z T producta; quod ſit G. Demonſtrabitur ſimiliter, ut prius, T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi: et quæ per Z, G ducuntur æquidiſtantes ipſi T H, ad eandem perpendiculares. Ergo portio, quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam quæ per Z tranſit; quæ vero intra, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum elevabitur. Non igitur manebit portio ſic inclinata, nec convertetur ita, ut axis ad ſuperficiem humidi ſit perpendicularis: quoniam quæ ex parte L deorſum; quæ vero ex parte A, ſurſum ferentur, ut ex jam demonſtratis apparere poteſt. Quod ſi axis cum ſuperficie humidi fecerit angulum minorem angulo B, ſimiliter demonſtrabitur, non manere portionem, ſed inclinari, donec utique axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

PROP. X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum: non nunquam quidem recta conſiſtet; non nunquam inclinata: et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: idque in duabus diſpoſitionibus: interdum quidem ita, ut baſis in humidum magis demergatur: interdum vero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo contingat; ſecundum proportionem, quam habet ad humidum in gravitate. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius demonſtrabuntur.

Sit portio qualis dicta eſt: et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in puncto quidem K ita, ut B K dupla ſit ipſius K D: in C vero ita, ut B D ad K C proportionem habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. Conſtat igitur K C majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem, æqualis K R: et ipſius K R ſeſquialtera D S. Eſt autem et S B ſeſquialtera ipſius B R. Itaque jungatur A B; et per C ducatur C E perpendicularis ad B D, quæ lineam A B in puncto E ſecet: et per E ducatur E Z æquidiſtans B D. Rurſus ipſa



AB bifariam in T divisa, ducatur TH eidem BD æquidistans: et intelligantur rectanguli coni sectiones descriptæ: AEI quidem circa EZ diametrum; ATD vero circa diametrum TH; quæ similes sint portioni ABL. Transibit igitur AEI coni sectio per K: et quæ ab R ducta est perpendicularis ad BD, ipsam AEI secabit. Secet in punctis Y, G: et per Y, G ducantur ipsi BD æquidistantes PYQ, OGN, quæ secent ATD in F, X. Ducantur postremo, et Pϕ, Oχ contingentes sectionem APOL in punctis P, O. Cum ergo tres portiones sint APOL, AEI, ATD, contentæ rectis lineis, et rectangulorum conorum sectionibus; eæque similes, et inæquales, quæ contingunt sese super unamquanque basim: a puncto autem N sursum ducta sit NXGO; et a Q ipsa QFYP: habebit OG ad GX proportionem compositam ex proportione, quam habet IL ad LA; et ex proportione, quam AD habet ad DI. Sed IL ad LA habet eandem, quam duo ad quinque. Etenim CB ad BD est, ut sex ad quindecim; hoc est ut duo ad quinque: et ut CB ad BD, ita EB ad BA: et DZ ad DA: harum autem DZ, DA duplæ sunt ipsæ LI, LA: et AD ad DI eam proportionem habet, quam quinque ad unum. Sed proportio composita ex proportione, quam habet duo ad quinque; et ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. Dupla est igitur GO ipsius GX: et eadem ratione ostendetur PY ipsius YF dupla. Itaque quoniam DS sesquialtera est ipsius KR; erit BS excessus, quo axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem. Si igitur portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit a linea BS ad quadratum, quod a BD, aut majorem; in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum, recta consistet. Demonstratum est enim superius, portionem, cujus axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, si ad humidum in gravitate non minorem proportionem habeat, quam quadratum, quod fit ad excessu, quo axis major est, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demissam in humidum, ita ut dictum est, rectam consistere.*

II.

Si portio ad humidum in gravitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum SB ad quadratum BD; majorem vero, quam quadratum XO ad quadratum BD; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; et axis cum humidi superficie angulum faciat majorem angulo χ.

III.

Si portio ad humidum in gravitate, eam habeat proportionem, quam quadratum XO ad quadratum BD; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, et manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: et axis cum superficie humidi angulum faciat angulo χ æqualem. Quod si portio ad humidum in gravitate eam proportionem habeat, quam quadratum PF ad quadratum BD; in humidum demissa, et posita inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet inclinata, ita ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo Φ æqualem.

IV.

Si portio ad humidum in gravitate majorem quidem proportionem habeat, quam quadratum FP ad quadratum BD; minorem vero, quam quadratum XO ad BD quadratum; in humidum demissa, et inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum consistet, et manebit ita, ut basis in humidum magis demergatur.

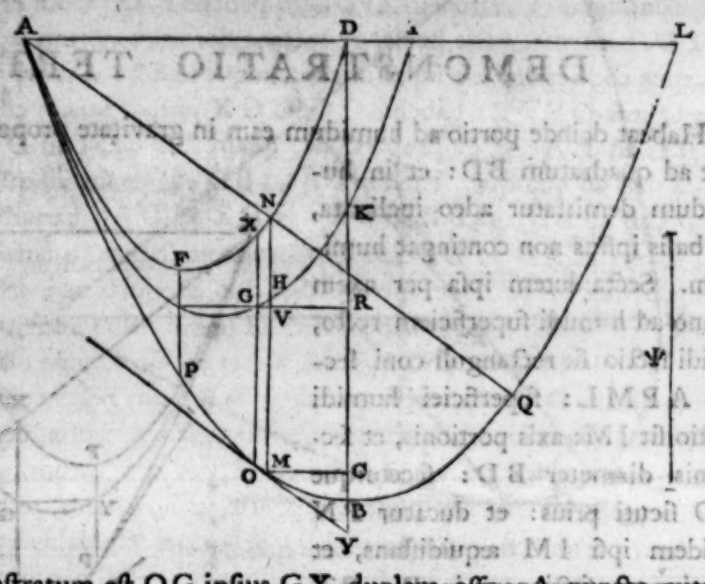
V.

Si portio ad humidum in gravitate proportionem habeat minorem, quam quadratum FP ad quadratum BD: demissa in humidum, et posita inclinata adeo ut basis ipsius non contingat humidum: consistet inclinata, ita ut axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo Φ: et basis nullo modo superficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonstrabuntur.

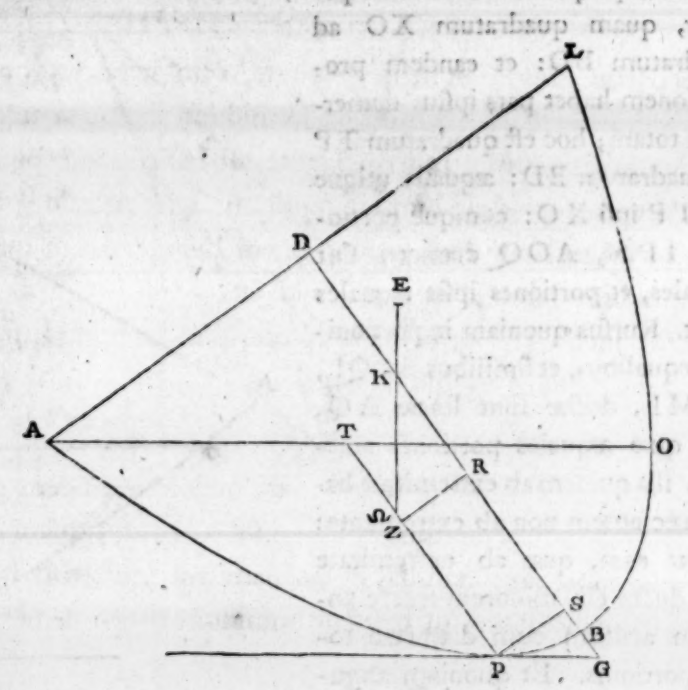
* Quæ hac decima Propositione continentur, Archimedes in quinque partes dissecuit, quarum primam, ut supra, demonstravit.

DEMONSTRATIO SECUNDÆ PARTIS.

Itaque primum habeat portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum XO ad quadratum BD; minorem vero, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum BD: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD: erit Ψ major quidem, quam XO, minor vero, quam exceſſus, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Aptetur quædam recta linea MN conicis ſectionibus AMQL, AXD interjecta, ac media, quæ lineæ Ψ ſit æqualis; ſecetque reliquam coni ſectionem in puncto H; et rectam lineam RG in V. Demonſtrabitur MH dupla ipſius HN, ſicuti demonſtratum eſt OG ipſius GX duplam eſſe. A puncto autem M ducatur MY contingens ſectionem AMQL in M: et MC ad BD perpendicularis. Poſtea ducta AN, et producta ad Q, lineæ AN, NQ inter ſe æquales erunt. Quoniam enim in ſimilibus portionibus AMQL, AXD ductæ ſunt a baſibus ad portiones lineæ AQ, AN, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit QA ad AN, quam LA ad AD. Æqualis eſt ergo AN ipſi NQ; et AQ ipſi MY æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo χ majorem.



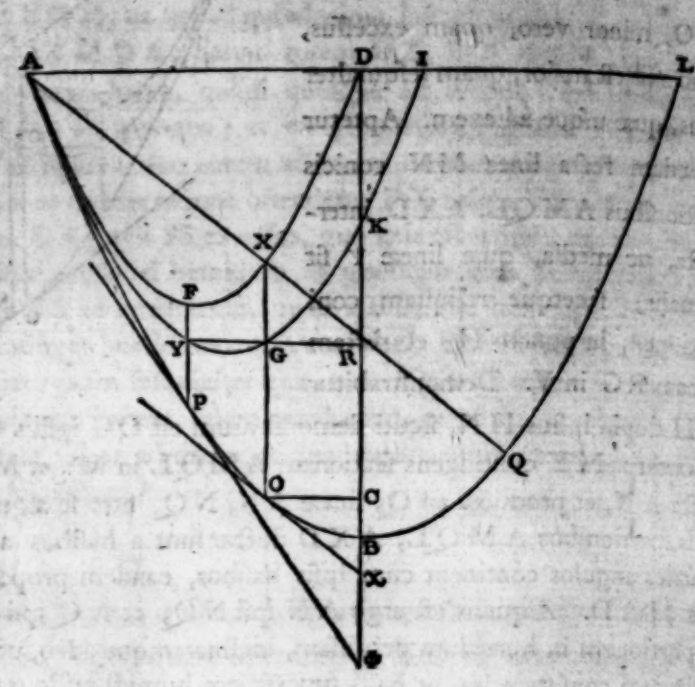
Demittatur enim in humidum, conſiſtatque ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem: et ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidem portionis ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit AO: axis autem portionis, et ſectionis diameter BD: et ſecetur BD in punctis K, R, ut dictum eſt: ducatur etiam PG æquidiſtans ipſi AO, quæ ſectionem APOL contingat in P: atque ab eo puncto ducatur PT æquidiſtans ipſi BD; et PS ad BD perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD: quam vero proportionem habet portio ad humidum, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: et quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum TP ad BD quadratum: erit linea Ψ æqualis ipſi TP. Quare et lineæ MN, PT; itemque portiones AMQ, APO inter ſe ſunt æquales. Quod cum in portionibus æqualibus, et ſimilibus, APOL, AMQL ab extremitatibus baſium ductæ ſint AO, AQ ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; et anguli, qui ad Y, G: et lineæ YB, GB, et BC, BS inter ſe æquales erunt. Quare et ipſæ CR, SR: et MV, PZ: et VN, ZT. Quoniam igitur MV minor eſt, quam dupla VN; conſtat PZ ipſius ZT minorem eſſe, quam duplam. Sit PΩ dupla ipſius ΩT: et juncta ΩK ad E producatur. Ergo totius quidem portionis centrum gravitatis erit punctum K; partis ejus, quæ in humido eſt, centrum Ω; ejus vero, quæ extra humidum in

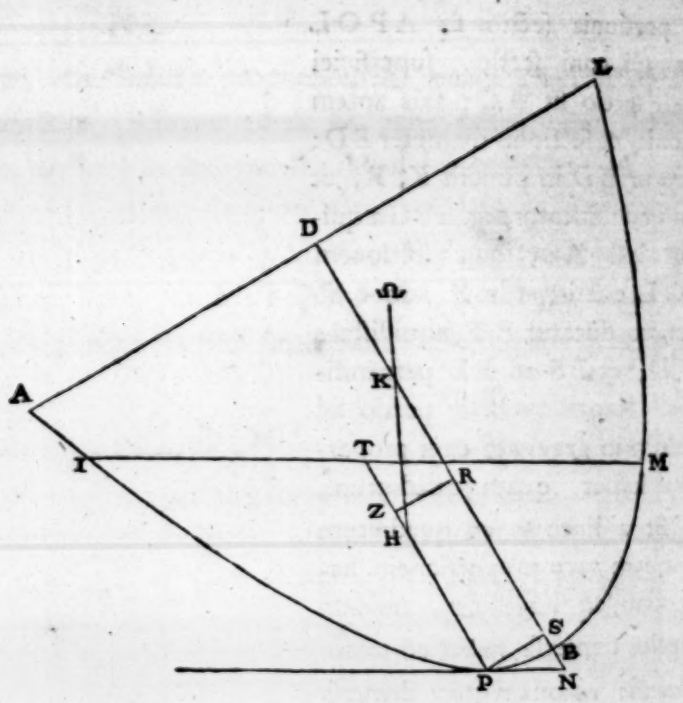


linea KE, quod ſit E. Sed linea KZ perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. Quare et lineæ quæ per puncta E, Ω, æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Non ergo manebit portio, ſed revolvetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte A. Perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum majorem angulo χ.

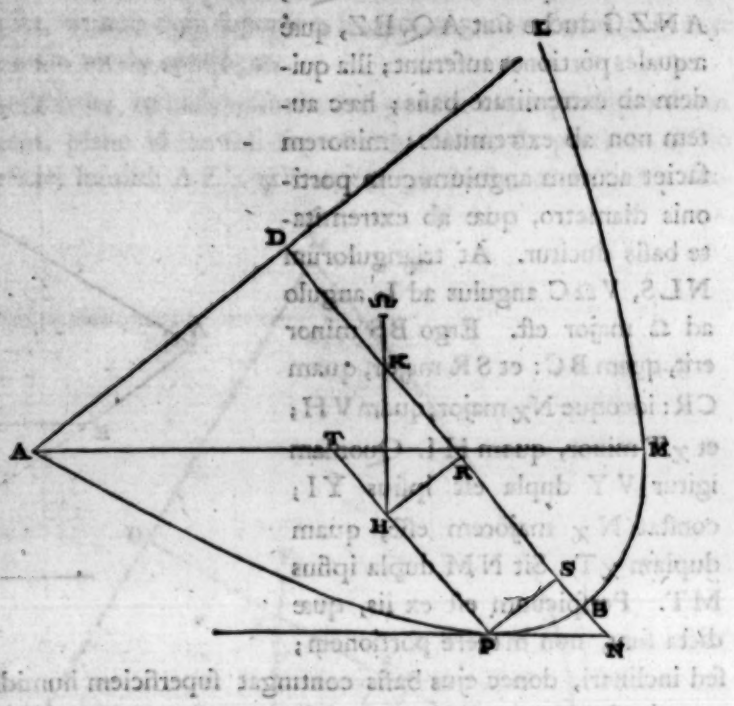
DEMONSTRATIO TERTIÆ PARTIS.

Habeat deinde portio ad humidum eam in gravitate proportionem, quam quadratum XO habet ad quadratum BD: et in humidum demittatur adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum. Secta autem ipſa per axem plano ad humidi ſuperficiem recto, ſolidi ſectio ſit rectanguli coni ſectio APML: ſuperficiei humidi ſectio ſit IM: axis portionis, et ſectionis diameter BD: ſeceturque BD ſicuti prius: et ducatur PN quidem ipſi IM æquidiſtans, et contingens ſectionem in P; PT vero æquidiſtans BD, et PS ad ipſam BD perpendicularis. Demonſtrandum eſt, portionem non conſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi contingat. Maneant enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturque OC ad BD perpendicularis: et juncta AX ad Q producatur. Erit AX æqualis ipſi XQ. Deinde ducatur Oχ ipſi AQ æquidiſtans. Quoniam igitur portio ad humidum eam in gravitate proportionem habere ponitur, quam quadratum XO ad quadratum BD: et eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum TP ad quadratum BD: æqualis utique erit TP ipſi XO: cumque portionum IPM, AOQ diametri ſint æquales, et portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus AOQL, APML, ductæ ſunt lineæ AQ, IM, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: conſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutum cum diametro totius portionis. Et quoniam angulus, qui ad χ, minor eſt angulo, qui ad N; major erit BC, quam BS: CR autem, quam SR minor. Quare et OG minor, quam PZ: et GX major, quam ZT. Ergo PZ major eſt, quam dupla ZT; quia OG ipſius GX eſt dupla. Sit PH dupla HT: et juncta HK ad Ω producatur. Erit totius quidem portionis centrum gravitatis K; partis ejus, quæ intra humidum, H; ejus vero, quæ extra humidum, in linea KΩ, quod ſit Ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter et KZ ad humidi ſuperficiem perpendicularis, et quæ per puncta H, Ω æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Quare non manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. Nam in portionibus æqualibus AOQL, APML, ductæ erunt ab extremitatibus baſium AQ, AM, quæ



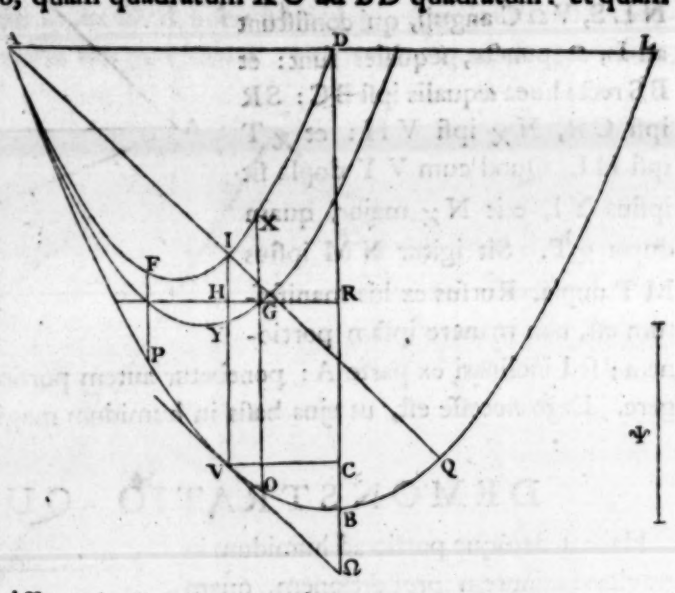


æquales portiones abſcindunt: etenim AOQ ipſi APM, ut in ſuperioribus, æqualis demonſtrabitur. Ergo æquales faciunt acutos angulos AQ, AM cum diametris baſium: quod anguli ad χ et N æquales ſint. Quare ſi ducta HK ad Ω producatur, erit totius portionis gravitatis centrum K; partis ejus, quæ in humido, H; at ejus, quæ extra humidum, in linea HK; quod ſit Ω: et HK ad humidi ſuperficiem perpendicularis. Per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, ſurſum, et quod extra humidum deorſum feretur. Quare manebit portio, cujus baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: et axis cum ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur portionem, quæ ad humidum in gravitate eandem proportionem habeat, quam quadratum PF ad quadratum BD in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ipſa faciat angulum angulo Φ æqualem.



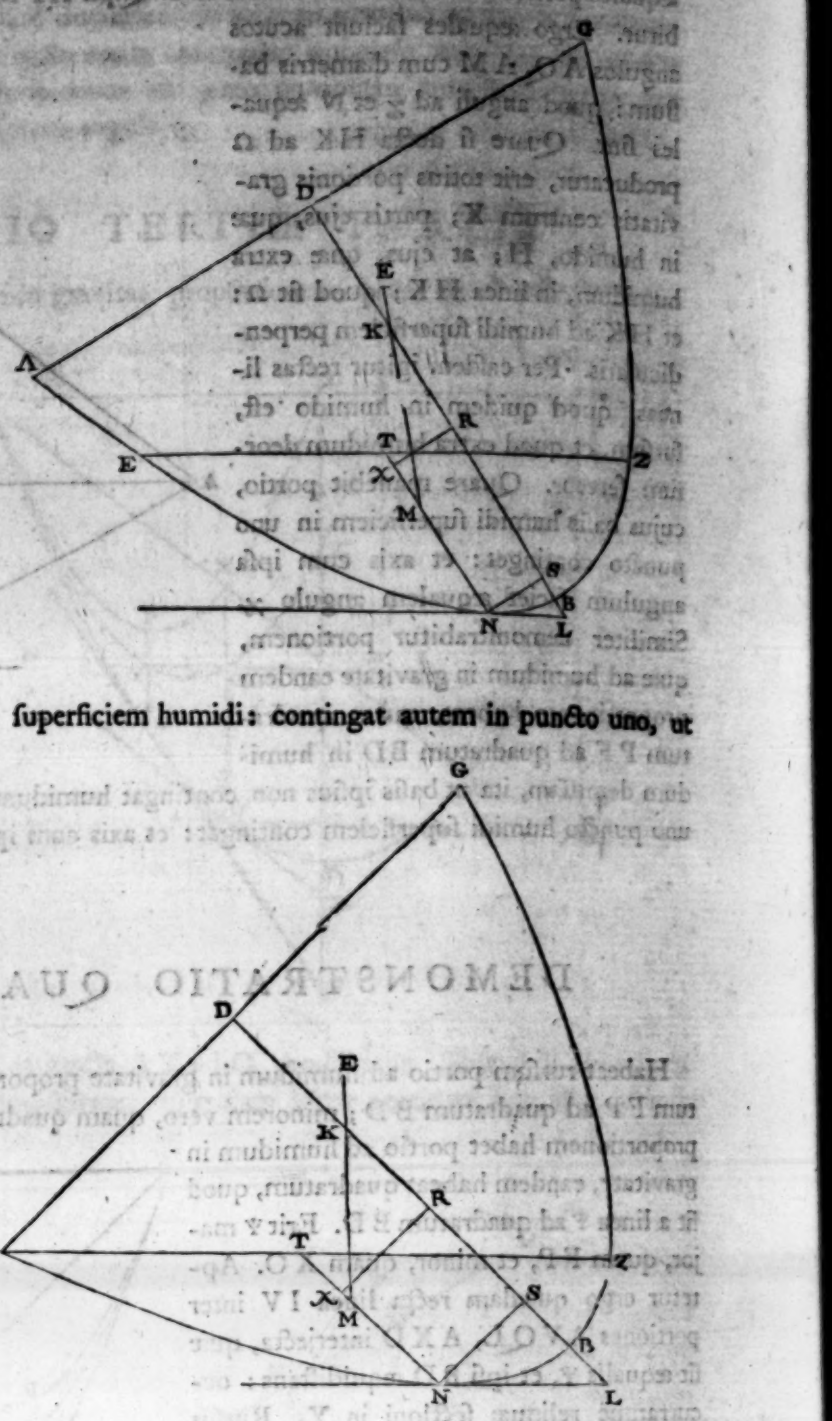
DEMONSTRATIO QUARTÆ PARTIS.

Habeat rurſum portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum FP ad quadratum BD; minorem vero, quam quadratum XO ad BD quadratum: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD. Erit Ψ major, quam FP, et minor, quam XO. Aptetur ergo quædam recta linea IV inter portiones AVQL, AXD interjecta, quæ ſit æqualis Ψ, et ipſi BD æquidiſtans: occurratque reliquæ ſectioni in Y. Rurſus VY dupla ipſius YI demonſtrabitur, ſicuti demonſtrata eſt OG ipſius GX dupla. Ducatur autem ab V linea VΩ, quæ ſectionem AVQL in V contingat: et juncta AI ad Q producatur. Eodem modo oſtendemus lineam AI ipſi IQ æqualem eſſe: et AQ ipſi VΩ æquidiſtantem. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, ita conſiſtere, ut baſis in humidum magis demergatur quam ut in uno puncto ejus ſuperficiem contingat.



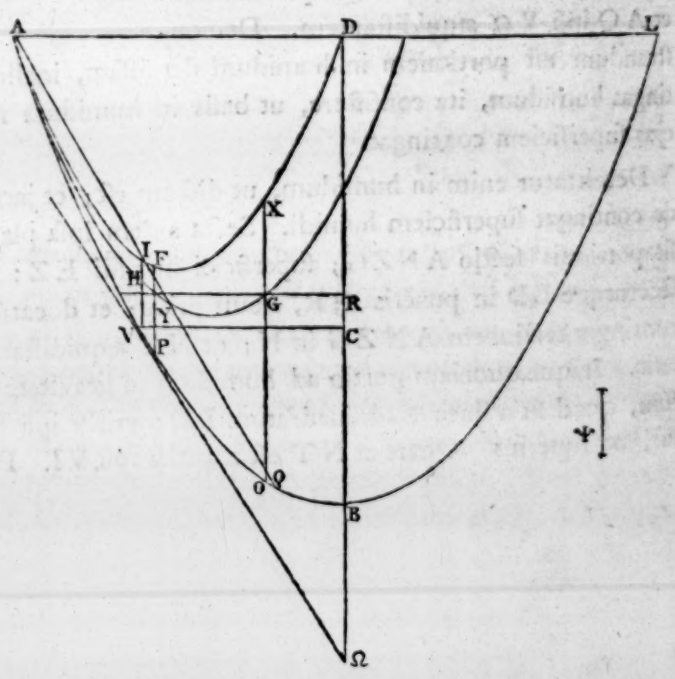
Demittatur enim in humidum, ut dictum eſt; et jaceat primo ſic inclinata, ut baſis nullo modo contingat ſuperficiem humidi. Secta autem ipſa plano per axem ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio ANZG; ſuperficiei humidi EZ: axis portionis, et ſectionis diameter BD: ſeceturque BD in punctis K, R, ſicuti prius; et ducatur NL quidem ipſi EZ æquidiſtans; quæ contingat ſectionem ANZG in N; et NT æquidiſtans ipſi BD: NS vero ad BD perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD: erit Ψ ipſi NT æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. Quare et NT eſt æqualis ipſi VI. Portiones igitur AVQ, ENZ inter ſe ſunt

æquales. Et cum in æqualibus, et ſimilibus portionibus AVQL, ANZG ductæ ſint AQ, EZ, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum NLS, VΩC angulus ad L, angulo ad Ω major eſt. Ergo BS minor erit, quam BC: et SR major, quam CR: ideoque Nχ major, quam VH; et χT minor, quam HI. Quoniam igitur VY dupla eſt ipſius YI; conſtat Nχ majorem eſſe, quam duplam χT. Sit NM dupla ipſius MT. Perſpicuum eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionem; ſed inclinari, donec ejus baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura: et alia eadem diſponantur demonſtrabimus rurſum NT æqualem eſſe ipſi VI: et portiones AVQ, ANZ inter ſeſe æquales. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus AVQL, ANZG ductæ ſunt AQ, AZ, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos continebunt. Ergo triangulorum NLS, VΩC anguli, qui conſiſtunt ad L, Ω puncta, æquales ſunt: et BS recta linea æqualis ipſi BC: SR ipſi CR, Nχ ipſi VH: et χT ipſi HI. Quod cum VY dupla ſit ipſius YI, erit Nχ major, quam dupla χT. Sit igitur NM ipſius MT dupla. Rurſus ex his manifeſtum eſt, non manere ipſam portionem; ſed inclinari ex parte A: ponebatur autem portio humidi ſuperficiem in uno puncto contingere. Ergo neceſſe eſt, ut ejus baſis in humidum magis demergatur.



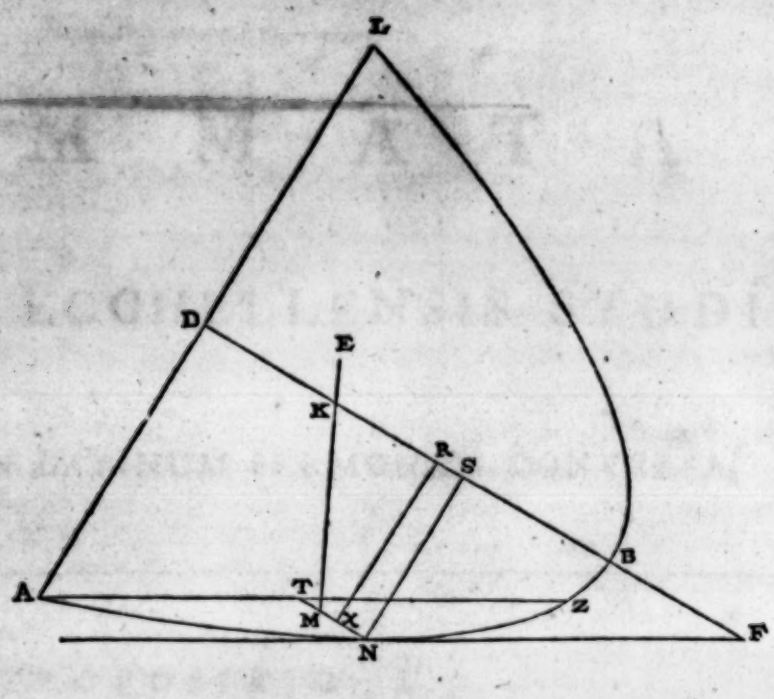
DEMONSTRATIO QUINTÆ PARTIS.

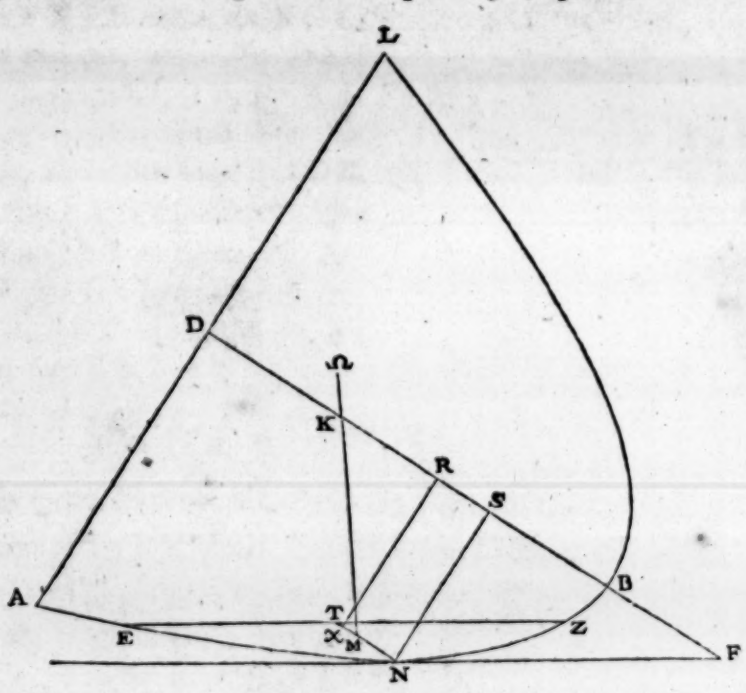
Habeat denique portio ad humidum in gravitate minorem proportionem, quam quadratum FP ad quadratum BD: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum, quod fit a linea Ψ habeat ad quadratum BD. Erit Ψ minor ipſa PF. Rurſus aptetur quædam recta linea VI, ſectionibus AVQL, AXD interjecta, et ipſi BD æquidiſtans; quæ mediam coni ſectionem in puncto H, et rectam lineam RY in Y ſecet. Demonſtrabitur VH dupla HI, quemadmodum demonſtrata eſt OG ipſius GX dupla. Ducatur poſtea VΩ contingens AVQL ſectionem in V: et GC ad BD perpendicularis:



junctaque A I producatur ad Q. Erit ergo A I æqualis I Q: et A Q ipſi G Ω æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem angulo Φ: et baſis humidi ſuperficiem nullo modo contingat.

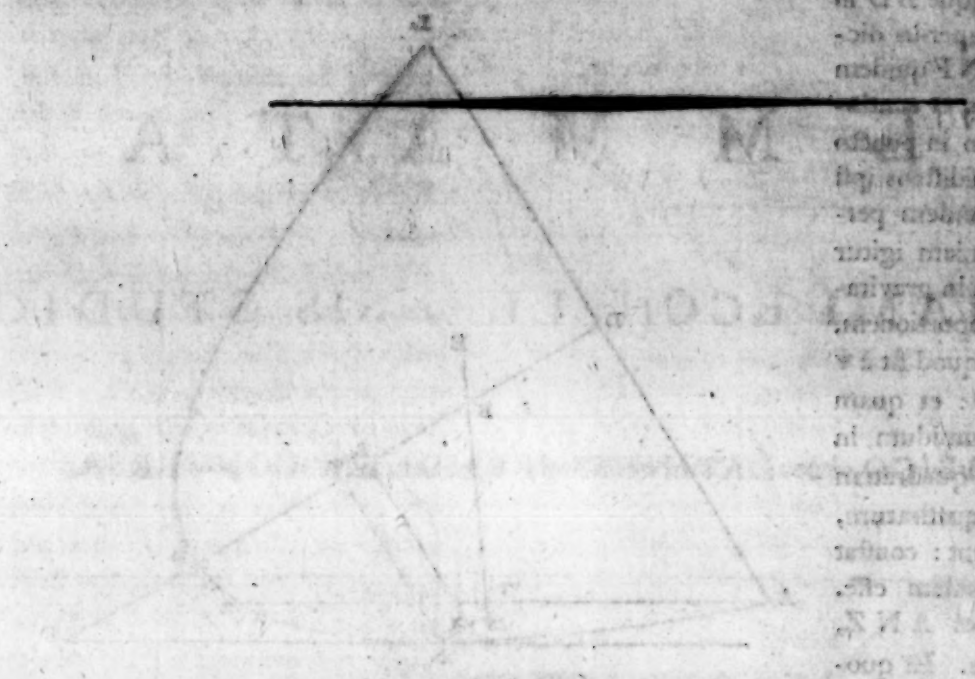
Demittatur enim in humidum; et conſiſtat ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. Secta autem portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio A N Z L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi A Z: axis autem portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in punctis K, R, ut ſuperius dictum eſt: et ducatur N F quidem ipſi A Z æquidiſtans, et contingens coni ſectionem in puncto N; N T vero æquidiſtans ipſi B D: et N S ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in gravitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à Ψ ad quadratum B D: et quam habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum N T habet ad B D quadratum, ex iis, quæ dicta ſunt: conſtat N T lineæ Ψ æqualem eſſe. Quare et portiones A N Z, A G Q ſunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus A G Q L, A N Z L, ab extremitatibus baſium ductæ ſunt A Q, A Z, quæ æquales portiones abſcindunt: perſpicuum eſt angulos facere æquales cum portionum diametris: et triangulorum N F S, G Ω C, angulos, qui ad F, Ω æquales eſſe: itemque æquales inter ſe, S B, C B; et S R, C R. Quare et N χ, G Y æquales: et χ T, Y I. Cumque G H dupla ſit ipſius H I, erit N χ minor, quam dupla ipſius χ T. Sit igitur N M ipſius M T dupla: et juncta M K protrahatur ad E. Itaque centrum gravitatis totius erit punctum K: partis ejus, quæ eſt in humido, punctum M: ejus autem, quæ extra humidum, in linea protracta, quod ſit E. Ergo ex proxime demonſtratis patet, non manere portionem, ſed inclinari adeo, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. At vero portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo Φ minorem, ſic demonſtrabitur. Conſiſtat enim, ſi fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo Φ: et alia eadem diſponantur; ut in ſubjecta figura. Eodem modo demonſtrabimus N T æqualem eſſe Ψ, et propterea ipſi G I.





Et quoniam triangulorum P Φ C, N F S angulus F non eſt minor angulo Φ, non erit B S major,

quam BC. Ergo neque SR minor quam CR: neque Nχ minor quam PY. Sed cum PF sit major, quam NT: sitque PF sesquialtera PY: erit NT minor, quam sesquialtera Nχ: et idcirco Nχ major quam dupla χT. Sit autem NM dupla MT: et junctæ MK producantur. Constat igitur ex jam dictis non manere portionem, sed revolvi ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo ϕ minorem.



ARCHIMEDIS,

UT ALIQUI CREDUNT,

LEMMATA

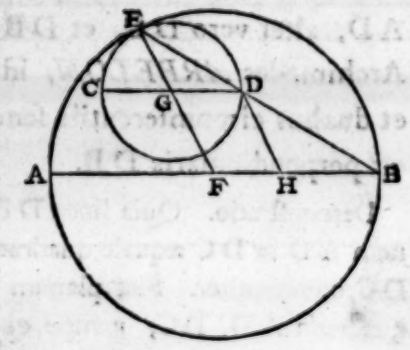
ABRAHAMI ECCHELLENSIS STUDIO

EX ARABICO IN LATINUM SERMONEM CONVERSA.

PROPOSITIO I.

SI mutuo se tangant duo circuli, ut duo circuli A E B, C E D in E, fuerintque eorum diametri parallelæ, ut sunt duæ diametri A B, C D, et jungantur duo puncta B, D, et contactus E lineis D E, B D, erit linea B E recta.

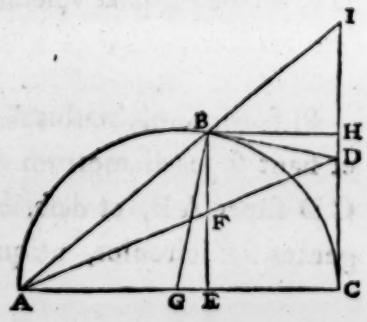
Sint duo centra G, F, et jungamus G F, et producamus ad E, et educamus D H parallelam ipsi G F. Et quia H F æqualis est ipsi G D, suntque G D, E G æquales; ergo ex æqualibus F B, F E remanebunt G F, nempe D H, et H B, quæ erunt æquales, atque duo anguli H D B, H B D æquales. Et quia duo anguli E G D, E F B atque duo anguli E G D, D H B sunt æquales, remanebunt duo anguli G E D, G D E, qui inter se, et duobus angulis H D B, H B D æquales erunt. Ergo angulus E D G æqualis est angulo D B F. Et comprehensus angulus G D B est communis. Ergo erunt duo anguli G D B, F B D (qui sunt pares duobus rectis) æquales duobus angulis G D B, G D E. Igitur ipsi quoque sunt æquales duobus rectis. Ergo linea E D B est recta: et hoc est, quod voluimus.



PROP. II.

Sit C B A semicirculus, quem rectæ contingant D C, D B; sitque B E ad A C normalis; ducaturque recta A D et occurrat rectæ B E in F. Erit B F ipsi F E æqualis.

Jungatur enim A B, eaque cum C D producta in puncto I concurrat. Tum vero a puncto G, quod semicirculi C B A centrum est, jungatur G B; ducaturque, a puncto B, B H ipsi A C parallela. Et quoniam angulus E B H æqualis est angulo G B D, erit utique angulus D B H, communi ablato E B D, æqualis angulo G B E. Æqualis est autem angulus I B H angulo A B G, cum uterque angulo I A C sit æqualis. Igitur angulus I B D, qui ex duobus componitur D B H, I B H, æqualis est angulo A B E, qui componitur ex duobus G B E, A B G. At vero etiam angulus B I D æqualis est angulo A B E. Igitur angulus I B D æqualis est angulo B I D. Quæ enim eidem



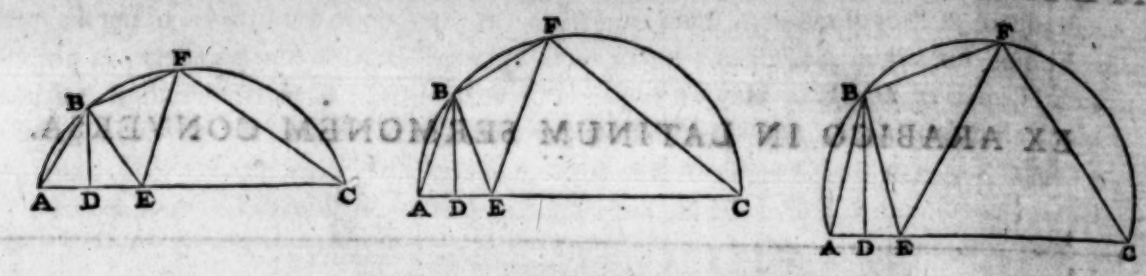
ſunt æqualia et ſibi invicem ſunt æqualia. Hinc etiam recta BD rectæ ID æqualis eſt. Et cum æquales invicem ſint rectæ BD, DC, æquales invicem erunt ipſæ etiam ID, DC. Quoniam vero ſimilia ſunt triangula tum AID, ABF; tum AIC, ABE; tum ADC, AFE; ut ID ad BF, ita ſe habet DC ad FE; et permutando, ut ID ad DC, ita BF ad FE. Æqualis eſt autem ID ipſi DC. Æqualis eſt igitur etiam BF ipſi FE. Quod oportebat demonſtrare.

Atque ita propoſitio vera eſſe deprehenditur, quo normalis cunque cadat BE, quam Arabus Interpres ponit in centrum G cadere, Græci Auctoris mentem non aſſecutus. Itaque, rejecta ejus demonſtratione ut peculiari, generaliſſimam attulimus.*

PROP. III.

Sit CA ſegmentum circuli, et B punctum ſuper illud ubicumque, et BD perpendicularis ſuper AC, et ſegmentum DE æquale DA, et arcus BF æqualis arcui BA: utique juncta CF erit æqualis ipſi CE.

Demonſtratio. Jungamus lineas AB, BF, FE, EB. Et quia arcus BA æqualis eſt arcui BF, erit AB æqualis BF. Et quia AD æqualis eſt ED, et duo anguli D ſunt recti, et DB communis, ergo

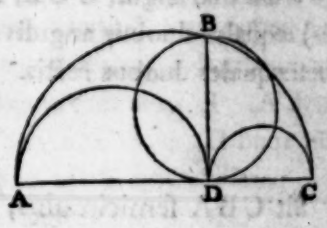


AB æqualis eſt BE, et propterea BF, BE ſunt æquales; et duo anguli BFE, BEF ſunt æquales. Et quia quadrilaterum CFBA eſt in circulo, erit angulus CFB cum angulo CAB ipſi oppoſito, immo cum angulo BEA, æqualis duobus rectis. Sed angulus CEB cum angulo BEA, æquales ſunt duobus rectis. Ergo duo anguli CFB, CEB ſunt æquales, et remanent CFE, CEF æquales. Ergo CE æqualis eſt CF: et hoc eſt quod voluimus.

PROP. IV.

Sit ABC ſemicirculus, et fiant ſuper AC diametrum duo ſemicirculi, quorum unus AD, alter vero DC, et DB perpendicularis. Utique figura proveniens, quam vocat Archimedes *ARBELON*, id eſt ſuperficies comprehenſa ab arcu ſemicirculi majoris, et duabus circumferentiis ſemicirculorum minorum, eſt æqualis circulo, cujus diameter eſt perpendicularis DB.

Demonſtratio. Quia linea DB media proportionalis eſt inter duas lineas DA, DC, erit planum AD in DC æquale quadrato DB. Et ponamus AD in DC cum duobus quadratis AD, DC communiter. Fiet planum AD in DC bis cum duobus quadratis AD, DC, nempe quadratum AC, æquale duplo quadrati DB cum duobus quadratis AD, DC. Et proportio circulorum eadem eſt, ac proportio quadratorum. Ergo circulus, cujus diameter eſt AC, æqualis eſt duplo circuli, cujus diameter eſt DB cum duobus circulis, quorum diametri ſunt AD, DC, et ſemicirculus AC æqualis eſt circulo, cujus diameter eſt DB cum duobus ſemicirculis AD, DC. Et auferamus duos ſemicirculos AD, DC communiter, remanent figura, quam continent ſemicirculi AC, AD, DC: et eſt figura, quam vocavit Archimedes Arbelon, æqualis circulo, cujus diameter eſt DB, et hoc eſt quod voluimus.

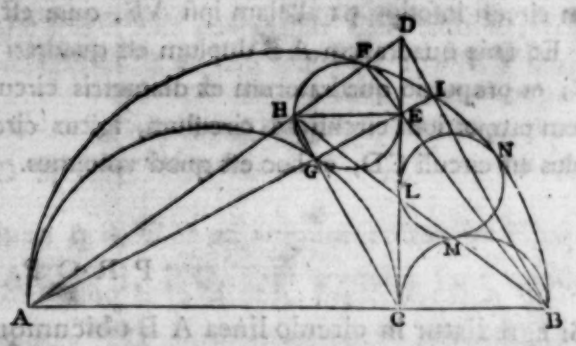


PROP. V.

Si fuerit ſemicirculus AB, et ſignatum fuerit in ejus diametro punctum C ubicumque, et fiant ſuper diametrum duo ſemicirculi AC, CB, et educatur ex C perpendicularis CD ſuper AB, et deſcribantur ad utraſque partes duo circuli tangentes illam, et tangentes ſemicirculos, utique illi duo circuli ſunt æquales.

* Vide Præfationem, Pag. xix.

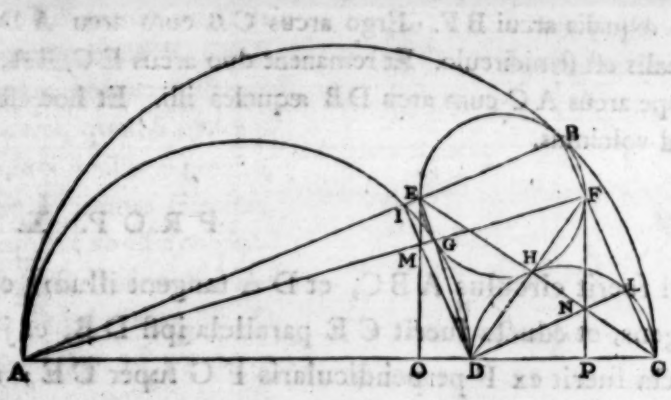
Demonſtratio. Sit alter circulorum tangens DC in E, et ſemicirculum AB in F, et ſemicirculum AC in G, et educamus diametrum HE. Erit parallela diametro AB, eo quod duo anguli HEC, ACE, ſunt recti. Et jungamus FH, HA, ergo linea AF eſt recta, uti dictum eſt in propoſitione 1. et occurrent AF, CE in D, eo quod egrediuntur ab angulis A, C minoribus duobus rectis. Et jungamus etiam FE, EB. Ergo EFB eſt etiam recta, uti diximus: et eſt perpendicularis ſuper AD, eo quod angulus AFB eſt rectus, quia cadit in ſemicirculum AB. Et jungamus HG, GC. Erit HC etiam recta. Et jungamus EG, GA. Erit EA recta, et producamus eam ad I. Et jungamus BI, quæ ſit etiam perpendicularis ſuper AI. Et jungamus DI. Et quia AD, AB ſunt duæ rectæ, et educta ex D ad lineam AB perpendicularis DC, et ex B ad DA perpendicularis BF; quæ ſe mutuo ſecant in E, et educta AE ad I eſt perpendicularis ſuper BI, erunt BID rectæ, quemadmodum oſtendimus in Propoſitionibus, quas confecimus in expoſitione tractatus de triangulis rectangulis. Et quia duo anguli AGC, AIB ſunt recti, utique BD, CG ſunt parallelæ, et proportio AD ad DH, quæ eſt ut AC ad HE, eſt ut proportio AB ad BC. Ergo rectangulum AC in CB æquale eſt rectangulo AB in HE. Et ſimiliter demonſtratur in circulo LMN, quod rectangulum AC in CB æquale ſit rectangulo AB in ſuam diametrum: et demonſtratur inde etiam, quod duæ diametri circulorum EFG, LMN, ſint æquales. Ergo illi duo circuli ſunt æquales. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. VI.

Si fuerit ſemicirculus ABC, et in ejus diametro ſumatur punctum D, et fuerit AD ipſius DC ſeſquialtera, et deſcribantur ſuper AD, DC duo ſemicirculi, et ponatur circulus EF inter tres ſemicirculos tangens eos, et educatur diameter EF in illo parallela diametro AC, reperiri debet proportio diametri AC ad diametrum EF.

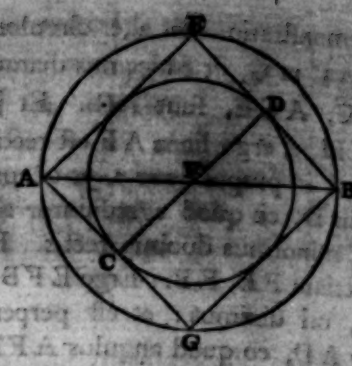
Jungamus enim duas lineas AE, EB, et duas lineas CF, FB. Erunt CB, AB rectæ, uti dictum eſt in prima propoſitione. Deſcribamus etiam duas lineas FGA, EHC: oſtendeturque eſſe quoque rectas ſimiliter duas lineas DE, DF. Et jungamus DI, DL, et EM, FN, et producamus eas ad O, P. Et quia in triangulo AED, AG eſt perpendicularis ad ED, et DI eſt quoque perpendicularis ad AE, et jam ſe mutuo ſecuerunt in M, ergo EMO erit etiam perpendicularis, quemadmodum oſtendimus in expoſitione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cujus demonſtratio jam quidem præceſſit in ſuperiori propoſitione. Similiter quoque erit FP perpendicularis ſuper CA. Et quia duo anguli, qui ſunt apud L, et B ſunt recti, erit DL parallela ipſi AB, et pariter DI ipſi CB. Igitur proportio AD ad DC eſt ut proportio AM ad FM, immo ut proportio AO ad OP. Et proportio CD ad DA ut proportio CN ad NE, immo ut proportio CP ad PO. Et erat AD ſeſquialtera DC. Ergo AO eſt ſeſquialtera OP: et OP ſeſquialtera CP. Ergo tres lineæ AO, OP, PC ſunt proportionales: et in eadem menſura, in qua eſt PC quatuor, erit OP ſex, et AO novem, et CA novendecim. Et quia PO æqualis eſt EF, erit proportio AC ad EF ut novendecim ad ſex. Igitur reperimus dictam proportionem. Etiam ſi fuerit AD ad DC qualiſcumque, ut ſeſquitertia aut ſeſquiquarta, aut alia, erit judicium, et ratio, uti dictum eſt. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. VII.

Si circulus circa quadratum deſcriptus fuerit, et alius intra illud, utique erit circumſcriptus duplus inſcripti.

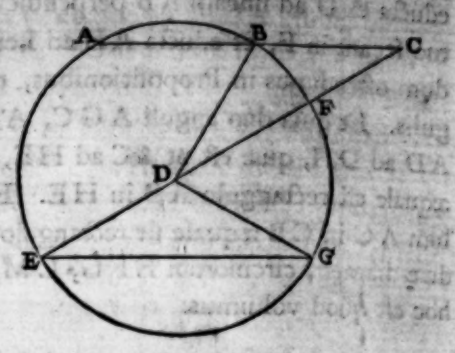
Sit itaque circulus comprehendens quadratum AB, circulus AB, et inſcriptus CD, et ſit diameter quadrati AB, et eſt diameter circuli circumſcripti, et educamus CD diametrum circuli inſcripti parallelam ipſi AE, quæ eſt ei æqualis. Et quia quadratum AB duplum eſt quadrati AE, ſive DC; et proportio quadratorum ex diametris circulorum eſt eadem proportioni circuli ad circulum, igitur circulus AB duplus eſt circuli CD, et hoc eſt quod voluimus.



PROP. VIII.

Si egrediatur in circulo linea AB ubicumque, et producatur in directum, et ponatur BC æqualis ſemidiametro circuli et jungatur ex C ad centrum circuli, quod eſt D, et producatur ad E, erit arcus AE triplus arcus BF.

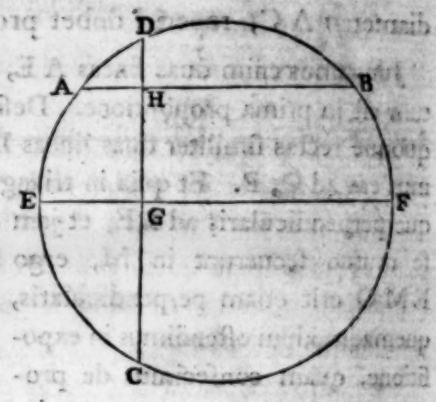
Educamus igitur EG parallelam ipſi AB, et jungamus DB, DG. Et quia duo anguli DEG, DGE ſunt æquales, erit angulus GDC duplus anguli DEG. Et quia angulus BDC æqualis eſt angulo BCD, et angulus CEG æqualis eſt angulo ACE, erit angulus GDC duplus anguli CDB, et totus angulus BDG triplus anguli BDC: et arcus BG æqualis arcui AE, triplus eſt arcus BF. Et hoc eſt, quod voluimus.



PROP. IX.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ AB, CD, (ſed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus AD, CB ſunt æquales duobus arcubus AC, DB.

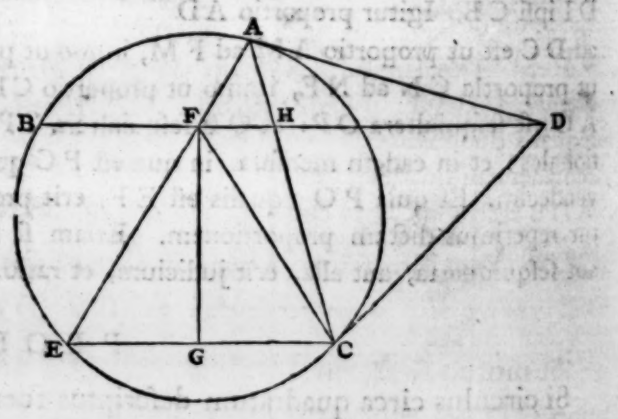
Educamus diametrum EF parallelam ipſi AB, quæ ſecet CD bifariam in G, erit EC æqualis ipſi ED. Et quia tam arcus EDF, quam ECF eſt ſemicirculus, et arcus ED æqualis arcui EA cum arcu AD, erit arcus CF cum duobus arcubus EA, AD æqualis ſemicirculo. Et arcus EA æqualis arcui BF. Ergo arcus CB cum arcu AD æqualis eſt ſemicirculo. Et remanent duo arcus EC, EA, nempe arcus AC cum arcu DB æquales illi. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. X.

Si fuerit circulus ABC, et DA tangens illum, et DB ſecans illum, et DC etiam tangens, et educta fuerit CE parallela ipſi DB, et juncta fuerit EA ſecans DB in F, et educta fuerit ex F perpendicularis FG ſuper CE; utique bifariam ſecabit illam in G.

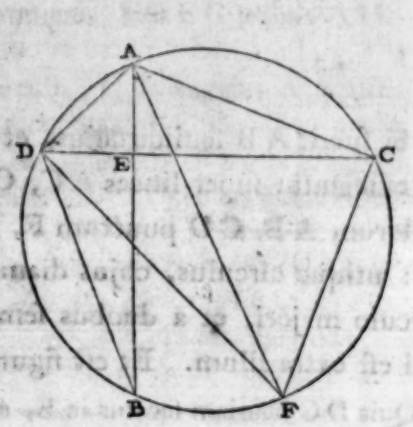
Jungamus AC, et quia DA eſt tangens, et AC ſecans circulum, erit angulus DAC æqualis angulo cadenti in alterno ſegmento AC, nempe angulo AEC. Et eſt æqualis angulo AFD, eo quod CE, BD ſunt parallelæ. Ergo anguli DAC, AFD ſunt æquales. Et in duobus triangulis DAF, AHD ſunt duo anguli AFD, HAD æquales, et angulus D communis: propterea erit rectangulum FD in DH æquale quadrato DA, immo quadrato DC. Et quia proportio FD ad



DC eſt eadem proportioni CD ad DH, et angulus D communis, erunt triangula DFC, DCH ſimilia: et angulus DFC æqualis DCH, qui æqualis eſt angulo DAH. Et hic eſt æqualis angulo AFD. Ergo duo anguli AFD, CFD ſunt æquales. Et DFC æqualis angulo FCE: et erat DFA æqualis angulo AEC. Ergo in triangulo FEC ſunt duo anguli C, E æquales; et duo anguli G recti. Et latus GF commune. Propterea erit CG æqualis ipſi GE. Ergo CE bifariam ſecatur in G. Et hoc eſt, quod voluimus.

PROP. XI.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ AB, CD ad angulos rectos in E, quod non ſit in centro, utique omnia quadrata AE, BE, EC, ED æqualia ſunt quadrato diametri.

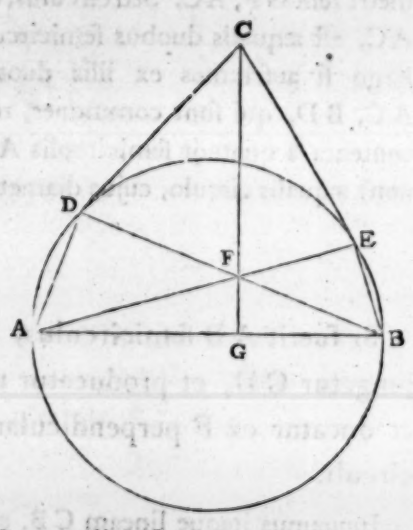


Educamus diametrum AF, et jungamus lineas AC, AD, CF, DB. Et quia angulus AED eſt rectus, erit æqualis angulo ACF, et angulus ADC æqualis AFC, eo quod ſunt ſuper arcum AC. Et remanent in duobus triangulis ADE, AFC duo anguli CAF, DAE æquales. Erunt pariter duo arcus CF, DB æquales: immo et duæ cordæ eorum æquales. Et duo quadrata DE, EB æquantur quadrato BD, nempe CF; et duo quadrata AE, EC æquantur quadrato CA. Et duo quadrata CF, CA æquantur quadrato FA, nempe diametri. Igitur quadrata AE, EB, CE, ED omnia ſunt æqualia quadrato diametri. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. XII.

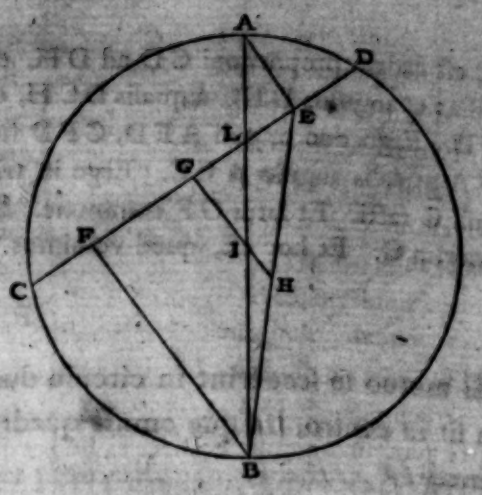
Si fuerit ſemicirculus ſuper diametrum AB, et eductæ fuerint ex C duæ lineæ tangentes illum in duobus punctis D, E, et junctæ fuerint EA, DB ſe mutuo ſecantes in F, et juncta fuerit CF, et producatur ad G, erit CG perpendicularis ad AB.

Jungamus DA, EB. Et quia angulus BDA eſt rectus, erunt duo anguli DAB, DBA reliqui in triangulo DAB æquales uni recto. Et angulus AEB rectus. Igitur ſunt æquales ei. Et ponamus angulum FBE communem. Ambo anguli DAB, ABE ſunt æquales FBE, FEB, immo angulo DFE externo in FBE. Et quia CD eſt tangens circulum, et DB ſecans illum, angulus CDB æquatur angulo DAB. Et pariter angulus CEF æquatur angulo EBA. Ergo duo anguli CEF, CDF ſimul æquales ſunt angulo DFE. Et jam quidem planum fit ex noſtro tractatu de figuris quadrilateris, quod ſi educantur inter duas lineas æquales ſibi occurrentes in aliquo puncto, uti ſunt duæ lineæ CD, CE, duæ lineæ ſe mutuo ſecantes, uti ſunt duæ linæ DF, EF, et fuerit angulus ab illis contentus ut eſt angulus F æqualis duobus angulis, qui occurrunt duabus [lineis] ſe invicem ſecantibus, uti ſunt duo anguli E, D ſimul, erit linea egrediens a puncto concurſus ad punctum ſectionis, uti eſt linea CF æqualis cuilibet linearum ſibi occurrentium, ut CD, vel CE. Propterea erit CF æqualis ipſi CD. Ergo angulus CFD eſt æqualis angulo CDF, nempe angulo DAG. Sed angulus CFD cum angulo DFG eſt æqualis duobus rectis: ergo angulus DAG cum angulo DFG æqualis eſt duobus rectis. Et remanent in quadilatero ADFG duo anguli ADF, AGF æquales duobus rectis. Sed angulus ADB rectus eſt, ergo angulus AGC eſt rectus. Et CG perpendicularis ad AB; et hoc eſt quod voluimus.



PROP. XIII.

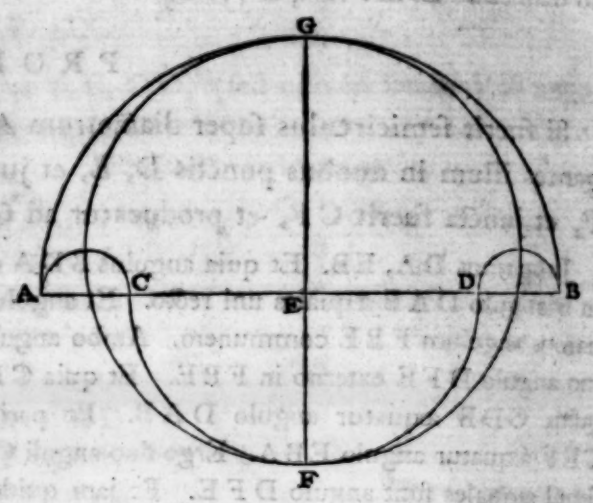
Si mutuo ſe ſecent duæ lineæ AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duæ perpendiculares ad CD, quæ ſint AE, BF; utique abſcindent ex illa CF, DE æquales.



Jungamus EB, et educamus ex I, quod eſt centrum, perpendicularem IG ſuper CD, et producamus eam ad H in EB. Et quia IG eſt perpendicularis ex centro ad CD illam bifariam dividet in G: et quia IG, AE ſunt duæ perpendiculares ſuper illam, erunt parallelæ: et quia BI æqualis eſt IA, erit BH æqualis ipſi HE: et propter earum æqualitatem, et quia BF eſt parallela ipſi HG erit FG æqualis ipſi GE. Et ex GC, GD æqualibus remanent FC, ED æquales. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. XIV.

Si fuerit AB ſemicirculus, et ex ejus diametro AB diſſectæ ſint AC, BD æquales, et efficiantur ſuper lineas AC, CD, DB ſemicirculi; et ſit centrum duorum ſemicirculorum AB, CD punctum E, et ſit EF perpendicularis ſuper AB, et producatur ad G: utique circulus, cujus diameter eſt FG, æqualis eſt ſuperficiei contentæ a ſemicirculo majori, et a duobus ſemicirculis qui ſunt intra illum, et a ſemicirculo medio qui eſt extra illum. Et eſt figura, quam vocat Archimedes Salinon.



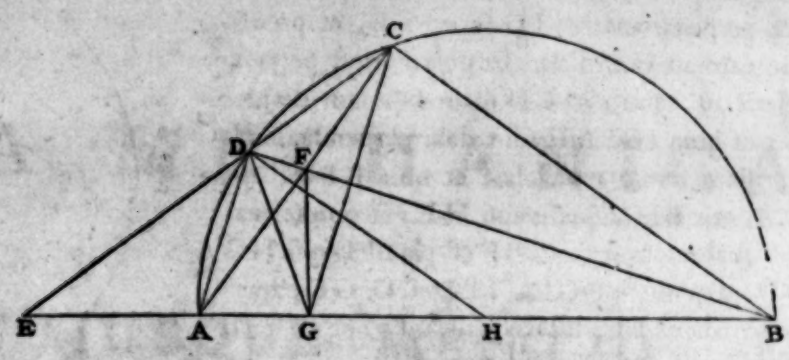
Quia DC bifariam ſecatur in E, et addita eſt illi CA, erunt duo quadrata DA, CA dupla duorum quadratorum DE, EA. Sed FG æqualis eſt ipſi DA. Ergo duo quadrata FG, AC dupla ſunt duorum quadratorum DE, EA. Et quia AB dupla eſt AE, et CD dupla quoque ED, erunt duo quadrata AB, DC quadrupla duorum quadratorum DE, EA, immo dupla duorum quadratorum GF, AC. Similiter etiam duo circuli, quorum diametri ſunt AB, DC dupli ſunt eorum, quorum diametri ſunt GF, AC: et dimidii eorum, quorum diametri ſunt AB, CD æquales duobus circulis, quorum diametri ſunt GF, AC. Sed circulus, cujus diameter AC, eſt æqualis duobus ſemicirculis AC, BD. Ergo ſi auferamus ex illis duos ſemicirculos AC, BD, qui ſunt communes, remanet figura contenta a quatuor ſemicirculis AB, CD, DB, AC, (quæ ea eſt, quam vocat Archimedes Salinon) æqualis circulo, cujus diameter eſt FG. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. XV.

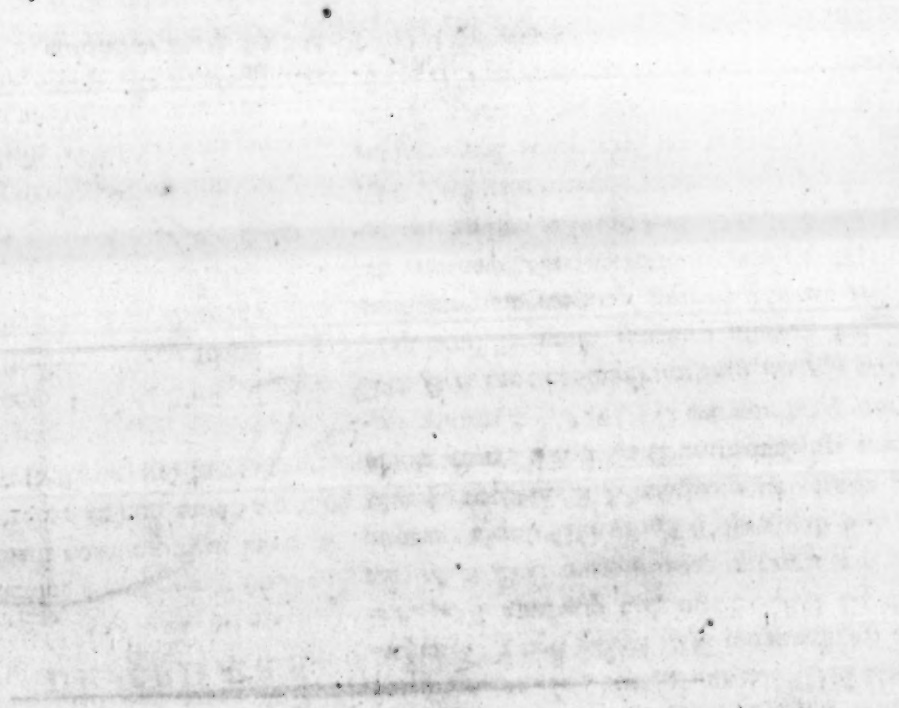
Si fuerit AB ſemicirculus, et AC corda Pentagoni, et ſemiſſis arcus AC ſit AD, jungatur CD, et producatur ut cadat ſuper E, et jungatur DB, quæ ſecet CA in F, et ducatur ex F perpendicularis FG ſuper AB, erit linea EG æqualis ſemidiametro circuli.

Jungamus itaque lineam CB, et ſit centrum H, et jungamus HD, DG, et AD. Et quia angulus ABC, cujus baſis eſt latus Pentagoni, eſt duæ quintæ partes recti, quilibet duorum angulorum CBD, DBA eſt quinta pars recti. Et angulus DHA duplus eſt anguli DBH. Ergo angulus DHA eſt duæ quintæ partes recti. Et quia in duobus triangulis CBF, GBF duo anguli B ſunt æquales, et G, C recti, et latus FB commune, erit BC æquale ipſi BG. Et quia in duobus triangulis CBD, GBD duo latera CB, BG ſunt æqualia, et ſimiliter duo anguli ad B, et latus BD commune, erunt duo anguli BCD, BGD æquales. Et quilibet eorum eſt ſex quintæ partes recti, et eſt æqualis angulo DAE externo quadrilateri BADC, quod eſt in circulo. Ergo remanet angulus DAB æqualis angulo DGA; et erit DA æqualis ipſi DG. Et quia angulus

DHG eſt duæ quintæ partes recti, et angulus DGH ſex quintæ partes recti, remanet angulus HDG duæ quintæ partes recti; et erit DG æqualis GH. Et quia ADE externus quadrilateri ADCB, quod eſt in circulo, eſt æqualis angulo CBA, et eſt duæ quintæ partes recti, et æqualis angulo GDH. Et quia in duobus triangulis EDA, HDG ſunt duo anguli EDA, HDG æquales, et pariter duo anguli DGH, DAE, et duo latera DA, DG, erit EA æquale HG. Et ponamus AG commune. Erit EG æquale AH. Et hoc eſt quod voluimus.



Et hinc patet, quod linea DE æqualis ſit ſemidiametro circuli. Quia angulus A æqualis eſt angulo DGH, ideo erit linea DH æqualis lineæ DE. Et dico quod EC dividitur media, et extrema proportione in D, et majus ſegmentum eſt DE: et hoc quia ED eſt corda hexagoni, et DC decagoni. Et hoc jam demonſtratum eſt in libro Elementorum. Et hoc eſt quod voluimus.



ARCHIMEDIS
OPERA MECHANICA,

UT CUJUSQUE MENTIO
AB ANTIQUIS SCRIPTORIBUS FACTA EST.

DE SPHÆRA ARTIFICIALI.

LACTANTIUS DIVIN. INST. LIB. 2. CAP. 5.

AN Archimedes Siculus concavo ære ſimilitudinem Mundi ac figuram potuit machinari, in quo ita Solem ac Lunam compoſuit, ut inæquales motus et cœleſtibus ſimiles converſionibus ſingulis quaſi diebus efficerent: et non modo acceſſus ſolis et receſſus, vel incrementa diminutioneſque Lunæ, verum etiam ſtellarum vel inerrantium, vel vagarum diſpares curſus orbis ille, dum vertitur, exhiberet?

Explicitius quam Cicero, Lib. 1. Tuſc. Quæſt. Cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæra illigavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Mundum ædificavit Platonis Deus, ut tarditate et celeritate diſſimillimos motus una regeret converſio.

CLAUDIANUS.

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro,
  Riſit, et ad Superos talia dicta dedit.
Huccine mortalis progreſſa potentia curæ?
  Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legeſque Deorum
  Ecce Syracuſius tranſtulit arte Senex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
  Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
  Et ſimulata novo Cynthia menſe redit.
Jamque ſuum volvens audax induſtria mundum,
  Gaudet, et humana ſidera mente regit.
Quid falſo infontem tonitru Salmonea miror?
  Æmula Naturæ parva reperta manus.

DE CORONA.

VITRUVIUS DE ARCHIT. LIB. 9. CAP. 3.

Archimedis vero cum multa miranda inventa et varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia id, quod exponam, videtur eſſe expreſſum nimium. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate,

rebus bene geſtis, cum auream coronam votivam Diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani pretio locavit faciendam, et aurum ad ſacoma appendit redemptori. Is ad tempus opus manufactum ſubtiliter Regi approbavit, et ad ſacoma pondus coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſtquam indicium eſt factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe: indignatus Hiero ſe contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, caſu venit in balneum, ibique cum in ſolium deſcenderet, animadvertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium fluere. Itaque cum ejus rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiluit gaudio motus de ſolio, et nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inveniſſe quod quæreret. Nam currens identidem Græce clamabat εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra implevit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cujus quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa, quanto minus factum fuerat refudit ſextario menſus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe demiſit, et ea exempta, eadem ratione menſura addita, invenit ex aqua non tantum defluxiſſe, ſed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quam argenti. Poſtea vero repleto vaſe, in eadem aqua ipſa corona demiſſa, invenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quam in auream eodem pondere maſſam: et ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona quam in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifeſtum furtum redemptoris.

AUCTOR LIBELLI DE PONDERIBUS, ET MENSURIS, QUI PRISCIANO, VULGO TRIBUITUR.

Argentum fulvo ſi quis permiſceat auro,
Quantum id ſit, quove id poſſis deprendere pacto,
Prima Syracuſii mens prodidit alta Magiſtri.
Regem namque ferunt Siculum, quam voverat olim
Cœlicolum Regi, ex auro ſtatuiſſe coronam,
Compertoque dehinc furto (nam parte retenta,
Argenti tantundem Opifex immiſcuit auro)
Oraſſe ingenium Civis, qui mente Sagaci,
Quis modus argenti fulvo latitaret in auro
Repperit, illæſo quod Diis erat ante dicatum.
Quod te, quale ſiet, pauris adverte, docebo.
Lancibus æquatis, quibus hæc appendere mos eſt,
Argenti, atque auri, quod edax purgaverit ignis,
Impones libras, neutrum ut præponderet, haſque
Summittes in aquam, quas pura ut ceperit unda,
Portinus inclinat pars hæc, quæ ſuſtinet aurum:
Denſius hoc namque eſt ſimilari craſſius unda:
At tu ſiſte jugum, mediique e cardine centri
Intervalla nota, quantum diſcerpſerit illinc,
Quotque notis diſtet ſuſpenſo pondere filum.
Fac drachmis diſtare tribus. Cognovimus ergo
Argenti atque auri diſcrimina: denique libram
Libra tribus drachmis ſuperat, quum mergitur unda.
Sume dehinc aurum, cui pars argentea mixta eſt.
Argentique meri par pondus, itemque ſub unda
Lancibus impoſitum ſpecta; propenſior auri
Materies ſubſiſtet enim, furtumque docebit.
Nam ſi ter ſenis ſuperabitur altera drachmis
Sex ſolas libras auri dicemus ineſſe;
Argenti reliquum, quia nil in pondere differt
Argentum argento, liquidis quum mergitur undis.

DE ORGANO HYDRAULICO.

TERTULLIANUS LIB. DE ANIMA CAP. 14.

Specta portentosissimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia sonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, et una moles erunt omnia.

DE MACHINIS AERE ET AQUA MOVENTIBUS.

JOANNES TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

—— Μέμνηνται πολλοὶ τῶ Ἀρχιμήδους.
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον, ὁ παραδοξογράφος.
Ἥρων, καὶ Φίλων, πάππος τε καὶ παῖς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκαμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων,
Βαρυλκὸν, πνευματικὰς, τάς τ' ὑδροσκοπικάς τε,
Καὶ ταῦτα δὴ τῇ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους.

——Multi meminerunt Archimedis.
Anthemios quidem in primis, qui paradoxa scripsit:
Heron, et Philon, avusque et filius machinarum scriptor,
Ex quibus legimus et speculares incensiones, [spectantium,
Omnemque aliam disciplinam rerum præcipue ad machinas
Ponderum tractricem, spiritalem, aquarumque specimina,
Idque ex senis hujusce libris Archimedis.

DE COCHLEA.

DIODORUS BIBL. LIB. 1.

Ἡ δὲ νῆσος αὕτη πολλαῖς διώρυξι χειροποιήτοις διείληπται, καὶ χώραν περίεχει καλλίστην τῆς Αἰγύπτου. Ποταμόχωστος γὰρ οὖσα καὶ κατάρρυτος πολλὰς καὶ παντοδαπὰς ἐκφέρει καρπούς, τοῦ μὲν ποταμοῦ διὰ τὴν κατ' ἔτος ἀνάβασιν νεαρὰν ἰλὺν ἀεὶ καταχέοντος, τῶν δ' ἀνθρώπων ῥαδίως ἅπασαν ἀρδευόντων διά τινος μηχανῆς, ἣν ἐπενόησε μὲν Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος κοχλίας.

Ipsa autem insula pluribus fossis manufactis dirimitur, et fœcundissimam Ægypti regionem ambit. Cum enim limosa sit et irrigua, varii generis fructus affatim gignit; exundante quotannis ipso flumine, novumque limum inferente, atque incolis totam facile irrigantibus instrumenti cujusdem ope, quod Archimedes Syracusanus excogitavit, et a figuræ similitudine cochlea vocatur.

IDEM. LIB. 5.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον, ἀναιρήσει γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς Αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις κοχλίαις, ὃς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὴ τούτων συνεχῶς ἐκ διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στόμιος τὸν τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔθετον τὴν πρὸς τὰς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνως δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ' ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἁπλῆν ὕδωρ ἀναῤῥιπτοῦσα παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ προσπῖπτον ῥεῦμα ῥαδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, ὃ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην· περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

Et quod omnium mirabilissimum videri debet, fluentes aquas cochleis, quæ Ægyptiæ vocantur, exhauriunt, quas Archimedes Syracusanus invenit, cum in Ægyptum se contulit. Harum autem ope aquam continua vice ad os usque attollentes fodinæ locum exsiccant, operique faciendo idoneum reddunt. Porro hoc instrumentum cum ingeniosissimum sit, minimo labore ingens aquæ vis, supra quam cuique credibile est, attollitur, et quidquid influxerit ab imo ad summum effunditur. Quocirca jure optimo quis miretur Artificis ingenium; neque modo in hisce cochleis, sed in aliis etiam pluribus, et quidem majoribus, quæ toto terrarum orbe celebrantur. Quæ singula, cum ad Archimedis ætatem pervenerimus, diligenter persequemur.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Ἡ δὲ ἀντλία, καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξαντλεῖτο διὰ κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

Sentina autem, licet profundissima esset, ope cochleæ, quam Archimedes invenit, ab uno homine exhauriebatur.

DE HELICE.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Quæ igitur pars (navis) abſoluta eſſet, hanc juſſit in mare deduci, ut ibi pars reliqua perficeretur. Cum autem in ea deducenda multum difficultatis eſſet, unus machinator Archimedes haud magna mole deduxit. Conſtructa enim helice tantam navim ad mare tranſvexit. Itaque primus Archimedes helicis conſtruendæ rationem invenit.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλατταν καθέλκειν προσετάττετο, τὴν λοιπὴν κατασκευὴν ἐν αὐτῇ λαμβάνειν. Ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτὸν τὸν εἰς τὴν θάλατταν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλατταν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

DE LOCULO.

AT. FORTUNATIANUS IN ARTE METRICA.

Nam ſi loculus ille Archimedius quatuordecim eboreas lamellas, quarum anguli varii ſunt, in quadratam formam incluſas habens, componentibus nobis aliter atque aliter, modo galeam, modo ſicam, alias columnam, alias navem figurat, et innumerabiles efficit ſpecies, ſolebatque nobis pueris hic loculus ad confirmandam memoriam plurimum prodeſſe; quanto majorem poteſt nobis afferre voluptatem, quantoque pleniorem utilitatem &c.

DE TRISPASTO.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

— Fabricatus eſt multas mechanicas facultates:
Et triſpaſto machina, manu læva et ſola,
Septem et mille modiorum attrahebat pondus.

— Εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις.
Καὶ τῇ τριςπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,
Πεντεμυριομέδιμνον καθεῖλκυσεν ὁλκάδα.

ORIBASIUS DE MACHINAMENTIS LIB. EX EDIT. HENRICI STEPHANI. 1567. CAP. 26.

Triſpaſtum Apellidis, ſeu Archimedis. — Illud in primis ſcire convenit, quod neque Apellides neque Archimedes Medici fuerunt, ſed Architecti, qui machinamentum hoc excogitarunt, quemadmodum nos accepimus de hiſtoria, ad naves deducendas funibus non per manus, ſed per ergatam attractis: illius autem ſæculi medici ejus ſtructuræ modum minuentes triſpaſtum organum medicinale ad luxata fractaque reſtituenda fabricarunt &c.

DE TORMENTIS BELLICIS.

POLYBIUS HIST. LIB. 8.

At Marcellus quinqueremibus LX. Achradinam aggreditur. Hæ omnes hominibus repletæ erant arcus, fundas, et velitares haſtas habentibus, quibus ex propugnaculis pugnantes deturbarent. Ad hæc, demptis quinqueremibus 8. interioribus remis, ita ut binæ binis, quæ latera nudata erant, jungerentur, cum eas exteriore remorum ordine agerent, Sambucas, quas vocant, moenibus admovebant. Genus hoc machinamenti hujuſmodi eſt. Scalam quatuor pedes latam conficiunt, ita ut, ubi erecta fuerit, ejuſdem cum muro altitudinis ſit. Hujus utrumque latus loris prælatis muniunt et contegunt: ac ſuper junctarum navium lateribus, qua ſeſe invicem contingunt, tranſverſam conſtituunt, ut longe ſupra roſtra emineat. Deinde ſummis navium malis trochleæ cum anchorariis funibus aptantur; quas qui in puppi ſunt, ubi uſus venerit, ſcalæ capiti illigatas trahunt, dum ii, qui ſunt in prora, ſcalam ipſam fulcientes dant operam ut tu-

Ὁ δὲ Μάρκος ἐξήκοντα σκάφεσι πεντημιοῖς ἐπῆει τὴν Ἐπιπολὴν ἐπὶ τὴν Ἀχραδινήν. Ὧν ἦσαν πλῆρεις ἦν ἀνδρῶν ἐχόντων τόξα καὶ σφενδόνας καὶ γρόσφους, δι' ὧν ἔμελλον τὰς ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων μαχομένας ἀναστέλλειν. Ἅμα δὲ τέτταρσι ἑκατὸ πεντήρεσι παραλυμβάναις τὰς πρύμνας, ταῖς μὲν τὰς δεξιὰς, ταῖς δὲ τὰς εὐωνύμους, καὶ συνεζευγμέναις πρὸς ἀλλήλας σὺν δύο κατὰ τὰς ἐψιλωμένας πίσσης, προσῆγον πρὸς τὸ τεῖχος ἀφ' ἧς τῶν ἐκτὸς τοίχων αἰρέσιας τὰς λεγομένας σαμβύκας. Τὸ γένος δ' κατασκευῆς τῶν εἰρημένων ὀργάνων ἐστὶ τοιοῦτον. Κλίμακα τῷ πλάτει τετράπηχυν ἑτοιμάσαντες, ὥστε ἐξ ὀκταβάσεως ἰσοῦψῆ γενέσθ τῷ τείχει, ταύτης ἑκατέραν τ πλευρὰν δρυφακτώσαντες καὶ σκεπάσαντες ὑπερπετῆ θωρακίοις, ἔθηκαν πλαγίαν ἐπὶ τὰς συμφαύσεις τοίχων τῶν συνεζευγμένων νεῶν, πολὺ προπίπτουσαν τῶν ἐμβόλων. Πρὸς δὲ τοῖς ἰσοῖς ἐκ τῶν ἄνω μερῶν

τροχιλίαις προσήρτητο σὺν κάλοις. Λοιπὸν, ὅταν ἐγγίσωσι τῆς χρείας, ἐνδεδεμένων τῶν κάλων εἰς τὴν κορυφὴν τῆς κλίμακος, ἕλκουσι διὰ τῶν τροχιλιῶν τέτταρες ὄντες ἐν ταῖς πρύμναις. Ἕτεροι δὲ παραπλησίως ἐν ταῖς πρῴραις ἐξηρτῶντες ταῖς ἀντηρίσιν, ἀσφαλίζουσι τὴν ἄρσιν τοῦ μηχανήματος. Καίπερ οὖν διὰ τῆς αἰρεσίας τῆς ἀφ' ἑκατέρου τῶν ἐκτὸς ταρσῶν ἐγγίσαντες τῇ γῇ τὰς ναῦς, πειράζουσι προσερείδειν τῷ τείχει τὸ προειρημένον ὄργανον. Ἐπὶ δὲ τῆς κλίμακος ἄκρας ὑπάρχει πίτυρον ἠσφαλισμένον γέρροις τὰς τρεῖς ἐπιφανείας· ἐφ' ἃ πέτραι ἀφιεμεναι ἀγωνίζονται, διαμαχόμενοι πρὸς τοὺς ἄργοντας ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων τὴν πρόσθεσιν τῆς σαμβύκης. Ἐπὰν δὲ προσερείσαντες ὑπερδέξιοι γένωνται τοῦ τείχους, ὅτοι μὲν, τὰ πλάγια τῶν γέρρων παραλύσαντες ἐξ ἑκατέρου τοῦ μέρους, ἐπιβαίνουσιν ἐπὶ τὰς ἐπάλξεις ἢ τοὺς πύργους· οἱ δὲ λοιποὶ διὰ τῆς σαμβύκης ἔρπουσι τούτοις, ἀσφαλῶς τοῖς κάλοις βεβηκυίας τῆς κλίμακος εἰς ἀμφοτέρας τὰς ναῦς. Εἰκότως δὲ τὸ κατασκεύασμα τῆς προσηγορίας τέτευχε ταύτης· ἐπειδὰν γὰρ ἐξαρθῇ, γίγνεται τὸ σχῆμα τῆς νεὼς ταύτης καὶ τῆς κλίμακος ἐνοποιηθὲν, παραπλήσιον τῇ σαμβύκῃ. Πλὴν ὅτοι μὲν τὸν τρόπον τοῦτον διηρμοσμένοι, προσάγειν διενοοῦντο τοῖς πύργοις. Ὁ δὲ προειρημένος ἀνὴρ, παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβολὴς διάστημα, πόρρωθεν μὲν ὁπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρησίαν. Ὅτε δὴ ταῦθ' ὑπερβετῆ γίγνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόσημα χρώμενος, εἰς ταυτὴν ἦγε διατροπὴν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὴν ἐπίπλευσιν, ἕως ὁ Μάρκος δυσθετέμενος ἠναγκάσθη, λάθρα νυκτὸς ἔτι, ποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. Γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς διαμαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. Ὡς ἀνδρομήκεις ὕψεσι κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς πυλαισιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. Οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παρασήσας ἐντὸς τοῦ τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. Ἐξ ὧν καὶ μακρὰν ἀφιεῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, ὁ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. Ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρίσαιεν ἐξαίρειν, ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνισάμενα καὶ προαιπλούμενα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. Ὧν τινὰ μὲν ἐβάσαζε λίθους ἐκ ἐλάττους δέκα παλάντων, τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. Λοιπὸν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβύκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος ὀχαρίας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατα-

tius erigatur. Poſtquam vero naves exteriore utroque remorum ordine ad terram appulerint, machinas, quas diximus, muro applicare conantur. Porro in ipſo ſcalæ faſtigio tabula eſt cratibus a tribus lateribus munita, cui infidentes quatuor milites certamen adverſus eos ſuſcipiunt, qui e propugnaculis impediunt quo minus ſambuca admoveatur. Qua ſemel admota, cum primum iſti evecti ſupra muri altitudinem fuerint, cratibus ab utroque latere disjectis in propugnacula turreſve irruunt: reliqui per ſambucam ſuccedunt, ſcalæ pedibus per anchorarios funes utrique navi firmiter innixis. Merito autem hæc machina id nominis nacta eſt. Nam ubi erecta fuerit, figura cum navis, tum ſcalæ, quæ corpus unum conſtituunt, ad ſambucam proxime accedit. His ita confectis Romani turribus ſuccedere cogitabant, verum, quem ſupra memoravimus, Vir, tormentis conſtructis, quibus ad quodvis intervallum tela mitteret, cum procul invadentes Romanos majoribus validioribuſque baliſtis et catapultis vulneraret, rem in ſummam difficultatem adduxit. Ubi vero tela ſublimia ferrentur ſupra caput, minoribus ſubinde tormentis pro modo intervalli utebatur: quo facto adeo perturbavit hoſtem, ut ejus impetum comprimeret, neque propius accedere pateretur. Quibus difficultatibus circumventus Marcellus clam de nocte naves propius admovere coactus eſt. Quæ cum intra teli jactum terræ appropinquaſſent, aliud opus adverſus eos, qui e navibus pugnabant, Archimedes inſtituit. Murum crebris pro humani corporis modo cavis aperuit; quæ tamen extrinſecus palmaria eſſent. Ibi ſagittarios et ſcorpiones modicos ab interiore muri parte diſpoſuit: cumque per ea cava hoſtem peteret, claſſiariorum impetus ludificabatur. Quo fiebat, ut Romani tum qui procul eſſent, tum qui propius ſubirent, non modo nihil eorum perficere poſſent, quæ ſibi animo propoſuerant; ſed multi etiam interficerentur. Porro ubi conarentur ſambucas erigere, tormenta per totum murum diſpoſuerat, quæ reliquo tempore occulta, ubi uſus incideret, extrahebantur, roſtriſque longe ſupra propugnacula eminebant. Atque horum aliqua ſaxa non minora decem pondo, aliqua plumbi libramenta geſtabant. Porro cum ſambucæ appropinquarent, tum vero erectis in ſummum malum funetrocleatim acto, prout uſus poſtularet, tormentorum roſtris, ſaxa in eas

demittebantur; ut non modo ſambucæ, ſed navis etiam ipſa confringeretur, quique in ea eſſent grave periculum adirent. Præterea alia opera in illos adhibebantur, qui cratibus tecti, atque ideo tuti adverſus tela, quæ per muri cava ingerebantur, impetum facerent: quippe in hos ſaxa ita librabantur, ut qui in prora pugnarent, fugere cogerentur. Simul etiam ferrea manus catenæ illigata demittebatur, qua ille, qui roſtrum regebat, ubi proram prehendiſſet, tormenti calcem, quæ intra murum eſſet, reclinabat ad ſolum. Poſtquam autem, ſublata prora, navim in puppim ſtatuiſſet, anterior tormenti pars ſiſtebatur, ſimulque ferrea manus, et catena ope funis trocleatim acti eximebantur. Quo facto naves aliæ quidem obliquæ, aliæ vero pronæ cadebant: denique plurimæ, quæ rectæ caderent, cum prora ex alto demiſſa demergerentur, unda pariter ac tumultu complebantur. Itaque Marcellus conſilii inops ob ea, quæ Archimedes continuo obiiceret, cum quæ ipſe agebat, ea videret ab oppidanis non ſine detrimento atque ludibrio eludi, graviter id quidem moleſteque ferebat: ſed tamen ejus opera irridens, Archimedem ajebat navibus ſuis e mari aquam haurire; ſambucas vero fuſte percuſſas, ceu fœdere exclusas, cum ignominia eſſe dimiſſas. Atque hic exitus maritimæ oppugnationis fuit. Quid quod etiam Appius cum iiſdem difficultatibus premeretur, incœpto deſtitit? Nam cum procul adhuc eſſent milites, baliſtis et catapultis correpti abſumebantur: mirabilis ſiquidem erat telorum apparatus, ſive copiam, ſive eorum vim atque uſum ſpectes, ut in quem Hiero impenſas, Archimedes artem operamque contulerat. Ubi vero mœnibus ſuccederent, alii vulneribus, quæ per muri cava, ut ſupra diximus, infligebantur, ſaucii aditu prohibebantur; alii, qui cratibus tecti inſtabant, conficiebantur, ſaxis trabibusque in caput demiſſis. Prætèrea haud leve damnum afferebant ferreæ manus e tormentis, ut ſupra diximus, demiſſæ, quibus homines cum ipſis armis abrepti projiciebantur. Poſtremo Appius cum in caſtra ſe recepiſſet, convocato tribunorum concilio, communi omnium ſententia quidvis potius experiri placuit ad capiendas Syracuſas, quam ut oppugnatione agerent; quod ad extremum etiam fecerunt. Cum enim menſes octo urbem obſediſſent, nullo quidem ſolertis atque audacis animi molimine abſtinuerunt; ſed apertam moliri vim nunquam ſunt auſi. Tantum Vir unus atque una ars tempore et loco adhibita momenti habet. Itaque Romani tot terreſtribus maritimiſque copiis inſtructi, niſi unus ſenex Syracuſis

συνθλασμα τὴν λίθων. Ἐξ ὧν συνέβαινεν, μὴ μόνον αὐτὰ συντρίβεσθαι τὰ ἔργανα, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδύνους ἀλογήτους. Τινά τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφεστῶτας ἦν περιελαμένα γέφυρα, ἣ δὴ πόντων ἐκφαλτομένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἦρεν μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. Ἅμα δὲ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἀλύσεως κρεμάμην, ἣ ἁρπάξαμενος ὁ τὴν περαίαν εἰσπλέων, ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πρῶραν ὑπὸ μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. Ὅτε δὲ κυφίζων τὴν πρώραν ἀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρώρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίσα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος χαλκείας. Οὗ γενομένου, τὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεσφέρετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ' ὕψους ῥιφείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὴ δυσχεραίνων ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ὀπισθολάς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπομένας. Καὶ ἡ μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς. Ἐπ μὲν γὰρ ὄντες ἐν διοπτήματι, τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διά τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. Συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τοῦ τείχους τοξοτίσιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς ἔργοντο τῆς προσόδου· οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τε κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθείροντο. Οὐκ ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα. Σὺν αὐτοῖς γὰρ τοῖς ὅπλοις τὰς ἄνδρας ἐξαιρῶντες ἐρρίπτουν. Τὸ δὲ πέρας, ἀναχωρήσαντες εἰς τὴν παρεμβολὴν, καὶ συνεδρεύσαντες μετὰ τῶν χιλιάρχων οἱ περὶ τὸν Ἄππιον, ὁμοθυμαδὸν ἐβουλεύσαντο πάσης ἐλπίδος πέραν λαμβάνειν, πλὴν τοῦ διὰ πολιορκίας ἑλεῖν τὰς Συρακούσας, ὡς καὶ τέλος ἐποίησαν. Ὀκτὼ γὰρ μῆνας τῇ πόλει προσκαθεζόμενοι, τῶν μὲν ἄλλων στρατηγημάτων ἢ τολμημάτων ἀδενὸς ἀπέσχοντο τοῦ ἢ πολιορκεῖν ἀδέποτε ἐπὶ πεῖραν λαβεῖν ἐθάρρησαν. Οὕτως εἷς ἀνὴρ, καὶ μία τέχνη δεόντως ἡρμοσμένη πρὸς ἕνια τῶν πραγμάτων, μέγα τι χρῆμα φαίνεται γίγνεσθαι καὶ θαυμάσιον. Ἐκεῖνοι γοῦν τηλικαύτας δυνάμεις ἔχοντες καὶ κατὰ γῆν καὶ κατὰ θάλατταν, εἰ μὲν ἀφίλοι τις πρεσβύτην ἕνα Συρακουσίων,

παραχρῆμα τῆς πόλεως κυριεύσειν ἔλπιζον· τότε ἢ συμπαρόντες, ἐκ ἐθάῤῥουν ἐπιβάλλεσθαι κατά γε τοῦτον τὸν τρόπον, καθ' ὃν ἀμύνασθαι δυνατὸς ἦν Ἀρχιμήδης. Οὐ μὴν ἀλλὰ πολίοντες, μάλις' ἂν ὑπὸ τῆς τῶν ἀναγκαίων ἐνδείας διὰ τὸ πλῆθος τὰς ἔνδον ὑποχωρεῖν σφίσι γνῶσθαι, ταύτης ἀντεῖχοντο τῆς ἐλπίδος, καὶ ταῖς μὲν ναυσὶ τὰς κατὰ θάλατταν ἐπικουρίας αὐτῶν ἐκώλυον, τῷ δὲ πεζῷ στρατεύματι τὰς κατὰ γῆν. Βυλόμενοι δὲ μὴ πᾶσιν ἄπρακτον τὸ χρόνον, ἐν ᾧ περισφεύσοι ταῖς Συρακούσαις, ἀλλ' ἅμα τι καὶ τῶν ἐκτὸς χρησίμων κατασκευάζεσθαι, διεῖλον οἱ στρατηγοὶ σφᾶς αὐτοὺς καὶ τὴν δύναμιν· ὥστε τὸν μὲν Ἄππιον, ἔχοντα δύο μέρη, προσκαθῆσθαι τοῖς ἐν τῇ πόλει, τὸ δὲ τρίτον ἀναλαβόντα Μάρκελλον ἐπιπορεύεσθαι τοῖς Καρχηδονίοις αἰρομένοις κατὰ τὴν Σικελίαν.

fuiſſet, urbem ſe primo impetu capturos ſperaſſent. Adſtante Archimede, ne oppugnationem quidem tentare auſi ſunt; ſaltem ea ratione, cui ille poſſet occurrere. Cum autem ingens multitudo mœnibus includeretur, ſperantes fore ut oppidani propter annonæ inopiam ultro ſe dederent, ad hoc animum adjecerunt. Itaque eos claſſe maritimis ſubſidiis, iis vero, quæ terra adveherentur, terreſtri milite prohibebant. Ac ne tempus omne, quo Syracuſas corona cingebant, ipſis ab opere vacaret, ſed utile aliquid ſimul foris agerent, ita copias inter ſe partiti ſunt Imperatores, ut cum duabus partibus urbem obſideret Appius; tertiam Marcellus accipiens in eorum fines per Siciliam duceret, qui cum Carthaginienſibus ſentiebant.

LIVIUS HIST. LIB. XXIV.

Inde terra marique ſimul cœptæ oppugnari Syracuſæ, terra ab Hexapylo, mari ab Achradina, cujus murus fluctu alluitur. Et quia ſicut Leontinos terrore ac primo impetu ceperant, non diffidebant vaſtam disjectamque ſpatio urbem parte aliqua ſe invaſuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuiſſet tanto impetu cœpta res fortunam, niſi unus homo Syracuſis ea tempeſtate fuiſſet. Archimedes is erat, unicus ſpectator cœli ſiderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum, operumque, quibus ea, quæ hoſtes ingenti mole agerent, ipſe perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, pleraque alta et difficilia aditu, ſummiſſa quædam, et quæ planis valibus adiri poſſent, ut cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Achradinæ murum, qui, ut ante dictum eſt, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat. Ex cœteris navibus ſagittarii funditoreſque, et velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quemquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur. Hi, quia ſpatio miſſilibus opus eſt, procul muro tenebant naves. Junctæ aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteriore ordine remorum velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adverſus hunc navalem apparatum Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris diſpoſuit. In eas, quæ procul erant, naves ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis. Poſtremo, ut ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cavis aperuit: per quæ cava pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propius quidem ſubibant naves, quo interiores ictibus tormentorum eſſent, in eas tollenone ſuper murum eminente, ferrea manus firmæ catenæ illigata cum injecta proræ eſſet, gravique libramento plumbi recelleret ad ſolum, ſuſpenſa prora navim in puppim ſtatuebat. Dein remiſſa ſubito, velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam ſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio eſt eluſa; omniſque vis eſt averſa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat, Hieronis impenſis curaque per multos annos, Archimedis unica arte. Natura etiam adjuvabat loci: quod ſaxum cui impoſita muri fundamenta ſunt, magna ex parte ita proclive eſt, ut non ſolum miſſa tormento, ſed etiam quæ pondere ſuo provoluta eſſent, graviter in hoſtem inciderent. Eadem cauſa ad ſubeundum arduum aditum inſtabilemque ingreſſum præbebat. Ita conſilio habito, cum omnis conatus ludibrio eſſet, abſiſtere oppugnatione, atque obſidendo tantum arcere terra, marique commeatibus hoſtem placuit.

DE SPECULIS COMBURENTIBUS.

GALENUS DE TEMPERAMENTIS LIB. 3. CAP. 2.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρίων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις. Ἀνάπτεται δ' ἑτοίμως ὑπὸ πυρίου καὶ ἔριον καὶ σπεῖον, καὶ θρυαλλὶς καὶ νάρθηξ, καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ καῦσιμον.

Hoc utique modo, ut ego arbitror, Archimedes etiam traditur per comburentia ſpecula hoſtium naves incendiſſe. Facile vero ſuccenditur a ſpeculo comburente lana, ſtuppa, ellychnium, ferula; quidquid denique ſiccum eſt et perflabile.

ZONARAS ANNAL. LIB. 9.

Denique totam Romanorum classem mirabili prorsus modo combussit. Cum enim quoddam speculum ad solem convertisset, radios ejus excepit, incensoque aere, ob densitatem lævitatemque ipsius speculi, ingentem flammam excitavit, quam cum navibus injecisset portum subeuntibus, totas absumpsit.

Καὶ τέλος σύμπαν τὸ ναυτικὸν τῶν Ῥωμαίων παραδόξως κατέπρησε. Κάτοπτρον γάρ τι πρὸς τὴν ἥλιον ἀναπτύσας, τὴν τε ἀκτῖνα αὐτῆς εἰς αὐτὸ εἰσεδέξατο, καὶ τὸ πῦρ ἀπ' αὐτῆς τῇ πυκνότητι καὶ τῇ λειότητι διακαυθὲν πυρώσας, φλόγα τε μεγάλην ἐξέκαυσε, καὶ πᾶσαν αὐτὴν ἐς τὰς ναῦς ὑπὸ τῆς τοῦ πυρὸς ἀδίνος ἐρμώσας ἐνέβαλε, καὶ πάσας κατέκαυσεν.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

Ac verò Marcello Imperatore olim Romanorum,
Syracusas terra obsidente, et mari,
Quasdam quidem primum machinis attraxit onerarias naves,
Et ad Syracusanum murum cum levasset,
Cum ipsis viris iterum in profundum demisit unà.
Marcello autem auferente paululum onerarias,
Senex iterum omnes facit Syracusanos
Attollere posse lapides plaustrales,
Et singulos jacientes, demergere naves.
Cum autem Marcellus removisset illas ad jactum arcus,
* Educens quod speculum fabricavit senex:
A distantia autem commensurati speculi,
Parva hujusmodi specilla cùm posuisset, quadrupla angulis
Quæ movebantur squamis, et quibusdam scalpturis,
Medium illud posuit radiorum solis,
Australis, et Æstivalis et Hyemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis,
Exarsio sublata est formidabilis ignita navibus.
Et has in cinerem redegit longitudine arcus jactus.
Sic vincit Marcellum machinis Senex.

* Fortasse. Sexangulum speculum &c.

Καὶ τῷ Μαρκέλλῳ στρατηγῷ ποτὲ δὴ τῶν Ῥωμαίων,
Τῇ Συρακούσῃ κατὰ γῆν προσβάλλοντος, καὶ πόντου,
Τινὰς μὲν πρώτου μηχαναῖς ἀνείλκυσεν ὁλκάδας,
Καὶ πρὸς τὸ συρακόσιον τεῖχος μετεωρίσας,
Ἀυτάνδρους πάλιν τῷ βυθῷ κατέπεμπεν ἀθρόους.
Μαρκέλλου δ' ἀποστήσαντος μικρόν τι τὰς ὁλκάδας,
Ὁ Γέρων πάλιν ἅπαντας ποιεῖ Συρακουσίους
Μετεωρίζειν δύνασθαι λίθους ἁμαξιαίους,
Καὶ τὸν καθένα πίπτοντα, βυθίζειν τὰς ὁλκάδας.
Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξου,
*Ἐξάγων ὅντι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ Γέρων·
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς τετραπλᾶ γωνίαις,
Κινήμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμοίς,
Μέσον ἐκεῖνο τίθησιν ἀκτίνων τῶν ἡλίου,
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς, καὶ χειμεριωτάτης·
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων,
Ἐξαψις ἦρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.
Οὕτω νικᾷ τὸν Μάρκελλον ταῖς μηχαναῖς ὁ Γέρων.

* Ἐξάγωνόν τι κάτοπτρον &c.

APPENDIX.

INDEX

COMMENTARIUS

IN ALIQUAS

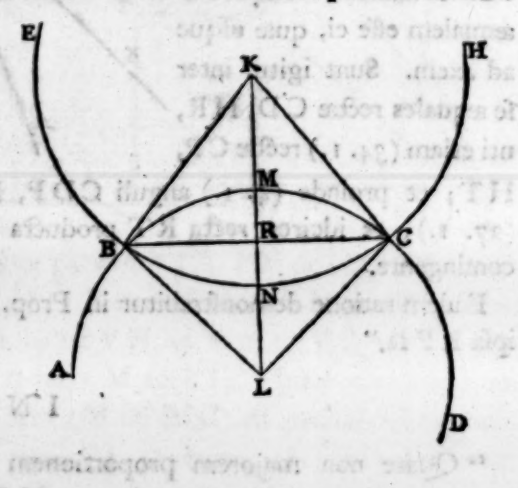
ARCHIMEDIS

PROPOSITIONES

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR.

IN PROP. VIII. Lib. I.

"PORTIONIS in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per K ducta." Secent enim ſe invicem circumferentiæ in punctis B, C; et jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L. Secet recta K L rectam B C in puncto R, circumferentias vero in N, M. Tum propter L, K centra circulorum, erunt rectæ B L, L C, uti etiam rectæ B K, K C, inter ſe æquales; et idcirco (8. 1.) anguli B L K, C L K æquales. Quare rectæ B R, R C æquales ſunt, et anguli B R L, C R L recti; et proinde (3. 3.) recta K L bifariam ſecabit, et ad rectos angulos, omnes rectas in ſegmento B M C vel B N C ipſi B C parallelas. Ergo portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis eſt in recta K L.



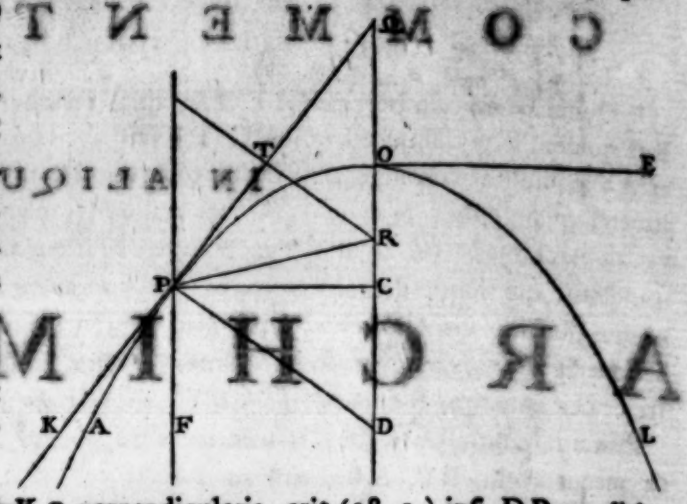
IN PROP. IX. Lib. I.

" Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K." Hoc iiſdem verbis ut ſupra demonſtrabitur, ſi jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L.

IN PROP. II. Lib. II.

"Seſquialterum ejus, quæ uſque ad axem;" hoc eſt, ſeſquialterum dimidiæ rectæ juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur, ut conſtat ex demonſtratione Prop. V. de Conoidibus et Sphæroidibus.

Pag. 340. lin. 19. "Quare angulus RPΩ acutus erit." Sit enim rectanguli coni ſectio AOL, cujus axis OD; et ipſam contingat recta KΩ in puncto P et occurrat axi in Ω. Sit recta OE juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur; et ducantur a contactu P ad axem rectæ PC, PD, recta quidem PC axi ordinatim applicata, recta vero PD contingenti KΩ perpendicularis. Tum erit rectangulum ΩCD (8. et 17. 6.) æquale quadrato ex PC, et proinde æquale rectangulo EOC, per cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. Ut igitur ΩC ad OC ita EO ad CD. Sed recta OC dimidia eſt ipſius ΩC, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. et idcirco eſt recta CD dimidia ipſius OE, et proinde æqualis rectæ, quæ ad axem uſque pertingit. Quare ſi OR ſegmentum axis ſit minus linea, quæ uſque ad axem, punctum R cadet inter puncta O, D; et idcirco ſi jungatur RP erit angulus RPΩ acutus.

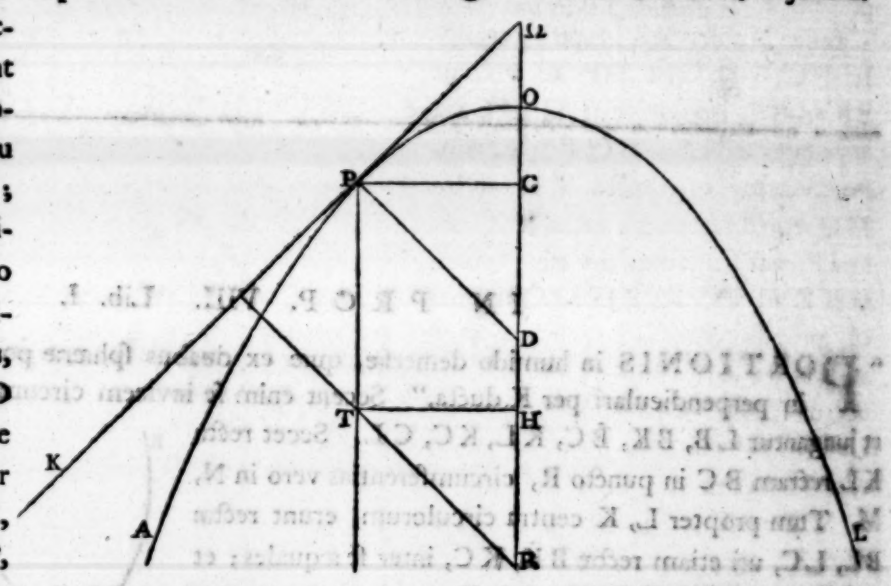


Porro, ſi ducatur recta RT contingenti KΩ perpendicularis, erit (28. 1.) ipſi DP parallela; et proinde cum linea FP extra ſectionem conveniet, et cadet inter P et Ω puncta.

Eadem ratione demonſtrabitur, in Prop 3. "angulum ROK acutum eſſe: et perpendicularem ab R ad KΩ ductam cadere inter K et O."

IN PROP. IV.

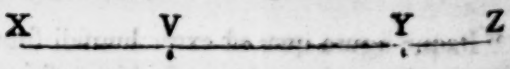
"Ducta linea ab R ad T et producta." &c. Sit enim rectanguli coni ſectio AOL, cujus axis OD, et ipſam contingat recta KΩ in puncto P; et ſint cætera ut ab Archimede poſita. Ducantur a contactu P rectæ PD, PC ad axem; recta PC ei quidem ordinatim applicata, recta vero PD contingenti perpendicularis. Itaque, ut ſupra, demonſtrabitur rectam CD æqualem eſſe ei, quæ uſque ad axem. Sunt igitur inter ſe æquales rectæ CD, HR, uti etiam (34. 1.) rectæ CP, HT; et proinde (4. 1.) anguli CDP, HRT æquales. Ergo rectæ DP, RT ſunt parallelæ (27. 1.); et idcirco recta RT producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente.



Eadem ratione demonſtrabitur in Prop. 5. rectam "RT productam facere angulos rectos cum ipſa KPΩ."

IN PROP. V.

"Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO." Dividatur enim XZ ita, ut ſegmentum YZ ſit ad XZ ut magnitudo demerſa ad totam portionem. Sit vero ſegmentum XV ad XZ ut exceſſus qua-



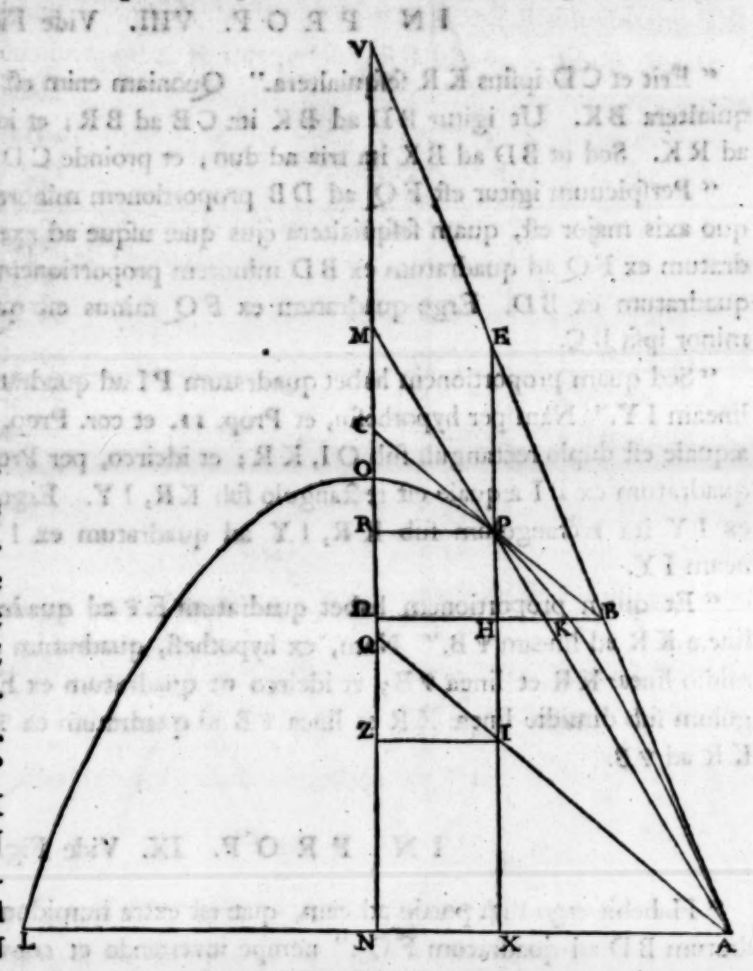
drati NO ſupra quadratum MO ad ipſum NO quadratum. Et quoniam magnitudo demerſa non majorem proportionem habet ad totam portionem quam exceſſus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipſum NO quadratum, ſegmentum YZ non eſt majus ſegmento XV. Quare ſegmentum VZ non eſt majus ſegmento XY. Recta igitur XZ non habet majorem proportionem ad XY, quam habet ad VZ. Sed ut recta XZ ad XY ita tota portio ad eam quæ eſt extra humidum; et per hypotheſin et converſionem, ut recta XZ ad VZ ita quadratum NO ad quadratum MO. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO.

IN PROP. VI.

" Quoniam ergo in portione APOL, quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, KΩ quidem æquidiſtans eſt ipſi AL; PI vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa KΩ in H; et AS æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt." Ubi tamen vel ab Archimede vel ab alio inter Veteres Mathematicos, ſe omnino ignorare profitetur Commandinus, qui itaque demonſtrationem in Commentariis ſuis adjecit, magno molimine, et ſchematum plurimorum ope confectam. Nos idem brevius et facilius ex ſequentibus.

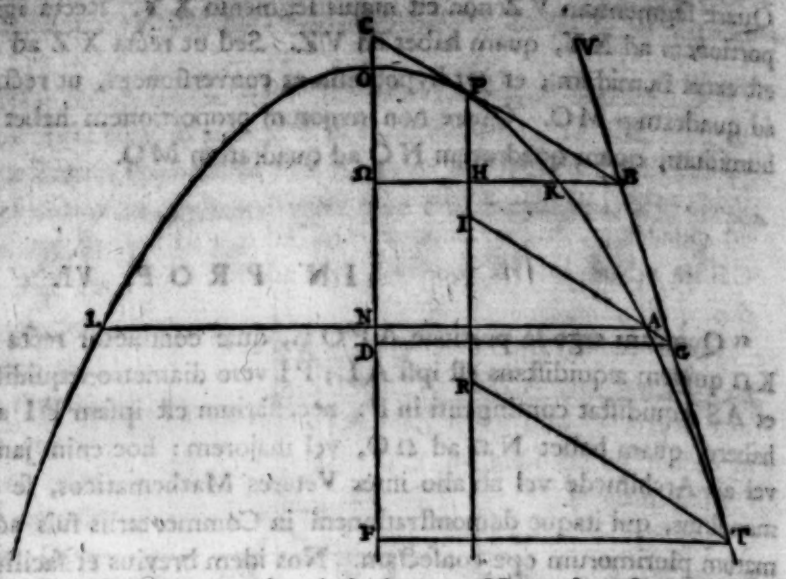
Cæteris manentibus, ut ab Archimede poſita ſunt, occurrant rectæ ΩK, CP ſibi invicem in B; et per punctum B ducatur recta BV quæ ſectionem continget.

Primum contingat recta BV ſectionem in puncto A, et occurrat diametris IP, NO in E, V. Occurrant rectæ BP, AI diametro NV in C, Q; et per puncta P, I ducantur rectæ PR, IZ ipſi AL parallelæ et occurrentes NO in R, Z. Poſtremo, ducatur recta AP et occurrat rectæ NV in M. Tum erit recta IP rectæ PE æqualis, recta autem NO rectæ OV, et recta RO rectæ OC, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. conic. Apol. Sed propter parallelas EH, VΩ, erit EP ad VC ut BP ad BC, hoc eſt, ut PH ad CΩ: et propter æquales EP, PI, et conſtructionem, erit recta VM rectæ MQ æqualis. Porrò recta RZ rectæ IP, vel EP, æqualis eſt. Quare ut RZ ad VC ita PH ad CΩ, hoc eſt, propter æquales (34. 1.) ut RZ ad RN ita RΩ ad CΩ; et dividendo, ut RZ ad ZN ita RΩ ad CR. Ut vero IP ad CM ita (4. 6.) AP ad PM; et ut AP ad PM ita AX ad XN vel IZ, hoc eſt IX vel ZN ad QZ. Quare (11. 5.) propter æquales, ut RZ ad CM ita ZN ad QZ; et permutando, ut RZ ad ZN ita CM ad QZ. Sed propter æquales (34. 1.) IZ, PR et parallelas IZ, PR et IQ, PC, erunt (26. 1.) QZ, CR inter ſe æquales: et proinde, (11. 5.) ut RΩ ad CR ita CM ad CR. Sunt igitur CM, RΩ æquales. Rurſus, ut AV ad BV ita ſe habet VN ad VΩ et VQ ad VC; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut VO ad VΩ ita VM ad VC. Quare dividendo, ut VO ad OΩ ita VM ad MC; hoc eſt, ut NO ad OΩ ita QM ad MC: et proinde dividendo, ut NΩ ad OΩ ita QC ad CM. Ergo, quoniam rectæ QC, PI, uti etiam CM, RΩ, PH inter ſe æquales ſunt; erit NΩ ad OΩ ut PI ad PH.



Secundo, contingat recta VB ſectionem in puncto T; et ducatur recta TR ipſi AI vel CB parallela, et occurrens PI in R. Ducatur etiam recta TF ipſi AN vel ΩK parallela, et occur-

rens ON in F. Producatur recta IA et occurrat contingenti BT in G; et ducatur recta GD ipsi AN parallela, et occurrens ON in D. Tum propter parallelas, erit DΩ ad FΩ ut BG ad BT, et BG ad BT ut PI ad PR. Quare ut DΩ ad FΩ ita PI ad PR. Sed, ut supra, demonstrabitur, rectam FΩ esse ad ΩO ut PR ad PH; et proinde (22. 5.) ut DΩ ad ΩO ita PI ad PH. Sed DΩ ad ΩO majorem proportionem habet quam NΩ ad ΩO; et idcirco PI ad PH majorem proportionem quam NΩ ad ΩO.



"At vero NΩ sesquialtera est ipsius ΩO." Pag. 343. Nam OF (vide Fig. pag. 343.) est dupla ipsius FN, et idcirco ut NF ad NO ita quinque ad quindecim; et, per hypothesin, ut FΩ ad NO ita quatuor ad quindecim. Quare (24. 5.) ut NΩ ad NO ita novem ad quindecim; et NΩ ad ΩO ut novem ad sex.

IN PROP. VIII. Vide Fig. Pag. 345.

"Erit et CD ipsius KR sesquialtera." Quoniam enim est BK dupla ipsius KD, erit BD sesquialtera BK. Ut igitur BD ad BK ita CB ad BR; et idcirco ut BD ad BK (19. 5.) ita CD ad RK. Sed ut BD ad BK ita tria ad duo; et proinde CD sesquialtera ipsius KR.

"Perspicuum igitur est FQ ad DB proportionem minorem" &c. Nam recta CB est excessus quo axis major est, quam sesquialtera ejus quæ usque ad axem; et idcirco, per hypothesin, quadratum ex FQ ad quadratum ex BD minorem proportionem habet quam quadratum ex BC ad quadratum ex BD. Ergo quadratum ex FQ minus est quadrato ex BC, et proinde recta FQ minor ipsa BC.

"Sed quam proportionem habet quadratum PI ad quadratum IY, eandem linea KR habet ad lineam IY." Nam per hypothesin, et Prop. 11. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex PI æquale est duplo rectanguli sub OI, KR; et idcirco, per Prop. 35 et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex PI æquale est rectangulo sub KR, IY. Ergo ut quadratum ex PI ad quadratum ex IY ita rectangulum sub KR, IY ad quadratum ex IY, hoc est (1. 6.) linea KR ad lineam IY.

"Et quam proportionem habet quadratum EΨ ad quadratum ΨB, eandem habet dimidium lineæ KR ad lineam ΨB." Nam, ex hypothesi, quadratum ex EΨ æquale est rectangulo sub dimidio lineæ KR et linea ΨB; et idcirco ut quadratum ex EΨ ad quadratum ex ΨB ita rectangulum sub dimidio lineæ KR et linea ΨB ad quadratum ex ΨB, hoc est (1. 6.) dimidium lineæ KR ad ΨB.

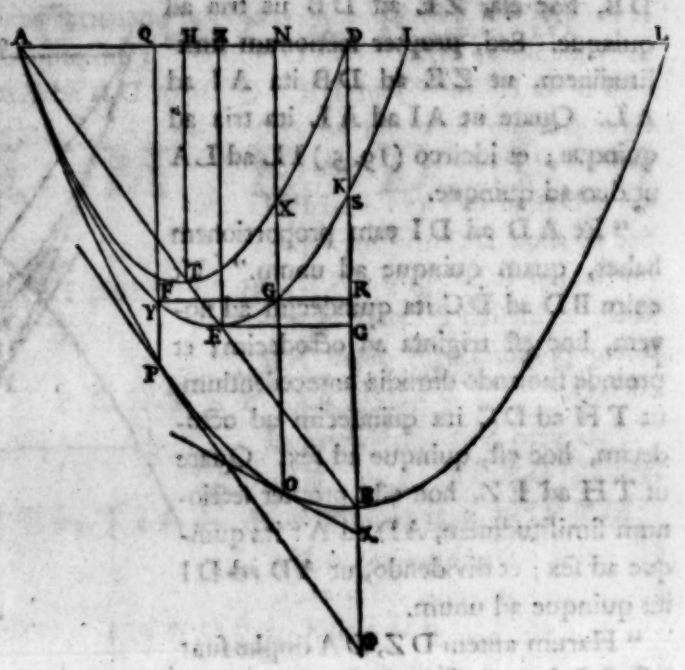
IN PROP. IX. Vide Fig. Pag. 346.

"Habebit ergo totâ portio ad eam, quæ est extra humidum, proportionem eandem quam quadratum BD ad quadratum FQ:" nempe invertendo et convertendo, quoniam pars demersa ad totam portionem, eam proportionem habet, quam excessus quadrati BD supra quadratum FQ ad quadratum BD.

IN DEMONSTRATIONEM PRIMÆ PARTIS

PROP. X.

"Est autem et SB sesquialtera ipsius BR." Nam, per constructionem, est BD sesquialtera rectæ BK, recta vero DS sesquialtera ipsius KR. Quare ut BD ad BK ita DS ad KR; et

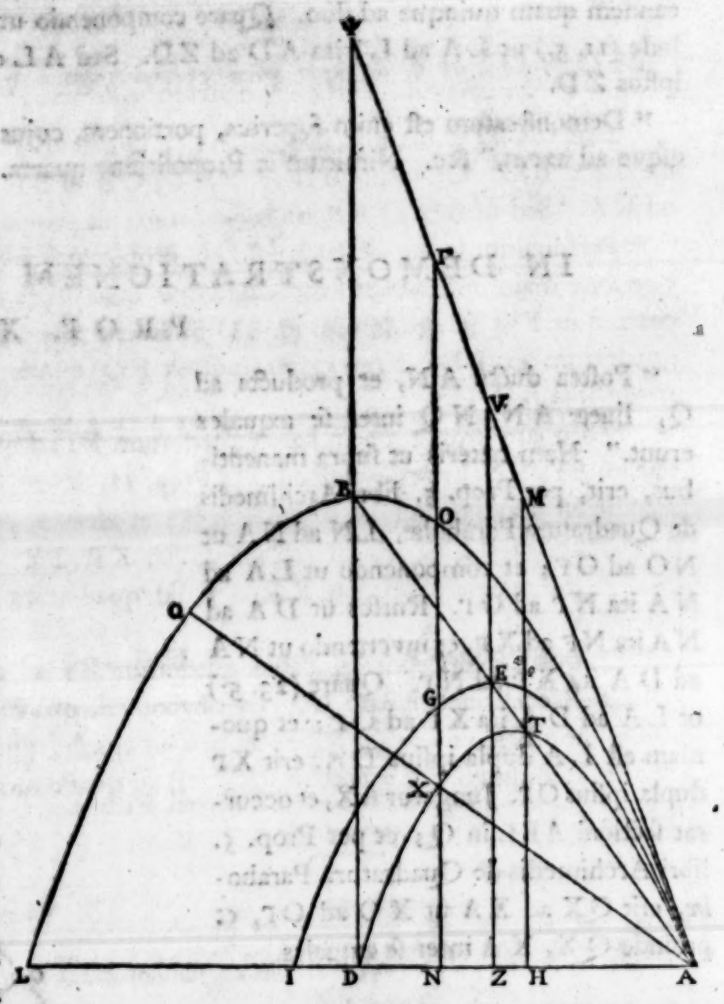


proinde (19. 5.) BD ad BK ut SB ad BR. Ergo est SB sesquialtera ipsius BR.

"Transibit igitur AEI coni sectio per K." Quoniam enim est BK dupla ipsius KD, erit DK ad BD ut quinque ad quindecim. Sed, per hypothesin, ut KC ad DB ita quatuor ad quindecim; et proinde (24. 5.) ut DC ad DB ita novem ad quindecim, et dividendo ut DC ad CB ita novem ad sex, hoc est, tria ad duo.

Rursus (4. 6.) ut DC ad CB ita AE ad EB, hoc est, AZ ad ZD; et proinde ut tria ad duo ita AZ ad ZD, et in eadem proportione est DB ad BK. Constat igitur AEI coni sectionem transire per K, ex quarta Prop. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ.

"Habet OG ad GX proportionem compositam ex proportione, quam habet IL ad LA; et ex proportione, quam AD habet ad DI."

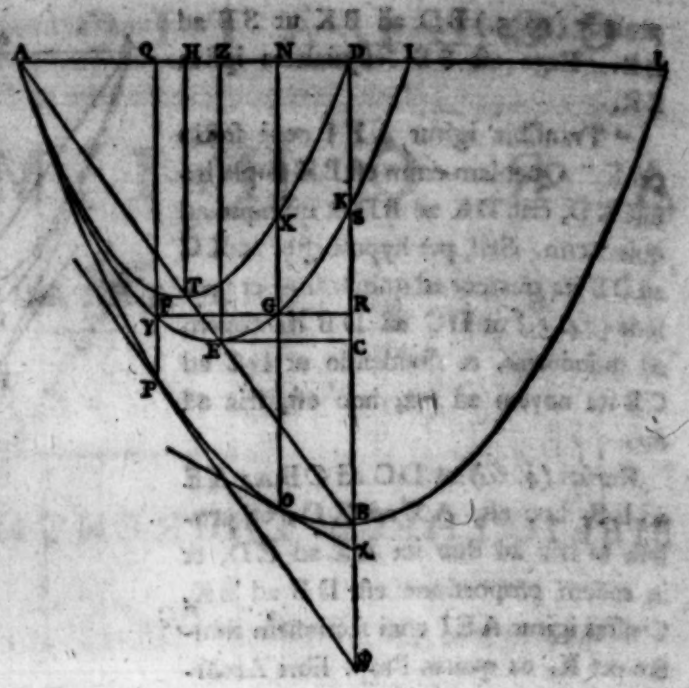


Nam contingat recta AΨ sectionem ABL, et occurrat rectis DB, NO, ZE, HT in punctis Ψ, Γ, V, M. Tum erit BD ad EZ ut DA ad AZ, per Prop. 11. Lib. 6. Apol. et idcirco (4. 6.) BD ad EZ ut DΨ ad ZV. Sed recta DΨ est dupla rectæ BD, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apollonii; et proinde recta ZV dupla ipsius EZ. Quare recta AΨ contingit sectionem AEI, per Prop. 33. Lib. 1. Apollonii. Eodem modo demonstrabitur rectam AΨ contingere sectionem ATD.

Quare, per Prop. 5. Libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, ut AL ad AN ita NΓ ad ΓO; ut vero IA ad AN ita NΓ ad ΓG. Est igitur rectangulum sub AN, NΓ æquale rectangulo sub AL, ΓO (16. 6.), uti etiam rectangulo sub IA, ΓG; et idcirco rectangulum sub AL, ΓO est æquale rectangulo sub IA, ΓG. Ut igitur AL ad IA ita ΓG ad ΓO; et convertendo ut AL ad IL ita ΓG ad GO. Rursus, ut AD ad AN ita NΓ ad ΓX, et idcirco rectangulum sub AD, ΓX æquale est rectangulo sub AN, NΓ; hoc est, æquale rectangulo sub IA, ΓG. Quare ut AD ad AI ita ΓG ad ΓX, et dividendo ut AD ad DI ita ΓG ad GX; et invertendo ut DI ad AD ita GX ad ΓG. Et quoniam ut AL ad IL ita ΓG ad GO, erit rectangulum sub AL, DI ad rectangulum sub IL, AD ut rectangulum sub FG, GX ad rectangulum sub GO, ΓG, hoc est (1. 6.) GX ad GO. Ergo recta OG ad GX habet proportionem compositam ex proportione, quam habet IL ad LA, et ex proportione quam AD habet ad DI.

"Sed IL ad LA habet eandem quam duo ad quinque." Nam supra demonstratum est, rectam DC ad CB eandem proportionem habere quam tria ad duo; et proinde componendo erit DC ad

DB, hoc eſt, ZE ad DB ut tria ad quinque. Sed, propter ſectionum ſimilitudinem, ut ZE ad DB ita AI ad AL. Quare ut AI ad AL ita tria ad quinque; et idcirco (19. 5.) IL ad LA ut duo ad quinque.



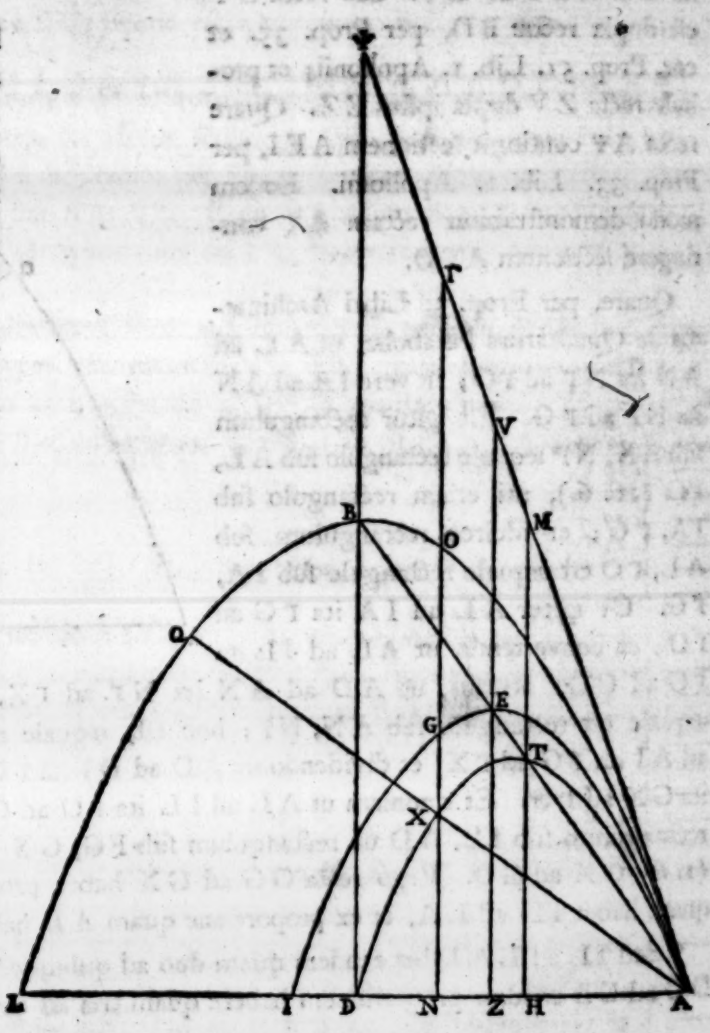
"Et AD ad DI eam proportionem habet, quam quinque ad unum." Ut enim BD ad DC ita quindecim ad novem, hoc eſt triginta ad octodecim; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut TH ad DC ita quindecim ad octodecim, hoc eſt, quinque ad ſex. Quare ut TH ad EZ, hoc eſt, propter ſectionum ſimilitudinem, AD ad AI ita quinque ad ſex; et dividendo, ut AD ad DI ita quinque ad unum.

"Harum autem DZ, DA duplæ ſunt ipſæ LI, LA." Nam demonſtratum eſt, rectam, AZ ad ZD eandem proportionem habere quam tria ad duo; rectam vero AL ad LI eandem quam quinque ad duo. Quare componendo ut AD ad ZD ita quinque ad duo; et proinde (11. 5.) ut LA ad LI ita AD ad ZD. Sed AL dupla eſt ipſius AD, et idcirco LI dupla ipſius ZD.

"Demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cujus axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem," &c. Nimirum in Propoſitione quarta.

IN DEMONSTRATIONEM SECUNDÆ PARTIS PROP. X.

"Poſtea ducta AN, et producta ad Q, lineæ AN, NQ inter ſe æquales erunt." Nam cæteris ut ſupra manentibus, erit, per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, LN ad NA ut NO ad Oγ; et componendo ut LA ad NA ita Nγ ad Oγ. Rurſus ut DA ad NA ita Nγ ad Xγ, et invertendo ut NA ad DA ita Xγ ad Nγ. Quare (23. 5.) ut LA ad DA ita Xγ ad Oγ; et quoniam eſt LA dupla ipſius DA, erit Xγ dupla ipſius Oγ. Jungatur AX, et occurrat ſectioni ABL in Q; et per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, erit QX ad XA ut XO ad Oγ, et proinde QX, XA inter ſe æquales.



COLLATIO OPERUM
ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN

CODICE IV. PLUTEI XXVIII.

BIBLIOTHECÆ LAURENTIANÆ, FLORENTIÆ,

MEMBRANACEO IN FOL. MINORI SÆCULI XIII.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN EODEM CODICE;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

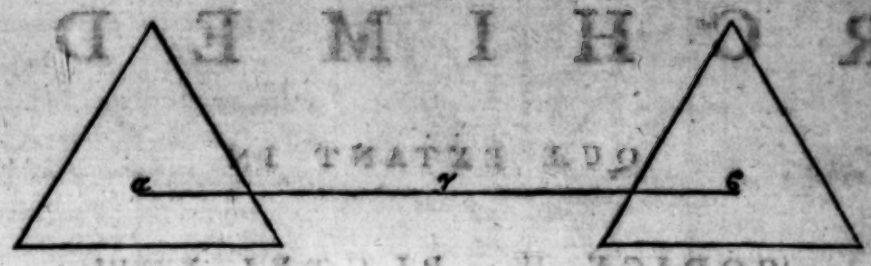
PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
	Tit. ———		Tit. Αρχιμηδους ιστικων &c.	Concordat titulus cum editione.
Pag. 1.	l. 1 ἀπὸ τῶν ἴσων	Pag.104.	l. 35 • •	deeſt τῶν
———	l. 7 προστιθῇ	———	l. 39 προστιθῇ	προστιθη
———	l. 12 ἰφαρμόζῃ	———	l. 42 ἰφαρμόζῃ	ιφαρμοζη
———	l. 19 σχήματος, ἃ ἀ σιρίμετρος	———	l. 45 σχήματος οὗ ἀσυμμέτρος	σχηματος ουκα ασυμμετρος
——2.	l. 16 ἰσοῤῥοπήσει	——55.	l. 39 • •	ισορροπησει
———	l. 17 ἀδ' ἕτερον	———	l. 40 • •	ευθετερον
———	l. 24 ἔχῃ	———	l. 48 ἔχῃ	εχη
———	l. 32 ἰστικειμμένοις.	——56.	l. 3 • •	ιστικειθλομενοις
———	l. 44 πρὸς ΘΚ, ᾗ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἰστιζεύχθωσαι αἱ ΜΚ,ΚΛ,	———	l. 12 πρὸς ᾗ ἰστιζεύχθωσαι αἱ ΘΛ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ· καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ,ΚΛ &c.	προς ΘΚ· και η ΖΘ προς ΘΛ· και η ΔΘ προς ΘΜ· και ιστιζευχθωσαι αι ΜΚ ΚΛ &c.
——3.	l. 2 ἀπὸ τῦ Θ	———	l. 27 • •	αι απο του Θ
———	l. 4 ἃ ἀ σιρίμετρος	———	l. 29 • •	ουκα ασυμμετρος (ſic)
———	l. 7 προιρημένους	———	l. 30 • •	προοιμιοις.
———	l. 8 σιρίμετρον,	———	l. 31 • •	περιδιαμετρου
———	l. 12 τοῦ ΑΒΓ	———	l. 34 τοῦ ΑΒ	του ΑΒΓ
———	l. 21 βάρεος,	———	l. 41 • •	βαρους
———	l. 26 ὅπερ οὐχ	———	l. 45 οὐχ	οπερ ουχ
———	l. 39 Ἀφαιρεθείσας	——105.	l. 1 • •	αφαιρεθεισας γαρ
———	l. 42 συντιτθείσῃ.	———	l. 3 • •	συντιτθῃ
			Cap. I.	
———	l. 46 ᾗ τὸ μεῖζον ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος,	———	l. 4 καὶ τὸ ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος	και το Μ (quo nexu indicatur vox μειζον) απο του χ (quo nexu ſignificatur ελασσονος, ut etiam infra alias occurrit)
———	l. 48 καὶ ἴσον μεῖζον τὸ Α·	———	l. 5 καὶ ἴσον τὸ Α	και ισον μειζον (ſcriptum ut ſupra) το Α
———	l. 52 ἴσον	———	l. 6 • •	ισον ελατῶν

Aſteriſmi deſignant Baſileenſis Editionis cum Oxonienſi concordantiam.

	Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 4. l. 2	Τὰ γὰρ ἴσα	Pag. 105. l. 10 γὰρ ἴσα	τα γαρ ισα

Schema ad hoc pertinens Caput ita se habet



Cap. II.

—— l. 14	κέντρου ἴσου	—— l. 20 • •	κεντρου ισου
—— l. 22	μεγεθῶν	—— l. 23 • •	μεγεθων
—— l. 31	ἰσομέσεται	—— l. 31 • •	ισομεσεται
—— l. 33	ὅτι τὸ Γ	—— l. 34 τὸ ὅτι Γ	οτι το Γ
—— l. 37	Κέντρου τῷ βάρεως	—56. l. 47 • •	εστω κεντρου του βαρεως

Cap. III.

—— l. 47	μεγεθίων	—105. l. 36 • •	των μεγεθιων
—5. l. 2	αὐτῶν κέντρου	—— l. 37 • •	το αυτο κεντρου
—— l. 19	καὶ τῷ πλήθει	—— l. 50 • •	κατα πληθος
—— l. 22	μεγεθίων	—— l. 51 • •	μεγεθιων

Cap. IV.

—— l. 45	καὶ ὡς τὸ Α	—106. l. 18 • •	και εστω ως το Α
—6. l. 13	ἡμίσεν	—— l. 26 ἡμισυ	ημισυ
—— l. 20	ἔστω τὸ Α τῷ Ζ.	—— l. 34 • •	εστω και το Α τω Ζ
—— l. 27	εἰς τὰς τῷ	—— l. 38 εἰς τὰς τᾶ	deest τᾶ
—— l. 28	ἴσα ἐστὶ	—— l. 39 • •	ισαι εισι
—— l. 41	Ἀλλ' ὡς τὸ	—— l. 45 • •	εστι ουν το
—— l. 44	διάμει	—— l. 47 διαμει	διαμει

Cap. V.

—7. l. 6	ἀντιπεπονθότως	—107. l. 1 • •	αντιπεπονθοτως
—— l. 9	ΔΗ τὰ	—— l. 3 τα ΔΗ	ΔΗ τα
—— l. 18	τῷ Γ, ΘΗ.	—— l. 10 • •	τω ΓΗ, ου
—— l. 28	τὸ ΑΒ	—— 57. l. 2 • •	το αυτο ΑΒ
—— l. 31	ἴλαττον	—— l. 4 • •	το ελαττον
—— l. 32	τῶν μείζονος	—— ib. • •	του μειζονος

Cap. VI.

—— l. 42	μεγεθός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῇ	αφαιρεθη τι μεγεθος
—8. l. 4	τῷ ἀφῃρημένου μεγέθει	—— l. 22 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθους	του αφαιρημενου μεγεθους
—— l. 7	ὃ τὸ κέντρον	—— l. 24 οὗτος κέντρου	ου κεντρου
—— l. 20	τμήματα	—— l. 36 • •	τα τμηματα
—— ib.	ἀντιπεπονθώς	—— ib. ἀντιπεπονθέμεν	αντιπεπονθεμεν
—— l. 25	ἐστὶ ἄρα	—— l. 38 • •	αρα εστι

Cap. VII.

—9. l. 7	τῷ βάρεως	—108. l. 5 τοῦ βάρε	του βαρεως

Cap. VIII.

—— l. 16	δίχα τέμνουσα	—— l. 9 τέμνουσα	διχα τεμνουσα
—— l. 28	Τὰ ὂν ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα	—— l. 21 τρίγωνα ἴσα	τα αρα ΑΒΔ ΒΔΓ τριγωνα ισα
—— l. 32	Καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΔΒ κατὰ τὸ Θ	—— l. 24 καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΔΒ κατὰ τὸ Θ.	desunt
—— l. 38	τὸ ΒΔΓ	—— l. 30 • •	το ΑΔΓ
—— l. 39	τᾶς ΑΒ	—— l. 31 • •	τας μιν ΑΒ
—— l. 43	τριγώνῳ	—— l. 34 τριγωνίω	τριγωνου

Cap. IX.

—10. l. 6	σαμεῖα	—— l. 40 σαμεῖον	σαμεια
—— l. 19	ἴσῳ τὸ Η κέντρον	—109. l. 2 ἴσῳ τὸ ᾗ κέντρου	εσω το Η κεντρου
—— l. 26	ἑκάτερον	—— l. 5 ἑκάτην	εκαγον
—— l. 28	ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ	—— l. 6 • •	ισα εστι τα υπο ΕΔΗ
—— l. 32	τὸ Ν σαμεῖον, ὅπερ	—— l. 8 • •	desunt

Cap. X.

—— l. 37	βάσει	—— l. 10 • •	ταις βασιν
—— l. 38	ὁμοίως	—— l. 11 ὁμοίας	ομοιως
—— l. 44	ἐπιζευχθῶ	—— l. 12 • •	επιζευχθω, et sic in linea 18.
—— l. 50	ὁμοίως	—— l. 15 • •	ομοιως corr. ομοιας
—11. l. 2	γεγονήτω	—— l. 19 • •	γεγονησθω
—— l. 8	ὑπὸ ΑΗΒ	—— l. 28 • •	υπο ΑΗΒ γωνια
—— l. 20	ὁμολόγως	—— l. 34 • •	τους ομολογως
—— l. 21	καὶ ἴσας	—— l. 34 • •	deest και

Cap. XI.

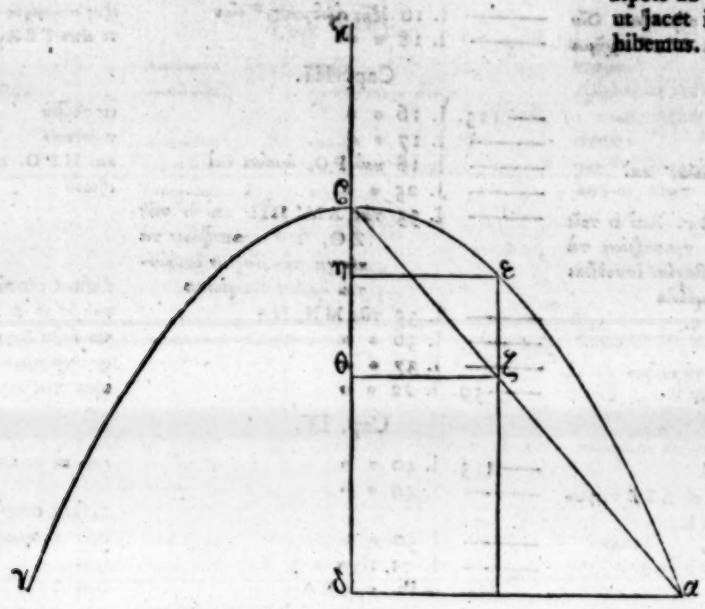
—— l. 27	ἐπὶ μέσαν	—— l. 36 • •	επιμεσα
—— l. 32	καὶ δι' αὐτοῦ	—— l. 39 • •	και δια του
—— l. 35	τᾶς ΘΙ	—— l. 40 • •	τας ΘΙΕ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 11. l. 41 τοῦ δὴ ΖΟ	Pag. 109. l. 43 • •	του δὲ ΖΘ
—— l. 49 τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ.	—— l. 46 • •	τας ΑΜ, ΜΖ ΖΓ ΚΖ
—12. l. 9 λόγου ἔχει	—— l. 51 • •	deeſt ἔχει
—— l. 17 τι μέγεθος	— 110. l. 4 τὸ μέγεθος	τι μεγεθος
—— l. 42 ἡ ΑΕ	— 57. l. 13 • •	ἡ ΑΘ
—— l. 45 ἐστιν ἄρα	—— l. 15 • •	αρα εστιν
—13. l. 5 τρίγωνα	—— l. 22 • •	τα τριγωνα
—— l. 6 ἴσων βασίων	—— — ib. ἴσου βάσιων	ισων βασιων
—— l. 14 ἔχει λόγον	—— l. 27 • •	λογον εχει
—— l. 15 ἄρα πρὸς	—— — ib. • •	deeſt ἄρα
—14. l. 7 νομίεται διὰ τῦ Θ	— 111. l. 1 • •	νομιυεται δι δια. του Θ
	Cap. XII, XIII.	
—— l. 31 αὐτῆς	—— l. 12 • •	αυτης
—— l. 33 ἔχει τὸν λόγον	—— l. 14 • •	εχειν τον λογον
—— l. 43 ἐκβαλῆς	—— l. 18 • •	εκβαλη
—15. l. 9 τῇ βάσει ἄκται ἡ ΜΘ.	—— l. 32 τα βάσι • αἱς τᾶς ἡ ΜΘ.	τα βασι ακται ἡ ΜΘ
—— l. 33 σαμεῖον	— 57. l. 37 σημεῖον	σαμειον, et ſic infra.
—— l. 42 βάμος	—— l. 46 • •	βαρους
—— l. 46 ἐπιζευγνύμενοι	—— l. 49 ἐπιζευγνύμενοι	επιζευγνυμεναι
—16. l. 7 βάρος	— 58. l. 5 • •	βαρους
	— 127. Archimedis τῦ παραλογισμες παραβολης	
—18. l. 5 κέκρυπται	—— l. 37 • •	κεκρυται
—— l. 11 συραμὶς	—— l. 40 • •	μυραμις
—— l. 15 προκειμένης	—— l. 43 προκειμενω	προειρημενω
—— l. 17 τῶν ἄλλων τότε	—— l. 45 τοῦ τοῦτου	των αλλων του τουτου
	Cap. I.	
—— l. 27 τομὰ ἀ ΑΒΓ,	— 128. l. 1 τομὰ ἀ ΒΓ	τομα αφας ἀ ΑΒΓ
—— — ib. ἀ μὲν	—— l. 2 • •	deſunt
—— l. 29 ΑΔΓ	—— l. 3 • •	ΑΓ
—— l. 31 τῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἰσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι.	—— l. 4 • •	του κωνου τομας· ισα εστι ἀ ΑΔ τα ΑΓ· και ισον ἡ ἀ ΑΔ παραλληλος ἐσουσα αι τι ΑΓ. και ἀ κατα το Β. επιψαυουσα τας του κωνου τομας.
	Cap. II.	
—— l. 38 ἀ ΑΒΓ,	—— l. 7 ἀ ΑΒ	ἀ ΑΒΓ
—— — ib. ΒΔ	—— l. 8 ἀ ΒΔ	α μεν ΒΔ
—— l. 40 καὶ ἀ ΓΕ	—— l. 10 • •	α δε ΕΓ
	Cap. III.	
—19. l. 2 ἀ ΑΒΓ	—— l. 13 ἀ ΑΒ	ἀ ΑΒΓ
—— l. 3 ἀχθῶσι	—— l. 15 • •	αχθωσαν
—— l. 4 παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β	—— — ib. • •	deſunt
—— l. 7 μάκει	—— l. 17 μήκει	deeſt
—— l. 8 ὕτως	—— — ib. • •	deeſt
	Cap. IV.	
—— l. 19 τέμνουσα ἑκατέραν τᾶν ΑΓ ἢ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν	—— l. 24 τέμνουσαν, τὰν δὴ	τεμνουσα την δια
—— l. 23 διὰ τῦ Η	—— l. 27 διὰ τοῦ Κ	δια του Ι
—— l. 27 τὰν ΚΗ	—— l. 29 • •	την ΚΙ
—— l. 30 ὕτως ἀ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυναμει·	—— l. 31 οὕτως ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει· ὥς τι	ουτως ἀ ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαι. ωςι
—— l. 37 ΔΖ, ὕτως ἀ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. Τᾶ δὴ	—— l. 34 ΔΖ, οὕτως ἀ ΘΖ ποτὶ την ΘΗ. τὰ δὴ	deſunt. Inter ΘΗ et τὰ δὴ intercedit lacuna trium vel quatuor verborum.
	Cap. V.	Deinceps nulla ſit in Codice Capitum numeratio.
—20. l. 5 παρὰ τὰν ΑΖ·	— 129. l. 4 • •	ποτι την ΑΖ
	Cap. VI.	
—— l. 37 κάτω χωρίσθω·	—— l. 27 • •	κατωθισθω
—21. l. 5 ὁ ζυγὸς, ἱστεῖται ἀ ΑΓ	—— l. 33 ὁ ζυγὸς ΕΚ, καὶ ἀ ΑΓ	ο ζυγος εστω ἀ ΑΓ
—— l. 8 καθέτοι	—— l. 39 • •	καθετοις
—— l. 16 τριγώνιον	—— l. 47 • •	τριγωνον
—— l. 17 καταγασθὶν,	—— l. 48 • •	καταγαθειν
	Cap. VII.	
—— l. 34 βάσιν	— 130. l. 7 • •	βασιν μεν
	Cap. VIII,	
—22. l. 8 κριμάσθω	—— l. 23 • •	κικριμασθω
	Cap. IX.	
—— l. 34 κριμάσθω	—— l. 50 • •	κικριμασθω, et ſic infra
	Cap. X.	
—23. l. 19 τῦτον ἔχειν	— 131. l. 20 • •	τουτον εχει corr. τουτον ὁν εχει
—— l. 25 ἔχον	—— l. 23 • •	εχοντα
—— l. 26 ἰσορροπήσει	—— l. 24 • •	ισορροπειτω
—— l. 30 Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπεζίον	—— l. 26 • •	μειζον ὁν αλογον εχον το ΒΔΗΚ τραπεζιον
	Cap. XI.	
—— l. 48 τὰ Β, Η	—— l. 43 τὸ Β, Η	τα ΒΗ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XII.	
Pag. 24. l. 20 τῦ Α	Pag. 131. l. 50 • •	του μεν Α
—— l. 27 τῦ Ζ,	—— 132. l. 5 • •	τα Ζ
	Cap. XIII.	
—— l. 43 κατα τα Ε, Η·	—— l. 23 • •	κατα τα ε.
—— l. 46 ισορροπιτω	—— l. 26 ισορροπότω	ισορροπιτω
	Cap. XIV.	
—— 25. l. 20 τριγώνω,	—— l. 41 τριγωνίω	τριγωνου
—— l. 22 α ΓΒ	—— l. 42 ἡ ΑΒ	ἡ ΑΒΓ
—— l. 25 καὶ κεκερμάσθω	—— 132. l. 43 • •	και κερμασθω
—— l. 30 ζυγῦ	—— l. 44 • •	του ζυγου
—— l. 39 τῦ ΤΗ·	—— l. 45 τῦ ΘΗ	τω ΤΗ
—— 26. l. 4 ἴσχυσα λόγον	—— 133. l. 1 ἴσχυι λόγω	ισχοντι λογον
—— l. 5 ωστὶ τὸ ΑΖ.	—— – ib. • •	ωστι το ΑΖ
—— l. 6 ωστὶ δὲ τὰν ΒΙ	—— – ib. • •	ωστι δε ταν ΒΗ
	Cap. XV.	
—— l. 46 ἀγμένας	—— l. 41 • •	αγμενον
—— 27. l. 5 τὰ ΒΕ	—— l. 44 τᾶ ΒΕ,	ταν ΒΕ
—— l. 22 Νοείσθω δὲ	—— l. 49 • •	νοεισθω δε
—— l. 32 τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ	—— 134. l. 1 τὰ ΡΧΨΩΔ	των ΡΧΨΩΔ
—— l. 39 τᾶ Ρ	—— l. 15 • •	του ΡΧ
	Cap. XVI.	
—— 28. l. 5 τὸ ΒΘΓ	—— l. 33 • •	το ΒΓΔ
—— l. 17 αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ ΠΟ . .	—— l. 40 • •	αι ΜΦΝΡΞΘΠΣ
—— l. 39 μεῖζον ἢ	—— l. 48 • •	μειζον ὁν ἡ
—— l. 51 κατασκευάσθω.	—— 135. l. 2 • •	κατισκευασθω
—— 29. l. 3 ἐντὶ	—— l. 4 • •	εστι
—— l. 14 ἐστὶν	—— l. 15 • •	εστι
	Cap. XVII.	
—— l. 35 τομᾶς	—— l. 28 τιμᾶς	τομας
—— 30. l. 1 τριπλάσιον· δῆλον	—— 136. l. 2 τριπλάσιον, δῆλον	τριπλασιον εστι του δι ΒΘΓ τριγωνου τετραπλασιον. δηλον
—— l. 2 τμᾶμα	—— – ib. τμημα	deeſt
—— – ib. ΒΘΓ τριγώνω.	—— – ib. τοῦ ΕΘΓ τριγωνου	του ΒΔΓ τριγωνου
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 • •	απο επι τας
	Cap. XVIII.	
—— l. 21 ὀρθωγωνίω	—— l. 14 ὀρθογωνίω	και ορθογωνιου
	Cap. XIX.	
—— l. 31 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἃ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως, ἃ δὲ ἀπὸ μίσας τὰς ἡμισείας·	—— l. 20 • •	deſunt omnia.
—— l. 45 ἔστι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	—— l. 32 ἔσται μέν τοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	αι μεν τι δηλον ως ταν αυταν
	Cap. XX, XXI.	
—— 31. l. 35 τμαμάτισσι,	—— 137. l. 5 τμημάτισσι	τμημασιν
—— 32. l. 1 τμάματος τῦ ΑΖΒ· τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ τὰν αὐτὰν	—— l. 17 • •	του τμηματος του ΑΖΒ. το δι ΑΖΒ τριγωνον ταν αυταν
—— l. 10 ὀκταπλάσιον.	—— l. 21 • •	εστιν οκταπλασιον
—— l. 12 τμᾶμα	—— l. 21 τμῆμα	τμηματος
	Cap. XXII.	
—— l. 17 τῦ βάσιν	—— l. 23 • •	deeſt τω
—— l. 23 τετρακλάσιον ἢ ἔστω τὸ Ζ τῦ Η· καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	—— l. 29 τετρακλάσιον δὲ ἔστω τὸ Ζ· τῦ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	τετραπλασιον δι εστω το προυμενου του τετμημενου. μεγιστον δι εστω το Ζ. και εστω το Ζ ισον &c.
—— l. 39 εἰς τὰ	—— l. 41 • •	τα ες τα
—— l. 41 ἴσα ἐντὶ τῦ Θ·	—— l. 43 ὄντων ΤΘ	οντων το Θ
—— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα.	—— l. 44 ἐς τὸ τμῆμα	ως το τμημα
	Cap. XXIII.	
—— 33. l. 2 συντιθέντι	—— l. 46 • •	συντιθεντι
—— l. 4 εἰς τὸ αὐτὸ	—— l. 47 • •	ες το αυτο
	Cap. XXIV.	
—— l. 46 μεῖζον,	—— 138. l. 25 • •	μειζον εστι
—— l. 48 ΑΔΒΕΓ	—— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ
	Ἀρχιμήδους τῦραγωνισμῶ παραβολῆς τελος.	Poſt repetitionem tituli, qualis erat in principio Libri, ſubjungitur: Εὐτυχίου λογου γεωμετρα. Πολλοὺς ἐς λυκάβαντας ἴους πολὺ φίλτατε μούσαις
	—— 112. Ἀρχιμήδους Ισορρόπικων β'.	Ἀρχιμήδες εισοροπικων β'.
	Cap. I.	
—— 35. l. 18 τὰ Ε, Ζ	—— l. 7 • •	εστω ἵα ΕΖ
—— 36. l. 4 τᾶ ΗΕ	—— l. 10 • •	ἵα ΗΘ
—— – ib. Ἔστω καὶ	—— – ib. • •	εσται αρα και
—— l. 7 Περιβεβλήσθω	—— l. 11 • •	παραβεβλησθω

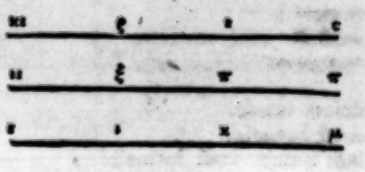
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 36. l. 14 ωστε τὸ ΝΞ.	Pag. 112. l. 15 πρὸς τὸ ΝΞ	deest τὸ
—— l. 16 ἀ ΛΘ τῷ ΘΚ,	—— l. 16 ἀ ΛΘ τᾶ ΛΚ	α ΛΘ τα ΘΚ
—— l. 20 Καὶ τῦ	—— l. 18 • •	ωτι και του
—— l. 22 Αἶκα εἰς	—— l. 19 Εἶκα εἰς &c.	Ab hiſce verbis Codex exorditur Caput novum, ſcilicet β.
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 • •	γνωρισμως
—— l. 35 τᾶν διαμέτρων	—— l. 29 τᾶν διαμέτρων	ταν διαμετρω
—— ib. εἰς τῦτο τῶν	—— l. 30 εἰς τοὺς τῶν	εις τουλων
—— l. 37 τῦτο δὲ δικτύου	—— l. 32 τοῦτο δίδικται	τουτο δι δικτυου
—— l. 44 δυθεῖσαν	—— 58. l. 15 • •	δυθισαν ευθιαν
—— 37. l. 8 ἅπαντα	—— l. 20 • •	παντα
	Cap. II.	Heic nulla fit novi Capitis diviſio, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea numeratio Capitum deinceps coincidit.
—— l. 14 ἐπὶ τᾶς τῦ	—— 112. l. 36 ἐπὶ τοῦ	επι τας του
—— l. 19 Διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος ἴσω ἀ ΒΔ.	—— 113. l. 1 διάμετρος δὲ τῦ τμήματος ἴσω ἀ ΒΔ	
—— l. 24 τῦ μὲν ΑΕΚΓ	—— l. 2 • •	desunt omnia.
—— l. 39 ἐκβάλει	—— 58. l. 27 • •	του μεν ΕΖ ΙΚ
—— l. 43 ἀγομένην. Οὕτως γὰς	—— l. 30 ἀγομένη. οὕτως γὰς	εκβαλει
—— l. 46 ΕΗ, ΖΟ ἴσονται	—— l. 32 • •	αγομενην. ου γαρ
—— l. 50 ἐφαπτόμεναι	—— l. 35 ἐφαπτόμενα	ΕΗ ουκ ισονται
—— 38. l. 3 πρὸς ΗΑ,	—— l. 38 • •	εφαπτομεναι
—— l. 4 τῇ ΑΗ.	—— ib. • •	deest πρὸς
—— l. 6 ἴση ἐστί.	—— l. 39 ἴση ἐστὶ	τη ΑΔ
—— l. 11 δὲ καὶ ΑΕ,	—— l. 42 • •	εστιν ισην
—— l. 18 τὴν ΒΔ	—— l. 47 • •	δη και αι ΑΕ
—— l. 19 Β,Α,	—— ib. • •	την ΒΓ
—— l. 20 ΔΔ ἐπὶ	—— 59. l. 1 ἡ ΔΔ ἐπὶ τὰ	η ΒΔ
—— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΔ,	—— l. 3 • •	η Δ επι
—— 39. l. 6 ἡ ΛΔ	—— l. 13 ἡ ΔΔ	deſunt
—— l. 7 εἰς τῦς τῶν ἐξῆς	—— l. 14 • •	η ΛΔ
—— l. 8 ἀριθμῶν	—— ib. • •	εις τουλων εξης
—— l. 11 ἐξῆς ἀριθμὸς τίμνοιλαι. Οἷν	—— l. 16 ἐξῆς ἀριθμους, * οἷον	αριθμους
—— l. 14 τὸ ΑΠΕΤΕΧΖϛΓ σχῆμα	—— l. 18 • •	εξης κειμενους αριθμης. οιον
	Cap. III.	το απο ΓΒΑ Ζ ϛ Γ σχημα
—— l. 36 εἰς τῦς τῶν	—— 113. l. 16 • •	εις τουλων
—— l. 37 περισσῦς	—— l. 17 • •	περισσων
—— l. 38 καὶ ΡΟ, ὁμοίως· καὶ	—— l. 18 καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ	και ΠΡΟ. και
—— l. 42 ἐξῦνται.	—— l. 25 • •	εξουλι
—— l. 48 τὰς ΑΜ, Ω ϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἰσσυῦται ὁμοίως διαιρέονται	—— l. 33 τὰς ΑΜ, ΩΠ. καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἰσσυῦνται ὁμοίως διαιρέονται	desunt omnia
—— l. 50 τᾶς ΜΝ, ϛ ψ.	—— l. 35 τᾶς ΜΝ, Π ψ	τας ΜΝ ΕΤ
—— 40. l. 1 αὐτὸν λόγον	—— l. 36 • •	τον αυτον λογον
—— l. 3 γγγραμμένω τὸ κέντρον	—— l. 37 • •	εγγεγραμμενω το Ο κεντρον
—— l. 12 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 22 • •	προς ταις κορυφαις
	Cap. IV.	
—— l. 20 εὐθείας, καὶ	—— 113. l. 40 • •	ευθειας τι και
—— l. 45 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ,	—— l. 49 • •	desunt omnia
—— l. 47 εὐθύγραμμον	—— l. 50 • •	αρα ευθυγραμμον
—— l. 48 ἴσχει,	—— l. 51 εἴχει	εχει
—— ib. πρὸς ΖΔ·	—— ib. πρὸς ΖΔ	προς Δ
—— l. 50 λόγον τῇ ἐγγεγραμμένῃ πρὸς	—— ib. λόγον τοῦ ἐγγεγραμμένῃ πρὸς	λογον τον του ευθυγραμμου προς
—— l. 51 τὸ μὲν Ε	—— 114. l. 1 • •	το μεν Β
—— 41. l. 2 λοιπῦ τοῦ	—— l. 3 • •	λοιπον του
—— l. 16 δικάτῳ	—— 60. l. 5 • •	διυτερω
—— l. 17 τῶν περὶ	—— l. 6 • •	του περι
	Cap. V.	
—— l. 21 τὸ τῦ ὅλου	—— 114. l. 21 • •	deest τὸ
—— l. 40 ἀ ΘΙ.	—— l. 39 ἀ ΘΙ, ΖΗ.	deest ΖΗ
—— l. 42 ἐστὶν ἄρα ἀ	—— ib. • •	εστιν αρα και ἀ
—— l. 47 τὸ Ε σαμεῖον,	—— l. 42 • •	deest Ε
—— 42. l. 3 Ὧς' εἴη ΚΑ	—— l. 44 ὡς τ' εἴη ΚΑ	ὡς' ειηκα
—— l. 13 τοῦ μὲν ΑΚΒ	—— l. 49 • •	desunt ΑΚΒ
—— l. 17 καὶ ἐπεζεύχθω	—— l. 51 καὶ ἐπεζεύχθω &c. usque ad verba εἶμεν τῶν τριγώνων, quæ incidunt in pag. 115. lin. 2.) inclusive.	desunt omnia
—— l. 27 Ἔσαν δὲ τοῦ	—— 115. l. 2 • •	εσαν δε του
—— l. 31 ΑΒΓ κέντρον	—— l. 10 • •	ΑΒΓ τριγωνου κεντρον
—— l. 44 τμάματα·	—— l. 22 • •	τμαματα corr. τα τμαματα
—— 43. l. 5 ΒΑΓ	—— 60. l. 14 • •	ΒΓΔ
—— l. 7 τὸ Τ.	—— l. 15 • •	το Γ.
—— l. 10 καὶ ἡ ΙΝ	—— l. 17 • •	και η ΗΘ
—— l. 23 κέντρον τὸ Τ·	—— l. 20 • •	κεντρον το Γ.
	Cap. VI.	
—— l. 38 εἶμεν πάσας τᾶς	—— 115. l. 28 εἶμεν τὰς	ειμεν πασας τας
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 • •	τα περιλειπομενα
—— l. 16 ἴσαν μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἴσω ἀ ΘΗ.	—— l. 48 ἴσαν μείζων τᾶς ΒΘ. κ᾽ καὶ ἴσω ἀ ΘΗ.	desunt omnia

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 44. l. 18 εἰθυγράμμων ἀπὸ τοῦ ΑΚΒΑΓ τὸ Ε,	Pag. 115. l. 49 • •	desunt pariter omnia
—— l. 26 ἰσοῦντι τῷ τμάματι·	—— 116. l. 2 ἰσὸν τῶν τοῦ	ισον τω
	Cap. VII.	
—— 45. l. 24 ἀ ΒΚ πρὸς ΚΔ,	—— l. 31 ἀ Β πρὸς ΚΔ	ἀ ΒΚ προς ΚΔ
—— l. 26 τμάματα	—— 60. l. 37 τμάματα	τμαμα, et sic mox τμαματι pro τμηματι
—— l. 32 τὰ Β, Ζ	—— l. 40 τὰ ΒΖ	τα ΒΔΖ
	Cap. VIII.	
—— l. 36 κέντρου	—— 116. l. 32 • •	το κεντρου
—— l. 37 ἡμικύκλιον	—— l. 33 • •	ημικυκλιον
—— l. 40 οἷον	—— l. 34 • •	ομοιον
—— l. 43 τὸ ΑΒΓ τμᾶμα	—— l. 40 τὸ ἀ ΒΓ τμᾶμα	το ΑΒΔ τμαμα
—— l. 45 τῶν ΑΒ, ΒΓ,	—— l. 46 τῶν ΑΒ, ΒΓ	τα ΒΑ ΑΓ
—— – ib. καὶ τὰ Ζ, Η·	—— l. 47 καὶ τὰ ΖΗ,	desunt
—— 46. l. 1 τῇ ἔχουσαν	—— – ib. • •	και εχουν
—— – ib. παρὰ τὰν ΒΔ	—— l. 48 • •	desunt
—— – ib. αἱ ΚΖ, ΗΑ·	—— l. 49 • •	αι ΚΖΗ
—— l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 • •	των τμαματων
—— l. 9 οὗτος ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἀ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	—— 117. l. 1 οὗτος ἀ ΘΔ πρὸς τὰν ΜΖ. ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	desunt omnia
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ἀ Θ	ὁ ηλιος
—— l. 21 τᾶς ΣΞ.	—— l. 4 • •	τας ΕΞ
—— l. 23 καὶ γὰρ τοῦτο	—— l. 5 καὶ τᾶς τοῦτο	και γαρ τουτο
—— l. 41 τᾶς ΘΔ.	—— l. 15 • •	τας ΘΔ οἵ.
—— l. 45 τὰς διαμέτρους.	—— 60. l. 44 • •	τας διαμετρους
—— l. 47 ποτὶ ΚΖ,	—— l. 45 πρὸς ΚΖ	προς ΚΑ
—— l. 48 ὃ σαμεῖον Θ.	—— l. 46 οὗτος σαμεῖον	ου σαμειον
—— 47. l. 7 ἡ ΔΒ τᾶς ΒΘ,	—— l. 50 • •	η ΔΒ τας ΒΕ
—— l. 8 τᾷ ΕΗ.	—— – ib. • •	τας ΕΒ schema ad hunc locum pertinens, utpote ab edito aliquantum discrepans, ut jacet in Codice, ita depictum exhibemus.

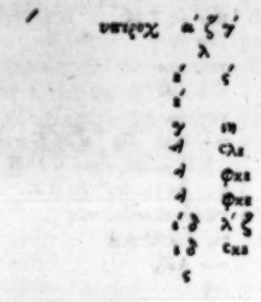


—— l. 18 τᾶς ΒΣ·	—— 61. l. 8 τᾶς ΒΕ.	τας ΒΕ
—— l. 20 τίρπλασία·	—— l. 12 • •	τριπλασια
—— l. 22 ΑΒΞ	—— l. 16 ἡ ΒΞ	η ΒΖ
—— l. 35 τριπλασίαι	—— l. 24 • •	τριπλασια η ΔΕ,
	Cap. IX.	
—— l. 48 τᾶν ἀνάλογον	—— 117. l. 18 τᾶς ἀνὰ λόγον	ταν αναλογον
—— – ib. λόγον ἴσχει	—— l. 19 • •	εχει λογον
—— l. 49 τᾶτι διπλασίᾳ	—— l. 19 τᾶ τι διπλασία	τα τι Β (hac enim littera Β utitur pro διπλασία, quemadmodum paullo post utitur littera Δ pro τετραπλασία, et Σ pro ἑξαπλασία.)
—— – ib. τᾶν ἀναλόγων,	—— l. 19 τὰς ἀνὰ λόγον	ταν αναλογιαν
—— l. 51 τᾷ τᾷ γ′	—— l. 20 • •	desunt
—— 48. l. 11 αἱ ΖΘ δύο	—— l. 27 • •	τα ΑΖΘ δυο
—— l. 19 ποτὶ τὰν ΒΔ	—— l. 29 πρὸς τὰν ΒΔ	προς ταν Β τας ΒΔ
—— l. 29 αὐτὸν ἰξοῦντι	—— l. 35 • •	τον αυτον ιξουντι
—— l. 31 καὶ δ′ τᾶς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ Δ τᾶς ΓΒ,	desunt
—— l. 39 ἰντεταραγμίνα	—— l. 40 τετραγμίνων	τεταραγμενα
—— l. 40 ὧν ἀ πενταπλασία	—— l. 41 • •	ων α Δ Ε
—— l. 43 τᾶς τετραπλασίας	—— l. 43 • •	deest τᾶς
—— l. 44 Ἀλλ᾽ ἀ συγκειμίνα	—— – ib. ἀλλ᾽ ἀ συγκείμενα &c. usque ad τᾶς ΓΒ, ΒΔ (quæ incidunt in lin. 2. pag. 118.) inclusive.	desunt omnia
—— l. 49 ἀ ΑΟ	—— 118. l. 3 ἀ ΑΟΕ πρὸς	ἀ ΑΟ προς
—— 49. l. 3 τᾷ συγκειμίνᾳ	—— l. 4 τὰ συγκειμένα	ταν συγκειμενων
—— l. 5 ὡς ἀ ΑΔ	—— l. 5 • •	ὡς ἀ ΔΒ
—— l. 8 τιταγμίνων,	—— l. 7 • •	τετμημενων

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Edit. Florent.
Pag. 49. l. 8. τεταραγμένας	Pag. 118. l. 7 • •	τεταραγμενης
—— l. 9 ἴσαι εἰσὶν,	—— l. 8 • •	deeſt εἰσὶ
—— l. 13 ὅτως ἡ ΓΒ	—— l. 10 • •	ως ἡ ΓΒ
—— l. 25 μετὰ τῆς γ′ τῆς ΓΔ,	—— l. 15 • •	μετα της ΓΔ
—— l. 27 Ὅλαι ἂν αἱ ΟΒ πρὸς τὰς ΕΒ	—— l. 17 ὅλαι οὖν αἱ ΟΒ πρὸς τὰς ΕΒ	ολαι συν αι ΕΒ προς ΒΕ
—— l. 28 ἴσαι τοῦτε	— ib. ἴσα τῶ	αι ισα τω
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— l. 20 ΓΔ, ΓΑ	ΓΒ ΒΑ
—— l. 36 ὡς ΑΕ	—— l. 22 • •	deeſt ὡς
—— l. 37 συναμφοτέρῳ	—— l. 23 συναμφοτέρους	συναμφοτερου
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ,	—— l. 24 • •	ΒΔ ΔΑ
—— l. 44 τῆς ΑΒΔ, μετὰ τῆς δ′	—— l. 26 • •	Inter litteras ΑΒΔ, et vocem μετὰ relicta fuerat in Codice lacuna trium linearum, in quo ſpatio manu poſteriori depicta fuit figura geometrica, quam, ut jacet in Codice, ita exhibemus.







—— — ib. Ὅτι ἡ ΕΑ	—— — ib. • •	ὁτι και ως ἡ ΕΑ
—— l. 47 τῆς β′ συναμφοτέρῳ	—— l. 27 τῆς συναμφοτέρῳ	τας Β συναμφοτερω
—— 50. l. 4 ὅτως ἡ β′	—— l. 30 • •	ὁτως ΑΒ
—— l. 7 Ἐδείχθη δὴ ὡς ΟΒ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἡ γ′	—— l. 32 ἐδείχθη δὴ ὡς ΟΒ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἡ Γ	εδειχθη δι και ως ἡ ΑΒ προς ΕΒ, ουτως ΑΓ
—— l. 11 ὡς ἡ ΟΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἡ συγκειμένα	—— l. 33 ὡς ἡ ΟΒ, οὕτως ἡ συγκειμένα	ὡς α ΕΒ προς ΖΗ, ουτως α συγκειμενα
—— l. 16 καὶ γ′ τὰς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ γ′ τῆς ΓΒ	και εκ τω τας ΓΒ
—— l. 17 τῆς ΓΒ,	—— l. 37 • •	και δ′ τας ΓΒ
—— l. 23 τῆς ΑΒ. Ὅπερ ἔδει	—— l. 40 τῆς ΑΒ, ὅπερ ἔδει	τας ΔΒ ΟΙ.
—— l. 33 ἡ ΑΒ, ΓΒ	—— 61. l. 35 • •	η ΑΓ ΓΒ
—— l. 34 ἡ ΑΒ, ΓΒ	—— — ib. • •	η ΑΓ ΓΒ
—— l. 43 ἅπαντα πρὸς	—— l. 41 • •	ουτως απαντα προς
—— 51. l. 3 τῆς δ′ τῆς ΓΒ,	—— l. 46 τῆς Δ τῆς ΓΒ	της Δ της ΓΔ
—— l. 5 τῆς ΒΔ μόνης·	—— l. 47 • •	τῆς ΓΔ μονης
—— l. 6 τῆς β′ τῆς ΒΔ,	—— l. 48 τῆς Β τῆς ΒΔ	της Β της ΔΕ
—— l. 9 τῆς ΓΒ, ΒΔ,	—— l. 50 • •	της ΓΔ ΒΔ
—— l. 10 μόνης,	—— — ib. • •	μόνον
—— l. 19 τὸν αὐτὸν	—— 62. l. 5 • •	του αυτου λογου
—— l. 22 τῆς ΑΒ, ΒΕ,	—— l. 6 • •	της ΑΒ ΒΓ
—— l. 27 πρὸς ΑΔ,	—— l. 10 • •	προς ΑΔ
—— l. 32 τρὶς	—— l. 13 • •	τριτον
—— l. 35 κῷ ι′ συναμφοτέρῳ τῆς ΓΒ	—— l. 15 • •	και συναμφοιν της ΓΔ
—— l. 38 ἄρα ἐστὶν	—— l. 16 • •	deeſt ἐστὶ
—— l. 42 ὡς ἐν	—— l. 19 • •	deeſt ὡς
—— l. 44 τῆς ΑΒ,	—— l. 20 • •	της ΑΔ
—— l. 47 τῆς ΓΒ, ΔΒ· ὡς	—— l. 22 τῆς ΓΒ, ΔΒ. ὡς τὸ	της ΓΒ ΒΑ. ως δε
—— 52. l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὸν	μια της
—— l. 15 τεταγμένων,	—— l. 36 • •	τεταγμενη
—— — ib. ὅσης	—— — ib. • •	ης ουσης
—— l. 47 τῶ γ′ τῆς ΓΔ,	—— 63. l. 4 τῆς Γ τῆς ΓΔ	deſunt τῆς Γ
—— l. 49 τῆς ΕΒ.	—— l. 5 • •	deſunt
—— l. 51 ἡ συγκειμένη	—— l. 7 • •	ηγουμενον η συγκειμενη
—— 53. l. 1 ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῶ	—— l. 8 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρου τῆς	deſunt omnia
—— l. 4 καὶ ἡ γ′ τῆς ΓΔ,	—— l. 12 καὶ Γ τῆς ΓΔ	και Γ της ΒΔ
—— l. 8 καὶ ἡ β′ τῆς ΔΕ,	—— l. 14 καὶ Β τῆς ΕΔ	και Β της ΒΕΔ
—— l. 9 τῆς ΓΒΔ.	—— l. 15 • •	της ΑΒΔ
—— l. 12 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς	—— l. 17 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρου τῆς	deſunt omnia
—— l. 17 καὶ γ′ τῆς ΔΒ.	—— l. 18 καὶ Γ τῆς ΔΒ	και Γ της ΔΕ
—— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῶ δ′	—— l. 19 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς Δ	αφαιρεθεισα η Δ
—— l. 22 ἀπὸ τῆς δ′ τῆς ΔΒ γ′, μένει	—— l. 21 ἀπὸ τῆς ΔΒ, Γ, μένει	απο της Α της ΔΒΓ. μενει
—— l. 23 Προσλαβοῦσα δὲ τήν	—— — ib. • •	προσλαβουσα Δ την
—— l. 26 καὶ γ′ τῆς	—— l. 23 καὶ Γ τῆς	και η Γ της
—— l. 27 αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἴσαι	—— l. 24 • •	αι ΕΔ ΔΙ ισαι
—— l. 40 ἡ ΔΒΓ	—— l. 32 • •	η ΔΒΙ
—— l. 41 δὶς τῆ ΓΒ,	—— — ib. • •	δις τη ΑΓ
—— l. 43 κῷ β′ συναμφοτέρῳ	—— l. 33 καὶ Β συναμφοτέρου	deeſt Β
—— 54. l. 2 τῆς ΑΒΕ,	—— l. 41 • •	της ΑΒΔ
—— l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	deeſt και
—— l. 7 κῷ δ′ συναμφοτέρῳ	—— l. 44 κῷ Δ συναμφοτέρου	deeſt Δ
—— l. 8 ἄλλο τι τὴν ΖΗ,	—— l. 45 • •	αλλοτι τα τριαπειμπλια της ΖΗ
—— l. 10 τῶ ΓΒΔ	—— l. 46 • •	της ΔΕΓ
—— l. 12 τεταγμένης	—— l. 47 • •	τεταγμενης
—— l. 13 ὡς ΟΒ πρὸς ΖΗ,	—— — ib. • •	ως η ΕΒ προς ΖΗ
—— l. 16 Ἡ δὲ συγκειμένη	—— l. 49 • •	η δε συγκειμενη, nulla tranſverſa linea ſuper δε appoſita, ita ut conjunctio potius appareat, quam litteræ aliquam partem ſchematis indicantes.

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Pag. 54.	l. 17 τῆς ΑΒΔ,	Pag. 63.	l. 50 * *	τῆς ΓΔΒ
——	l. 25 Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου	—— 64.	l. 3 * *	ἑκατον γαρ ἑκατερος
——	l. 26 Καί ἐστι	——	l. 4 * *	deest καὶ
——	– ib. δικαοκτώ.	——	– ib. * *	δι και οκτω
——	l. 33 πέντε	——	l. 6 ἕνδεκα	ενδεκα
		Cap. X.		
——	l. 44 ἔχειν λόγον	—— 118.	l. 44 ἔχει λόγον	εχειν λογον
——	l. 45 ἡμίσεως	——	l. 45 * *	deest
——	l. 49 ἡμίσεως	——	l. 47 * *	deest
—— 55.	l. 3 ΑΔΕΓ τόμων διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν	——	l. 49 ΑΔΕΓ διάμετρος ἐστὶν ἡ ΗΖ. καὶ αἱ μὲν	desunt omnia
——	l. 16 τρίτου β̄ τῆς ΔΗ,	—— 119.	l. 2 τᾶ τι Β τῆς ΔΗ	τα τι Β τας ΖΗ
——	l. 19 ΑΔΕΓ	——	l. 6 * *	ΑΔΓ
——	l. 22 μέσα	——	l. 12 μέσα	μεσα
——	l. 23 ἡ ΝΞ·	——	l. 13 * *	ἡ ΜΞ
——	– ib. Καὶ ὡς ΤΜ	——	l. 15 * *	και ως ἡ ΤΜ
——	l. 25 ὅπου ἂν	——	l. 17 * *	οπου εαν
——	– ib. τὸ ἕτερον	——	l. 18 * *	το ετερον
——	l. 28 ἡ ΒΖ δὴ	——	l. 20 * *	deest δὴ
——	l. 30 τεταγμένως	——	l. 21 τεταγμέναι	τεταγμενως
——	l. 34 σοῖ ΝΟ. Ὡς ᾧ ἡ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ	——	l. 23 πρὸς ΝΟ, ὡς δὴ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ	desunt omnia.
—— 56.	l. 8 τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ,	——	l. 34 τῆς διπλασίας τῆς	deest διπλασίας
——	l. 10 τᾶς διπλασίας τᾶς	——	l. 35 * *	heic quoque deest διπλασίας
——	l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	——	l. 38 * *	desunt
——	l. 18 τᾶς ΑΖ,	——	l. 40 τῆς ΑΖ	και της ΑΖ
——	l. 21 ἑτέρῳ	——	l. 41 ἑτέρου	του ετερου
——	l. 23 γίνηται,	——	l. 42 * *	γινησεται
——	l. 28 ἕκτα τᾶς β̄ τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἡ συγκειμένα	——	l. 45 ἕκτα τῆς Β τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη	desunt omnia
——	l. 34 τὰ πενταπλάσια. Ἔστι	——	l. 49 τὰ πενταπλάσια. ἐστὶ	τα ε εστι
——	l. 35 πενταπλᾶ	——	– ib. * *	deest
——	l. 37 καὶ τὰν ΝΤ.	——	l. 50 καὶ τὴν ΝΤ	deest τὴν
——	l. 39 καὶ δεκαπλᾶ	——	l. 51 * *	και ε.
—— 57.	l. 9 διὰ τὰ	—— 120.	l. 8 * *	δια το
——	l. 24 PI. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον	——	l. 15 * *	desunt omnia
——	l. 27 καὶ τᾶ ΑΔΕΓ τομέως	——	l. 16 καὶ τοῦ ΔΕΓ	και του ΑΒΕΓ
——	l. 33 ἰφαπτομένη	—— 64.	l. 11 * *	εφαπτομενοι
——	l. 36 ὑπὸ τῆς ΒΖ.	——	l. 13 * *	υπο της ΒΖΗ
——	l. 38 τμᾶμα πρὸς	——	l. 14 τμῆμα πρὸς	τμαμα προς, et sic paullo post in eadem linea
——	l. 44 ἥμισυ	——	l. 18 * *	ημισυ
—— 58.	l. 3 τὰς ΔΗ, ΑΖ·	——	l. 20 τὰς ΔΗ ΑΖ	τας ΑΗ ΑΖ
——	l. 19 τᾶς ΔΗ	——	l. 30 τῆς ΔΗ	της ΑΒ
——	l. 25 ὁ ἀπὸ ΑΖ	——	l. 33 * *	deest ὁ
——	– ib. ἀπὸ ΜΝ	——	– ib. * *	απο ΑΝ
——	l. 30 Ὡς δὲ	——	l. 36 ὡς τε	ως δε
——	l. 35 τᾶς ΑΖ	——	l. 41 τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ	τῆς ΑΖ προς ΑΖ (sic)
——	l. 41 πρῶτον, τὸ	——	l. 42 * *	πρωτον μεν το
——	l. 43 δεύτερον	——	l. 43 * *	και δευτερον
——	l. 44 ἀπὸ τᾶς ΔΗ	——	l. 44 ἀπὸ τῆς Δ	απο της ΔΗ
—— 59.	l. 6 ὕψος τὰν	——	l. 50 * *	υψος δε την
——	l. 8 συγκειμένη	——	– ib. συγκειμένης	η συγκειμενη
——	l. 11 πρὸς ΙΚ,	—— 65.	l. 3 πρὸς ΚΙ	προς ΚΓ
——	l. 17 ὕστις ἡ ε΄	——	l. 4 * *	οντως η Β
——	l. 32 ε΄ συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ, καὶ ε΄ συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς	——	l. 13 Ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ Ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς	desunt omnia
——	l. 35 τᾶς ΜΝΤ,	——	l. 15 * *	της ΟΝΤ
——	l. 36 καὶ δ΄ τᾶς ΝΞ,	——	– ib. καὶ Δ τῆς ΝΞ	sunt in lacuna ΝΞ
——	l. 41 τᾶς ΜΟ,	——	l. 18 * *	της ΜΘ
——	l. 46 τοῦ ΔΒΕ	——	l. 21 * *	του ΑΒΕ
——	l. 47 τᾶς ΒΗ.	——	l. 22 * *	της ΧΗ
——	l. 49 ἀφαιρεθεῖσα	——	– ib. * *	αφαιρεθεισα
——	l. 50 λόγον ἔχει,	——	l. 24 * *	λογον εξει
—— 60.	l. 1 πρὸς ΝΤ·	——	l. 25 * *	sunt in lacuna ΝΤ
——	l. 3 ἡ ΖΘ,	——	l. 26 * *	η ΙΘ
——	l. 5 καὶ ἐστι τὸ Ρ	——	l. 27 * *	οπερ το Ρ

MONITUM.

QUUM Editio prædicta, quam præ manibus habemus, incipiat a poſtremis duobus verſibus Epiſtolæ Archimedis ad Doſitheum, Libro I. de Sphæra et Cylindro præmiſſæ, quæ in noſtro Codice integra habetur, licet variis lacunis interpolata; Pariſienſi editione anni 1615. quæ eamdem Epiſtolam exhibet, pro ejus collatione uti volebamus; ſed quum Lectio Codicis ab edita toto cœlo diſſideat, melius duximus eam, uti jacet in Codice, ex integro deſcribere. Ita igitur habet:

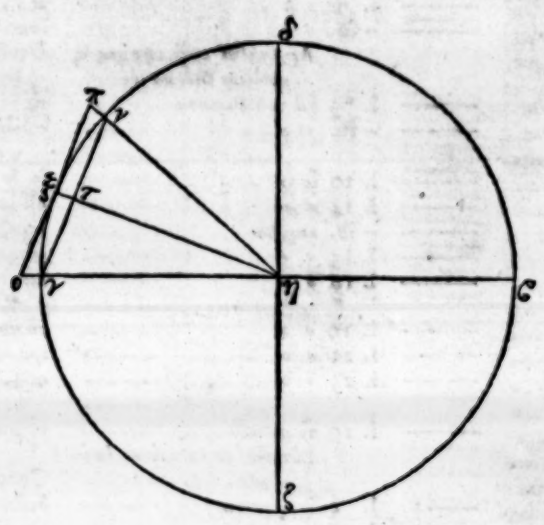
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ Δωσιθέῳ χαίρειν. Πρότερον μὲν ἀπέσταλκά σοι τὰ δυς ἑστι θεωρημένα γράψαντες μετὰ ἀποδείξεων· ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθυγωνίου κώνου, τομῆς ἐστι τριτον ἐστὶ ταύτην τὴν βάσιν ἴσχυος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον. μετὰ δὲ ταῦτα ἀπεστειλα τῶν θεωρημάτων ἀντιλεγων· ἐπεπραγματευσο δὲ μετὰ τὰς ἀποδείξεις αὐτά. ἐστὶ δὲτι τάδε. πρῶτον μὲν ὅτι τῆς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου. ἔπειτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος· ᾧ ἡ μὲν τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἡ δὲ τοῦ τμήματος ἀγομένη ἐπὶ τὸν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχοντα ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δ' ἴσον λοιπῇ τῆς σφαίρας· τότε ὑμολόγει ἐστὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἀγνοείτο δὲ πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεπιτρέπτως ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ἐστὶν οὐκοῦσαι ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ τὸ τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολλοῖς περὶ τὰ γεωμετρούμενα ὅτι πᾶσα πυραμὶς τριτον ἐστὶ μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ ἄν τῶν προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμέτρων συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεισθαι· μὴ δ' ὑφ' ἑνὸς καταισθάνεσθαι. ἔξεστι δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν κόινως ὅτι ζώστῳ ἐκδιδόσθαι ταῦτα. τοῦτο γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα δύνασθαι καταισθῆσαι ταῦτα. καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δεικνύοντες δὲ

In hiſce verbis definit primæ paginæ Codicis pars anterior, ubi notandum ea quæ nos huc uſque deſcripſimus, manum præſeferre diverſam ab ea, quæ totum deinde Codicem exaravit. Pars paginæ poſterior incipit a verbis καλῶς ἔχει κ.τ.λ. a quibus etiam exorditur Editio Baſileenſis, ac proinde in poſterum variantes Codicis ab ipſa editione ſub oculos ponemus.

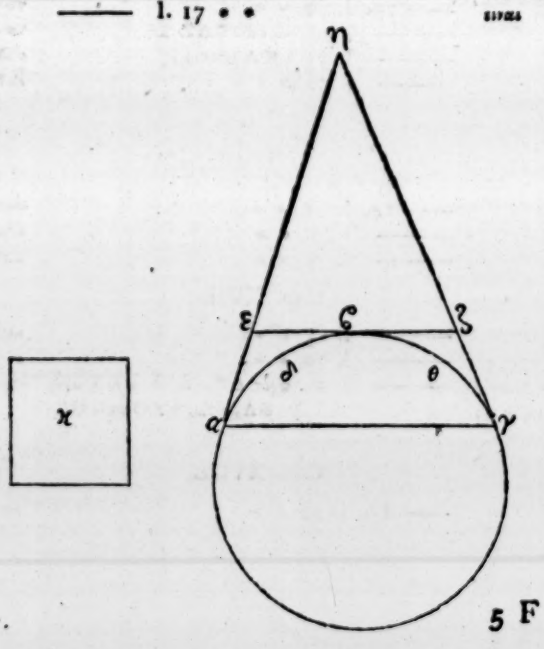
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 64. l. 18 τῶν μαθημάτων,	Pag. 1. l. 1 * *	deeſt τῶν
—— l. 20 περὶ τὰ	—— l. 2 * *	τι . . τα
—— l. 21 ἐπισκέψασθαι. Ἔῤῥωσο.	—— – ib. * *	ἐπισκέψασθαι ἐῤῥωσθαι.
	Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου βιβλίον α'.	Deeſt in Codice titulus iſte, et incipit Liber in eadem linea.
—— l. 22 τάδε ἀξιώματα,	—— l. 3 τά τε ἀξιώματα	τω τε ἀξίωμα
—— l. 23 ἀποδείξεις	—— – ib. * *	αποδίξης (uſurpat enim Codex aliquando η pro ει, quod ſemel monuiſſe ſufficiat.)
—— l. 35 ὧν ἐν	—— l. 10 ὧν ἐν	ὧν ἐν
—— l. 44 τριῶν	—— l. 14 * *	eſt in lacuna.
—— l. 45 κορυφὴν	—— – ib. κωνυφὴν	κορυφὴν
—— – ib. κέντρον	—— l. 15 * *	μόριον
—— 65. l. 4 κώνου	—— l. 18 * *	κονοιν (adhibet enim indifferenter ο pro ω et e converſo)
—— l. 8 Τῶν τὰ αὐτὰ	—— l. 19 * *	τω των τα αυτᾶ
—— l. 17 Ὁμοίως	—— l. 23 * *	ομοιως δὲ
—— l. 21 ἀνίσας	—— l. 25 * *	ανιϛ (hic nexus adhiberi ſolet a Codice pro ης ita ut legi deberet ανισης)
—— l. 28 τὸ μεῖζον	—— l. 29 τὸ μεταξὺ Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, &c.	το μειζον Concordat titulus.
—— l. 37 δυοδεκάγωνα,	—— 1. l. 5 θεωρήματα	δυοδεωρητα
—— l. 42 παρὰ μίλος	—— l. 8 παραμένος	παραμιλος
—— 66. l. 3 Πρότερον δ'	—— l. 11 πρότερον δ'	πρωτοι δ'
—— l. 6 ἣν ἔχεις περὶ	—— l. 12 ἣν ἔχει περὶ	ην εχεις περι
—— l. 9 ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ	—— l. 15 Εἰς τοὺς ὅρους	Concordat
—— l. 10 τὰ μέλλοντα	—— l. 16 τὰ μέλοντα	τα μελλοντα
—— l. 20 ἀλλὰ πᾶσαν	—— l. 22 ἀλλὰ πᾶσαι ἰν	αλλα πασαν απλως ευ
—— l. 21 παρὰ τὴν	—— l. 23 * *	την παρα την
—— l. 22 ὑπωσοῦν	—— – ib. οποσῶν	οπωσουν
—— l. 33 ἐπ' αὐτὰ	—— l. 34 ἐπ' αὐτὴν	επ' αυτην δε
—— l. 42 ἴσοιαν	—— l. 38 * *	ευνοιαν
—— l. 44 εἰς τὰς	—— l. 39 * *	ως τας
—— l. 46 ἰσοιῶν,	—— l. 41 * *	ευνοιων
—— l. 47 αἰτημάτων	—— – ib. * *	των αιτηματων
—— l. 55 ἐπὶ ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 46 * *	επι τας ΑΓΒ γραμμης
—— 67. l. 2 αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ,	—— 2. l. 1 * *	αι, ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ,
—— l. 11 μείζως	—— l. 8 * *	μειζωσης
—— l. 20 ἰσοίας προλαβεῖν.	—— l. 17 * *	ευνοιας προσλαμβανειν
—— l. 22 κοίλας	—— l. 19 * *	λοιλας
—— l. 27 παραλαμβάνουσαν	—— l. 21 παραλαμβάνουσαν	περιλαμβανουσαν
—— l. 28 κάθηλον	—— l. 22 * *	καταθηλον
—— l. 40 Ἐπιζεύχθωσαν	—— l. 31 * *	επιζευχθωσαν
—— l. 42 ᾗ ἐλάττους	—— l. 36 * *	deeſt ᾗ
—— l. 46 συνεστάμεναί	—— l. 37 συνεστάμεναι	συνεσταλμεναι
—— 68. l. 8 ΑΖΗΘΚ.	—— 3. l. 2 ΑΞΗΘΚ	ΑΖΗΘΚ
—— l. 20 γραμμὴν	—— l. 8 γραμμαὶ	γραμμην
—— l. 24 ἀλλὰ ᾗ ἐπίθηκεν	—— l. 11 ἀλλὰ ᾗ ἔθηκεν	αλλα προσεθηκεν
—— l. 29 ὡς ἐστι	—— l. 15 * *	ος εστι
—— l. 35 ἑτέραν	—— l. 19 * *	ετατεραν
—— l. 37 κειμένας,	—— l. 21 * *	κειμενας
—— l. 40 ταυτὸ δεῖν	—— l. 23 * *	το δειν
—— l. 43 Ἐπὶ γὰρ	—— l. 27 * *	επει γαρ
—— l. 48 οὐδ' ὅτως ἄνισοί	—— l. 30 * *	πως ανισοι
—— l. 50 σαφῶς	—— l. 31 * *	σαφις

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 68. l. 53 ἐπιζευχθῶσαι	Pag. 3. l. 33 ἐπιζευχθῶσαι	ἐπιζευχθωσαι
—— 69. l. 1 αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζους	—— l. 41 * *	αι ΑΒΓ. αι αρα ΒΖΓ των ΒΑΖ μειζους
—— l. 19 ἡ ΘΗ κατὰ	—— l. 51 ἡ ΘΚ κατὰ	η ΘΗ κατα
—— l. 24 τῇ ΚΛ	—— 4. l. 5 τῇ ΚΛ	τη ΚΛ
—— l. 30 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΛ,	—— l. 12 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΚΛ	η δε ΚΗ της ΗΛ
—— l. 33 ἐπινοῦντα δηκτέον τῷ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, αὐτὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπινοῦντα * αἱ λαμβανόμεναι	επινουντα δηκτεον και επι των επιφανειων αυτα πασι τοις προειρημενοις. οταν αι λαμβανομεναι
	Cap. I, II.	
—— 70. l. 18 Ἔστω	—— 1. l. 47 * *	ως τι corr. a manu posteriori εστω
—— — ib. τὸ ΑΒ,	—— — ib. τὸ ΑΒ	τω ΑΒ
—— l. 25 τοσαπλάσιός ἐστιν ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ.	—— 2. l. 4 * *	τοσαυταπλάσιος ἐστω η ΖΗ της ΖΕ
—— l. 27 ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ.	—— l. 5 ὡς ΘΑ πρὸς οὕτως τὸ ΖΗ πρὸς ΗΕ	ως το ΘΑ προς αυτως το ΖΗ προς ΖΕ
—— l. 2 λόγον ἴσχειν	—— l. 12 λόγον ἴσχει	λογον εχειν
—— l. 42 Τὸ δὴ	—— 4. l. 25 * *	το δη
—— l. 45 πολλαπλασιπλασιμερὴς,	—— l. 26 πολλαπλασιμόριον	πολλαπλασιπλασιμοριον
—— 71. l. 1 λόγον ἴσχη,	—— l. 30 λόγον ἴσχει	λογον εχη
—— l. 10 Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ	—— l. 36 * *	και το ΕΖ αρα προς ΖΘ
—— l. 21 οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσται καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον	—— l. 43 οὕτως τὸ ΖΕ, καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον	ουτως το ΖΕ προς ΕΘ εσται το ΘΕ μειζον
—— l. 28 τῷ ἀναγεγράφθαι,	—— l. 48 * *	τω αναγεγραφθαι
	Cap. III.	
—— l. 43 ἴσχη	—— 2. l. 16 ἴσχει	εχη
—— l. 47 δὴ δύο	—— l. 18 * *	γαρ δυο
—— l. 48 ὥστε τὴν Θ	—— l. 19 * *	desunt
—— l. 53 αἱ ΓΕ, ΔΖ.	—— l. 22 * *	αι ΓΒ ΔΖ



—— 72. l. 6 ἰσοπλεύρου ἡ ΓΝ.	—— l. 27 * *	desunt ἡ ΓΝ
—— l. 8 τῇ ΗΞ εὐθείᾳ,	—— l. 28 * *	τη ΝΞ ευθεια
—— l. 12 πλευρὰ ἡ ΝΓ.	—— l. 30 * *	πλευρα η ΗΝΓ
—— l. 15 ἐλάσσων ἐστὶ	—— l. 31 * *	deest ἐστὶ
—— l. 19 ἡ ἡ ΜΚ	—— 3. l. 1 * *	ηπερ η ΜΚ
—— l. 21 μὲν ΠΟ	—— l. 2 * *	η μεν ΠΟ
—— l. 27 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 5 * *	προσεκβληθεισης
—— l. 32 Ἔστι γὰρ	—— l. 7 * *	εσται γαρ
—— l. 36 βεβηκυίας,	—— l. 11 βεβηκίας	βεβηκυας
—— 73. l. 33 πρὸς τὸ Κ γωνίας	—— l. 42 * *	προς τω ΚΓ γωνιας
—— l. 36 ὅμοιόν ἐστιν. Ὥστε ἡ	—— l. 44 ὅμοιον ἐστὶν, ὡς ἡ	ομοιον εστιν και εστιν ως η
—— l. 43 τὴν ἐγγεγραμμένην	—— 3. l. 5 * *	την του εγγεγραμμενην
—— l. 48 πρὸς τὸ Δ	—— l. 7 * *	προς τω Δ
—— 74. l. 2 τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ, προσβεβλήσθω	—— l. 12 τῇ ΘΚ τῆς ΘΛ προσβεβλήσθω	τη ΚΘ προσβεβλησθω
—— l. 3 ἐπείπερ	—— l. 12 οὖν	deest
—— l. 7 ὑπὸ ΛΘΚ.	—— l. 14 ὑπὸ ΛΗΘ	υπο ΛΚΘ
—— l. 10 τῇ ἀγάγωμεν	—— l. 17 * *	deest καὶ
	Cap. V.	
—— l. 28 ἀνίσους	—— l. 28 ἀνίσως	$\overset{c}{\text{ανσ}}$, ita ut videatur legendum ανσως, hunc enim nexum adhibere solet Codex pro σως
—— l. 31 ἡ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 * *	η την Ε προς την Ζ
—— 75. l. 8 ἄρα τῇ τὸ	—— 4. l. 5 * *	deest καὶ
—— l. 11 Ὁμοίως δὴ δείξομεν,	—— l. 6 * *	Ab hisce verbis Codex inchoat Caput VI.
	Cap. VI.	
—— l. 24 Δεικτέον δὴ,	—— l. 13 * *	Hæc verba δικτέον δὴ conjunguntur cum superioribus in eadem linea
—— l. 26 ἡ τομέα,	—— l. 14 * *	η τον τομεα
—— l. 35 τῷ χωρίῳ	—— l. 19 * *	τω τι χωριω

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 75. l. 43 περιλείμματα	Pag. 4. l. 24 • •	περιλιμματα, et ſic infra απολιμματα
—— 76. l. 12 ᾗ ὅλα τὰ	—— l. 37 • •	και ολα τα
—— l. 19 τ̃ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον.	—— 5. l. 49 τὸν κύκλον. ὃς τι	του κυκλου ελασσονα λογον εχει ηπερ το συναμφοτερον προς τον κυκλον ως τι
	Cap. VII.	
—— l. 34 τρίγωνον τὸ	—— 4. l. 41 • •	βασιν την
—— 77. l. 1 ΣΑΘΕΣΤΕΡΟΝ	—— l. 50 • •	Ab hiſce verbis inchoat Codex novum Caput, ſcilicet VIII.
—— l. 2 Ἔστω κῶνος	—— l. 51 • •	Ωστε κωνος
—— l. 27 τὸ δὲ ὑπὸ τῶν	—— 5. l. 14 • •	deeſt των
—— l. 30 ἀπλάσιον τῶν	—— l. 17 • •	απλασιον εστι των
	Cap. VIII.	Caput IX. propter diviſionem Capitis VII. ſuperioris in duo; igitur in poſterum numeratio Capitum in Codice numerationem editionis unitate ſuperat; quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.
—— 78. l. 1 ἄξων τοῦ κώνου	—— l. 30 • •	αξων αυτου κωνου
—— l. 8 ἄρα καὶ αἱ	—— l. 34 • •	deeſt αι
—— l. 33 Αἱ αὐτὰ	—— 6. l. 2 • •	αι αρα αυτο
—— l. 48 καὶ ἴσαι	—— l. 12 • •	και αι εισι
—— l. 51 τοῦ πρὸ τούτου	—— l. 14 • •	του πρωτου του
—— l. 52 ἰσοπλευρον	—— l. 15 • •	ισοπλευρον
	Cap. IX.	
—— 80. l. 21 τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.	—— 6. l. 44 • •	του ΑΔΕ τριγωνου
—— l. 29 μείζων	—— 6. l. 27 • •	μειζω
—— l. 39 Ὁμοίως δὴ	—— l. 33 • •	ομοιως δη
	Cap. X.	
—— 81. l. 6 λόγῳ δή,	—— 6. l. 51 • •	deeſt δη
—— l. 9 γὰρ ἡ ΗΒΖ	—— 7. l. 2 • •	deeſt articulus ἡ
—— l. 26 λήμματι·	—— l. 10 • •	λημματι
—— l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὲ Θ χωρίον,	—— l. 19 • •	deſunt hæc omnia, lacuna relicta.
—— l. 37 τῶν περιλειμμάτων Ψ ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἡ ἐκ ἐλαττόνων. Ἔστω πρῶτον ὑπερέχον. Ἐστὶ δὲν	—— l. 20 • •	deſunt pariter hæc omnia, relicta lacuna.
—— l. 41 ἴσχυσα τὸ Ε,	—— l. 24 • •	ισχυσα του Ε
—— l. 48 μετὰ Ψ ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 32 • •	μετα των ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
—— l. 50 Τῶν δὲ ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 33 • •	των δε ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
—— 82. l. 4 Ἀπὸ τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ	—— l. 35 • •	deeſt ΖΕΓ
—— l. 14 Πάλιν	—— l. 40 • •	παλιν ΔΗ
—— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	—— l. 41 • •	deſunt
—— l. 19 τὸν βάσιν μὲν	—— l. 42 • •	η βασιν μιν
—— l. 37 παράλληλός ἐστι	—— 6. l. 39 • •	παραλληλος γαρ
—— l. 50 τμήματα	—— 7. l. 5 • •	τα τμηματα
—— 83. l. 17 Καὶ ἡ ΔΖ ἴση τῇ ΖΓ	—— l. 13 και ἡ ΔΖΕ τῇ ΖΓ	και η ΔΖ αρα τῃ ΖΓ
	Cap. XI.	
—— l. 37 περιφερειῶν	—— 8. l. 4 • •	deeſt
—— l. 40 τῆς ΑΒ μείζους	—— l. 5 • •	της ΑΒ διαμετρου μειζους
—— l. 47 Τὸ δὲ Η	—— l. 7 • •	το δη Η
—— l. 53 τμήματα	—— l. 10 • •	τριγωνα
—— 84. l. 4 τρίγωνα,	—— l. 13 • •	επιπεδα
—— l. 7 κοίλαι	—— l. 15 • •	κοιλα
—— l. 13 ὧν ἡ	—— l. 21 • •	deeſt ἡ
—— l. 21 ἀποτεμνομένη	—— l. 27 • •	η αποτεμνομενη
—— l. 31 καταληφθήσεται	—— l. 33 καταληφθησεται	καταλειφθησεται
—— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	—— l. 34 • •	των παραλληλογραμμων
—— l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	—— l. 35 • •	τα παραλληλογραμμα
—— 85. l. 16 Λοιπὴ	—— 9. l. 1 • •	λοιπον
—— l. 18 παραλληλογράμμου	—— l. 2 παραλληλογραμμίου	παραλληλογραμμου
	Cap. XII.	
—— l. 22 αἱ εἰσὶ βάσεις	—— l. 4 αἱ εἰσὶ βάσις	οι εισι βασις
—— l. 45 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 • •	της πλευρας
—— l. 46 εἰσὶ,	—— l. 17 • •	εισαι



Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 85. l. 51 καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν	Pag. 9. l. 20 καὶ τῶν ΑΔΒ, ΒΘΓ περιφερειῶν	και των ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ περιφερων
—— 86. l. 3 ἐν τῇ ἑτέρᾳ	—— l. 24 • •	desunt ἐν τῇ
—— l. 21 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν,	—— l. 34 • •	της ΑΒΓ περιφερειας
—— l. 24 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 • •	των ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ
—— l. 25 τῇ εἰρημένην παραλληλογράμμῳ ἐπιφάνειαι μετὰ τῆ εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ειρημενων παραλληλογραμμων περιφερειαι μετα των ειρημενων σχηματων
—— l. 35 τῷ κύκλῳ	—— l. 40 • •	deest κύκλῳ
—— l. 49 μείζων	—— l. 47 • •	μειζων
—— 87. l. 7 Καὶ ὅτι ἰσὰ,	—— l. 52 • •	deest καὶ
	Cap. XIII.	
—— 88. l. 17 πρὸς τὴν Η δυνάμει.	—— 10. l. 35 • •	προς το Η δυναμει
—— l. 18 πρὸς τὴν Η δυνάμει,	—— l. 38 • •	deest τὴν
—— l. 26 τὸ ἀπὸ τῆς Η.	—— l. 45 • •	deest τῆς
—— l. 28 Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ,	—— l. 46 Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ &c.	desunt voces ὡς et οὕτως
—— l. 31 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης	—— l. 48 • •	deest οὕτως
—— l. 48 περιγεγραμμένον,	—— 11. l. 5 • •	περιγεγραμμενω
—— 89. l. 1 ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ	—— – ib. • •	εν τω κυκλω τω Β
—— l. 15 ἐγγεγραμμένῳ·	—— l. 12 • •	εγγεγραμμενον
—— l. 17 ἴση ἔγω	—— l. 13 • •	ιση εστι
—— l. 27 ὃ ἐστι βάσις	—— l. 19 • •	ος εστι βασις
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, ᾧ περὶ	—— 7. l. 18 περιγεγραμμένον, καὶ περὶ	περιγεγραμμενον και εγγεγραμμενον, και περι
—— l. 4 τῷ ἑτέρῳ	—— l. 20 • •	τω ω ετερω
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 21 περὶ τὸν	περι δε τον
—— l. 7 περιγεγραμμένῳ.	—— l. 22 • •	περιγεγραμμενον
—— l. 24 κέντρων εἰσὶ τῶν	—— l. 32 κέντρων • τῶν	κεντρων εισι των
—— l. 26 ἀλλήλας ἔχουσι δυνάμει, ὡς τὰ	—— l. 35 ἀλλήλας • δυνάμει ὡς τι τὰ	αλληλας εισι δυναμει ως τα
—— l. 29 ἡμίσειαί εἰσι τῶν	—— l. 38 ἡμίσειαι • τῶν	ημισειαι εισι των
—— l. 30 ὁμοίων	—— l. 40 • •	γωνιων ομοιων
—— l. 39 τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ	—— l. 45 τρίγωνον. ἐπεὶ	τριγωνον προς το ΖΡΑ τριγωνον επει,
—— l. 42 ἡ ΤΔ πρὸς Η	—— l. 46 • •	η ΤΑ προς Η
—— 91. l. 2 Ἐδείχθη δὲ	—— 8. l. 3 • •	εδειχθη δε εχει
	Cap. XIV.	
—— l. 35 ἐκ τῶν κέντρων	—— 11. l. 51 • •	εκ τω κεντρω
—— l. 42 ἡ δὲ Δ	—— 12. l. 3 ἡ ΔΤ	η δε ΔΤ
—— l. 47 περιγεγραμμένης	—— l. 6 • •	της περιγεγραμμενης
—— 92. l. 8 ἐλάσσων ἔστι	—— l. 13 • •	ελασσων εστι
—— l. 18 ἐν τοῖς Α, Β	—— l. 19 • •	εν τοις ΑΒ κυκλοις
—— l. 25 πρὸς τὴν πλευράν,	—— l. 23 πρὸς πλευρὰν	προς την πλευραν
—— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	—— l. 24 • •	deſunt hæc omnia
—— l. 45 Οὐκ ἄρα ὐδὲ	—— l. 34 ὐκ, ὅτι ὐδὲ	ουκ αρα ωδε
—— 93. l. 2 Νοείσθω	—— 8. l. 10 • •	νοεισθω
—— l. 9 ἡ ΑΗ ἢ καθ' ἑτὸς γίνεται ἐπὶ	—— l. 15 • •	η ΑΗ ητις καθ' ετος γαρ εστιν επι
—— l. 22 Ὥστε	—— l. 25 ὥς τε	ως τις
—— l. 23 ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΛ,	—— – ib. • •	ως η ΑΗ προς ΗΛ
—— l. 25 λαμβανομένῳ.	—— l. 27 • •	λαμβανομενης
—— l. 31 ἡ ΑΗ πρὸς	—— l. 32 ἡ ΑΚ πρὸς	η ΑΗ προς
	Cap. XV.	
—— 94. l. 3 ἥμισυ,	—— 12. l. 49 ἥμισυ	ημισυ (et ſic ſuperius)
—— l. 16 καὶ ὑπὸ ΔΑ,	—— 13. l. 43 • •	και τω υπο ΔΑ
—— l. 35 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 39 • •	υπο των ΒΔ ΔΖ
—— l. 39 τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ.	—— l. 41 • •	το υπο ΔΑ ΔΖ
	Cap. XVI.	
—— 95. l. 1 ἐπιφανείᾳ	—— 13. l. 2 • •	τη επιφανεια
—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔΖ	το υπο το ΒΔΖ
—— l. 28 ὁ Λ κύκλος	—— l. 33 ὁ ΚΛ κύκλος	ο Λ κυκλος
—— l. 33 ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.	—— l. 36 • •	E regione iſtorum et ſequentium verborum adſcriptum eſt in margine ab eadem manu : οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι (ita enim interpretamur nexum ℔.) προς τη απο των διαμετρων τετραγωνα.
—— 96. l. 1 Οἱ κῶνοι οἱ	—— 14. l. 1 • •	deeſt alterum οι
—— l. 6 ἔστιν ὁ κύλινδρος	—— l. 2 • •	εστιν ως ο κυλινδρος
—— – ib. ὡς ὁ ἄξων	—— l. 3 • •	deeſt ὡς
	Cap. XVII.	
—— l. 28 καθέτῳ	—— l. 15 • •	καθετον
—— l. 37 οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς	—— l. 20 • •	ουτως η ΕΘ (corr. ΕΔ) προς
—— l. 42 πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	—— l. 22 πρὸς ΔΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	προς ΔΘ (corr. ΕΘ) ως δε η ΕΔ προς ΘΔ (correct. ΘΕ) ουτως η ΕΘ (corr. ΔΘ) προς ΘΚ
	Cap. XVIII.	
—— 97. l. 36 Ὡς ἄρα	—— 15. l. 10 • •	ως τι αρα

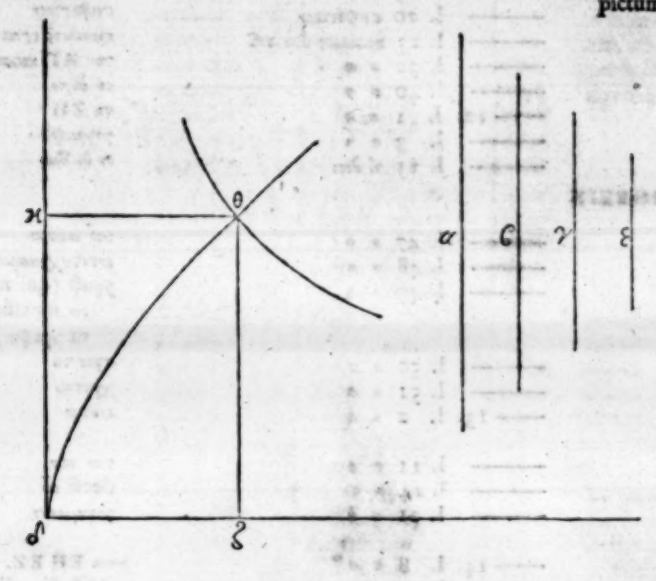
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XIX.	
Pag. 98. l. 12 περιλείμματι	Pag. 15. l. 16 • •	περιλειματι (hanc vocem diverſimode exhibet Codex, modo cum ει, modo cum ι, aliquando cum unico μ, aliquando cum duplici &c. quod ſemel monuiſſe ſatis fuerit.)
—— l. 24 ἀχθείσης	—— l. 23 ἀχθέσεις	αχθεισης
—— – ib. τῆς ZH,	—— l. 24 • •	τη ZH
— 99. l. 1 διὰ δὲ τοῦτο	—— l. 41 • •	δια δε τουτεις
—— l. 9 βάσεσι	—— l. 51 • •	ταις βασεσιν
	Cap. XX.	
—— l. 19 κύκλω κῶνος	—— 16. l. 4 • •	κωνου κυκλος
— 100. l. 10 ὁμοίως	—— l. 16 • •	ομοιω
—— l. 12 ἐκ τῆς τοῦ	—— l. 17 • •	εκ τι της του
	Cap. XXI.	
—— l. 49 ἡ δὲ BA τῇ ZK·	—— l. 32 ἡ δὲ BA τῇ ZH	η δι BA τη ZK
— 101. l. 11 ὡς εἷς ᾗ	— 17. l. 9 • •	deeſt εἷς
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	—— l. 13 • •	εστιι αρα
	Cap. XXII.	
—— l. 19 τὰς πλευρὰς	—— l. 21 • •	αι τας πλευρας
	Cap. XXIII.	Hoc Caput in Codice non diſtinguitur ulla numeratione, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea deinceps, numeratio Capitum concordat.
— 102. l. 6 πρὸς A, Γ	—— l. 46 • •	προς τοις AΓ
—— l. 12 αἱ μὲν AZ, AN	—— l. 49 • •	αι μιν AΞ AN
—— l. 35 ἐγγεγραφόμενον	— 18. l. 12 • •	εγγεγραμμενον
—— l. 37 ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 15 • •	ου η επιφανια
—— l. 48 τῇ ἐν ἑτέρῳ	—— l. 30 • •	deeſt ἐν
— 103. l. 7 παραλλήλους	— 8. l. 49 παραλλήλω	παραλληλους
	Cap. XXIV.	
—— l. 15 πολυγώνου, ὡς τετράπλευρος γίνεσθαι, καὶ παραλλήλους ὄσας	—— 18. l. 42 πολυγώνω (τέτραπλεύρῳ) παραλλήλους ὄσας	πολυγωνω τετραγωνους ουσας
—— l. 24 Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ,	—— 19. l. 1 κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ &c.	Hoc loco notandum, Circulos, qui in Schemate ad hoc Caput pertinente lineis rectis exhibentur in editione, quales ſunt quæ litteris ξ, ο, π, ρ, σ, τ. υ, denotantur, in Codice lineis rotundis, ſeu circulis repræſentari, quod et de ſequentibus intelligi volumus.
— 104. l. 23 ἄρα κύκλος	—— l. 20 • •	deeſt ἄρα
	Cap. XXV.	
—— l. 33 ἡ ἀπὸ τῶν	—— l. 24 • •	η υπο των
—— l. 40 αἱ EI, ΘM,	—— l. 26 αἱ ἄρα AI, ΘM	αι EI ΘM
— 105. l. 18 Ὁ δὲ P κύκλος	—— l. 51 ὁ P κύκλος	ο δι P κυκλος
	Cap. XXVI.	
—— l. 35 ἴσχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ	— 20. l. 7 • •	ισχων την επιφανειαν
— 106. l. 17 τῆς μεταξὺ	—— l. 26 • •	τη μεταξυ
—— l. 19 ἴσον ἴσῃ κώνῳ	—— l. 30 • •	ισον τω κωνω
	Cap. XXVII.	
—— l. 48 ὕψος δὲ ἴσον	— 21. l. 4 • •	deeſt ἴσον
—— l. 50 ἐπιφάνεια	—— l. 6 • •	η επιφανια
— 107. l. 1 ἐστὶν ἄρα	—— l. 9 • •	εστι αρα
—— l. 24 ἰσόγωνιον,	—— l. 23 ἰσόγωνον	ισογωνιον
—— l. 52 ἐπὶ τῆ πρώτῃ.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	επι του πρωτου
—— – ib. Ἔσται ἄν	—— l. 37 ἐστὶ ἄν	εστι ουν
— 108. l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 • •	desunt
—— l. 8 Διηρημένης	—— l. 49 διηρημένης	διηρημενης
	Cap. XXVIII.	
—— l. 27 Τῇ ἐπιφανείᾳ	— 22. l. 8 • •	της επιφανιας
—— l. 36 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 • •	της επιφανιας
	Cap. XXIX.	
—— l. 52 ἀρτιογώνιον,	—— l. 19 • •	αρτιογωνιον corr. αρτιογωνιου
— 109. l. 1 τῇ ΘZ, πρὸς τὴν ZΘ	—— l. 20 • •	τη ZE προς την ZE
—— l. 22 μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν	—— l. 37 • •	μεγιστου κυκλου των εν
—— l. 25 ABΓΔ	— 9. l. 2 • •	ABΓ
—— l. 27 ἡ KZ	—— l. 3 ἡ KΞ	η KZ
— 110. l. 5 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ,	— 22. l. 47 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ	των εν τη σφαιρα
—— l. 16 ὁ κῶνος ἴσος	— 23. l. 3 • •	ο κωνος ο ισος
—— l. 17 εἰρημένῳ·	—— – ib. • •	ειρημενου κωνου
	Cap. XXX.	
—— l. 29 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 • •	desunt
—— l. 41 ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 16 • •	επιζευγνυμεναι
— 111. l. 7 τὸ ὑπὸ τ	—— l. 36 • •	του υπο της
—— l. 8 τῷ πολυγώνῳ ᾧ ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 38 • •	desunt
—— l. 12 πρὸς ἄλληλα	—— l. 45 • •	προς αλληλας

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 112. l. 2 τῇ Ο κύκλ,	Pag. 24. l. 7 • •	deest Ο
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 • •	εξει, et sic paullo infra.
—— l. 15 ἀρθὲν γενῶν	—— 9. l. 9 • •	αρθεν γενομενον
—— l. 16 ἰσογώνιον ἀρὰ τὸ ΗΑΕ τρίγωνον τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ.	—— l. 10 ἰσογώνιον γὰρ &c.	ισογωνιον ΓΧ (qui nexus adhiberi solet in Codice pro verbo γίνεται) το ΗΑΕ τριγωνον. και
—— l. 23 περιγεγραμμένου	—— l. 14 • •	εγγεγραμμενου
—— l. 40 ἄρα	—— l. 24 • •	deest
—— l. 41 ἐκ κέντρου	—— l. 25 • •	εκ του κεντρου
	Cap. XXXI.	
—— l. 47 Ἔστω γὰρ	—— 24. l. 13 • •	ως γαρ
	—— 25. l. 1 Prior linea paginæ 25 in editione redundat.	
	Cap. XXXII.	
—— 114. l. 6 βάσιν	—— l. 6 • •	του βασιν
—— l. 17 Διάστασα λέγω διάστασιν.	—— l. 12 • •	deest secundum διάστασιν
—— l. 49 τοῦ Κ πρὸς Ι.	—— l. 22 τῷ Κ πρὸς Ι	του Κ προς Ι
—— 115. l. 30 πρὸς τὸν Ι. Ἡ δὴ Κ	—— 26. l. 2 • •	desunt
—— l. 47 Ποιεῖται	—— 9. l. 30 ποιει	ποιη
—— l. 49 τῇ ΓΚ,	—— l. 32 • •	της ΓΚ
—— 116. l. 2 ἴση ἡ Θ. Ἐσείλαι δὴ αἱ Η,Θ	—— l. 34 ἴση ἡ Θ. ἔσειλαι δὴ αἱ Θ,Ι,Η	ισον η ΗΘ. εσονται δη αι ΘΗ
—— l. 11 μέρους τῆς Η·	—— l. 40 μέρους τὸ Η.	μερους της Η.
	Cap. XXXIII.	
—— 117. l. 15 Δεικτέον δὴ,	—— 26. l. 50 • •	deest οδο
—— – ib. ὁ Α κύκλος	—— – ib. • •	deest λ
—— l. 33 καὶ αἱ ἐκ	—— 27. l. 7 • •	deest αι
	Cap. XXXIV.	
—— 118. l. 8 πολύγωνον	—— l. 12 • •	σημμα πολιγωνου
	Cap. XXXV.	
—— l. 41 ἴσον ἔσω	—— l. 32 • •	ισα εστι
—— l. 49 τοῦ ὑπὸ ΑΘ,	—— l. 38 • •	deest υπο
—— 119. l. 1 ἴσον ἔστος τῷ ὑπὸ Θ Α.	—— l. 39 • •	desunt omnia
—— l. 2 ἐπιφάνειᾳ	—— – ib. • •	τα επιφανεια
—— l. 3 κέντρου τοῦ Μ.	—— l. 40 • •	κεντρου του ΑΜ
—— l. 10 λόγον ἔχουσιν,	—— 10. l. 3 • •	εχουσι λογου
—— l. 15 Ἔστι γὰρ	—— l. 6 • •	εστι γαρ
	Cap. XXXVI.	
—— l. 27 ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ·	—— 27. l. 46 ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ &c. In Schemate editionis, quod pertinet ad hoc Caput, error est, nam pro littera Β exhibet litteram Δ.	
—— l. 30 μενούσης τῆς ΒΕ,	—— l. 47 • •	μενουσης της ΒΑ
—— l. 44 σχήματι	—— l. 51 • •	τμηματι
—— 120. l. 8 ἴσον ἐστὶ	—— 28. l. 10 • •	ισα εστι
—— l. 21 βάσεις ἴσους	—— l. 23 • •	βασεις ισους
—— l. 35 τῇ βάσει μὲν ἔχοντι	—— l. 30 • •	του βασιν μεν εχοντες
	Cap. XXXVII.	
—— 121. l. 13 περιγεγραφῆν	—— 29. l. 3 • •	περιγραφειν
—— l. 26 κύκλος ἐστί.	—— l. 8 • •	deest εστι
—— l. 33 μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 11 • •	μειζων γ†, (quem nexum Codex adhibere solet pro voce γίνεται) επιφανεια
—— l. 39 δὴ καὶ	—— 10. l. 9 • •	deest και
—— l. 40 ἀπὸ τοῦ Δ	—— l. 9 • •	απο του ΔΕ
—— l. 44 μείζων ἐστὶ ἡ	—— l. 12 • •	μειζων γινεται η
—— l. 46 κολάρου	—— l. 13 • •	κωλουρου κυκλου
—— – ib. οἰσθήσεται,	—— – ib. ὑσθήσεται	οισθησεται
—— – ib. ἡ ἐκ τοῦ κέντρου	—— – ib. οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	ου εκ του
—— l. 47 ἔχει τῆς	—— – ib. • •	εστι της
—— 122. l. 3 ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 ὕτως ἡ ἐκ τῆ	ου η εκ του
—— l. 14 κῆ τ' ἔστι ἡμισείας	—— 29. l. 16 • •	και εστι της ημισειας
	Cap. XXXVIII.	
—— l. 38 τὰς γωνίας	—— l. 24 • •	desunt
—— 123. l. 5 Ἐὰν	—— l. 38 • •	εαν γαρ
—— l. 9 Ἴση ἄρα	—— l. 42 • •	deest αρα
—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ,	—— 10. l. 24 • •	το υπο ΓΔ, ΔΗ. το δε υπο ΓΔ, ΔΗ
	Cap. XXXIX.	
—— 124. l. 46 πρὸς τὸν ΑΑ·	—— 30. l. 35 • •	deest τον
—— 125. l. 10 ὕτως ἡ ΑΑ	—— l. 41 ὡς ἡ ΑΑ	ου η ΑΑ
—— l. 12 ὕτως ἡ ἐκ Ψ	—— l. 42 ὃ ἡ ἐκ τοῦ	ψ (quo nexu Codex utitur fere semper ad indicandam vocem ὕτως, vel οὕτω) η εκ του. et sic habetur infra ad lineam 44. editionis, ubi dicitur οὗ τὸ ὕψος.
—— l. 17 Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν	—— l. 45 ὅμοιοι εἰσὶν	ομοιοι αρα εισιν
—— l. 27 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Ὡς δὲ	—— 10. l. 29 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. ὡς δὲ	εστιν ως η ΕΔ προς ΔΑ. η ΕΚ προς ΑΛ. ως δε
—— l. 45 ἐλάσσονος,	—— l. 39 • •	ελαττονος

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 126. l. 5 ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ,	Pag. 10. l. 43 ὡς ἡ ΕΑ προς ΔΑ	ως η ΕΔ προς ΔΑ
—— l. 6 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος	—— l. 44 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος.	η απο του κεντρου επι την αφην επιζευχθεισα τουτεστιν η απ του κεντρου της ελασσονος
	Cap. XL.	
—— l. 24 Διῶ δείξης	—— 31. l. 1 δέδεικται	δεδειξαι
—— l. 28 ἐπὶ τὰ	—— l. 3 • •	επι το
—— l. 41 περὶς τὸν κύκλον.	—— l. 10 • •	προς τον Z κυκλον
—— 127. l. 19 πρὸ τούτου,	—— 10. l. 50 • •	περι τουτου
	Cap. XLI.	
—— l. 28 Ἐὰν	—— 31. l. 27 • •	και εαν
	Cap. XLII.	
—— 128. l. 26 ὅπως ἡ τοῦ	—— 32. l. 1 ὅπερ ἡ τοῦ	οπως η του
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον	—— l. 15 • •	η το περιγεγραμμενον
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ τρεῖς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κύκλον.	—— l. 16 • •	defunt hæc omnia
—— l. 19 τομεύς	—— l. 25 • •	τομευς
—— 130. l. 1 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— 11. l. 9 • •	deſunt
		In fine libri legitur : Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α'.
	Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου βιβλιον β'.	deeſt βιβλιον
—— 131. l. 1 ἀπίτηλαί	—— 33. l. 1 • •	επιτειλας
—— l. 9 τμήματος	—— l. 5 • •	deeſt
—— l. 22 διὰ τούτων	—— l. 12 διὰ τῶ τῶν	δι' αυτου των
	Cap. I.	
—— 132. l. 16 ἡ κυλίνδρου ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	η κυλινδρου ημιολιος
—— l. 42 τῶν ΗΘ,	—— l. 39 • •	των της ΗΘ
—— 133. l. 5 ἔστι τὴν ΗΘ	—— l. 43 • •	deeſt οὕτω
—— l. 20 τουτέστιν ἡ Β,	—— 34. l. 4 • •	τουτεστιν η ΗΒ
—— l. 25 Φησὶ δὴ	—— 11. l. 17 • •	φησιν δη
—— l. 27 ἐστιν εἰπεῖν,	—— l. 19 • •	εστι ποιειν
—— l. 29 σαφέστερον	—— l. 20 σαφεστερον	σαφεστερον
—— l. 37 ἡμιόλιος ἔσται τῆ	—— l. 25 ἡμιόλιος διὰ τοῦ	ημιολιος εσται του
—— l. 43 τῆ ΑΓ.	—— l. 30 • •	του ΑΓ κυκλου.
—— 134. l. 1 ὃ δέον	—— l. 40 • •	ου δι ου
—— l. 12 τῆς ΖΗ.	—— 12. l. 1 • •	τη ΖΗ
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—— l. 3 • •	γεγραφθω
—— l. 39 Εἰ δὴ δέοι	—— l. 25 εἰ δέοι	ει δι δεοι
—— 135. l. 4 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β'.		
—— l. 8 ὑπ' αὐτῆ	—— l. 47 • •	υπ' αυτου
—— l. 10 ἐντυχόντες,	—— l. 48 • •	εντετυχηκαμεν
—— l. 11 γράφειν.	—— l. 49 • •	γραφ (qui nexus in Codice modo ειν, modo ειν ſignificat, ita ut legi poſſit γραφειν, et γραφην)
—— l. 13 πρὸ τὸ	—— l. 50 • •	προς το
—— l. 15 χρεῖται·	—— l. 51 • •	χρηται
—— l. 17 ἔννοια	—— 13. l. 2 • •	ευνοια
—— l. 20 ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.		
—— l. 36 Τούτων ἓν	—— l. 11 • •	των ουν
—— l. 40 ὃ τὸ μὲν	—— l. 14 • •	deeſt οὗ
—— l. 49 γινομένων	—— l. 21 • •	γινομενων
—— 136. l. 1 ΩΣ ΗΡΩΝ		
—— l. 15 τὰς ΕΗ, ΕΖ.	—— 14. l. 8 • •	τα ΕΗ ΕΖ.
—— l. 19 Δίχα δὴ	—— l. 12 • •	deeſt δή. E regione autem iſtorum verborum in margine Codicis ab eadem antiqua manu adſcriptum legitur : λ/ω ιβ'. του α'. των Ευκλειδου.
—— l. 20 τέμνεται	—— l. 14 • •	τεμνεται
—— l. 22 Κοινὸν προσκείσθω	—— l. 17 • •	Et hic in margine legitur : λ/ω ς'. τε β'. των ευκλειδου.
—— l. 26 Τὸ ἄρα ὑπὸ	—— l. 19 • •	Iterum in margine : λ/ω μη'. του α'. του ευκλειδου.
—— l. 32 ὡς ΖΔ πρὸς	—— l. 22 • •	ως η ΖΔ προς
—— l. 35 Τριγώνου γὰρ	—— l. 23 • •	heic quoque in margine : λ/ω β'. του ς'. των ευκλειδου.
—— l. 40 ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.		
—— 137. l. 22 Τριγώνου	—— l. 49 τριγώνου	τριγωνου
—— l. 25 ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ·	—— l. 50 • •	και η ΔΑ προς ΑΒ
—— l. 28 τῆ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῆ.	—— 15. l. 1 τῆ ὑπὸ ἥρωνος κατασκευῆς,	τη υπο ηρωνος. το γαρ ΒΘ παραλληλογραμμον το αυτο εστι τω ληφθεντι επι της ηρωνος κατασκευης
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 • •	πολυγε
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	—— l. 8 • •	προς το ΚΖ.
—— l. 41 ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.		
—— l. 44 Καὶ κέντρῳ	—— l. 11 κέντρῳ	και κεντρω
—— l. 45 περιφέρεια	—— — ib. • •	περιφερεια
—— 138. l. 17 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.		
—— l. 28 διὰ τὴν ΑΕ τῆ ΑΖ	—— l. 37 • •	δια το την ΑΒ τη ΛΖ

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Pag. 138. l. 41	ἴσαι MB,	Pag. 15. l. 49	• •	ισαι αι MB
—— l. 47	ἐπὶ τεταγμένα	—— 16. l. 2	• •	επιταγμενα
—— l. 48	ὡς τῶν ὁμοίως	—— – ib.	ὁμοίως	ομοιων
—— l. 50	ὡς ἐπὶ	—— l. 3	• •	deeſt ὡς
—— l. 51	παραδίσει	—— l. 4	• •	παραδισεις
—— l. 53	ἴσονται ἡ ἀχθεῖσα,	—— l. 6	καὶ ἡ ἀχθεῖσα	εσται η αχθεισα
— 139. l. 29	ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ			
—— l. 33	προτάσει καὶ τὰ ἀπὸ τῆς	—— l. 33	• •	προθεσει και τα της
—— l. 35	ὀφειλουσῶν	—— l. 38	• •	των οφειλουσων
—— l. 45	σημεῖον, τὸ δὲ	—— l. 46	• •	σημειον εστω το δε
— 140. l. 6	Νευσάσθω	—— 17.. l. 6	νευσάσθω	νευσασθω
—— l. 7	ἐπιζευχθεῖσα	—— – ib.	• •	επιζευχθεισα
—— – ib.	ἐπὶ τὸ Δ,	—— l. 7	ἐπὶ τὸ Δ.	επι το Δ.
—— l. 8	τῇ ΑΗ,	—— – ib.	• •	deſunt.
—— l. 10	καὶ ἡ ΑΓ.	—— l. 8	• •	και η ΑΓ.
— 141. l. 1	ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.			
—— l. 29	ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ.	—— 18. l. 3	• •	η ΘΓ προς ΓΒ.
—— l. 31	τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ	—— l. 4	• •	τουτεστι το απο ΑΘ
—— – ib.	ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ	—— – ib.	• •	αρα το απο ΑΘ
—— l. 36	ἡ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα	—— l. 7	ἡ δὲ ΘΒ διπλασίονα	η δε ΘΒ προς ΒΓ διπλασιονα
—— l. 41	ἰδιημένη.	—— l. 9	γραμμῇ.	γεγραμμενη
—— l. 42	ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.			
—— l. 43	αἱ Δ, Ε.	—— l. 11	• •	αι ΑΕ
—— – ib.	τῶν Δ, Ε	—— – ib.	• •	των ΑΕ
—— l. 45	ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α· καὶ πρὸς τῷ Α	—— l. 12	ἡ ΑΗ περασμενη κατὰ τὸ Α καὶ πρὸς τῷ Α	η ΔΕ πεπερασμενη κατα το Δ και προς τω Δ
—— l. 46	ἡ ΑΖ·	—— l. 13	ΑΖ	ΔΖ
—— l. 48	αἱ Δ, Β, Γ,	—— l. 14	• •	αι ΑΒΓ
—— – ib.	τῶν Δ, Γ	—— – ib.	• •	των ΑΓ
—— l. 51	ἄρα τὸ Θ,	—— l. 16	ἄρα τῆς Θ	αρα το Θ
— 142. l. 3	Ἐπὶ ὑπερβολῆς	—— l. 19	• •	επει υπερβολης
—— l. 20	ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἐστὶν ὡς	—— l. 32	ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΓ, ἐστὶν ὡς	ισον εστι τω υπο ΔΑΖ εστιν ως

Schema ad finem ſuperioris problematis in Codice appoſitum, quum aliquantum differat ab illo editionis. heic depictum exhibemus.

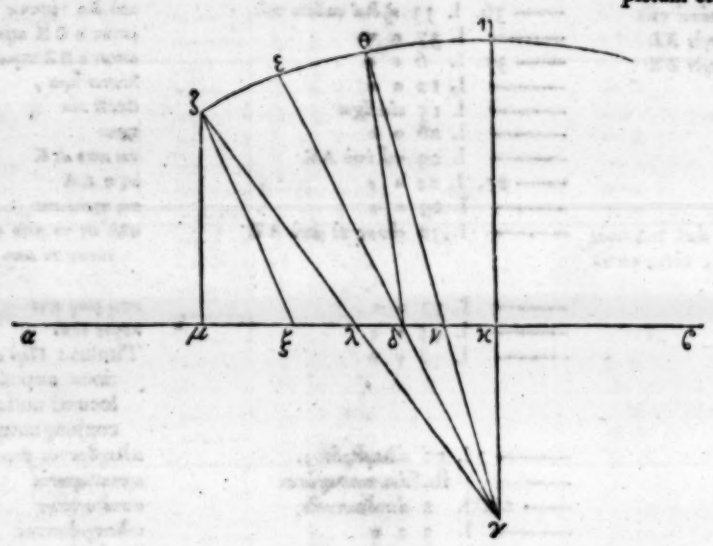


—— l. 29	ΑΛΛΩΣ.			
—— l. 30	πρὸς ὀρθὰς	—— l. 38	• •	αι προς ορθας
—— l. 34	ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· τὸ ἄρα	—— l. 43	ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. τὸ ἄρα	ως η ΓΒ προς ΔΒ η ΔΒ προς ΒΕ. το αρα
—— l. 42	τὴν ΒΕ.	—— l. 48	• •	της ΒΕ
—— l. 47	τῆς ΔΖ·	—— 19. l. 1	• •	της ΕΖ
—— l. 50	Καὶ δοθέντα ἄρα τὰ	—— l. 2	καὶ δοθέντα τὰ	δοθεντα αρα τα
—— l. 53	ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4	• •	deſunt
— 143. l. 3	Τέμνουσι δὴ ἀλλήλαις	—— l. 6	• •	τεμνουσι δη αλληλας
—— l. 18	Η ΑΡΧΙΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ			
—— l. 19	αἱ ΑΔ, Γ.	—— l. 18	• •	αι ΑΒΓ
—— l. 20	τῶν ΑΔ, Γ	—— – ib.	• •	των ΑΒΓ
—— l. 28	τέμνει	—— l. 23	• •	τεμει
—— l. 34	τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 26	• •	της ΑΠ ευθειας
—— l. 43	τὸ κινούμενον	—— l. 28	• •	το μεν κινουμενον
— 144. l. 6	ἐστὶ ἄρα	—— 20. l. 9	• •	αρα εστι.

* In Schemate ad hoc pertinente theorema Codex noſter exhibet lineam rectam a circulis ſejunctam, et littera γ deſignatam, quæ in editione deſideratur.

—— l. 14	ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.			
—— l. 19	κίνδυ	—— l. 18	• •	καλου
—— l. 20	ἐν παχεῖ	—— l. 19	• •	εν ταχει
—— l. 27	πρῶτον	—— l. 23	• •	πρωτος
—— l. 32	τινά	—— l. 26	• •	τινας
—— – ib.	νόσω.	—— l. 27	• •	deeſt
—— l. 33	ἐπιταχθέντας,	—— – ib.	• •	deeſt

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 144. l. 34 Διαπιμψομένους	Pag. 20. l. 28 διαμιμψαμένους	διαμιμψαμενους corr. διαπιμψαμενος
—— l. 36 ἀθυσῶν	—— l. 29 • •	των αθυσων
—— l. 41 ἐπιβραχύ τι τῦ	—— l. 32 • •	βραχυτατι του
—— l. 42 ἐχρωπὴ	—— l. 33 • •	οργανικη λεψις
—— l. 46 σχηματίζοι,	—— l. 36 • •	μεταοχηματιζοι
—— l. 49 καθιστᾶσαι,	—— l. 38 • •	καθισταθαι
— 145. l. 2 χοινικίδας,	—— l. 45 • •	χοινικιδας
—— l. 3 εἰ μέλλει	—— l. 47 εἰ μέλει	ει μελει
—— l. 25 πρὸς ΚΗ. Πάλιν	— 21. l. 9 • •	προς ΖΗ. παλι,
—— l. 27 παραλλήλοις, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ·	—— l. 11 • •	παραλληλοις η ΖΚ προς ΚΘ
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέικται	αποδιδικται
—— l. 39 φυσικίσκως	—— l. 18 • •	φυσικισους
—— l. 50 ἴχνης	—— l. 25 • •	ιχνης
— 146. l. 1 τὰ Α, Β, Γ, Δ	—— l. 28 τὰ Α, ΒΓ, Δ	τα ΑΒ ΓΔ
—— l. 17 διπλάσιον	— 22. l. 1 • •	διπλησιον
—— l. 17 Φράζεται,	—— l. 2 • •	φραζεται
—— l. 29 Πτολεμαῖϊ	—— l. 13 φίλεμαΐς	φιλεμαιι
—— — ib. συνηθῶν	—— — ib. συνη σν	συνηθων
—— l. 33 ἄνθημα	—— l. 17 • •	αυθ' ημα
—— l. 35 ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ		
—— l. 36 Ἐν τῷ περὶ καϊχοειδῶν γραμμῶν.		
—— l. 38 συγγράμματι,	—— l. 21 συγγράμματι	συγγραμματι
—— l. 39 ἀποπληροῦντος	—— l. 22 • •	αποπληρουντος χρεια.
—— l. 42 ἀπελλειτῶς. Τῶν τοίνυν,	—— l. 24 ἐλλείπους. τῶν τοίνυν	ελλειπως τοινυν των
— 147. l. 12 εἰς τὸ ἀξιόπιστον,	— 23. l. 3 εἰς τὸν ἀξιόπιστον	εις τι αξιοπιστον
—— l. 28 κυλινδρίῳ	—— l. 8 • •	κυλινδριον
—— l. 33 κογχοειδῆ	—— l. 12 κογχοειδῆ	κογχοειδη
—— l. 41 τῦ ΑΒ,	—— l. 17 • •	της ΑΒ.
—— l. 44 τῆς ΘΝ	—— l. 19 • •	της ΘΗ
— 148. l. 1 λοιποῦσα	—— l. 20 • •	λοιπουσα
—— l. 3 τοῖς Μ, Ν,	—— l. 21 • •	τοις ΜΗ
—— — ib. μείζων ἐστὶ	—— — ib. μείζων ἔστι	μειζων εστιν
—— — ib. περὶς τῷ Θ.	—— — ib. • •	περι τω Θ. Schema ad hanc demonstrationem pertinens ita in Codice depictum est.



—— l. 18 τῇ ΑΖ ὑπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 τῇ ΑΖ ἀδύνατον	τη ΑΖ. υπερ αδυνατον
—— l. 26 διάγειν	— 24. l. 4 • •	διαγειν
— 149. l. 1 Συμβάλλει	—— l. 7 • •	συμβαλλει
—— l. 10 τῇ ΑΔ·	—— l. 13 • •	τη ΑΛ
—— l. 13 ἴσην τὴν ΘΚ τῇ ΑΔ, ἢ τῇ ΓΖ.	—— l. 14 • •	ισην την ΘΚΑΔΗ. τη ΓΖ
—— l. 15 κατὰ τὸ Μ.	—— l. 16 κατὰ τὸ ΜΓ,	κατα το Μ.
—— l. 16 ὡς ἡ ΓΛ	—— — ib. ὡς ἡ ΦΛ	ως η ΓΛ
—— l. 34 τῇ ΑΔ.	— 25. l. 12 • •	της ΑΒ.
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΓ	—— l. 14 • •	αλλ' ως η ΜΓ
—— l. 37 Καὶ σκυθίντι	—— l. 16 • •	και συνθιντι
—— l. 39 τῇ ΘΚ,	—— l. 18 τῇ ΘΗ,	τη ΘΚ.
—— l. 41 ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 • •	ισον τα υπο ΒΜ
—— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ·	—— l. 24 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ μετὰ τῦ ἀπὸ ΔΔ, τὸ ὑπὸ ΒΓΚ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ	desunt omnia.
—— l. 44 ὧν τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ	—— — ib. • •	ων το ΑΔ ισον το
—— l. 48 οὕτως	—— l. 26 • •	deest

Cap. II.

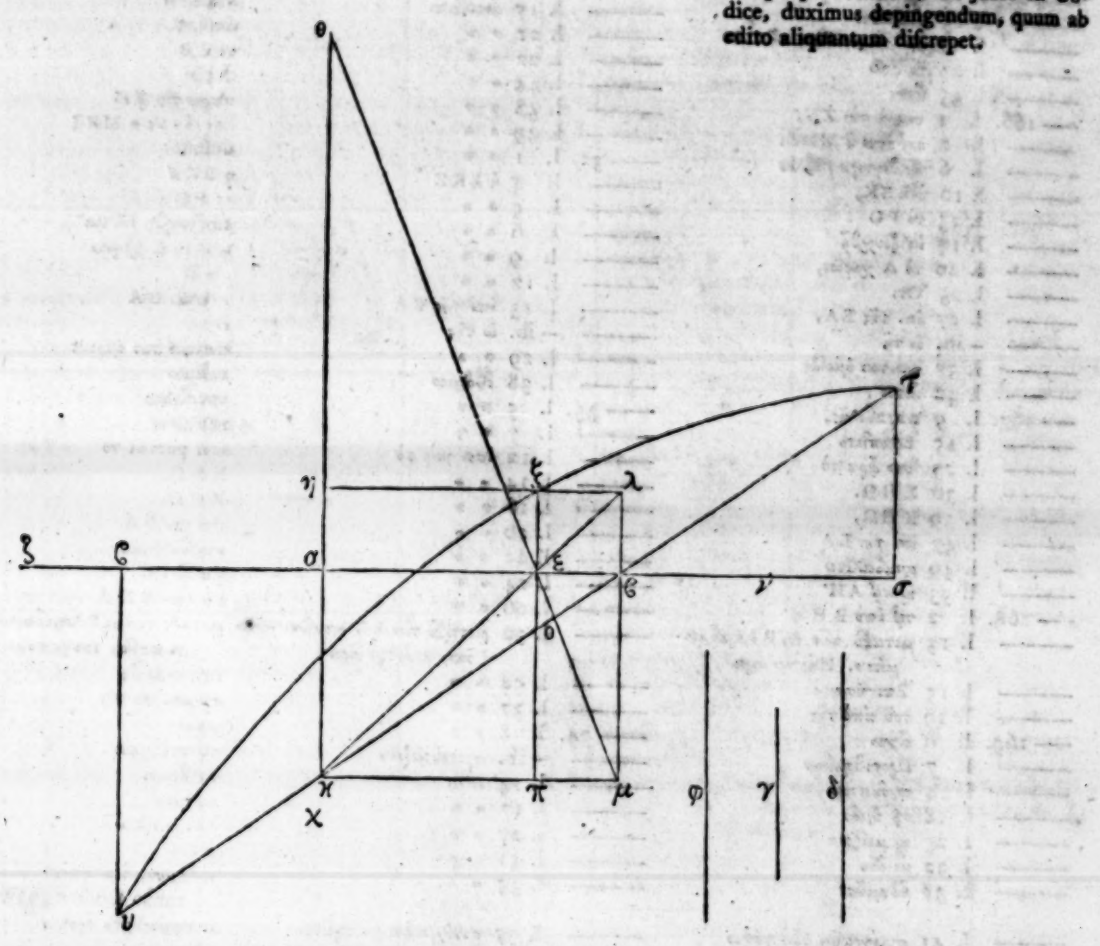
— 150. l. 15 κορυφὰς ἔχοντες	— 34. l. 12 • •	κορυφας εχοντα
—— l. 19 νευρῶδω	—— l. 14 • •	νευροδω
—— l. 22 βάσιν μὲν ἔχων	—— l. 15 • •	deest μεν
—— l. 25 Ἔστι δὴ	—— l. 17 • •	εσται δη
—— l. 37 κύκλος πρὸς τὸν	—— l. 23 κύκλος πρὸ τὸν	κυκλος προς τον
— 151. l. 8 ἴσος ἄρα ὁ Μ	—— l. 28 • •	ισος αρα εστιν ο Μ
—— l. 16 ἀφαιριθέντος	—— l. 31 αφιριθέντος	αφαιριθεντος

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Pag. 151. l. 21	ὡς συναμφότερος,	Pag. 34. l. 34	* *	ο συναμφοτερος
—— l. 28	ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῷ	—— l. 37	* *	deſunt
—— l. 39	ὕψος τοῦ Ν κώνου,	—— 35. l. 5	ὕψος τοῦ κώνου	υψος τυ Ν κωνυ
— 152. l. 3	δείξομεν	—— l. 13	* *	deeſt
—— l. 10	τῆς σφαίρας.	—— l. 17	* *	deſunt
—— l. 22	Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ,	—— l. 23	ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘΚ, ΘΛ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ισον αρα το υπο ΔΚΘΛ τω υπο των ΔΘΚ
—— l. 24	Ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΛ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24	* *	deſunt omnia
—— l. 27	ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 25	* *	η ΘΕ προς ΕΓ
— 153. l. 29	πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	— 25. l. 37	πρὸς τὸ ΒΕ.	προς το υπο ΒΕ,
—— l. 41	λαμβανομένῳ	—— l. 45	* *	λαμβανομενυ κωνυ.
—— l. 45	τίμιον	—— l. 47	* *	τιμιον
— 154. l. 6	Ὅτι δὲ εἷς	—— l. 51	* *	ὁτι δε και
—— l. 13	γενοίδω	— 26. l. 4	* *	γονιδω
—— l. 16	Ὁ ἄρα κῶνος	—— l. 6	* *	ο αρα Κ κωνος
—— l. 18	ὕπερ ἡ	—— l. 8	οὗ περ ἡ	υπερ και η
—— l. 21	τὴν ἐκ τοῦ κέντρου	—— l. 10	τὴν τοῦ κέντρου	την εκ του κεντρου
—— l. 23	Ὁ Ζ ἄρα	—— l. 11	* *	ο αρα Ζ
—— l. 32	ἡ ΒΘΖΑ	—— l. 17	* *	ο ΒΘΖΔ
—— l. 37	ἀλλήλοις	—— l. 20	* *	αλληλους
—— l. 45	τὸ ΒΑΖ τμῆμα σφαίρας	—— l. 27	* *	το ΑΒΓ τμημα της σφαιρας
— 155. l. 19	ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ,	— 27. l. 2	* *	ουτως το απο ΑΓ
—— l. 22	ὕψους τῆς ΘΔ	—— l. 4	* *	υψους της ΘΔ
—— — ib.	Ὡς δὲ ἡ ΑΕ	—— — ib.	* *	ως δε η ΔΕ
—— l. 23	πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 5	* *	προς το υπο ΔΕΓ
		Cap. III.		
—— l. 42	τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	— 36. l. 3	* *	deſunt omnia.
— 156. l. 30	πρὸς ἀλλήλους	— 27. l. 10	πρὸς ἀλλήλοις	προς αλληλους
—— l. 39	οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	—— l. 15	* *	η ΒΔ προς ΔΑ
		Cap. IV.		
— 157. l. 22	Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς	— 36. l. 33	καὶ διὰ ταῦτα τοῖς	και δια ταυτους
—— l. 31	οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ.	—— l. 37	* *	ουτως η ΒΧ προς ΧΒ
— 158. l. 5	οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ·	— 37. l. 6	* *	ουτως η ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 17	Λοιπὸς ἄρα	—— l. 12	* *	λοιπον αρα
—— l. 23	ἴσχει	—— l. 15	οὐκ ἴσχει	deeſt ουκ
—— l. 45	τίμιον	—— l. 26	* *	τιμιον
— 159. l. 5	τῷ ἀπὸ ΔΚ·	—— l. 29	τῷ ὑπὸ ΔΚ	τω απο ΔΚ
—— l. 28	ὡς ἡ ΛΔ	— 27. l. 22	* *	ως η ΔΑ
— 160. l. 5	ἡγούμενα	—— l. 29	* *	τα ηγουμενα
—— l. 10	Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΑ	—— l. 32	οὕτως τὸ ἀπὸ ΛΚ	αλλ' ως το απο απο ΡΑ προς το απο ΑΚ, ουτως το απο ΑΚ
—— l. 20	Ἐπεὶ γὰρ	—— l. 37	* *	επει γαρ εστιν
—— l. 31	λόγος ἔστι	—— l. 44	* *	λογος εστι
—— l. 38	Ὅτι μὲν	—— l. 48	* *	Titulus: Περὶ συνθέσεως λόγων, qui in editione apponitur in margine ad hunc locum, nullus eſt in Codice, ſed omnia conjunguntur.
—— l. 41	ἀδιαρθρώτως.	—— l. 50	ἀδιαρθρότως,	αδιαρθρωτως φως.
—— l. 42	ἀναπληρῶσαι,	—— — ib.	ἀναπληρῶσαι	αποπληρωσαι
—— l. 44	ἀποδεικτικῶς,	— 28. l. 2	ἀποδεικτικῆς	αποδικτικως
—— l. 45	διατρίψαντας	—— l. 3	* *	ειδιατριψαντας
—— l. 55	τῷ περὶ	—— l. 9	* *	deeſt τω
— 161. l. 13	οὗ ἡ μονὰς	—— l. 18	* *	ουσα η μοναις
—— l. 21	ὁ ἄρα Ε	—— l. 24	* *	ο αρα Γ
—— l. 22	τὸν Ζ ποιεῖτω. Λέγω ὅτι	—— — ib.	τὸν Ζ ποιήτω. λέγω ὅτι	του Α ποιει. ο δι Β του Ε πολλαπλασιασας του Γ. ο δη Δ του Ε πολλαπλασιασας του Ζ ποιειτω. λεγω οτι
—— l. 23	τοῦ τοῦ Α	—— l. 25	* *	του Α
—— l. 25	Ὁ δὲ Β τὸν Ζ	—— l. 27	* *	ο γαρ Β προς τον Ζ
—— l. 26	ποιείτω.	—— — ib.	ποιήτω	ποιειτω
—— l. 35	Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η	—— l. 35	καὶ ὡς ἄρα Η	και ως αρα ο Η
—— l. 39	τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸ Β λόγου.	—— l. 38	* *	του Α προς τον Β λογον
—— l. 45	Λέγω ὅτι ὁ τοῦ	—— l. 43	λέγω ὁ τοῦ	λεγω οτι ο του
—— l. 49	ἐπὶ τὸν β′,	—— l. 45	ἐπὶ τὸν Β	επι το Β
—— l. 57	πρὸς τὸν ς′,	— 29. l. 1	πρὸς τὸν ς′	deeſt προς
— 162. l. 7	τῷ τοῦ ς′	—— l. 5	καὶ τοῦ ς′	deeſt του
—— — ib.	διπλασιεπιτετάρτου.	—— — ib.	διπλασιασιεπιτετάρτου	διπλασιεπιτεταρτυ
—— l. 12	ἐπὶ πάντων	—— l. 8	* *	επι παντων δι
—— l. 14	μεγεθῶν,	—— l. 9	* *	μεγεθων
—— l. 17	κείμενοι,	—— l. 11	* *	κειμενοι οροι
—— l. 18	Δυὸ γὰρ ὅρων	—— l. 12	* *	δυο γαρ οντων ορων
—— l. 27	ὃν ὁ Α	—— l. 19	* *	ον εχει ο Α
—— l. 33	πρὸς τό ἀπὸ ΔΧ·	—— l. 24	* *	προς το απο ΒΧ
—— l. 40	οὕτω διάδηλον.	—— l. 28	* *	ουτως εσται δηλον.
—— l. 43	ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ.	—— l. 30	* *	η ΚΒ προς ΡΒ
—— l. 45	ὅπερ ἡ ΚΡ πρὸς ΒΡ·	—— l. 31	* *	οπερ η ΚΒ προς ΒΡ
—— l. 46	ἡ ΖΒ πρὸς ΒΡ.	—— l. 32	ἡ ΖΒ πρὸς ΖΡ	η ΖΒ προς ΒΡ
—— l. 47	Ἐὰν ἄρα	—— — ib.	* *	αναγρψαντι. η ΡΔ προς ΑΧ ελασσονα λογον εχει περ η ΒΖ προς ΖΡ. εαν αρα

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 163. l. 4 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, ᾗ τῶν τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, ᾗ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, ᾗ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	Pag. 29. l. 38 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ᾗ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ᾗ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου. καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	προς το απο ΔΚ και της ΒΖ προς ΖΚ. τω δε αυτω τω της ΒΖ προς ΖΘ ο αυτος εστι και ο συγκειμενος εκ τε της ΒΖ προς ΖΚ. και της ΧΖ προς ΖΘ. και ο συγκειμενος αρα.
—— l. 7 τὸ ἀπὸ ΔΧ,	—— l. 40 • •	το απο ΔΚ
—— l. 8 πρὸς ΖΧ	— ib. • •	προς ΖΚ
—— l. 9 τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ,	—— l. 41 • •	της ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 12 Καὶ δὴ δεδεῖσθω τὸν ΔΖ τμεῖν δίχα κατὰ	—— l. 43 • •	και εστω δεδιεσθω της ΔΖ τμειν δη κατα
—— l. 28 ἐκβαλλειν	—— 30. l. 2 • •	εκβαλειν
—— l. 29 ἑκάτερα	—— l. 3 ἑκατέρα	εκατερα
—— l. 32 μὴ ποτε	—— l. 5 • •	μητε
—— l. 34 προδεδειγμένα	—— l. 6 προδεδειγμένα	αρα δεδειγμενα
—— l. 38 ὀλίγον	—— l. 9 • •	ολιγον μι
—— l. 41 γλῶσσαν	—— l. 11 γλῶσσαν	γλωσσαν
—— l. 42 ἐγγεγραμμὸ·	—— l. 12 • •	εγγεγραμμο
—— l. 48 ἐννοίας	—— l. 15 • •	ενοιας
—— l. 51 διορισμῶν.	—— l. 17 διορισμένων	διορισμων
— 164. l. 12 ὅτου ἡ ΓΗ	—— l. 26 • •	υτου το απο ΓΗ
—— l. 25 οὗτος τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ,	—— l. 40 οὗτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ	αλλ' ως το υπο ΓΗΖ προς το απο ΖΚ. αλλ' ως η ΓΗ προς ΗΜ
—— l. 31 διὰ τοῦ Η	—— l. 47 διὰ τοῦ Κ	δια του Η
—— — ib. δύναιτ' ἂν	—— l. 48 • •	deeſt
—— l. 38 γραφῇ ὑπερβολὴ,	— 31. l. 2 • •	η γραφη υπο περιβολη
—— l. 47 δύο ἄρα	—— l. 7 • •	deeſt ἄρα
—— l. 48 βάσις τὸ ἀπὸ	—— l. 8 • •	βασις το απο
— 165. l. 4 τῶν ὁμοίως	—— l. 10 • •	των ομοιων
—— l. 15 ἀναλύσει	—— l. 17 ἀναλήσει	αναλυσει
—— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ	—— l. 21 • •	deſunt
—— l. 24 τὸ ΖΘ	—— l. 22 • •	το ΖΒ
—— l. 45 ὅτου	—— l. 44 • •	deeſt
— 166. l. 1 παρὰ τὸν ΖΝ,	—— l. 48 • •	παρα την ΖΗ
—— l. 2 καὶ ἔστω ἡ ΜΞΖ.	—— l. 49 • •	και εστω ως η ΜΞΕ
—— l. 6 τῶν δευτέρου βιβλίου	— 32. l. 1 • •	deſunt
—— l. 10 ἡ ΒΞΚ,	—— l. 4 ἡ ΒΚΖ	η ΒΚΞ
—— l. 13 τὸ ΡΟ	—— l. 5 • •	το ΡΘ
—— l. 14 ἐπιζευχθῇ	—— l. 6 • •	επιζευχθη ευθεια
—— l. 20 τὸ Δ χωρίον,	—— l. 9 • •	ισον το Δ χωριον
—— l. 25 Ὅτι	—— l. 12 • •	οτι δι
—— l. 27 ἐπὶ τῆς ΕΑ,	—— l. 13 ἐπὶ τῆς ΒΑ	επι την ΒΑ
—— — ib. ἐν τῇ	— ib. ἐν τῆς	εν τη
—— l. 37 πάντων ὁμοίως	—— l. 29 • •	παντων των ομοιως
—— l. 42 ἕκτον	—— l. 38 ἕβδομον	ενδομον
— 167. l. 9 παραβολῆς,	— 33. l. 5 • •	υπερβολης
—— l. 15 Ἐφάπτηται	—— l. 7 • •	αφηπται
—— l. 29 ἴσον ἄρα τὸ	—— l. 12 ἴσον γὰρ τὸ	ισον γινεται το
—— l. 36 ΧΗΩ.	—— l. 14 • •	ΧΝΩ.
—— l. 39 ΧΗΩ,	—— l. 16 • •	ΧΝΩ.
—— l. 47 ἐπὶ τὴν ΕΑ	—— l. 20 • •	επι την ΒΑ
—— l. 49 συμβαλλέτω	—— l. 22 • •	συμβαλλετω
—— l. 53 τῇ τῇ ΑΗ·	—— l. 24 • •	deeſt και
— 168. l. 2 τῇ ὑπὸ Β, ΗΜ·	—— l. 26 • •	τω υπο Β, ΗΩ
—— l. 13 μεταξὺ τῶν Ε, Β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα	—— l. 32 μεταξὺ τῶν ΕΒ λαμβανομένων. πάντων ἄρα	μεταξυ των ΑΕ λαμβανομενων. ειδειχθη δε και επι παντων των μεταξυ των ΕΒ παντων αρα
—— l. 15 Ἐπεὶ οὖν δὲ	—— l. 34 • •	επειδησαι δη
—— l. 19 τοῦ ἀπὸ τῆς	—— l. 37 • •	του απο της
— 169. l. 6 εἶχον	—— l. 8 • •	ειχεν
—— l. 7 Περιτιθεμένων	— ib. προτιθεμένων	προστιθεμενων
—— l. 14 προέκειται	—— l. 14 • •	προβαινει
—— l. 18 ἐφ' ὑμῶν	—— l. 17 • •	υφημων
—— l. 25 καὶ μείζονα	—— l. 27 • •	και μειζονα
—— l. 32 ὡς δύο	—— l. 31 • •	ω δυο
—— l. 38 ὐδαμῶς	—— l. 35 • •	ουδαμου, ita enim videtur legi debere in noſtro Codice potius quam υδαμως
—— l. 41 συνέγραψε τὸν τρόπον	—— l. 37 συνέγραψα τὸ πρῶτον	συνεγραψατο τροπον
—— l. 44 ὠφανισμένας	—— l. 40 ὠφανισμένην	ωφανισμενα
—— l. 46 ΩΣ ΔΙΟΝΤΣΟΔΩΡΟΣ.		
— 170. l. 11 ἐπὶ τὴν ΑΒ	— 35. l. 3 ἐπὶ τὴν Α ΑΒ	επι την ΑΒ
—— — ib. τῇ διὰ τῶν Η, Α	— ib. • •	και ληφθη ΗΑ
—— l. 14 δὴ ΑΒΚ,	—— l. 4 • •	δι αι ΑΒΚ
—— l. 22 ἴση ἐστὶν,	—— l. 6 • •	εστιν ισην.
—— l. 32 τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ,	—— l. 9 τῷ ὑπὸ ΖΜΑΗ,	τω υπο ΛΜΑΗ
—— l. 33 ἡ ΜΛ	—— l. 10 • •	ουτως η ΜΛ
—— l. 40 οὕτως ὁ κύκλος,	—— l. 14 • •	ω ο κυκλος
—— l. 41 ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ	εστι τη ΑΜ. και ως προς τον κυκλον η εκ τη
—— l. 42 Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, ᾧ ἡ ἐκ τῶ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ ᾧ κέντρῳ ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ,	— ib. καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσος ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ,	deſunt hæc omnia.
—— l. 47 ἐστὶ τῇ ΒΜ,	—— l. 18 • •	εστι τη ΑΜ
— 171. l. 4 ἄρα ὁ βάσιν	—— l. 23 ὁ ἄρα βάσιν	αρα ο βασιν
—— l. 12 τὸ Β,	—— l. 28 • •	το Δ
—— l. 29 ᾧ ὅτως	— 36. l. 9 • •	deeſt και

	Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 171.	l. 39 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ		
	l. 40 Ἐν τῷ περὶ Πέμπτ.		
	l. 42 ἀναλήψει,	Pag. 36. l. 17 ἀναλήψει	αναλημψει
	l. 44 τὸν αὐτὸν τῷ τμήματι,	l. 18 • •	τουτ τον τω τμηματι
	l. 51 τὸν ΕΑ, ΑΖ	l. 22 • •	τον ΕΖ ΖΑ
172.	l. 1 πρὸς ΖΑ,	l. 23 • •	προς ΖΑ
	l. 15 ὃ βάσις	l. 28 • •	ου βασις προ
	l. 17 Καὶ γὰρ τοῦτο	l. 29 • •	και γαρ και τουτο
	l. 18 ἐπὶ ἴσου	– ib. • •	επ' ισου
	l. 21 πρὸς τὸν ΖΕ	l. 31 • •	προς τον ΖΕ
	l. 29 δεδεῖσθαι	l. 36 • •	δεδιεσθαι δεδιεσθ
	l. 40 αἱ ΘΑΚ,	37. l. 5 • •	αι ΘΑΖ
	l. 41 καὶ ἐπιζευχθεῖσαι	l. 6 • •	deeſt και
	l. 42 ἐκβεβληθεῖσαι	– ib. • •	εκβληθεισαι
	l. 43 ἀπὸ τοῦ Α	l. 7 • •	και αφ. του Α
	l. 48 ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ.	l. 9 • •	η ΖΑ προς ΘΑ
	l. 49 πρὸς	l. 10 περὶ	προς
	l. 52 ᾗ ΑΒΕ,	l. 12 • •	της ΘΑΕ
	l. 53 ᾗ ΘΑΕ	– ib. • •	της ΑΒΕ
173.	l. 14 ἴσον ἡ ΕΟ·	l. 31 • •	ισον η ΕΘ
	l. 18 κατὰ Τ, Υ.	l. 32 • •	κατα τα ΤΥ
	l. 19 δεδομένου	– ib. • •	δεδομενου
	l. 22 αἱ ΣΤ, ΡΥ	l. 34 • •	αι ΣΡ ΤΥ
	l. 26 ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ·	l. 37 • •	η ΕΒ προς ΒΣ
	l. 29 οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ.	l. 38 οὕτως ἡ ΣΥ πρὸς ΕΡ	ουτως η ΣΕ προς ΕΡ
	– ib. πρὸς ΟΥ, οὕτως	l. 39 • •	προς ΟΥΣ ουτως η ΣΕ προς ΕΡ, ουτως
174.	l. 4 ἐλλείψεως.	38. l. 2 • •	ελλειψεως
	l. 5 τῶν ΝΜ	l. 3 • •	του ΗΜ
	l. 9 διδόσθαι,	l. 5 • •	διδοσθω
	l. 13 πρὸς ΒΕ,	l. 8 • •	προς ΑΕ

Heic quoque Schema, uti jacet in Codice, duximus depingendum, quum ab edito aliquantum discrepet.



	l. 16 ἐπὶ ᾗ		επι της
	l. 26 παρὰ τὴν Φ	l. 10 τῆς ἐπὶ	παρα την Φ
	l. 28 ἀσυμπιπτούσας αἱ ΑΚ, ΚΜ,	l. 16 περὶ τὴν Φ	ασυμπιπτουσας της ΑΒ ΚΜ
	l. 32 αἱ ΚΑ, ΜΒ	l. 17 ἀσυμπιπτούσας τὰς ΑΚ, ΚΜ	αι ΚΜ, ΜΒ
	l. 46 Καὶ δι' ἴσου	l. 19 • •	και δι' ισου
	l. 48 τὸ ἀπὸ ΟΥ,	l. 28 • •	το απο ΟΡ
	l. 52 οὔσης	l. 29 • •	ισης
175.	l. 2 τὸ ἀπὸ ΞΟ,	l. 31 • •	το απο ΞΘ
	l. 3 τὰ ἥμισυ·	l. 33 • •	τα ημισυ
	l. 4 ἴση γὰρ ἡ ΞΟ	– ib. • •	deſunt
	l. 6 ὡς συναμφότερος	l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	deſunt
	l. 15 ἡ Γ πρὸς τὴν Δ,	l. 35 • •	ως η συναμφοτερος η
	l. 18 ὡς τὸ ὑπὸ	l. 40 ἡ Γ τὴν Δ	η Γ προς την Δ
	l. 19 Καὶ ὡς ἄρα	l. 41 • •	ως το απο
176.	l. 27 τὰ παρὰ τὴν ΕΗ	l. 42 • •	deeſt αρα
	l. 47 οὕτως	39. l. 34 τὰ περὶ τὴν ΕΗ	τα παρα την Η
	l. 48 ὡς ἡ ΚΔ	40. l. 11 • •	deeſt
	l. 49 ὡς ἡ ΚΒ	– ib. • •	ως η ΚΑ
		l. 12 • •	ως η ΚΑΒ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 176. l. 51 ἴσοις τῷ Ζ	Pag. 40. l. 13 • •	ωτως τω Β
—— l. 52 ἴσοις τῷ Θ·	—— – ib. • •	ικτως τω ΘΔ
— 177. l. 2 μεγεθῶν	—— l. 18 μεγεθων	των μεγεθων
—— l. 12 ὡς ΡΑ	—— l. 23 • •	ως η ΡΑ
	Cap. V.	
—— l. 33 καὶ ὡς	— 38. l. 10 • •	ως δε
—— l. 42 Ἐστι δὲ	—— l. 12 • •	εστιι δε
— 178. l. 9 Λόγος ἄρα καὶ τῶν	—— l. 20 λόγος ἄρα καὶ τοὺς	λογος αρα και τους
—— l. 14 Ἔστω ἄρα	—— l. 22 • •	εστιι αρα
—— l. 43 Ἔστι δὴ	— 39. l. 10 • •	εστιι δη
—— l. 47 ὁ ΡΣ, ΣΥ πρὸς τὸν ΣΥ,	—— l. 12 ὁ ΡΣΥ πρὸς τὸν ΣΥ	ο ΡΣ ΣΥ προς τον ΣΥ
— 179. l. 1 Ἴσος ἄρα ΥΘΚ	—— l. 13 • •	ισος αρα ο ΥΘΚ
—— l. 28 οὗτος	— 40. l. 30 • •	deeſt
—— l. 33 πρὸς ΦΟ,	—— l. 31 • •	deſunt
—— l. 54 Ἴσον τῷ ὑπὸ	— 41. l. 5 • •	ισον το υπο
— 180. l. 5 ὡς συναμφοτέρου	—— l. 8 • •	ο συναμφοτερω
—— l. 6 Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦΗ. Δέδοται ἄρα	—— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	και δεδοται η ΦΗ. δεδοται αρα
—— l. 11 ἐστὶ	—— l. 12 • •	εστιι
—— l. 29 ἐναλλὰξ ἡ ΥΤ	—— l. 23 • •	εναλλαξ ως η ΥΤ
—— l. 32 αἱ βάσεις τυῖς	—— l. 24 • •	deſunt αι βασεις
—— l. 33 ἀλλήλας,	—— – ib. ἀλλήλας	αλληλας
—— l. 41 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ς'.		
—— l. 42 ἴσοις αἱ ΑΒ, ΘΚ,	—— l. 30 • •	ισοις αι ΑΘ, ΘΚ
	Cap. VI.	
— 181. l. 3 ὃ ἐστὶ ἐπὶ	— 39. l. 21 • •	ο εστιι επι
—— l. 8 ὃ δὴ	—— l. 24 οὗτος δὲ	ου δε
—— l. 23 ὃ ἡ ἐκ	—— l. 31 οὗτος ἡ ἐκ	ου η εκ
—— l. 27 τμημάτων	—— l. 33 • •	των τμηματων
—— l. 31 οὗτος ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ.	—— l. 35 • •	ουτως η ΘΒ προς ΘΠ
—— l. 36 δοθείς.	—— l. 37 • •	deeſt
— 182. l. 18 κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	— 40. l. 10 • •	deſunt omnia.
—— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος·	—— l. 14 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος,	deſunt omnia.
—— l. 31 ὅμοιά ἐστι	— 41. l. 38 • •	ομοια εισιν
—— l. 32 πρὸς τοῖς Β, Α	—— – ib. • •	προς τοις ΒΑΓ
—— l. 33 ἐστι	—— l. 39 • •	deeſt
—— l. 34 ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΑΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, καὶ	—— l. 40 • •	ως η ΘΒ προς ΘΠ. ουτως η ΑΗ προς ΗΡ. και
—— l. 37 ἡ ΑΝ πρὸς ΝΡ.	—— l. 41 • •	η ΗΑΝ προς ΗΡ
—— l. 46 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.		
—— l. 49 αἱ ΓΠ, ΜΡ·	—— l. 49 • •	η ΓΠ ΜΡ
— 183. l. 6 πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΛΡ, πρὸς ΡΜ· καὶ	— 42. l. 4 πρὸς ΠΔΡ, πρὸς ΡΜ. καὶ	προς ΠΓ. η ΛΡ προς ΡΜ. και
—— l. 8 ἄρα πρὸς	—— l. 5 • •	αρα αι προς
	Cap. VII.	
—— l. 18 τμεῖν	— 40. l. 18 τομεῖν	τμειν
—— l. 20 ἔχειν	—— – ib. • •	εχειν
—— l. 36 δὶς	—— l. 26 • •	δυο
— 184. l. 3 τὸ ΑΒΓ	— 41. l. 1 • •	το απο ΑΒΓ
—— l. 14 τῷ ΑΒΓ	—— l. 8 • •	deſunt
—— l. 20 συναμφότερος	— 42. l. 8 • •	συναμφοτερου
—— l. 21 δεδομένον μέγεθος	—— l. 9 μέγεθος	δεδομενον μεγεθος
—— l. 41 ΕΔ, ΔΖ	—— l. 22 ἡ ΔΒ τῆς ΔΖ	η ΔΒ της ΑΒ
—— l. 42 ἡ ΕΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔΖ	—— l. 23 ἡ ΕΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΘΖ,	η ΕΔ αρα προς ΔΖ μειζονα λογον εχει
	Cap. VIII.	
—— l. 49 τὸ ἔλασσον,	— 41. l. 12 • •	deeſt ἔλασσον
— 185. l. 5 πρὸς τὸ ΑΔΓ,	—— l. 16 • •	προς τον ΑΔΓ
—— l. 17 πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 22 • •	deeſt ἀπὸ
— 186. l. 15 τοῦ ὑπὸ τῶν	— 42. l. 4 τοῦ ὑπὸ τοῦ ΘΒΚ	του υπο των ΘΒΚ
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΒΔ	—— l. 9 • •	το απο ΒΑ
— 187. l. 3 ἡ ἐκ τῆς κέντρου ἡ ΒΓ,	—— l. 18 • •	η εκ του κεντρου προς ΗΒΓ
—— l. 22 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 31 • •	προς την ΘΓ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	—— l. 32 • •	προς το απο ΗΘ ΘΓ
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΑ,	—— l. 33 ἐστὶ ἐπὶ τὴν ΘΑ	εστι προς την ΘΑ
—— l. 26 ἐπὶ τὴν ΘΑ	—— – ib. • •	προς την ΘΑ
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 34 • •	deſunt
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— – ib. • •	προς την ΘΗ
—— l. 32 ἐπὶ τὴν ΖΘ,	—— l. 35 • •	επι την ΑΖ
—— l. 41 πρὸς ὑπεφάνειαν	—— l. 38 • •	deſunt
—— l. 45 κύβου	—— l. 40 κύβον	κυκλον
— 188. l. 6 καὶ ὁ τῆς ΑΘ	—— l. 43 καὶ ὅταν ΑΘ	και οτ ΑΘ (illo autem nexu Codex indicare ſolet τησ)
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ ᾧ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ·	—— l. 50 • •	deſunt omnia.
—— l. 22 ἡμῖν	—— l. 51 • •	μειναι
—— l. 25 Δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι	— 43. l. 1 • •	δειξαι αρα διοτι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 118. l. 27 ἀπὸ ☍ ΘΗ	—43. l. 2 ὑπὸ τῆς ΘΗ	απο της ΘΗ
—189. l. 12 ὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ	—42. l. 32 • •	υτως το απο ΕΑ
—— l. 16 πρὸς ΔΖ.	—— l. 35 • •	προς Δ
—— l. 34 πρὸς τὸν ΔΖ,	—— l. 48 • •	deeſt τὸν
—— l. 38 Ἐλαττον	—— l. 49 • •	ελασσον
—— l. 44 οὕτως τὸν Β	—43. l. 4 • •	deeſt οὕτως
—— l. 45 ὑπερ δὶς	—— l. 6 • •	υπερ δις
—190. l. 2 ἀπὸ ΖΚ	—— l. 11 • •	απο ΖΗ
—— l. 5 τῇ ΕΔ,	—— l. 12 • •	της ΕΔ
—— l. 6 τῶν ΒΖΔ τῷ ὑπὸ ☍ ΒΕΔ.	—— l. 13 • •	των ΒΕΔ του υπο των ΒΖΔ
—— l. 9 ἐφίστηκεν	—— l. 14 • •	αφιστηκεν
—— l. 10 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ ☍ ἴσων. Ὡς τι εὐθεῖα	—— l. 15 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ ☍ ἴσων, ὡς τι εὐθεῖα	τομων ισον γ† (quod alias in noſtro Codice indicare ſolet γαρ, et non γινεται) του υπο των ισων. ως τι η ευθεια
—— l. 20 ὑπὸ ☍ Α, ΖΕ.	—— l. 20 ὑπὸ ☍ ΑΖΕ	υπο των ΑΖ
—— l. 22 πρὸς τὸν ΖΕ ἐλάσσονα	—— l. 21 • •	προς τον Ζ ελασσονα
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β	—— l. 22 και ὁ ΑΕ πρὸς ☍ Β	και ο Α αρα προς των Β
—— l. 26 πρὸς ΒΚ,	—— l. 24 • •	προς ΘΚ
—— l. 32 ὡς ΘΒ	—— l. 28 • •	ως η ΘΒ
—— l. 33 πρὸς ΒΚ·	—— l. 29 • •	προς ΔΒ
—— l. 40 Τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ	—— l. 33 • •	το δε απο ΘΚ
—— l. 41 ἄνισοις ταῖς ΘΖ, ΖΚ	—— l. 34 ἀνίσας ταῖς ΘΖ, ΖΚ	ανισους ταις ΘΖ ΖΕ
—— l. 44 διπλάσια. Τὸ ἄρα	—— l. 36 • •	διπλασια του αρα
—— l. 46 πρὸς ΒΕ,	—— l. 37 • •	προς ΒΚ. τουτεστι η ΘΒ προς ΒΕ.
—191. l. 10 τοῦ τῆς ΑΒ	—— l. 44 • •	τε απο της ΑΒ
—— l. 17 Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον	—— l. 49 ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον (reliqua deſiderantur in editione)	η αρα ΒΖ προς Δ ημιολιον λεγω εχει τε ω εχει η Γ προς Δ. ως τι η ΑΒ προς Δ μειζονα η ημιολιον λογον εχει του της Γ προς Δ.
—— l. 20 ΛΕΜΜΑ		concordat
—— l. 36 τὸ ἄρα	—44. l. 9 ὁ ἄρα Ν	ο αρα Η
—— l. 40 ☍ Ο ποιοῦσιν·	—— l. 10 • •	τον Β ποιουσιν
—— l. 44 λόγος ὁ αὐτός	—— l. 12 • •	deſunt ὁ αὐτὸς
—192. l. 2 Καὶ ὁ τῷ Κ	—— l. 17 • •	και εστιν ο του Κ
—— l. 3 ὁ αὐτὸς	—— ib. • •	deeſt ὁ
—— l. 14 ὑπὸ ΑΒ	—— l. 23 • •	υπο ΑΒΕ
—— l. 18 μεγεθῶν	—— l. 26 μεγεθων	μεγεθων
—— l. 19 τὸ μέσον,	—— ib. • •	τι μεσον
—— l. 20 Ὁμοίως δὴ	—— l. 27 • •	ομοιως δη
—— l. 27 πρὸς τὸν κῶνον	—— l. 31 • •	deeſt τὸν
—— l. 35 τῆς σφαίρας,	—45. l. 1 • •	τε της σφαιρας
—193. l. 5 ἢ διπλάσιον	—— l. 13 διπλάσιον	διπλασιονα
—— l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ	—— l. 14 ὅτι το απο ΑΘ επι	οτι ο του απο ΑΒ επι
—— l. 13 τὸ ἀπὸ	—— l. 17 • •	deeſt ἀπὸ
—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 18 • •	προς το απο ΕΘ
—— l. 26 ὅτι μείζων	—— l. 25 • •	οτι μειζων εστιν
—— l. 32 Ὥστε τὸ	—— l. 28 ὡς δὲ	ως τι
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα	—— l. 30 • •	αλλ' ως το απο ΑΘ προς το απο ΓΘ επι τον ΘΗ. προς το απο ΓΘ το αρα
—194. l. 7 ☍ ἡμιόλιον	—— l. 38 • •	deeſt τὸν
—— l. 15 ΑΒ κύβου πρὸς ☍ ἀπὸ ☍ ΒΓ κύβου. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς ☍ ἀπὸ ☍	—— l. 42 ΑΒ πρὸς ☍ ἀπὸ ☍ ΒΓ κύβου, ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ ☍ ΑΒ κύβος πρὸς ☍ ἀπὸ ☍	deſunt hæc omnia.
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ	το απο ΓΘ επι
—— l. 29 ὁ τῆ ἀπὸ	—— l. 50 ὁ ἀπὸ ΑΘ	ο του απο ΑΘ
—— l. 31 ὁ αὐτός ἐστι τῷ	—46. l. 2 • •	ο αυτος γαρ τω
—195. l. 4 ὑπὸ ΒΘΓ. Ὃ ᾧ	—— l. 12 • •	απο ΒΘΓ. ο δε
—— l. 9 τὸ ἀπὸ	—— l. 14 • •	deeſt ἀπὸ
—— l. 20 ἔλασσον	—— l. 21 • •	μειζον
—— l. 21 πρὸς τὸ ὑπὸ	—— — ib. • •	deeſt ὑπὸ
—— l. 48 ἡ ΚΑ, ΘΑ	—— l. 37 ἡ ΚΔΘΑ	η ΚΘΑ
—196. l. 6 τῇ ΒΘ	—— l. 40 • •	της ΒΘ
—— l. 14 πρὸς ΒΘ.	—— l. 45 • •	προς ΑΘ
—— l. 20 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 • •	το υπο ΓΘΒ
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	—— l. 50 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	υτως το απο ΑΘ προ; το υπο ΓΘ επι την ΘΖ μειζονα
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, ☍ ἀπὸ ΒΘ	—47. l. 2 • •	deſunt
—— l. 32 ΓΘ ἐπὶ τὸν	—— l. 5 • •	inter verba ΓΘ, et ἐπὶ inſerta ſunt ab eadem manu ea quæ ſequuntur: επι την ΘΗ προς το απο ΓΘ, et quidem in margine.
—— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	—— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	επι την ΘΖ
—— l. 41 ΑΒ κύβου	—— l. 11 • •	ΑΘ κυβου
—— l. 42 ΒΓ κύβου λόγος,	—— — ib. ΒΓ κύβου λόγον	ΒΓ κυβου λογος

Cap. IX.

—197. l. 2 Τῶν ἐπὶ τῇ	—43. l. 7 • •	deeſt ἐπὶ
—— l. 17 αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅν	—— l. 14 • •	deſunt omnia.
—— l. 28 τὸ Σ σημεῖον,	—— l. 27 • •	το Γ σημειον
—198. l. 15 ὑπὸ ☍ ΑΚ, ΓΞ·	—44. l. 2 • •	υπο των ΑΞ
—— l. 19 ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ ☍	—— l. 4 ΜΚΓ. ὥστε μεῖζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν	deſunt
—— l. 25 ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 7 • •	deſunt
—— l. 27 ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ.	—— l. 8 • •	εστιν ιση τη ΑΗ

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
				In fine Libri repetitur titulus hoc pacto: Αρχιμηδες περι σφαιρας και κυλινδρου Ϛ.
Pag. 199. l. 8	Ἐστω τῇ	Pag. 47. l. 22	* *	εστω και τη
—— l. 10	ἡμισφαιρίῳ.	—— l. 23	ἡμισφαιρίῳ	ημισφαιριω
—— l. 38	τῇ ἀπὸ AP,	—— l. 40	* *	deſunt
—— l. 39	τὸ ὑπὸ APΓ	—— l. 41	* *	deeſt ὑπὸ
—— l. 41	τῇ ὑπὸ	—— l. 42	* *	τω μεν υπο
—— l. 42	μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ	—— l. 43	* *	μειζον γαρ εστι τω υπο
—— — ib.	τῷ ἀπὸ AP,	—— — ib.	τῷ ὑπὸ AKΓ,	τω απο KΓ
—— l. 44	ἴσον γίνεται	—— l. 44	* *	ισον γαρ εστι
— 200. l. 4	ἴσον τῇ	—— l. 48	* *	ισον εστι τω
—— l. 15	τῆς AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BK.	— 48. l. 4	ᾱ AΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ᾱ ΓB	της AB προς το απο της ΓK
—— l. 17	γίνεται	—— l. 5	* *	ϒ† ⁄ quo nexu indicari ſolent verba γαρ εστι
—— l. 21	τὸ ABK	—— l. 8	* *	το απο ABK
—— l. 25	ἡ MK πρὸς AP.	—— l. 10	* *	η MN προς APK
—— l. 26	τὰ ἥμισυ,	—— — ib.	* *	τα ημισυ
—— l. 31	τῆς ZA	—— l. 13	* *	τη ZA
—— l. 32	τῇ AZ·	—— l. 14	* *	τη AZ
—— — ib.	ἡ NA,	—— — ib.	* *	η NMA
—— l. 36	τὴν ΘZ	—— i. 16	* *	την BΘZ
—— l. 37	τὴν BΔ,	—— — ib.	* *	την BA
—— l. 43	ᾱ AN.	—— l. 20	* *	της AN
— 201. l. 1	τῇ NΘZ,	—— l. 23	* *	τω NΘΞ
—— l. 4	τὴν ABΔ	—— l. 25	* *	την EZΘ
—— l. 5	Εὐτοκίῳ Ἀσκαλωνίτῃ	—— l. 26	* *	
—— l. 8	Εὐτοκίῳ σεαυτῷ	—— l. 30	* *	

Αρχιμηδους κυκλου μετρησις				Concordat titulus
				Cap. I.
— 203. l. 5	κύκλος, ὡς	— 44. l. 17	* *	κυκλος τριγωνω των E ως
—— l. 6	τριγώνῳ τῷ E.	—— l. 18	* *	deſunt.
— 204. l. 2	ἰλάττων,	—— l. 24	* *	μειζων
—— l. 11	τῇ PA ἴσῃ	—— l. 29	* *	της PA ισῃ
—— l. 15	τρίγωνον	—— l. 34	* *	deeſt
—— l. 16	Ἔστιν ἄρα	—— l. 35	* *	εστι αρα
—— l. 17	ὅτι τοῦ E ἔλασσον.	—— l. 37	* *	του E εστιν ελασσον
—— l. 29	εὐχῆς	— 49. l. 8	ἴχης	ευχης
—— l. 38	ὅτι τοῦτ'	—— l. 13	ὅτι τὸ	οτι τουτ
—— l. 39	ἐπιμελῶς,	—— l. 14	ἐπιμελῶς	επιμελως
— 205. l. 1	δ' ἔτι	—— l. 24	δ' τι	δι τινι
—— l. 4	Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ	—— l. 26	* *	αλλα περιφερειαν
—— l. 8	τὸ μέγεθος	—— l. 28	* *	τι μεγεθος
—— l. 12	ἴσην αὐτῇ,	—— l. 31	* *	ισην αυτο
—— l. 13	τρίγωνον τὸ	—— l. 32	* *	το τριγωνον το
				Cap. II.
				Cap. III.
— 206. l. 4	τρίτον	— 45. l. 16	* *	τριτω
—— l. 22	μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν	—— l. 24	* *	μειζον, η ον
—— l. 31	πλευρά ἐστι	—— l. 27	πλευρὰ ἐστὶν	deſunt
—— l. 32	περιγραφομένῳ	—— l. 28	* *	εστι
				Cap. IV.
— 207. l. 18	τρίτον	— 46. l. 7	* *	τριτω
—— l. 21	Τετμήσθω	—— l. 8	* *	deeſt
—— l. 23	HΓB ἄρα,	—— l. 10	* *	deeſt ἄρα
—— l. 25	ἄρα ἴση	—— — ib.	* *	deſunt
—— l. 36	πρὸς σμ'.	—— l. 16	* *	προς ΣN
— 208. l. 1	δ' ιγ'.	—— — ib.	ΔIΓ.	ΔI γ' α'
—— l. 2	ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— — ib.	* *	deſunt
—— l. 15	ἥπερ ,στλς' πρὸς βιζ' δ'.	—— l. 21	ἥπερ ,ς T ,λς, πρὸς μαζιϛδ	ηπερ ,ς TA ς' προς ζIZ δ'
—— l. 18	ἡ δέκα οα'.	—— l. 23	ἡ δέκα ο' α.	η ον ο' ι α'.
—— l. 20	ἡ δέκα οα'.	—— l. 24	ἡ δέκα ο' α.	η θ' ι' α
				In fine repetitur titulus, ut in principio.
—— l. 30	Ἀριθμὸς μὲν	— 49. l. 44	ἀριθμὸν μὲν	αριθμος μεν
—— — ib.	πολλαπλασιαζόμενος,	—— — ib.	πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζομενος
—— l. 33	δυναμένην	—— l. 46	δύναμιν	δυναμενην
—— l. 37	Ἑξὸν	—— l. 48	* *	εξων
—— l. 39	τρίτον	— 50. l. 1	* *	τριτω
—— l. 41	τὴν EZ· ἡ ὑπὸ ΓEZ, τρίτον	—— l. 2	τὴν EZ. καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ τρίτον	την EZ ισαγ η υπο ΓEZ τριτω
—— l. 44	πρὸς τῷ κέντρῳ	—— l. 4	* *	deeſt πρὸς
—— l. 45	τρίτον ἄρα ὀρθῆς.	—— l. 5	* *	τριτω αρα ορθη
—— l. 48	ἐπὶ τὸ M,	—— l. 6	* *	επι το Γ
—— l. 49	πρὸς τῷ M	—— l. 7	πρὸς τὸ M	προς το Γ
— 209. l. 11	τὸ ἀπὸ EΓ,	—— l. 13	τὸ ἀπὸ E	το απο EΓ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 209. l. 18 col. 1 ωολς′	Pag. 50. l. 19 col. 1 • •	ϡωλς′
—— – ib. col. 2 ϡχο′	—— – ib. col. 2 • •	ϡ β φξγ
—— – ib. col. 3 Μ β ϡγχ′	—— l. 20 — ib. • •	ϡγρθ
—— l. 19 col. 2 υιϛ′	—— – ib. col. 3 • •	Μ
—— l. 21 — ib. Μ ϡυθ′	—— l. 21 col. 2 • •	Μ
—— l. 24 ὡς ΖΕ	—— l. 22 ὡ ΖΕ	ως η ΖΕ
—— l. 28 πρὸς ΖΓ,	—— l. 24 πρὸς ΖΗ	προς ΖΗ corr. προς ΖΓ
—— l. 36 δίδικται,	—— 51. l. 2 δίδεται	διδικται
—— l. 40 ϡυν′	—— l. 4 • •	deeſt ν
—— l. 41 τῦ φιζα′ ν′	—— l. 5 τοῦ φιζα′ ἴσον	του φιζαν′, quæ quidem litteræ ultima ν′ cum accentu videtur indicare ἴσον.
—— l. 42 Ἡ ἄρα ΕΗ	—— l. 6 • •	η αρα ΕΓ
—— l. 44 φιζα′	—— – ib. φιζα′ ἴσον	φιζαν′
—— 210. l. 4 col. 1 Μ ϡ ϡδλο′	—— l. 11 col. 1 Μ ϡ ϡλο′	Μ ϡ ϡ λ
—— – ib. col. 2 ϡ βφρ′	—— – ib. col. 2 ϡ βφ′, ρ′	επ φρ′
—— l. 5 — ib. πρϡ′	—— l. 12 — ib. • •	ϡγ ρνθ′
—— l. 8 — ib. Μ ϡθυ′	—— l. 17 col. 1 • •	Μ ϡθ κ′
—— l. 12 τῆ ΘΕ.	—— l. 18 • •	τηϛ ΘΕ
—— l. 13 πρὸς ρνγ′.	—— l. 19 ἴσον πρὸς	Η′ προς (ex quo apparet litteram illam Η′ accipi fine ullo dubio in Codice pro voce ἴσον)
—— l. 18 μορίω	—— l. 21 μορίου	μοριου
—— l. 19 Μείζονες	—— l. 22 • •	μειζονος
—— – ib. ὕπερ	—— – ib. ὑπὲρ	deeſt
—— l. 23 αροβ′ η′	—— l. 24 ϡξϛη′	ϡροϛη′
—— l. 25 ϡαρξβ′ η′	—— l. 25 • •	ϡαρξπη′
—— l. 26 Μ φλδ′ ξϡ′.	—— l. 26 Μ φλδι′, ξ ϡ′.	Μ φλδξϡ′.
—— l. 29 ϡαροβ′ η′ ἔγγιστα. Λείπεται	—— l. 27 ϡαρϛ′. λείπεται	ϡαροη′. εγγιστα. λειπεται
—— l. 33 col. 3 ΜΜΜ βρκε′	—— l. 31 col. 3 ΜΜΜ ϛϱμσ′	ΜΜΜ ϛρκε
—— l. 34 col. 1 ϡσιβ′	—— l. 32 col. 1 • •	ϡσιϛζ
—— – ib. col. 2 βφρν′	—— – ib. col. 2 • •	φξπ
—— – ib. col. 3 ϡσ ιβ′	—— – ib. col. 3 ϡσκα′	ζσιϛζ
—— l. 35 col. 1 Μ ϡ ϡγχ κζ′	—— l. 33 col. 1 • •	Μ ϡ ϡχ
—— – ib. col. 3 Μ ϡ ϡδ πδμη′ ′ ϡ′	—— – ib. col. 3 • •	Μ ϡ ϡ λϱμηζϡ′
—— l. 36 col. 2 Μ ϡνθ′	—— l. 34 col. 2 • •	Μ τυ
—— – ib. col. 3 βσρμϡ′ δ	—— – ib. col. 3 • •	deeſt σ
—— l. 37 col. 1 ϱμιϡ′ ξϡ′	—— l. 35 col. 1 • •	ρκι′ ιϛ′ ′ ϛ′ ϡ′ ξϡ′
—— – ib. col. 3 ρμϛ′ ξϡ′	—— – ib. col. 3 • •	ρκιϛ′ ηϛδδξϡ′
—— l. 38 col. 1 Μ φλδ′ ξδ′	—— l. 36 col. 2 Μ ϡπδϛ′ ξ δ	Μ ρλζτωοζξϡ′
—— l. 40 — ib. ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἐστὶ Μ ϡπδμγ′ ξϡ′.	—— l. 38 col. 1 ἀπὸ ΕΓ ΓΘ ἐστὶ Μ ϡπδμγ′ ξ δ.	απο ΕΓ ΓΑ εστι Μ ϡπδ Μ γϛξϛ.
—— – ib. col. 3 Μ ξϛ′ ′.	—— – ib. col. 3 Μ λϛ′	Μ ξϛ′
—— 211. l. 8 καὶ ἔτι μορίω	—— l. 42 • •	και επιμοριου
—— l. 9 ρνγ′. Συναμφότερος	—— l. 43 • •	ρνγ συναμφοτερου
—— l. 15 ἀπὸ ΕΓ	—— 52. l. 1 • •	deeſt ἀπὸ
—— l. 40 col. 1 ἡ ΕΓ ϡτλδ′ δ &c.	—— l. 4 col. 1 • •	η ΕΒ τλδδ′ υ ζ ΜΜ ηφ ζ ρ ΜΜ ϡθα ϡσοι επι ϡτλδδ′

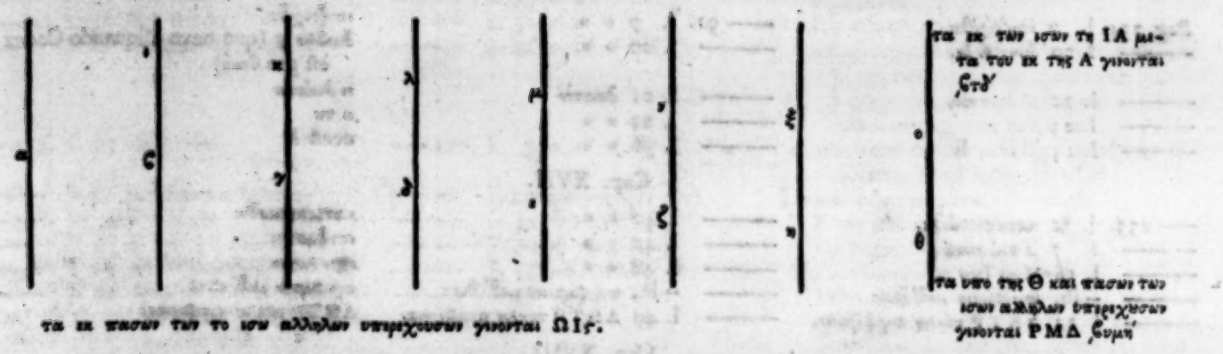
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		ς Μ ϑ λμζ
		η μσμσισα
		φκζ αισ
		φκϑ Μ ψκγιο′
		εκ τυτων συναγεται το
		φμζ απο ΕΚ Μ ζρλδιο′
Pag. 211. l. 20 col. 3 βνλϑ′ ϛ′	Pag. 52. l. 4 col. 3 • •	ζτλβϑ′
		επι ζτλβϑ′
		υ ξ ς α
		ΜΜΜΜ ηφ
		υ θ
		ΜΜ θβψοα
		ς
		Μ θλσοζζ
		α
		Μ η ζψσυταβϑ′
		φκζοζϑ′ ιο′
		φμζ
		Μ ζσζ ιο′
		ελλειπει αρχ τυ περιζ
		•
		Μ Μ αζ
—— l. 37 καὶ ἔτι μερία	—— l. 17 • •	και επιμοριω
—— — ib. μερία	—— l. 18 • •	μοριω τινος.
—— l. 38 μείζων ἐστὶν ἡ ΔΧΟΓΖ′.	—— — ib. μείζων ΔΧΟΓΖ′.	μειζων εστι ΔΧΟΓΖ.
— 212. l. 2 ἀρθῶν·	—— l. 22 • •	αρων
—— l. 4 ζϛ′ ἄρα ἐστί·	—— l. 23 • •	ςϛ′ αρα εστι
—— l. 5 ΑΕΓ, ρζβ′	—— l. 24 • •	λετζς″
—— l. 8 ζϛ′ ἐστὶ	—— l. 25 • •	ος″ εστι
—— l. 10 ἴσχοντος ζϛ′.	—— l. 26 • •	εχοντος ϛς″
—— l. 11 ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ, δέδεικται,	—— — ib. • •	η ΕΛ προς ΔΓ δεδεικται
—— l. 12 ΔΧΟΓΖ′	—— l. 27 • •	μχογζ
—— l. 15 πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 • •	προς ΑΛ
—— l. 17 ἴσχοντος ζϛ′·	—— l. 30 • •	εχοντος ϛς′
—— l. 18 ΔΧΟΓ·	—— l. 31 • •	ΔΧΟΓ′
—— — ib. πολυπλασιαζόμενος	—— — ib. • •	πολλαπλασιαζομενος
—— l. 20 ΔΧΟΓΖ′. Ἡ περίμετρος	—— l. 32 • •	ΔΧΟΓΖ υπερ η διαμετρος
—— l. 22 χξζζ′·	—— l. 34 • •	χξζς′.
—— l. 24 ἐπλαπλάσια τῶν χξζζ′,	—— l. 35 • •	πολλαπλασια των χξζς′
—— — ib. ΔΧΟβζ′,	—— — ib. • •	ΔΧΟοζ.
—— l. 31 περὶ διάμετρον	—— l. 40 • •	περιδιαμετρος
—— l. 43 σμγ M	—— l. 47 • •	ως M
—— l. 45 ρπβ M	—— l. 49 • •	cπζ M
— 213. l. 3 col. 1 ε υ ς MMM	— 53. l. 5 col. 1 • •	ρ ς M λυ M
—— — ib. col. 2 μθ M	—— — ib. col. 2 θ M	υθ M
—— l. 4 col. 1 ν M	—— l. 6 col. 1 • •	η M
—— — ib. col. 3 α M	—— — ib. col. 3 • •	ϑ M
—— l. 5 — ib. βφ′	—— l. 7 — ib. • •	ζφ′
—— l. 6 col. 1 σμγ M ΓΧ′	—— l. 8 col. 1 σμγ M ΓΧ·	ρμγ γ M M ΓΧ
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ ϛ ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 — ib. • •	ΑΓ απο τω ΓΒ
—— l. 12 ὑπὸ ΗΓΒ	—— l. 14 • •	υπο ΓΒ
—— l. 18 αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας	—— l. 17 • •	deſunt verba ὑπὸ, et ἴσας
l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 καὶ ἡ ΑΗ	deeſt καὶ
—— l. 22 ἡ ΒΖ πρὸς ΓΖ.	—— l. 19 • •	η ΓΖ προς ΖΒ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 213. l. 27 βπια′	Pag. 53. l. 22 • •	ϛ λια (et sic infra in lineis editionis 23, 24, et 25. ubi pro numero πδ Codex constanter habet λ)
—— l. 33 ᾱ	—— l. 26 • •	πδ M
—— l. 34 ,γνγL′ϑ	—— – ib. • •	νγνγL′ϑ
—— – ib. τὸ ἀπ' αὐτῆς	—— l. 27 • •	απ' αυτων της
—— l. 36 ,γνγL′ϑ	—— l. 28 • •	,γνγγϑ
—— l. 38 col. 1 ἡ AH βπια′	—— l. 29 col. 1 • •	η AH, ϛ, λα′
		επι ,ϛ λια ϛπ πα M M λ ϛ M θρ′ ,ϛ λια ωνξ M ,γ λια τη τα απο των απηγ′ M ,ϛτκα
—— – ib. col. 2 ἡ HΓ ψϛ′	—— – ib. col. 2 • •	η HΓ ΥΠ αθ ε M M ,ϛ ε M ,γ ϛ ,ϛγ ξ M ηυ
—— – ib. col. 3 ,γνγL′ϑ	—— – ib. col. 3 • •	,γνγζϑ επι γνγL′ϑ πδ γ M M αφψυ θλεαϛL′ϑ ,αφια L′ϑ ην ψνϛL′ϛϑ′ η′ ις′. τη M ,ϛχπθις υπερεχει του ακριβους ε M τξεις′
—214. l. 4 ἡ HAΓ	—— l. 39 • •	η HA AΓ
—— l. 6 ἴλασσόν ἐστιν	—— l. 41 • •	εστιν ελασσον
—— l. 7 ἡ HA, AΓ	—— – ib. ἡ PA AΓ	η HA AΓ
—— l. 11 μέρος ιγ′.	—— l. 44 • •	μερος ′ιγκ′.
—— l. 16 αὐτῆς M ε ,ξχ′.	—— l. 46 • •	αυτης μερος ,η ,ξχ.
—— l. 19 πρὸς ΘΓ,	—— l. 48 • •	προς Θ
—— l. 21 col. 1 ἡ AΘ ,ωκγ′	—— l. 50 col. 1 • •	η AΘ ,ωκγ επι ,ωκγ ξ γ ϛ MMM ,γ π λϑ M M ,ϛυ ϛ α MM ,τυξ ,ϛυξθ λϛ ,γ M τκθ τυτοις ισον το AAΓ τλη M τκθς
—— – ib. col. 2 ἡ ΘΓ σμ′	—— – ib. col. 2 ἡ ΘΓ cμ′	Concordant omnia.
—— – ib. col. 3 ,ωλη ϑ ια′	—— – ib. col. 3 • •	,ωληθ′ια′ επι ,ωλληθια′ ρ π γ MMM ,ηριαθL′ια′ π ξϑ λϛ θ MMM ′αγϋπη M οϐη′ γ ϛ θ Γ α MM ,ϑτϛ M γγϛ η θ ,ητυϛ M ξϑ M ηα

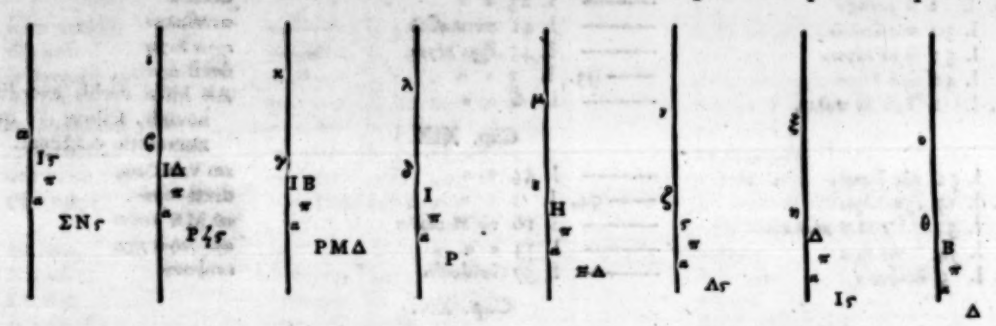
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		θ θθ ριαθπ′ τηγγτπα ,ſθ′ ια τια′ ουη
		ια Cαι′ ηſθ′ ρκα τλη M ,αCιαγωιερηγγυς
Pag. 214. l. 44 τῶν δὲ σμ′,	Pag. 54. l. 17 • •	υπερεχει αρα τυ ακριβους M τκα′ εγγυς των δι EM
—— l. 45 λόγον ἴσχει,	—— l. 18 • •	deeſt ἴσχει
—— l. 46 μ M	—— l. 19 ισὶ μ M	ια ισι M
—— l. 48 ἔγγιστα· ὑπερέχει γὰρ τῆ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ′ αὐτῆς, o M ιβ′ γ′ λϛ′. Ἡ ΑΓ	—— – ib. ἔγγιστα. ἡ ΑΓ &c.	εγγιστα. υπερεχει γαρ το απ′ αυῖης τυ ακριβους o M ι′ Cγ′ λ′ ϛ′. η ΑΓ &c.
— 215. l. 5 col. 1 μ M ,δμϑ′	—— l. 25 col. 1 • •	μ M ,αMο′
—— l. 20 col. 2 ἡ ΑΓ ξϛ′	—— l. 36 col. 2 • •	η ΑΓ ξϛ′
—— l. 22 col. 1 βτλγ′ γ′	—— l. 38 col. 1 ,ζτλ′ ϛγ′.	βτλζγ′.
—— l. 24 — ib. M βξλτα′	—— l. 40 — ib. • •	α M ,ζχλτα
—— – ib. col. 2 ,δτης′	—— – ib. col. 2 ,δτης′	ϛ ,δτης
—— – ib. col. 3 M ,δμθαζ′ ϑ′	—— – ib. col. 3 • •	α M ,δομθζ ϑ′.
—— l. 25 — ib. φβζ′ αζ′ ϑ′ ις′	—— l. 41 — ib. • •	φζζ αϛϑ′ ις′
—— l. 26 col. 1 υς M ,δΠδκη′ λϛ′	—— l. 42 col. 1 υς M &c.	υι M &c.
—— – ib. col. 3 ,δσιζζ′ ις′	—— – ib. col. 3 • •	υς M θιιζζ ις′
—— l. 27 col. 1 Τύτοις ἴσον, τὸ	—— l. 43 col. 1 • •	τυτοις ισον ου το
—— l. 28 — ib. υς M	—— l. 44 — ib. • •	υι M
—— – ib. col. 3 M ιγζ′ κϑ′	—— – ib. col. 3 o M ιγζ κ′	o M γζ κ′
—— l. 30 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	—— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα	η ΑΓ προς ΓΑ μειζονα
—— l. 31 πρὸς βιζ′ ϑ′.	—— l. 46 πρὸς ξϛ′	desunt
—— l. 34 πλευρὰ,	—— l. 47 • •	πλευρας
—— – ib. ἡ ΑΓ, ξϛ′.	—— l. 48 • •	η ΑΓ ζϛ′
— 216. l. 1 Ὠκυτοκίῳ,	— 55. l. 4 • •	ωκυτοκιω
	Archimedis de iis quæ	Concordat titulus.
— 217. l. 1 ΤΩΝ περὶ Κώνια ἀποτελέντων	— 81. l. 28 Των περὶ Κόνια ἀποτελίντων	των περι κονων. α αποτελεντων
—— l. 15 καὶ ἄδηλα	—— l. 36 • •	deeſt και
— 218. l. 1 Κώνιος	—— l. 38 τὰν κώνων	ταν κονιος
—— l. 4 προϋπάρχειν.	—— l. 40 προϋπαρχέιδαι	προϋπαρχειν
—— l. 5 κεχωρισμένων,	—— – ib. μὲν κεχωρισμένων	μη κεχωρασμενα
—— – ib. δὲ ἀποτινεχομένα, ὅπως οἱ φάμενοι	—— l. 41 δὲ ποτίσσομεν, ὅπερ οἱ φάμενοι μὲν	δι ποτ′ ισσομεν· οπως οι φαμι μεν
—— l. 11 ἐμφανίσω τοι.	—— l. 44 ἐμφανίσαι	εμφανξαι
—— l. 35 Τύτων μὲν	— 82. l. 11 • •	τυτων μεν υν
—— l. 38 τμαθῇ εἰς ἄπισα,	—— l. 13 τμηθῆ ἴσαν ἴσα,	τμηθη. εισαν ισα·
—— l. 43 εἰς ἄπισα	—— l. 15 ἴσαν ἴσα	εισανισα
—— l. 47 ποτὶ τὸ ἴλασσον, ἰλάσσονα μὲν	—— l. 17 • •	ποτι το ιλασσον αμεν
— 219. l. 18 Εἰ δὲ καὶ	—— l. 30 • •	ει δη και
—— l. 30 ὕπω τοι	—— l. 37 οὕτω σοι	υτω τοι
—— l. 31 ἕλικος	—— – ib. • •	ελικας
—— l. 37 εὐθεῖα γραμμὰ	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	ευθεια γραμμα
—— l. 43 ὑπὸ τᾶς	—— l. 43 • •	υπο τι τας
—— l. 44 ὥρμασιν,	—— l. 44 • •	ωρμησιν
— 220. l. 1 περιφορᾶ.	—— l. 49 • •	περιφερεια
—— l. 7 ἰσσεῖδαι·	— 83. l. 2 ἰσσεῖται	ισσειδαι
—— l. 10 πολλαπλάσια	—— l. 3 παλλαπλασια	πολλαπλασια
—— l. 17 περιεχθείσας	—— l. 7 περιεχθείσας	περιεχθεισας
—— l. 19 διαγραμμάτισσι	—— l. 8 διαγραμάτισσι	διαγραματισσι
—— l. 20 καὶ ἐλάσσων	—— – ib. • •	και α ελασσων
—— l. 37 Τᾶν ἀνίσαν	—— l. 17 • •	τανισαν
—— l. 40 ὑπερίχειν	—— l. 19 • •	υπερεχειν
	Cap. I.	
—— l. 51 ἀ ΓΔ	—— l. 24 ἀ ΑΓ	α ΑΔ
—— l. 52 ὃν χρόνος ὁ	—— l. 25 • •	ον ο χρονος ο
— 221. l. 26 συνθείσαν	—— l. 41 • •	συντθεισαν

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. II.	
Pag. 221. l. 34 ὑπὲρ τῶν	Pag. 83. l. 46 * *	υπο των
	Cap. III.	
— 222. l. 10 ὁποσῶν	— 84. l. 11 * *	οποσων ων
— l. 13 Περιγεγραφέντος	— l. 12 * *	περιγεγραφεντος
	Cap. IV.	
— l. 22 δὲ ὑπερέχᾳ,	— l. 16 δὲ ὑπερέχᾳ	γαρ α υπερεχα. Interim notandum inter Caput III. et IV. in margine adſcriptum legi ab eadem manu: δεικται γαρ ει τω α. Διορισματι του περι σφαιρας και κυλινδρου.
— l. 28 τῆς δὲ μείζονος	— l. 19 * *	της δε μειζονος
	Cap. V.	
— l. 37 ποτὲ τὰν	— l. 24 ὑπὸ τὲ τὰν	ποτι των
— l. 47 τῷ κέντρῳ	— l. 27 * *	τω Κ κεντρω
	Cap. VI.	
— 223. l. 15 τᾶς περιφερείας	— l. 43 * *	τας τε περιφερειας
— l. 26 ὥσης	— l. 49 * *	ουσας
— — ib. Ἀχθὼ δὲ ᾗ	— — ib. * *	deeſt και
— l. 42 ποτὶ τὰν Η'	— 85. l. 6 * *	deeſt των
	Cap. VII.	
— l. 49 ἐναπολαφθείσας,	— l. 15 * *	τας εναπολαφθεισας
— 224. l. 1 τᾶς ἐκβεβλημένας	— l. 16 τῆς ἐκβεβλημένης	τας εκβεβλημενας
— l. 5 ᾗ ἴσων ἀ	— l. 18 * *	και ωστ α corr.
— l. 16 πυόσας	— l. 24 * *	πυουσαν
	Cap. VIII.	
— l. 29 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 * *	απο της τας
— l. 33 ἀπ' αὐτὰν	— l. 45 * *	απ' αυταν
— l. 37 ἴσων	— l. 50 * *	deeſt
— l. 41 αἶκα παράλληλος &c.	— l. 51 * *	E regione iſtorum verborum legitur adſcriptum in margine ab eadem manu: η γαρ ΚΓ προς ΓΑ μειζονα λογον εχει περ προς ΞΓ, και δια τουτο μειζων εστιν η ΞΓ της ΓΑ.
— l. 51 ἄλλαν	— 86. l. 3 ἀλλάλαν	αλλαν
— 225. l. 3 καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ	— l. 4 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν υ ΚΙΙΝ πρὸς τὸ &c.	Inter verba ὑπὸ των, et ΚΙ ΙΝ πρὸς τὸ amanuenſis inſeruit, tamquam Archimedis verba, ea quæ ſequuntur, ſcilicet "ισον γαρ το μεν υπο ΙΚ ΝΙ το υπο ΞΙ ΙΛ, ει κυκλω γαρ δυο ευθειαι τεμνουσιν αλληλας. το δε υπο ΚΙ ΓΛ το υπο ΚΕ ΙΛ. τριγωνον γαρ εστι το ΙΚΛ και παρα μιαν ηκται η ΕΓ. αναλογον αν εστιν ως ΙΚ προς ΚΕ η ΙΛ ΛΓ και διατουτο το υπο των ακρων ισον εστι το υπο των μεσων." quæ tamquam Scholion margini debuerat adſcribere; quod poſtea animadvertens, ea omnia uncinis incluſit, et adpoſuit in margine σχολιον.
— l. 4 τᾶν ΚΙ,	— l. 4 υ ΚΙΙΝ	deeſt υ et pro ΚΙΙΝ habet ΚΙΝ
— l. 9 ᾗ ὧν ἀ Η ποτὶ	— l. 7 ᾗ ὧν ἡ ποτι	και ον α Η ποτι
	Cap. IX.	
— l. 22 ἴχειν·	— l. 13 ἴχαι	εχειν
— l. 35 τᾶς ΓΑ.	— l. 20 ταῖς ΓΑ	της ΓΛ
— l. 51 οὕτως	— l. 35 * *	deeſt
— 226. l. 8 ἀπολαφθεῖσαν	— l. 39 * *	αποληφθεισαν
	Cap. X.	
— l. 25 ἀ Λ ἴσα	— l. 47 * *	deeſt ἀ
— l. 42 ᾗ δυσὶ τοῖς	— 87. l. 6 καὶ δύο τοῖς	και δυσι τοις
— l. 43 περιεχομένοις.	— — ib. περιεχομένων	περιεχομενοις
— l. 44 Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα	— l. 8 * *	ΙΚ ΛΜ ΝΞ ΟΠ. οτι λαβοντα
— 227. l. 2 ἴσα τοῖς	— l. 14 * *	ισα εντι τοις
— l. 11 εἶμεν.	— l. 19 * *	ειμεν τας Θ.
— l. 20 ᾗ τᾶς ἴσας	— l. 23 καὶ τᾶς ἴσον	και τας ισας
— l. 33 τῶν Β, Γ,	— l. 29 * *	των ΑΒΓ &c.
— l. 34 ἐντὶ τᾶν Β, Γ,	— l. 30 * *	εντι των ΑΒΓ &c.
— 228. l. 1 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 ἀπὸ ταῖς	απο της

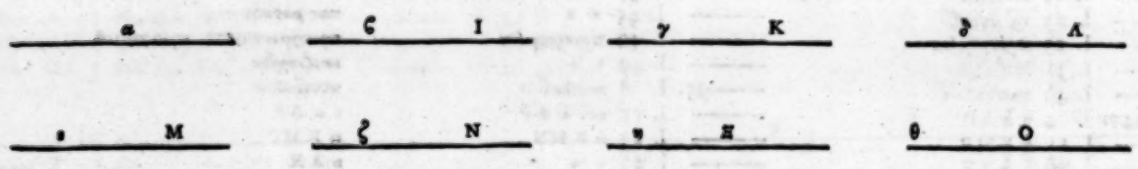
Schema ad hoc Caput pertinens, ſicuti et ſcholia, quæ ſunt in margine, ita ad amuſſim exhibemus, uti jacent in Codice.



Cum autem hiſce lineis a manu poſteriori additæ fuerint aliæ numerorum notæ, ut vetuſtiores a recentioribus diſtinguamus, operæ pretium duximus eamdem figuram iterum deſcribere, adjectis iis, quas manus poſterior ſuperaddidit.



Sequentes vero lineæ octo deſcriptæ ſunt in inferiori Codicis margine.



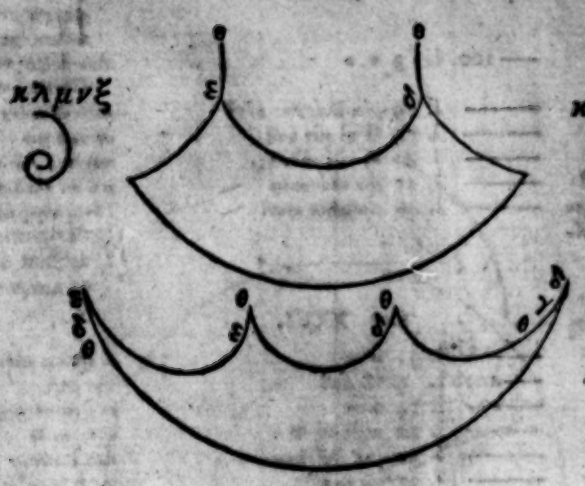
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XI.	
Pag. 228. l. 17 τῷ δὲ μεγέθει	Pag. 87. l. 48 τῶ μεγέθει	τω δι μεγεθι
—— l. 20 τᾶς ἐλαχίστας,	—— l. 50 • •	τηϛ ελαχιϛης
—— l. 29 Ἔστω	—— 88. l. 3 • •	εϛωσαν
—— – ib. ὁποσαιῦν	—— – ib. ὁποσῦν	οποσαι ϋν
—— l. 33 τὰν ΓΔ	—— l. 5 • •	τα ΓΔ
—— l. 39 τετράγωνα τὰ	—— l. 8 • •	τα τετραγωνα τα
— 229. l. 4 ἴσχει λόγον	—— l. 18 • •	εχει τον λογον
—— l. 6 τετραγώνου	—— l. 20 • •	τετραγωνου και το τετράγωνοι
—— l. 9 καὶ τὰ ἀπὸ τᾶς	—— l. 22 ἀπὸ τᾶν	και τα απο ταν
—— l. 16 συναμφότερα,	—— l. 27 • •	τα συναμφοτερα
—— l. 18 Εἰ ἄν ἰκδιίχθη	—— l. 28 εἰ ἄν ΚΛ δίχθη	ει αν καδιιχθη
—— l. 21 τετραγώνων τῶν	—— l. 29 • •	των τετραγωνων των
—— l. 29 ἴσον τοῖς	—— l. 33 • •	ϊϛα τοις
—— l. 37 ὑπὸ τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 • •	υπο ταν ΒΦ
— 230. l. 3 τετράγωνα τὰ ἀπὸ	—— l. 43 • •	τα τετραγωνα τα
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	— 89. l. 2 ἴσω	τω ισω
—— l. 32 αὐτᾶς, ἰσοταχίως	—— l. 7 αὐτᾶς, • ἰσοταχίως ὡς	αυταϛ. ισοταχιι. ωϛ
—— l. 42 περιφορᾷ	—— l. 12 τᾶ περιφορᾶ	deeſt τᾶ
—— l. 43 τὸ κατὰ	—— – ib. • •	deeſt τὸ
—— l. 45 διανύσῃ,	—— l. 13 διανύσει	διανυση
	Cap. XII.	
— 231. l. 10 τὰν ἴλικα μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἀπὸ	—— l. 22 τὰν ἴλικα τᾶν μὲν μιᾶ περιφορᾶ γεγραμμέναν ἀπὸ	ταν ιλικα ται μεν μια. περιφορα οποια ϋν γεγραμμενα απο
—— l. 12 ὁποιαιῦν	—— l. 23 • •	οποσαι ϋν
—— l. 34 αἱ λοιπαί.	—— l. 35 • •	αι λυπαι
	Cap. XIII.	
—— l. 44 ἐπιζευχθῶσαν	—— l. 41 • •	επιζευχθωσαν
—— l. 52 ποτ' ἀλλάλας.	—— l. 46 ὑπό τ'	ποτ'
— 232. l. 1 διπλασίαι	—— l. 47 διπλασίας	διπλασιαι
—— l. 3 μείζονες	—— l. 49 • •	μειζων
—— – ib. διπλασίας.	—— – ib. • •	διπλασιαι
—— l. 6 ἐν τῷ ΓΗ	—— l. 51 • •	ϋν τα ΓΘΗ
	Cap. XIV.	
—— l. 15 ὧν αἱ	— 90. l. 4 • •	ων αι
	Cap. XV.	
—— l. 47 Αἶκα ποτὶ τὰν ἐν τῷ	—— l. 25 • •	αι δικα ταν ϋν τα
— 233. l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— l. 46 εἰρημέναι	αι ειρημεναι περιφεριαι
—— l. 35 ὁ ἐν ἐλάσσων	—— l. 49 ὁ ἐλάσσων	ο ϋν ελασσων

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XVI.	
Pag. 234. l. 2 ἐπιζεύχθω	—— 91. l. 7 • •	επιζευχθω
—— l. 20 διαιτέον δε.	—— l. 20 • •	διαιτεον δ (quo nexu aliquando Codex usus est pro ὅτου)
—— l. 21 εἰ δυνατὸν,	—— l. 21 δυνατὸν	ει δυνατον
—— l. 23 ἀπὸ τῦ	—— l. 22 • •	α τυ
—— l. 44 Ὁμοίως δὴ	—— l. 36 • •	deeſt δη
	Cap. XVII.	
—— 235. l. 2 κατασκινάσθω.	—— l. 40 • •	κατισκινασθω
—— l. 7 Ἐπιψαύσῃ	—— l. 42 • •	επιψαυσει
—— l. 18 λόγον ἴσχει	—— l. 48 • •	εχει λογον
—— — ib. περιφέρεια μεθ' ὅλας	—— — ib. περιφερειας μεθ' ὅλας	περιφερεια μεθ' ολας
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλου περιφέρειαν,	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειαν	ΔΝΤΡ κυκλου περιφερειας
	Cap. XVIII.	
—— l. 52 ἐν ἀρχῇ	—— 92. l. 22 • •	deeſt ἐν
—— 236. l. 2 ἀ μεταξὺ	—— l. 23 • •	deeſt ἀ
—— l. 30 ποτιβαλεῖν	—— l. 41 ποτιβαλεῖν	ποτιβαλειν
—— l. 33 ἴσχειν λόγον,	—— l. 43 ἴσχει λόγον	εχειν λογον
—— l. 48 ἄρα λόγον	—— 93. l. 3 • •	deeſt ἄρα
—— 237. l. 1 Ἔστω δὴ πάλιν,	—— l. 6 • •	Ab hiſce verbis exorditur Codex Caput novum, ſcilicet ιθ'. quare in poſterum numeratio diſcrepat.
	Cap. XIX.	
—— l. 51 τῆς ἕλικος,	—— l. 44 • •	και τας ελικος
—— 238. l. 17 ἴσχει λόγον	—— 94. l. 1 • •	deeſt λογον
—— l. 39 τῦ TMN κύκλου	—— l. 16 τῦ M κύκλου	τυ MN κυκλου
—— l. 54 λόγον ἴσχει	—— l. 33 • •	αρα λογον εχει
—— 239. l. 5 ἐπιψαύῃ	—— l. 37 ἐπιψαύει	επιψαυη
	Cap. XX.	
—— l. 19 τᾷ ἀπὸ τᾶς	—— l. 43 • •	deeſt τᾶ
—— l. 21 ἐσσεῖται	—— l. 44 • •	επιται videtur corr. εσται
—— l. 23 τᾷ μεταξὺ	—— l. 45 • •	τας μεταξυ
—— l. 25 προαγομένα	—— l. 46 προαγομενα	προαγμενα corr. προαγόμενα
—— l. 31 ἐπιζεύχθω	—— l. 49 • •	επιζευχθω
—— l. 46 ποτιβαλεῖν	—— 95. l. 8 ποτιλαβειν	ποτιβαλειν
—— 240. l. 4 ἢ ἀ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἀ ΔΡ	η α ΔΡ
—— l. 11 ἀ KMP	—— l. 25 ἀ KMN	α KMP
—— l. 16 ἢ ἀ AX	—— l. 26 • •	η AX
—— l. 27 ἀπὸ τᾶς	—— l. 30 • •	και τας
—— l. 31 περιφορᾷ	—— l. 32 • •	περιφορας
—— l. 32 κατασκευαθέντι·	—— l. 33 • •	κατισκευασθαιντι
	Cap. XXI.	
—— 241. l. 14 ἵν' ἂν συμπέσῃ τᾷ	—— l. 49 καὶ συμπεσεῖται τᾷ	deſunt
—— l. 33 τομέων	—— 96. l. 7 • •	τομαιων
	Cap. XXII.	
—— 242. l. 8 τὸ αὐτὸ	—— l. 29 • •	deeſt τὸ
—— l. 41 Ὃ ἐγγραφέντος σχήματος παντὸς τῦ προτεθέντος χωρίου.	—— 97. l. 6 τοῦ ἐγγραφέντος τοῦ προτεθέντος χωρίου	τυ εγγραφεντος σχηματος ελασσον παντος του προτεθεντος χωριυ
—— l. 48 ὅτι τὸ	—— l. 9 ὅτι τὸ	οτι το
	Cap. XXIII.	
—— 243. l. 5 τῦ πράτος	—— l. 14 τοῦ πράτων	των πρατων
—— l. 13 ἐπιζευχθῶσαν	—— l. 18 • •	επιζευχθωσαν
—— l. 19 τομέως τῦ ΘAZ	—— l. 19 τομέως τῦ ΘA	τομεως τυ ΘAZ
—— l. 23 προτεθέντος.	—— l. 20 • •	τυ προτεθεντος
—— l. 30 προαγομένα	—— l. 25 • •	προαγμενα
—— l. 31 δὴ τι	—— l. 26 δὴ τὸ	δη τι το
—— l. 39 ὡς τὸ	—— l. 36 • •	ωτι το
	Cap. XXIV.	
—— 244. l. 2 τῷ ἡ κύκλῳ.	—— l. 43 τῶ ἴσω κύκλω	τω η κυκλω
—— l. 9 ὁ ἡ κύκλος	—— l. 47 ὁ ἴσος κύκλος	ο η κυκλος
—— l. 15 τῦ κύκλου.	—— l. 49 • •	τυ η κυκλυ
—— l. 25 ᾗ ἐλαχίστα	—— l. 51 • •	και α ελαχιστα
—— l. 31 ὑπερεχούσᾶν,	—— 98. l. 6 ὑπεροχυσῶν	υπερεχουσαν
—— l. 34 ἀλλάλαν	—— l. 11 • •	αλλαλα
—— l. 35 οἱ τομέες	—— l. 12 • •	οι μεν τομεες
—— l. 46 Οὐδὲ τοίνυν	—— l. 24 • •	Ab hiſce verbis novum Caput exorditur Codex, nimirum κδ'.
—— 245. l. 10 ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἂν ἐσὶ μείζων μὲν ἡ ΘA, ἐλαχίστα δὲ ἡ ΘE, καί ἐσιν ἡ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐπὶ δὲ ᾗ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τῦ κύκλυ περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν	—— l. 42 πρὸς τὰν ἕλικα προσπίπτωσαι, τῶ μὲν &c.	ποτι ταν ελικα ποτιπιπτουσαι αν εσι μειζων μεν α ΘA. ελαχιστα δε α ΘE. και εσιν α ελαχιστα ισα τα υπεροχα. εισι δε και αλλαι γραμμαι απο του Θ ποτι ταν του AZHI κυκλου περιφερειαν ποτιπιπτουσαι τω μεν &c.
—— l. 25 ὑπερεχούσᾶν	—— l. 45 ὑπερεχυσῶν	υπερεχουσαν
	Cap. XXV.	
—— 246. l. 1 Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν	—— 99. l. 6 ἔστω δὲ τὸ μὲν	εστω ελιξ εφ' ας α ΑΒΓΔΕ εν τα δευτερα περιφορα γεγραμμενα. εστω δε το μεν

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 246. l. 29 διάσσων.	Pag. 99. l. 32 • •	ελασσων
—— l. 30 γεγράψαι	—— l. 33 • •	περιγραψαι
—— l. 36 δὲ ὁ ΘΟΔ.	—— l. 36 • •	δι • ΘΟΔ
—— l. 48 ὑπερέχουσιν, χωρὶς τοῦ	—— l. 42 • •	υπερεχουσαν. απο δι τας ελαχιστας ουκ αναγραφεται. οι αρα τομεις οι απο των ισων τα μειζονα προς τους τομεις τους απο των τω ισω αλλαν υπερεχουσαν. χωρις του
		Ab hiſce verbis novum Caput exorditur Codex, et eſt κς'.
—247. l. 23 Οὐδὲ τοίνυν	—100. l. 3 • •	
—— l. 51 μιᾷ διάσσους ἑαυτῆς,	—— l. 29 μία διάσσους αὐτῆ	μιαν ελασσους ταυτη
—248. l. 9 δὲ τοῦ μὲν	—— l. 34 δὲ τὸ μὲν τοῦ	δι τουτ μεν
—— l. 20 τῆς ΑΕ εὐθείας.	—— l. 40 τῆς εὐθείας	και της ΑΕ ευθειας
—— l. 29 μὲν ἰσὶ διάσσουσα	—— l. 45 μὲν διάσσουσα	μεν εν ελασσουσα
—— l. 32 εἰρημένων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ διάσσους κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὲ	—— l. 46 εἰρημένων ποτὲ	Inter εἰρημένων et ποτὲ inſeruntur ab eadem Scriptoris manu hæc verba, quæ ſcripta ſunt in margine, nimirum: τας εκ του κεντρου του ελασσους κυκλου των ειρημενων.
	Cap. XXVI.	
—— l. 44 ἃ ἐστι μεταξὺ	—— l. 51 • •	α εστι τα μεταξυ
—— l. 51 τῶν ἀπὸ	—101. l. 4 τᾶ ἀπὸ	των απο
—249. l. 7 ὃν συναμφότερα,]	—— l. 14 • •	ον εχει συναμφοτερα
—— l. 14 ποτὲ τὸ Θ.	—— l. 22 πρὸς τὸ Θ	προς τον Θ
—— l. 43 μιᾷ διάσσους	—— l. 36 μιᾶ διάσσουσι	μια ελασσων
—— — ib. τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 37 τᾶ μεγέθει	τω δι μεγεθει
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ ποτὲ	—— — ib. ἀπὸ τοῦ ποτὲ	απο του Θ ποτι
—250. l. 20 Οὐδὲ τοίνυν	—102. l. 1 • •	Ex hiſce verbis novum iterum Caput exorditur noſter Codex, ſcilicet λ'.
—— l. 25 διάσσουσι,	—— l. 3 • •	ελασσον
—— l. 26 Χ τομέως.	—— l. 4 ΧΕ τομέως	Χξ τομεως
—— l. 28 ὁ ΘΒΗ,	—— l. 5 ὁ ΘΒΚ	• ΘΒΓ
—— — ib. δὲ ὁ ΟΘΕ.	—— — ib. • •	deeſt articulus ὁ
—— l. 45 τῆς ἐκάστας	—— l. 18 • •	deeſt τᾶς
—— l. 46 τομεῖς·	—— l. 19 • •	τομεις
—— l. 52 τῶν ΘΑ, ΘΕ,	—— l. 24 • •	των ΘΑ ΑΕ
—251. l. 1 Ὡς τι τῷ	—— — ib. ὅτι τῷ	οτω και
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἐστὶν οὐδὲ	ουκ αρα εστιν ουδε
	Cap. XXVII.	
—— l. 16 προκειμένοις	—— l. 30 • •	προκειμενω
—— l. 32 ἀεὶ	—— l. 45 • •	αει
—— l. 37 Ἐπειδὴ τὸ	—— l. 50 ἐστὶ δὲ τὸ	deeſt δὲ
—— l. 38 ὃν ἔχει τὸ ἐπίλοιπὸ ποτὲ τὸ ιβ'.	—— l. 51 ὃν ἔχει τὸ ἐστὶ πρὸς τὸ ΙΒ	Inter voces τὸ et ἐστὶ, ſed aliquanto ſuperius appoſitum eſt hoc ſignum ¢, quod alteri ſimili reſpondet in margine poſito, ubi inſtar ſcholii leguntur ea quæ ſequuntur: Οτι δι η ω' ελιξ προς τον ω' κυκλον λογον εχει ον Ζ προς ΙΒ και απαξ δεδειχθαι συχ ηττον δι και νυν δια αριθμων επιστησαι οπως και τα εφιξης συναπακολουθητα γενηται. επει γαρ ἐδεικνυτο η ω' ελιξ προς τον ω' κυκλον λογον εχουσα ον συναμφοτερα το τι υπο των ΒΘ Θ Α· και του τριτου μερους του απο της ΑΒ προς τουτ̄γτης ΑΒ υποκεισθω ημιν η ΑΘ μοναδων ουσα ΙΣ ω δηλον την ΒΘ γινεσθαι M̊ ΛΒ γινεσθαι ουν το υπο ΒΘ ΘΑ M̊ ΦΙΒ· το δι τριτον του απο της ΒΑ M̊ πι[Γ ομου γινεσθαι M̊ φζ[Γ. το δι απο ΒΘ M̊ μκδ'. και εχει τα φζ[Γ προς μκδ' λογον ον εἰπία προς ΙΒ. το δι απο της εκ του κεντρου του ω' κυκλου M̊ μκδ' το δι απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου M̊ CΝΣ. και εχει προς αλληλα λογον ον ΙΒ προς Γ'. τα λοιπα δη φανερα. συναγεται γαρ εν τω δι ισου και διλοντι.
		l. hunc nexum extricare minime licuit, quemadmodum illum, qui ſequitur in linea ſequenti
—252. l. 1 τῷ τὸ τρίτον μέρος &c.	—103. l. 6 • •	Heic quoque ante vocem καὶ aliud ſignum appoſitum eſt, cui aliud ſimile reſpondet margini adſcriptum, ubi ſequens ſcholion legitur: Δηλον οτι ενταυθα προσυπακουεῖον και δι ισου του υπο ΓΘ ΘΒ μεῖζα την Γ' (hoc nexu arbitror ſignificari τρίτου) μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ λογον εχει ον τα ΚΛΜ χωρια προς τα ΚΑ. ταυτα δι φησιν το υπο ΓΘ ΘΒ μετα του Γ' μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα τω Γ' μερης τω απο της ΒΑ. λογον εχει ον ΙΘ προς Ζ. το Γ' υπο ΓΘ ΘΒ M̊ εστιν μβλς' το δι Γ' του απο της ΒΓ M̊ πι[Γ' εστι και το απο της CΗΣ (ita eſt in Codice, ſed quid ſibi velit, ignoro,) μχκα[Γ' εστι δι το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ Φ½Ζ Γ' απερ προς αλληλα λογον εχει ον Θ προς ΖΙ.
—— l. 6 λόγον ποτὲ ἄλλαλα,	—— l. 7 λόγον πρὸς ἄλλαλα	προς αλλαλα λογον
—— l. 9 ποτὲ τὸ ζ·	—— l. 9 • •	ποτι τα Ζ

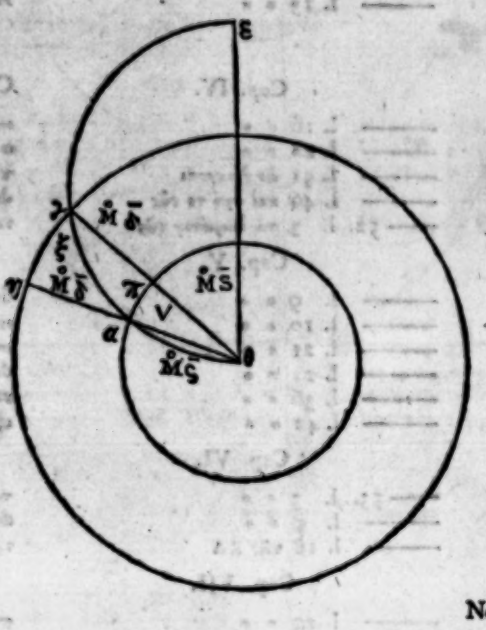
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 252. l. 10 ωστὶ τὰ ϛ'.	Pag. 103. l. 9 • •	ωστι τα ϛ'.
—— l. 16 ωστὶ τὸ ἀπὸ τῶν ΘΖ	—— l. 12 • •	Ante hæc verba aliud ſignum adſcriptum eſt, quod ad marginem Codicis inferiorem remittit, ubi ſchema ſequens depictum eſt :

δι ἴσου


κλμνξ
ε
δ
θ
θ
θ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 255. l. 2 ἐπὶ τῶν ΘΑ, ΗΑ	Pag. 104. l. 29 • •	υπο την ΘΗΑ.
—— l. 4. ἄστε ΘΑ	—— l. 30 • •	αστε ΘΗ
—— l. 5 τὰν ΘΑ,	—— — ib. • •	την ΘΗ
—— l. 8 ἄστε ΘΑ,	—— l. 31 • •	αστε ΘΗ
—— l. 9 τὰν ΘΑ,	—— l. 32 • •	την ΘΗ

In fine repetitur titulus, qualis erat in principio. Schema vero ad hoc ultimum Caput pertinens, utpote ab editione diversum, ut infra depictum exhibemus.



Notandum heic est ad calcem hujus Libri περὶ ἑλίκων occurrere Scholion valde longum, quod integram occupat paginam 92. quodque pertinet ad Caput X. ejusdem Libri. Hoc nos, ne Codicis collationem interrumpamus, ad ipsius finem rejiciendum duximus.

Concordat titulus cum editione.

—— 257. l. 1 ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι	—— 47. l. 1 ἀπογέλλω σοι	απογελλω τοι
—— l. 7 ὑπάρσα·	—— l. 4 • •	απαρσα
—— l. 16 ὑπέκειντο	—— l. 10 ὑπέκαντο	υπεκειντο
—— l. 26 ἀποτέμῃ τὶ	—— l. 14 ἀποτέμῃ, τὸ τί	απο τι μη τι
—— 258. l. 1 ἐν τῷ τμάματι	—— l. 18 ἐν τῇ τμήματι	τι τω τμηματι, et sic infra.
—— l. 3 Προσβάλλοντο	—— l. 19 • •	προσβαλλοντο
—— l. 8 ὀρθογωνίῳ	—— l. 21 • •	τω ορθογωνιω
—— l. 14 ἃ διάμετρος	—— l. 24 διάμετρος	α διαμετρος
—— l. 15 ἀμβλυγωνίῳ	—— — ib. • •	αμβλυγωνιω κωνω
—— l. 20 ἰσοῦται	—— l. 27 • •	ισωται
—— — ib. ἔγγιστα	—— — ib. • •	αι εγγιστα
—— l. 27 ἔγγιστα	—— l. 30 τῷ ἔγγιστα	deest τῷ
—— l. 29 τᾶς τι κορυφᾶς	—— l. 31 τὰς τι κορυφὰς	τας τι κορυφας
—— l. 33 ἄλλο ἰσοσκελὲς	—— l. 34 ἄλλος ἰσοσκελὲς	αλλο ισοσκελες
—— l. 39 ἄξονα	—— l. 36 • •	αξονα δι
—— l. 51 ὃν ἀ	—— l. 43 • •	deest ὃν
—— 259. l. 5 ὃν ἀ	—— 48. l. 3 • •	deest ἀ
—— l. 11 ἀποκαταγαθῇ	—— l. 6 ἀποκατασταθῇ	αποκαταγη
—— l. 12 περιγραφθὶν	—— — ib. • •	περιλαφθιν, et sic iterum in linea edit. 9.
—— l. 20 κορυφὰν δὲ τὸ	—— l. 10 κορυφὴ δὲ τὸ	κορυφαν δε το
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 • •	τα τας κορυφας
—— l. 45 ποτ' ἀλλάλοις	—— l. 24 ποτ' ἀλλήλοις	ποτ' αλλαλης
—— l. 52 Αἶκα δὲ ὀρθῷ μὲν	—— l. 27 • •	ειδικα ορθωμεν
—— 260. l. 1 τὰν αὐτὰν	—— l. 29 • •	τον την αυταν
—— l. 3 ἡμισέᾳ	—— l. 30 ἡμίσια	ημισια
—— l. 4 τῷ ἰλάσσονος	—— — ib. • •	τω του ελασσονος
—— l. 16 Αἶκα δὲ μήτε	—— l. 37 • •	ει δε κα μητε
—— l. 21 λόγον,	—— l. 39 • •	τον λογον
—— l. 37 ἰσοσφαιροειδῶν	—— l. 48 • •	ισων σφαιροειδων
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— — ib. ὑπὸ τῶν	απο των
—— l. 49 προβλήματα.	—— 49. l. 3 • •	προκειμενα

Αρχιμηδους περι κωνοειδων και σφαιροειδων.

Cap. I.

Omittit hoc loco Codex numerationem, eamque inchoat a Capite sequenti, ac propterea quod in editione est secundum, in Codice est primum, ac sic deinceps

—— l. 54 Αἶκα δὲ ἃ	—— l. 6 εἰκὰ δὲ ἃ	ει δε κ' α
—— 261. l. 9 δυσὶν ἰσοσκέλεσιν	—— l. 11 • •	δυοις ισοσκελεσ
—— l. 19 ὀξυγωνίων	—— l. 16 • •	των οξυγωνιων
—— l. 24 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλήλων	το ισω αλλαλων

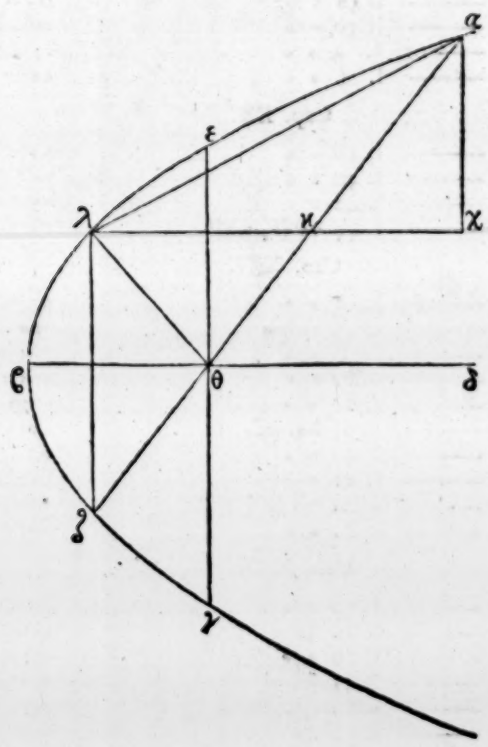
Cap. II.

—— 262. l. 40 καὶ τῶν Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ μειζόνων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγοντι ποτὶ	—— 50. l. 3 καὶ τῶν ΗΘΙΚΛΜ λέγονται ποτὶ	και των ΗΘΙΚΛΜ τα μεν ΗΘΙΚΛ λεγονται ποτι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. III.	
Pag. 262. l. 50 τὴ αἱ πλευραὶ τῶν	—— 50. l. 7 • • • •	deeſt καὶ
—— 263. l. 25 γραμμῶν	—— l. 36 • •	γραμμα
—— l. 26 ἑκάτερα	—— l. 37 ἑκάτερα	εκαγτα
—— l. 34 τὴ δ' ὑπεροχὴ ἴσα τῇ	—— l. 49 τὴ δ ὑπεροχὴ ἴσα τῶ	και α υπερεχουσι ισαι τω
—— 264. l. 6 ὑπερεχουσῶν,	—— 51. l. 1 ὑπερέχουσαι	υπερεχουσαι
—— l. 14 τῶν δὴ	—— l. 5 τῶν δὴ	των δη
—— l. 21 Αἶκα κώνου	—— l. 9 Εἶκα κώνου	Ab hiſce verbis exorditur Codex Cap. γ'.
—— l. 27 ἰσοσῦται	—— l. 12 • •	ϛωται
—— l. 30 ἐν τοῖς κανικοῖς τομαῖς,	—— l. 13 • •	Ad hæc verba in margine eadem manus adſcripſit : ιϛ του γ'. των απολλωνιου κανικων θεωρηματων ϛ'.
	Cap. IV.	Continuatur in Codice Caput γ'.
—— l. 35 εἰς αὐτὰ	—— l. 16 • •	εις αυτας
—— l. 47 ἀ ΘΓ	—— l. 28 • •	α ΒΓ
—— l. 49 ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	αναπληρουνται
—— 265. l. 23 τὴ ὑπὸ τᾶς	—— l. 46 καὶ ὑπό τι τᾶς	deſunt ὑπό τι
—— l. 39 τῇ διαμέτρῳ τᾶς	—— 52. l. 3 τᾶ διαμέτρῳ τᾶς	ταμνης τας
	Cap. V.	
—— 266. l. 2 τυτ' ἐστὶ	—— l. 9 • •	deſunt
—— l. 5 ἔστω κύκλος	—— l. 10 • •	εστω δε κυκλος
—— l. 27 ἐπιζευχθῶσαι.	—— l. 21 • •	επιζευχθωσαι
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 • •	deeſt
—— l. 42 ἐξυγωνίω	—— l. 36 • •	τω εξυγωνιω
—— l. 52 ἐξυγωνίω	—— l. 42 • •	εξυγωνιω κωνω
	Cap. VI.	
—— 267. l. 21 τι χωρίον	—— 53. l. 3 • •	τι χωριον
—— l. 27 τὸ Ψ·	—— l. 5 • •	deeſt τὸ
—— l. 39 τᾶς ΕΖ.	—— l. 18 τᾶς ΕΔ	της ΕΖ
	Cap. VII.	
—— l. 45 ποτ' ἄλλαλα,	—— l. 20 • •	ποτι τα αλλα
—— 268. l. 22 τὸν αὐτὸν λόγον ἴσχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἴσχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ	—— l. 40 τὸν αὐτὸν λόγον ἴσχονται δυνάμει ποτ' ἄλλαλα, ὃν αἱ	τον αυτον λογον ισχωντι [adhibet enim Codex indiſcriminatim, ut alias diximus, ω pro ο, et e contra, quod nos minime curavimus, niſi ubi ſententiæ aliqua mutatio fiat] ποτ' αλλαλα ον ισχυει δυναμει ποτ' αλλαλας αι
	Cap. VIII.	
—— l. 33 Διὸδὼ τὶς ἐξυγωνίω κώνω	—— l. 44 • •	deeſt κώνω
—— l. 40 ἀνιγακῦσα	—— l. 48 ἀνιγακῦσα	ανιγακυσα
—— l. 42 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμενα
—— 269. l. 2 μείζων	—— 54. l. 4 • •	μειζων
—— ib. ΑΔ, ΔΒ	—— l. 5 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 7 αἱ ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 αἱ ΓΑΖ	αι ΑΓ ΓΖ
—— l. 13 τῷ κώνῳ	—— l. 14 • •	του κωνου τουτου
—— l. 22 ἐπὶ τὰν ΑΒ.	—— l. 22 ἐπὶ τὴν ΑΒ	επι την ΑΒ
—— l. 23 αἱ ΓΑΖ.	—— ib. ἀ ΓΑΖ	α ΑΓ ΓΖ
—— l. 33 ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ κὴ ὦν	—— l. 27 • •	deſunt ὑπὸ, et καὶ
—— l. 34 ΑΔ, ΔΒ·	—— l. 28 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 • •	ΑΔ ΑΒ
—— l. 47 ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 35 • •	deeſt τᾶν
	Cap. IX.	
—— 270. l. 20 ἐστὶν ὀρθὸν	—— l. 45 • •	ο εστιν ορθον
—— l. 21 ἀ τοῦ	—— l. 46 • •	αυτου
—— l. 23 ἀνιγακύσας	—— l. 47 • •	ενιγακυσας
—— l. 40 ἐν ᾧ ἐστὶν	—— 55. l. 1 ὃ ἐν ἐστὶν	εν ω εστιν
—— 271. l. 3 τομὰ	—— l. 17 • •	τομαν
—— l. 10 ἀχθεῖσα	—— l. 27 ἀχθεῖσαι	αχθεισα
—— l. 13 ἐσσεῖταί τι σαμεῖον	—— l. 29 • •	εσσειτι σαμειον
—— l. 36 τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 40 τᾶς ΑΚ, ΚΒ	ταν ΑΚ ΚΒ
—— l. 38 ὧν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ πρὸς	—— l. 41 • •	ον ποτ' α ΚΒ ποτι
	Cap. X.	
—— 272. l. 28 ταὶν ΖΗ·	—— 56. l. 13 ταὶν ΖΥ	ταν ΖΗ
—— l. 37 τῷ Θ καθετὸς	—— l. 19 • •	του Θ, α ΘΚ καθετος
—— l. 38 ἀ ΘΚ.	—— ib. • •	deſunt
—— l. 49 λόγον,	—— l. 25 • •	deeſt. Interim notandum, e regione verborum, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἀ ΖΗ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, quæ incidunt in edit. pag. 56. lin. 23. et 24. adſcriptum eſſe in margine ab eadem manu : δια το κ'. τυ α'. των κωνικων απολλωνιου.
—— 273. l. 5 παρὰ τὸν	—— l. 28 περὶ τὸν	παρα τον
—— l. 12 ἀγμέναν	—— l. 31 ἀγμέναις	αγμεναν
—— l. 14 Ἔστω πάλιν	—— l. 33 • •	Ab hiſce verbis Codex inchoat novum Caput, ſcilicet ι'.
—— l. 19 ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ	—— l. 40 ἐπίπεδον τὸ ἐν ἐν ᾧ	το επιπεδον το εν ω
—— l. 29 Ἀλλ' ἔστω	—— l. 51 • •	Ab hiſce vocibus iterum Codex exordiur Caput novum, ſcilicet ια'.

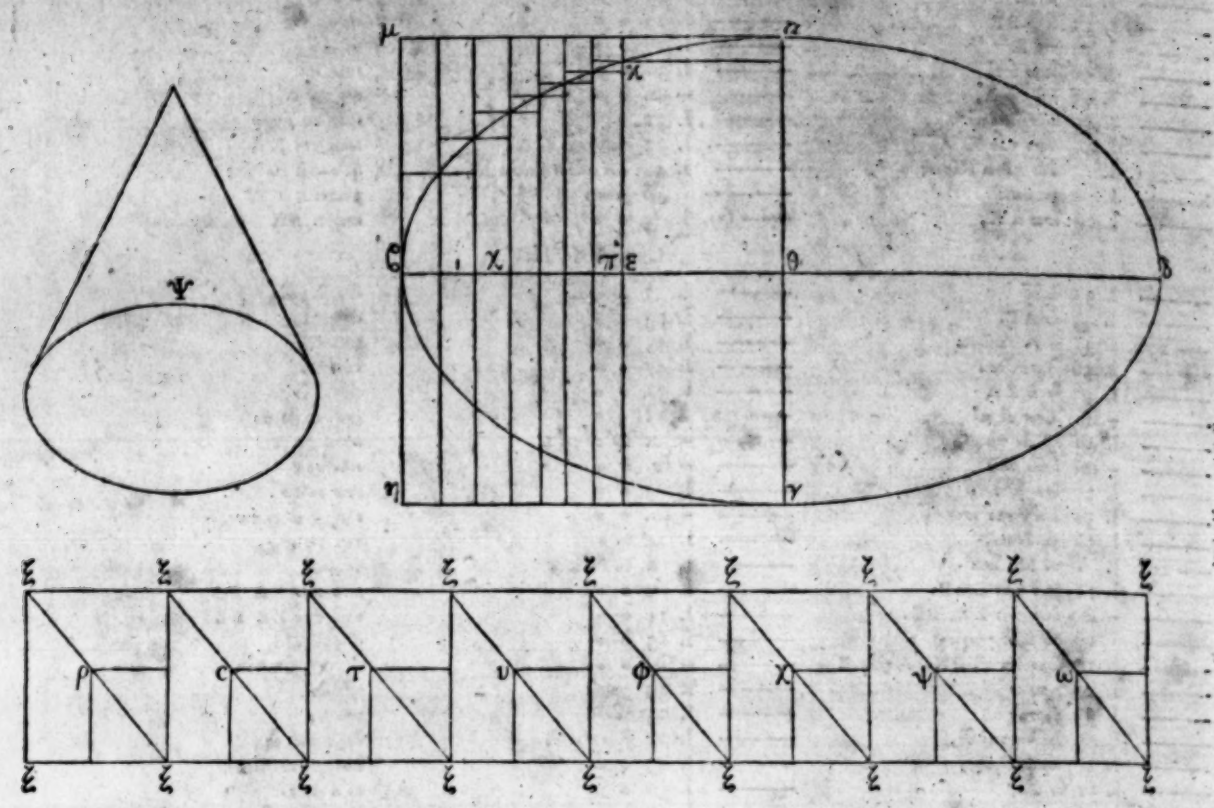
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 273. l. 30 ἡμισείας τᾶς	Pag. 56. l. 51 ἡμισείας τᾶ	ημισειας τας
—— l. 36 ἐστὶ τᾷ	—— 57. l. 6 ἐστὶ τᾶ	ει τα
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 * *	τυ κυλινδρυ
— 274. l. 12 φυτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 26 * *	φυτι το απο τας
—— l. 14 φυτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 27 * *	φυτι το απο τας
—— l. 18 ἐστὶ τᾷ	—— l. 28 * *	ει τη τυ
	Cap. XI.	ιϛ.
—— l. 26 βάσων	—— l. 32 * *	βασων
	Cap. XII.	ιγ.
— 275. l. 12 ὀκτωτρῶν ἐστιτίδω	—— l. 49 ὀκτωτρων ἐστιτίδω	οκτωτρου ει εστιτιδυ
—— l. 20 κύκλος ἰσοσῖτας,	— 58. l. 2 * *	ο τομα κυκλος ισοσιτας
	Cap. XIII.	ιϐ.
—— l. 32 ἀπὸ τᾶς	—— l. 8 * *	deeſt ἀπὸ
—— l. 35 διάμετρος	—— l. 9 * *	ο διαμετρος
—— l. 41 ΑΒΓ,	—— l. 15 * *	ΒΓ
— 276. l. 2 εὐθειᾶν	—— l. 35 * *	ευθειας
—— l. 11 μέσα γίνεται	—— l. 38 μέση γίνεται	μεση γαρ εστιν
—— l. 19 ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ὑπὸ τᾶν ΑΘΓ	υπο ταν ΑΘ ΘΓ
—— l. 37 ἴσχοντα	—— l. 47 * *	ισχοντι
	Cap. XIV.	ιδ.
—— l. 43 ἐστιτίδω	—— l. 50 * *	deeſt
— 277. l. 13 φυτὶ τὸ ἐστίτιδον	—— 59. l. 7 * *	φυτι το εστιτιδυ
—— l. 29 καθετᾶν	—— l. 15 * *	καθετων
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 * *	συμπτωμα
	Cap. XV.	ιε.
		Codex enim repetit numerationem duorum Capitum ſuperiorum, quare nos in poſterum eam utpote erroneam minime curabimus.
— 278. l. 12 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 30 * *	τυ μεν σφαιροειδιος
—— l. 21 τᾶ ΒΔ·	— 60. l. 1 τὰ ΒΔ	τα δι ΒΔ
—— l. 25 ἢ ἀ ΜΛ	—— l. 2 ἢ ἀ ΝΛ	και α ΜΛ
—— l. 28 ἀγομέναν,	—— l. 3 ἀγομέναις	αγμεναις
	Cap. XVI.	
— 279. l. 4 Ἐν τᾷ	—— l. 16 Εἶκα τᾶ	ει τυ
—— l. 10 παράλλαλος	—— l. 19 * *	παραλληλος
— 280. l. 5 ἢ διὰ τᾶς	—— l. 50 * *	και το δια τας
—— l. 32 ὅτι ἢ τὸ	— 61. l. 11 * *	deeſt καὶ
	Cap. XVII.	
—— l. 38 ἅψηται	—— l. 14 * *	αψηται
—— l. 46 εὐθεῖα	—— l. 18 εὐθεῖαι	ευθια
— 281. l. 10 κατ' ἄλλο σαμεῖον	—— l. 26 * *	κατ' αλλο συ σαμειον
—— l. 13 Ἐπὶ γὰς	—— l. 27 ἐπὶ	επι γαρ
	Cap. XVIII.	
—— l. 26 ἀφᾶν	—— l. 33 * *	ταν αφαν
—— l. 38 εὐθεῖαν	—— l. 40 * *	ευθιας
	Cap. XIX.	
—— l. 43 ἀγόμεναι,	—— l. 45 * *	αγομεναι ευθιαι
—— l. 47 καὶ διὰ τοῦ	—— l. 48 * *	δια δι τυ
—— l. 49 Τέμνει ϗ τᾶτο τὸ σφαιροειδὲς	—— l. 50 * *	τεμει δι τυτο το τι σφαιροειδις
— 282. l. 12 ἀγομένα·	— 62. l. 4 * *	αγμενα
—— l. 16 παράλλαλος	—— l. 6 * *	εκται παραλληλος
	Cap. XX.	
—— l. 36 μήτι	—— l. 16 * *	μη
— 283. l. 10 ἐστιτίδω	—— l. 40 * *	τυ εστιτιδυ
—— l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 * *	και το λοιπον
—— l. 18 τὰν δὶ μεταξὺ	—— l. 44 τὰ δὶ μεταξὺ	ταν δι μεταξυ
	Cap. XXI.	
—— l. 34 ἀποτεμνομένω	— 63. l. 1 * *	αποτετμημενυ
—— l. 41 τμᾶμα,	—— l. 5 τμῆμα	τμαμα
—— l. 42 τμάματος, τομὰ ἴσω	—— l. 6 * *	τμηματος τομας ισω
—— l. 43 ἀποτεμνοντος	—— — ib. * *	αποτετμηκοτος
— 284. l. 8 ἴσων	—— l. 21 * *	ο ισων
—— l. 15 διαιρέσιων	—— l. 25 διαιρεσῶν	διαιρεσιων
—— l. 19 Ἐφ' ἑκάτᾳ	—— l. 27 * *	αφ' εκατυ
—— l. 25 ἢ συγκείμενον	—— l. 31 * *	deeſt καὶ
—— l. 27 ἐφ' ἃ τὸ Β	—— — ib. τῶν ἐφ' ἃ τὸ Β	deeſt τῶν
—— — ib. Λοιπὸν δὲ	—— — ib. * *	λοιπον δι ει
	Cap. XXII.	
—— l. 42 ἡμίσυα	—— l. 39 * *	ημικυκλια
—— l. 43 ὁμοίως	—— — ib. ὅμοιον	ομοιως
—— l. 44 ἐγγράψαι,	—— l. 40 * *	εγγιγραψαι
—— i. 45 ὥστι τὸ	—— l. 41 ἴσω τὸ	ωστι το
—— l. 46 ἐγγραφέντος	—— — ib. ἐγγραφεντος	εγγραφομενυ
— 285. l. 18 Ἔστω	—— l. 51 ἐστὶν	εσαι

Edit. Oxon.		Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 285. l. 41	τῇ ἐπιπέδῳ	Pag. 64. l. 16 • •	τω επιπεδω τω
—— l. 44	τομὰν	—— l. 21 • •	τομαν την
—— l. 48	εὐθεῖαι	—— l. 25 • •	ευθια
—286. l. 9	τμάματι,	—— l. 33 τμήματι	τμαματι
—— l. 16	τὰν περὶ	—— l. 36 • •	deeſt τὰν
		Cap. XXIII.	
—— l. 46	περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὲν	περιγραφεν
—— l. 51	τὰν ΑΓ,	—65. l. 2 τὸν ΑΓ	την ΑΓ
—— l. 53	τὰν ΒΘ.	—— l. 5 • •	την ΒΓ
—287. l. 9	ὅλος	—— l. 21 • •	ο ολος
—— l. 21	ἐγγεγραμμένω	—— l. 24 • •	περιγεγραμμενω
—— l. 29	κὴ τῷ ὃν	—— l. 28 • •	και τον ον
—— l. 37	τᾶς διαμέτρω	—— l. 32 τῆς διαμέτρου	τας διαμετρω
—— l. 42	ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 34 • •	γεγραμμενω
—— l. 49	ὅλῳ	—— l. 38 • •	deeſt
—288. l. 6	περίλοιπον ὑπερέχει	—— l. 43 λειπον ὑπερέχει	λειπον υπερεχει
—— l. 7	κατασκευάδω.	—— ib. • •	κατασκευαδω
—— l. 22	τὰν ΒΕ,	—— l. 51 • •	την ΒΕ
—— l. 26	τοῦτον λόγον,	—66. l. 2 • •	τουτον τον λογον
—— l. 40	τὸν κύκλον	—— l. 9 • •	του κυκλου
—— l. 48	τμάματι,	—— l. 13 τμήματι	τμαματι
		Cap. XXIV.	
—289. l. 10	Τίμων	—— l. 20 • •	τιμων
—— l. 12	τῷ κατὰ	—— ib. κατὰ τῶν τὰν	το κατα την
—— ib.	Ἐπιψαύσει	—— l. 21 ἐπιψαύει	επιψαυσει
—— l. 18	ἐξυγνύων κάτω τομᾶς	—— l. 23 ἐξυγνύων τομας	εξυγνυων κατω τομας
—— l. 21	ἀνεγκοῦσα,	—— l. 25 • •	ανεγκουσα
—— l. 39	ἴσχον τὰν	—— l. 39 ἴσχοντα τὰν	εχον την
—— l. 47	τμάματι,	—— l. 50 • •	τμηματι
—— l. 50	τμάματι,	—67. l. 1 • •	τμηματι, et ſic infra, quod in poſterum minime adnotabimus, quum pro ε more Dorico adhibeat α, et viceverſa, quæ quidem inconſtantia etiam in editione animadverti poteſt.
—290. l. 20	τὰν ΒΕ μάκει·	—— l. 12 τὰν ΒΕ δυνάμει	την ΒΕ μακει
—— l. 33	ὁμοίως	—— l. 18 ὁμοία	ομοιως
		Cap. XXV.	
—— l. 46	ὀρθογωνίω	—— l. 25 • •	τω ορθογωνιω
—— l. 47	ἐπιπέδοις,	—— ib. • •	επιπεδοις
—291. l. 18	κὴ αἰ	—— l. 51 • •	deeſt αἰ
—— l. 31	Ἀχθὼ δὲ κὴ	—68. l. 2 • •	deeſt κὴ
—— l. 33	τὰν ΔΖ	—— l. 3 • •	την ΔΖ
—— l. 35	κορυφὰ τὸ Α. Τὸ δὲ	—— l. 4 • •	κορυφα το Α. το δε
—— l. 37	ποτ' ἄλλαλα	—— l. 5 • •	ποτι ταλλαλα
—— l. 38	βάσιων	—— ib. • •	βασιων
—— l. 42	ἀ ΛΜ	—— l. 7 • •	α ΝΑ
—— l. 50	ἀ ΛΜ	—— l. 11 • •	α ΝΑ
—292. l. 2	αἰ δὲ ΛΜ,	—— l. 13 • •	αι δε ΑΝ
—— l. 3	ἀ ΛΜ	—— ib. • •	α ΑΝ
—— l. 5	ἀ ΛΜ	—— l. 14 • •	α ΑΝ
—— l. 9	ἀ ΛΜ	—— l. 16 • •	α ΑΝ
—— l. 11	τᾶς ΑΚ ποτὶ ΛΜ.	—— l. 17 τῆς ΑΚ πρὸς ΛΜ	της ΑΝ προς ΑΚ
—— l. 13	ἀ ΑΚ ποτὶ τὰν ΛΜ	—— ib. • •	α ΑΝ ποτι την ΑΚ
—— ib.	ἀ ΛΜ	—— l. 18 • •	α ΑΝ



Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XXVI.	
Pag. 292. l. 22 ἀγμίνους,	Pag. 68. l. 22 ἀγμὰν	αγμισους
—— l. 23 ἄλλαλα	—— l. 23 ἄλλαλα	αλλαλα. Hæc quoque vox indiſcriminatim exhibetur, modo cum ε, et modo cum η.
—— l. 24 αὐτῶν.	—— l. 24 αὐτῆς	αυτης
—— l. 26 ἔστω δὲ τῷ	—— – ib. • •	εστω δε τα
—— l. 27 ἀ Α.	—— l. 25 • •	α ΑΛ
—— l. 32 ἀ ΑΒΓ	—— l. 27 • •	deeſt ἀ
—— l. 34 τῷ Κ	—— l. 28 • •	τα ΙΚ
—— l. 40 ἴσον ἐστὶ	—— l. 30 • •	ισον εστι
—— l. 43 ἐστὶ τῷ Δ,	—— – ib. • •	εστι τα Δ
—— l. 45 τὸ τῷ αὐτῷ·	—— l. 32 • •	ισον τω αυτω
—— l. 46 ἀπὸ τῶν Κ, Λ	—— l. 33 ἀπὸ τῶν ΚΛ	απο των ΚΛ
— 293. l. 3 δύο καὶναι βάσεις	—— l. 42 δύο καὶναι βάσαι	δη καινοι βασιαι
—— l. 9 μάκει.	—— l. 46 μάκει	μακει
—— l. 26 ἴσα ἀ Κ,	—— 69. l. 4 • •	ισα α ΑΚ
	Cap. XXVII.	
—— l. 33 ἀρθῷ	—— l. 7 τῷ ἀρθῷ	deeſt και
—— l. 45 ἀ ΑΓ.	—— l. 13 • •	deſunt
— 294. l. 31 ἢ τὸ τμῆμα	—— l. 45 • •	deeſt ἢ
—— l. 36 Ἐσονται	—— l. 47 • •	εστιται
—— l. 45 ὃν ἀ ΖΔ	—— l. 51 • •	deeſt ὃν
—— – ib. Ἔστω δὲ αἱ	—— 70. l. 1 • •	εστωσαν δε αι
—— l. 46 ἀφ' ἂν τὰ Ξ,	—— – ib. ἀφ' αὐτὰ Ξ	αφαν τα Ξ
—— – ib. ἴσαι τοῖς	—— – ib. • •	ισα τοις
—— l. 50 ἔστω ἴσον τῷ	—— l. 3 • •	εστω ιν τω
—— l. 51 ἐλάχιστον ἴσον τῷ	—— – ib. • •	ελαχιστον ιν τω
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 • •	των τω ισω
— 295. l. 1 τὸ Μ, ἴσα	—— l. 6 τὸ Μ ἴσα	τοιισα
—— l. 11 ὑπὸ τῶν ΖΔΒ,	—— l. 10 • •	υπο των ΖΔ ΒΔ
—— – ib. ὑπὸ τῶν ΖΕ, ΒΕ.	—— l. 11 • •	υπο τας ΖΕ ΒΞ
—— l. 16 τὸ ΞΜ χωρίον	—— l. 13 • •	deeſt ΞΜ
—— l. 17 ἴσον ἔστι τὸ ΞΝ. Ἀ γὰρ Ξ	—— – ib. • •	deſunt omnia.
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρίς	χωριον
—— l. 35 δὴ τῶν	—— l. 23 τωνδὲ	των τε
—— l. 45 Δίδεικται δὴ,	—— l. 28 δεικτέον δὴ	διδεικται δε
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 • •	συναμφοτεραις
—— l. 51 ὃν ὅλος	—— l. 31 • •	αν ο ολος
— 296. l. 12 κατασκευάδω.	—— l. 37 • •	κατισκευαδω
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω	—— l. 44 • •	λογον το Ω
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	ειναι
	Cap. XXVIII.	
—— l. 51 ἔχοντος	— 71. l. 6 • •	εχον
— 297. l. 1 ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τῇ τε	—— l. 7 • •	αι συναμφοτεραι. ισα τω τε
—— l. 15 Τίμει	—— l. 14 • •	τιμει
—— l. 19 ἀνηγαγέτω	—— l. 16 • •	ανηγαγετω
—— l. 24 Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 • •	ουσα αλλη οξυγωνιου κωνου τομα
—— l. 26 ἀνηγαγούσας	—— l. 19 ἀναγαγοῦσας	ανηγαγουσας
— 298. l. 8 περιγεγραφὴν	—— l. 48 • •	περιγραφεν
—— l. 16 ἐπιφάνειαν	— 72. l. 2 • •	την επιφανειαν
—— l. 20 ἔχων ἄξονα τὰν	—— l. 4 • •	εχων αταν
—— l. 26 βάσεις	—— l. 7 • •	βασιες
—— l. 28 ποτ' ἀλλάλας,	—— – ib. ποτ' ἀλλάλας	ποτ' αλλαλας
—— l. 43 τῷ ΔΕ,	—— l. 15 τὰν ΔΕ	τα ΔΕ
—— l. 50 ποτ' ἄλλως	—— l. 19 • •	ποτ' αλλαλως
— 299. l. 4 ἐν τοῖς λόγοις,	—— l. 21 • •	εν τοις αυτοις λογοις
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 • •	τα χωρις
—— l. 9 ἀ ΜΞ	—— l. 23 ἀ ΓΞΝ	α ΞΝ
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ποτι
—— l. 17 μεῖζον ἰὸν	—— l. 28 • •	μειξον
	Cap. XXIX.	
—— l. 35 ἀμίσιον	—— l. 37 ἡμίσιον	αμισιον
—— l. 38 χῆμα	—— l. 38 • •	τμημα
—— l. 41 χήματος	—— l. 39 • •	τμηματος
	—— l. 47 τὰν τῶ τμήμαῖι, κὴ ἄξονα ἁ αὐταν	deſunt omnia
— 300. l. 9 τετέρι ἀ	—— l. 51 • •	αυτον
—— l. 15 ἰχόντων	— 73. l. 11 ἐφ' αὐτᾶ Ξ	εχον τον
— 301. l. 4 ἐφ' ἂν τὰ Ξ,	—— – ib. τοῖς τμήμασι	εφαν τα Ξ
—— – ib. τοῖς τμᾶμασι	—— l. 16 πλάτος μὲν ἴσον τμήματι	τοις τμημασι τοις
—— l. 13 πλάτος μὲ ἴχων ἰὸ τμάμαῖι,	—— l. 21 • •	πλατος μεν η τμηματι
—— l. 23 ἴχοντα	—— l. 23 • •	εχοντι
—— l. 26 τὸ ὑπὸ	—— – ib. • •	deſunt
—— l. 27 κύλινδρον	—— l. 1 γνώμονα	κυκλον
—— l. 34 γνώμονα,	—— – ib. ἀφαιρημένου	γνωμονα
—— l. 35 ἀφαιρημένον.	—— l. 6 • •	αφαιρημενον
—— l. 43 ὁμόλογα	—— l. 9 • •	τα ομολογα
—— l. 47 ἀφαιρεμένης	—— l. 13 • •	αφαιρομενης, et ſic infra lin. 11.
— 302. l. 3 ΞΦ, τῷ ἴσῳ	—— – ib. ὑπερεχόμενα	ΞΦ. ΞΨ. ΞΩ. τω ισω
—— l. 4 ὑπεροχᾷ.	—— l. 15 τὰ νῦν	υπεροχα
—— l. 7 οὖν	—— l. 17 ἀλίκων	τα υν
—— l. 12 ἰλίκων	—— l. 19 • •	ιλικων
—— l. 15 λοιπῶν μείζονά ἐστι		λοιπων (tum relicta eſt lacuna unius ſyllabæ) να εστι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 302. l. 16 μείζονα ἢ	Pag. 74. l. 19 • •	μειζονα εστι η
—— l. 18 ἐστὶν ἡ ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	εστιν ημιστις
—— l. 24 ἀμίσεων	—— l. 23 • •	αμισεων
—— l. 27 ἐγγεγραφέντος	—— l. 25 • •	εγγραφεντος
—— l. 29 κατασκευάζω.	—— l. 26 • •	κατεσκευαζω
—303. l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρις
—— l. 12 ὅτι ἴλασσον,	—— l. 44 • •	οτι ιλασσον



		Cap. XXX.	Ab hoc Capite in posterum nulla fit numeratio Capitum.
——	l. 17 τῦ κώνυ,	—— l. 46 • •	τυ κωνυ τυ
——	l. 19 χῆμα	—— l. 47 • •	τμημα
——	l. 24 ἀγομένα· ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο	—— l. 50 • •	αγομενα επι το επιπεδον. υπκειτ
——	l. 29 ἐπιψαύουσαι	—75. l. 2 • •	επιψαυουσαν
——	l. 33 ἐπιζευχθεῖσα,	—— l. 3 ἐπιζεύχθεισαι	επιζευχθεισα
——	l. 35 αἱ ΒΘ, ΘΔ.	—— l. 9 • •	αι ΒΘ ΘΑ
——	l. 36 εὑρεῖν κύλινδρον,	—— l. 11 • •	κυλινδρον ευρειν
——	l. 40 ἀμίσεως	—— l. 20 ἡμίσεως	ημισους
——	l. 46 ἀμίσειον	—— l. 23 ἡμίσειον	το ημισιον
——	l. 50 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 • •	εγγεγραφω
——	l. 52 περιγεγράφθω	—— l. 26 • •	περιγεγραψα
—304.	l. 15 ἡμιόλιος ἐών·	—— l. 30 ᾧ ὁ τόμος ἐών,	ημιολιος εων
——	l. 19 ἐγγεγράφθω	—— l. 32 • •	εγγραφθω
——	l. 30 τὸ ἥμισυ	—— l. 37 • •	το ημισυ
		Cap. XXXI.	
——	l. 39 τὸν ἄξονα τῦ	—— l. 42 • •	τον αξονα τον του
——	l. 41 χήματος,	—— — ib. • •	τμηματος
——	l. 46 σφαιροειδίος	—— l. 44 • •	τυ σφαιροειδιος
——	l. 48 Ποιήσει δ'	—— l. 45 • •	ποιησει δι
—305.	l. 2 ἴσῳ ἀ ΖΗ.	—— l. 48 • •	ισω του ΑΖΗ
——	l. 6 ποτὶ τὰν ΔΖ.	—— l. 49 • •	ποτι τα ΔΖ
——	l. 21 ἐστὶ τὸ	—76. l. 16 • •	εστι και το
——	l. 25 τᾶς ΒΘ, ᾧ ἀ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἔσται καὶ	—— l. 20 • •	defunt omnia:
——	l. 41 ἀ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 • •	α ΔΗ ποτι ταν ΔΖ
——	l. 46 ἐφ' ἃν τὰ ΞΝ,	—— l. 31 ἐφ' αὑτᾶ ΞΝ	εφαν τα ΞΝ
——	l. 47 ἐν τᾷ ΒΔ,	—— l. 32 • •	deest ἐν
——	l. 49 Τᾶν ἐν	—— l. 33 • •	τα συν
——	l. 52 τᾶς διαμίτρυ	—— l. 34 • •	τας διαμετρους
——	l. 53 τᾷ ΒΕ·	—— l. 35 • •	ταν ΒΕ
—306.	l. 8 τὰν ΝΟ,	—— l. 39 • •	ταν Θ
——	l. 20 τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 45 τῶ μεγέθει	τω δι μεγεθει
——	l. 25 ἀπὸ τᾶς ΔΓ	—— l. 48 • •	απο τας ΔΕ
——	l. 34 ὃν τὸ ὁμοίως	—77. l. 1 • •	deest ὃν
——	l. 44 ἀφαιρημένυς,	—— l. 6 • •	αφαιρημενυς
—307.	l. 2 ἐφ' ἃν	—— l. 11 ἐφ' αὑτᾶ	εφαν τα
——	— ib. παραπιπτόκοτόν	—— — ib. παριπίπλωκεν	παραπιπλωκεν
——	l. 16 τᾶς ΞΟ.	—— l. 18 • •	τα ΞΟ
——	l. 36 ὑπερέχειν	—— l. 28 • •	υπερεχει
——	l. 38 κατασκευάζω.	—— l. 29 • •	κατεσκευασθω
——	l. 46 λόγον,	—— l. 33 • •	τον λογον
——	l. 48 τᾷ ΒΔ,	—— l. 34 τᾶ ΒΕ	τα ΒΔ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 307. l. 53 στιγμὴν,	Pag. 77. l. 37 • •	σημειον
— 308. l. 8 Καὶ στάντες	l. 41 • •	και σταντος
l. 31 ἄρα λόγου	— 78. l. 2 • •	deeſt ἄρα
l. 33 ἡ στοιὰ	l. 3 • •	deeſt ἡ
	Cap. XXXII.	
l. 49 τομὰ	l. 11 τομῆ	τομαι
— 309. l. 2 κατὰ τὰν ΑΓ,	l. 14 • •	κατα ΑΓ
l. 3 κατὰ τὰ ΒΖ·	— ib. • •	κατα τα ΒΖ
l. 31 τῷ ΘΖ.	l. 36 • •	τα ΔΖ
— 310. l. 1 ὑπερέχει	l. 49 • •	υπερεχει
l. 2 Πάλιν δὴ	— ib. • •	παλιν δη
l. 3 περιγεγραμμένον	l. 50 • •	περιγεγραμμενου σχημα
l. 7 ἰσοσκελὲς ὂν	— 79. l. 1 • •	ισοσκελες ον
	Cap. XXXIII.	
l. 30 ὃν ἁ ΕΗ	l. 13 • •	ον εχει α ΕΗ
l. 32 γενομένου	l. 14 • •	του γενομενου
— 311. l. 14 τᾶν ΚΛ,	l. 38 τᾶν ΚΛ	τα ΚΛ
l. 21 τὸ τμᾶμα	l. 42 τὸ τμῆμα	το τμημα το
l. 24 ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ,	l. 43 • •	υπο ΗΕ ΒΕ
l. 33 ἐλάσσων ἢ τὸ ἥμισυ	l. 48 τῦ ἥμισυ	το ελασσον του ημισυ
— 312. l. 3 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΖΔ, ᾧ ὑπὸ	— 80. l. 5 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΗΔ, τοῦ ὑπὸ τᾶν	του υπο ταν ΖΗ ΗΔ α υπο ταν
l. 6 ποτὶ τὸ	l. 7 πρὸς τὸ	ποτι το
l. 11 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ·	l. 10 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ	τουτον εχει τον λογον ον το περιεχομενον υπο ταν ΖΕ ΕΔ. ποτι το υπο ταν ΒΕΔ. τον γαρ αυτον εχει λογον ον α ΖΘ πρὸι ταν ΒΕ.
l. 19 ἐπὶ βάσιν	l. 12 • •	επιβασιν
l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	l. 13 • •	deſunt
l. 23 ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΗΕ,	l. 14 • •	υπο ταν ΖΘ ΗΕ
l. 30 τὸ ἀνάλογον	l. 18 • •	το αναλογον το
l. 33 τᾶν ΗΔ, ΕΗ,	l. 20 τᾶν ΗΔ, ΕΔ	ταν ΗΕ ΕΔ
l. 37 ἴσον ἐστὶν	l. 21 • •	ισον εστι
	Cap. XXXIV.	
— 313. l. 31 ποτικείσθω δὴ ἀ ΔΗ ἴσα τῷ ΔΘ,	l. 50 • •	ποτικεισθω δι ταις ΔΗ ισα α ΔΘ
l. 38 παραλλήλῳ	— 81. l. 2 παραλληλα	παραλληλω
l. 44 ἐγγεγραμμένον,	l. 5 ἐγγεγραμμένον	εγγεγραμμενου
l. 49 ἔχον	l. 8 • •	εχοντα
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν ΗΔ, ΒΘ	l. 10 ὑπὸ τῦ ΗΔ, ΒΘ	υπο ταν ΗΔ ΒΕ
l. 6 τᾶν ΒΘ, ΗΔ.	l. 13 • •	ταν ΒΗ ΗΔ
l. 22 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῦ κώνου τῦ ἐν τῷ	l. 21 ἐλάσσονι τμήματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμημα τῦ κώνου τῦ ἐν τῶ	deſunt omnia
l. 26 τῶν ὑψέων	l. 23 τούτων ὕψεων	τον των υψεων
l. 30 τῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένῳ,	l. 25 • •	το εν αυτω εγγεγραμμενον. In calce vero repetitur Titulus, et quidem ita: περι κωνοειδων και σφαιροειδων. Concordat titulus.
	Αρχιμήδους Ψαμμίτης	
— 319. l. 1 ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, Βασιλεῦ Γέλων,	— 120. l. 18 Οιονται τινὲς βασιλευγέλων	οιονται τινες βασιλευγιλων
l. 2 τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον	— ib. τὸν ἄπειρον	τον απειρον corr. a manu posteriori του αριθμον απειρον
l. 3 τῦ περὶ	l. 19 • •	τον περι
l. 6 ἄπειρον μὲν εἶμεν	l. 21 ἄπειρον εἶμεν	απειρον ειναι
l. 8 Οἱ δὲ ὅτως δοξάζοντες,	l. 23 οἱ δὲ ὁ δοξάζοντες	οι δε ητως δοξαζοντες
l. 9 νοήσαιεν	— ib. • •	νοησαιεν
l. 14 ἀκαρεῖ	l. 26 • •	ακαρη
l. 15 τῦτο δεικνύειν	— ib. • •	του δεικνυειν
l. 19 τῦ ψάμμα τῦ	l. 29 τὸν ς του	τον και τον
l. 21 τῦ μεγέθος	l. 30 τοῦ μεγέθεος	του μεγεθους
l. 23 πλειόνων	— ib. • •	πλειονων
l. 24 κέντρῳ ἴσα τῷ εὐθειᾷ	l. 31 κέντρω εὐθεῖαι	κεντρου αι ευθειαι
l. 28 ὑποθεσιῶν	l. 33 • •	υποθεσιων τινων
l. 31 ἀκίνητον·	l. 35 • •	ακινητον
— 320. l. 5 ὥς τι τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν	l. 37 ἐπὶ ὥς τι τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν	εφ ω τον κυκλον καθ' αυταν
l. 8 Τῦτο δὴ	l. 39 τοῦτο δ'	τουτο γ'
l. 11 αὐτό.	l. 41 • •	αυτον.
l. 16 καθ' ὃν	l. 43 • •	καθ ω
l. 17 ὑποτίθεται	— ib. ὑποτίθενται	υποτιθεται
— ib. ἀπλανεῖων	l. 44 ἀπλᾶν	απλανων
l. 25 ὅτως τινὰς	— 121. l. 1 ὧ τινὰς	ητως τινας
l. 26 κατονομασίαν	— ib. κατονομαζιῶν	κατονομαξιων
l. 29 περίμετρον	l. 2 • •	την περιμετρον
l. 30 μυριάδων	l. 3 • •	μοιριαδων
l. 31 πειραμίνων	— ib. • •	πεπειραμενων
l. 35 ὡς τ' μυριάδων γαδίων	l. 6 τῶν λ^λ γαδίων	τ^ Μ γαδιων
— ib. ϗ μὴ μείζω.	— ib. καὶ μείζων	και μη μειζων
l. 49 ἀναμφίλογον	l. 14 ἀμφίλογον	αναμφιλογον
l. 51 τριακονταπλασίαν	— ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασιαν
l. 52 μειζόνα.	l. 15 μειζόνων	μειζον
— 321. l. 10 λαβεῖν,	l. 20 • •	διαλαβειν

	Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 321. l. 15	ὁ ἅλως	—121. l. 23 ὁ ἅλως	ο αλως
—— l. 17	ἃ τις ἐστι	—— l. 24 ἃ τις ἐστὶ	αστις εστι
—— l. 19	τῷ ὕψει.	—— ib. τῷ ὕψει	τω α υψει
—— l. 21	ἡμιολίου ἀποτελῶ	—— l. 25 ἡμιόλιον ἀποτελῶ	ημιολιου αποτελω
—— l. 22	καὶ τριδίστος	—— l. 26 καὶ τριδὶς	και τριδιστος
—— l. 25	ἐς τὸν	—— l. 28 ∘ ∘	ες τον
—— l. 26	καὶ ἃ ὑψὶς πατεῖται	—— ib. ∘ ∘	και αψις πατειται
—— l. 36	ἐναρμόζει,	—— l. 33 ∘ ∘	εναρμοζει
—— l. 43	τῷ μεγέθους,	—— l. 36 ∘ ∘	τον τι μεγεθης
—— l. 46	ὕψους,	—— l. 38 ∘ ∘	τας αψεις
—— l. 47	τόνδε τὸν τρόπον	—— ib. ∘ ∘	τον δι τον τροπον
—— ib.	χιλιάδρα ἀναλαμβάνεται	—— l. 39 χίλιαδρα ἀναλαμβάνονται	χιλιαδρα λαμβανεται
—— l. 48	ἰσοταχῆ ἀλλήλαις,	—— ib. ἰσοταχῆ ἀλλήλαις	ισοταχη αλληλαις
—— l. 49	ἀριθμεῖται	—— l. 40 ∘ ∘	αριθμειται
—— l. 51	τῶν ὕψους,	—— l. 41 ∘ ∘	τας αψεις
—322. l. 2	εἰ μὲν οὖν	—— l. 43 εἰσὶν	εισιν
—— l. 4	ἀφ' ἑκάτερα	—— l. 44 ∘ ∘	αφ' εκατερα
—— l. 9	Ἡ δὲ γωνία,	—— l. 47 ἡδὲ γωνία	η δε γωνια
—— l. 13	ἐπισκοτεῖν	—— l. 49 ∘ ∘	επισκοτειν
—— l. 14	ὅλῳ ἀλλήλῳ,	—— ib. ∘ ∘	ολω τω αλλω
—— l. 24	ἡ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλως	—122. l. 3 ἡ γωνία ἐστὶν ὁ ἅλως	και η γωνια εις αν ο αλως
—— l. 25	ἐστιν, ἡ διαιρεθείσης	—— l. 4 ἐστὶν, ἡ διαιρεθήσεται &c.	εστιν η διαιρεθησεται κ ΡΣΔ τελων. α δε αλλων διαιρεθεισα την αρχην και Ϛ μειζων. η εξ ων τουτων. δηλον ωι οτι και α γωνια α ισων ο αλιος εναρμοζη την καταφαν ισχυουσαν αυτη τη υψει. αλλαλαι μεν ουν η διαιρεθησεται &c. quæ eſt repetitio ſuperiorum verborum.
—— l. 28	διάμετρος	—— l. 5 ∘ ∘	και α διαμετρος
—— l. 39	τοῦ Δ	—— l. 11 ∘ ∘	deeſt Δ
—— ib.	ἐπιζευγνύντων	—— ib. ∘ ∘	επιζευγνυων των, et ſic iterum in eadem linea.
—— l. 42	αἱ ΘΜ, ΘΟ	—— l. 12 ∘ ∘	αι ΘΚ ΘΟ
—— l. 50	ἐς ἂν	—— l. 16 αἷς ἂν	α ισων
—323. l. 14	τοῦ ΣΗ κύκλου	—— l. 25 ∘ ∘	τυ ϵΗ κυκλυ
—— l. 21	τοῦ ΣΗ κύκλου.	—123. l. 3 ∘ ∘	τυ ϵΗ κυκλυ
—— l. 23	ποτὶ τὰν ΥΣ διάμετρον	—— l. 4 ποτὶ τὰν ῾ς διάμετρον	ποτι των ΥϹ (ubi notandum eſt litteram illam Υ ubi agitur de litteris ſchematibus appoſitis, accipi in Codice pro littera Υ quemadmodum etiam in ſequentibus duabus variis lectionibus.)
—— l. 25	ἃ μὲν ΘΚ	—— ib. ∘ ∘	α μεν ΘΚΥ
—— ib.	ἃ δὲ ΣΥ	—— l. 5 ἃ δὲ ΣΝ	α δε ϹΥ
—— l. 26	λόγον ἔχει	—— ib. ∘ ∘	λογον εχει
—— l. 28	τριγώνου	—— l. 6 ∘ ∘	deeſt
—324. l. 4	Εἰ γὰρ καὶ δυοῖν	—— l. 9 ∘ ∘	ει γαρ και δυων (illa autem και ſcripta ſunt non tamquam litteræ lineam aliquam in ſchemate depictam deſignantes, ſed tamquam encliticæ.)
—— l. 5	ἄτερον	—— ib. ∘ ∘	ατερ αι
—— l. 10	ποτὶ τὰν	—— l. 11 ∘ ∘	deeſt ποτὶ
—— l. 16	Ὡς τι	—— l. 14 ∘ ∘	οτι και
—— l. 19	ἃ περιεχομένα	—— l. 17 ∘ ∘	deeſt ἃ
—— l. 23	δισμύρια,	—— ib. δισμύρια	δισμυρια
—325. l. 13	δῆλον, ἃ	—— l. 40 ∘ ∘	δηλον ως α
—— l. 27	δακτυλιαίων	—— l. 47 ∘ ∘	δακτυλιαι
—326. l. 3	ἀριθμῶν μύρια	—124. l. 10 ∘ ∘	ϡ μυρια (illa autem figla in Codice denotat vocem ἀριθμῶν, et ſic deinceps, ubi recurrit vox illa, quemadmodum ϡ denotat ἀριθμὰ, et ϛ ἀριθμὶς &c.— quod ſemel adnotaſſe ſufficiat.)
—— l. 7	γινωσκόμενοι.	—— l. 12 ∘ ∘	γιγνωσκομενοι
—— l. 24	ἐξῆς κείμενοι,	—— l. 21 ἐξηκριμένης	εξησκειμενοι
—— l. 25	δικὰς εἴη·	—— ib. δικὰς τὶ	δικας η
—— l. 31	ὄγδοός	—— l. 24 ∘ ∘	ο ογδοος
—— l. 39	Φανερὸν δὲ, ὅτι	—— l. 29 ∘ ∘	φανερον δε οτι και
—— l. 40	ἑξῆντι,	—— ib. ἑξῆντι	εξηντι
—— l. 49	ἀπὸ μονάδος	—— l. 34 ∘ ∘	απομαδος, et ſic recurrit in linea editionis 35. et 37.
—— l. 52	παραπολλαπλασιάδω	—— l. 35 ∘ ∘	παπολλασιασθω
—327. l. 1	ὅτι ἴσος	—— l. 37 ὅτι ἴσαι	οτι ισος
—— l. 7	γινόμενος	—— l. 40 ∘ ∘	ο γενομενος
—— l. 8	πολλαπλασιαξάντων	—— l. 41 ∘ ∘	των πολλαπλασιαξαντων
—— l. 16	τοσοῦτοι	—— l. 44 τοσούτοις	τοσουτοι
—— l. 26	ἀλλάλας	—— l. 50 ἀλλάλαις	αλλαλας
—— l. 28	μέγεθος,	—— l. 51 ∘ ∘	μεγεθιος
—— l. 30	καὶ εἰη ὁ ἀριθμὸς	—125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	κ'αϊνο αριθμος
—— l. 37	δακτυλιαίαις	—— l. 4 δακτυλιαίας	δακτυλιαιαις
—— l. 38	τριπλάσιον	—— l. 5 ∘ ∘	τριπλασιον λογον
—— l. 39	ἀλλάλας	—— ib. ἀλλάλαις	αλλαλας
—— l. 40	ταλικαύτα	—— l. 6 τηλικαύτη	τηλικαυτα
—— l. 43	πολλαπλασιασθεισῶν	—— l. 7 πολλαπλασθέσαι	πολλαπλασθεισαι
—328. l. 5	τῶν διυτέρων ἀριθμῶν.	—— l. 15 ἀριθμῶν	διυτερων αριθμων
—— l. 7	μέγεθος	—— ib. μέγεθος	μεγεθος
—— l. 11	πολλαπλασία	—— l. 17 ∘ ∘	πολλαπλασια εστι
—— l. 14	μυριάδων	—— l. 19 ∘ ∘	μυριων
—— l. 16	τᾶν χιλιᾶν	—— l. 20 τάγχιαι	ταν χιλιαν
—— l. 20	ἀναλόγων·	—— l. 22 ἀναλογίας	αναλογιαι
—— l. 24	ἐστί·	—— l. 25 ἐστὶ	εστι

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 328. l. 29 τῶν διάμετρον	Pag. 125. l. 27 • •	τα τὰ διαμετρου
—— l. 32 ἰσχύσας	—— l. 29 ἰσχύσας	ισχυσας
—— l. 34 τῦ μήκους	—— – ib. τοῦ μεγέθους	τυ μεγεθος
— 329. l. 1 μονάδες	—— l. 40 μυριάδες	μοναδες
—— l. 3 μήκους	—— l. 41 μεγέθους	μεγεθος
—— l. 5 τῶν	—— l. 42 τῶν ϡ	deeſt ϡ
—— l. 15 ἀνὰ μονάδες	—— l. 47 • •	απομαδες
—— l. 22 ἄλλαι	—— l. 51 • •	αι αλλαι
—— l. 30 μυριάδων,	— 126. l. 4 • •	μυριαδας
—— l. 33 ταλικαύτα,	—— l. 6 • •	ταλικαυτα τι μεγεθος
—— l. 36 τῶν δέκα μονάδων	—— l. 7 τῶν ϡ μονάδων	των δικα μοναδων
—— l. 44 καλαμίνων	—— l. 11 καμίνων	καμινων corr. καλαμινων
— 330. l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 • •	σφαιρας corr.
—— l. 11 χιλιῶν	—— l. 20 χιλίων	των χιλιων
—— l. 24 μυριάδες	—— l. 27 μυριάδων	μυριαδων
—— l. 25 μήκους	—— – ib. μεγέθους	μεγεθος
—— l. 34 μυριάδων	—— l. 32 • •	μυριαδων P.
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ισον
— 331. l. 7 Ὅτι μὲν ἀμοίους	—— l. 43 • •	Inter Ὅ, et ἀμοίους relicta eſt Lacuna trium circiter ſyllabarum.
—— l. 25 ἀλλάλαις	— 127. l. 2 ἀλλάλαις	αλλαλας
—— l. 28 Δέδεικται δή,	—— l. 3 δέδεικται γὰρ	δεδικται δη
— 332. l. 5 ἐνυθειαῖσαι	—— l. 17 ἐνυθείσης	ενυθειρσας
		In fine repetitur titulus, nimirum Αρχιμηδους ψαμμιτης.

Tandem pro coronide hujus Collationis ſubjiciemus Scholion illud, quod ſupra diximus • incidere in paginam Codicis 92. quodque pertinet ad Caput X. Libri Περὶ ἑλίκων, in quo cum figlæ quædam occurrant, quas minime extricare potuimus, eas, ſicuti jacent in Codice, ita depingere conabimur. Ita igitur habet.

ΣΧΟΛΙΟΝ ΕΙΣ ΤΟ Ι ΤΗΕΩΡ.

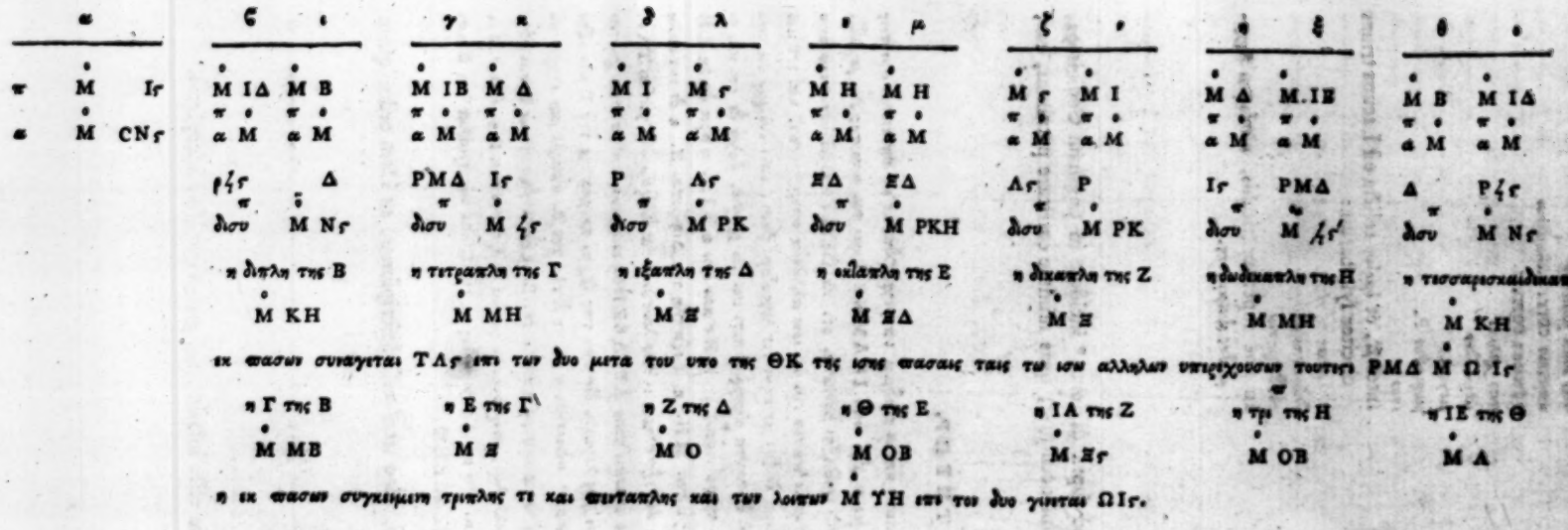
Ισα δὲ και των αριθμων απολειθομενων τω λεξει σαφεστερον το θεωρημα υποκεισθω τα αυτα και οι αριθμοι υπογεγραφθωσαν ως υποκεινται συν τοις πολλαπλασιασμοις. εστω ουν συνθεντι ισαι αι απο των απ αρχης ισων αλληλων υπαρχοντα μετα των απο ΙΚΑΜΝΞΟ και του απο της Α. μχλϛ. τα δε απο των τω ισω αλληλων υπαρχουσων ΩΙϛ. δηλον ουν το λεγομενον. λοιπον επιδειξαι βουλεται οτι τα δις υπο πεντε μετα των απο ΙΚΑΜΝΞΟ του υπο της Β και πασων των τω ισω αλληλων υπαρχουσων ισον εστιν τοις εκ πασων των τω ισω αλληλων υπαρχουσων, και εστι μιν αυτοθεν υποκειμενον των αριθμων αρχομενος. ὁ δε γε Αρχιμηδης γραμμικως αυτο βουλομενος δειξαι μεταγει τον λογον και φησι. εστι δυο μεν τα υπο των ΒΙ περιεχομενα ισα τω υπο της διπλασιας τῆς Β και της Θ και τα εξης. φανερα δε ταυτα αναγραψαντι σοι τα χωρια. δηλον δε οτι και οι αριθμοι απαντησουσιν. ως γαρ εστι του δις υπο ΒΙ. εστιν η μεν ΒΙΔ ἡ δε ΙΒ. ωστε και το υπ' αυτων § γ†, Νϛ και εστιν η ΒΙΔ. η αρα διπλη ΚΗ εστι του Β δια το ισην ειναι της Ι της Θ ‡ ΓΧ. ομοιως δε ἡ τετραπλη της Γ. Νϛ. γίνεται ΜΗ. η δε εξαπλη της Δ γινεται Ξ. η δε οκταπλη της Ε γινεται ΞΔ και εφεξης υποκεινται. ωστε η εκ πασων της τε διπλης και τετραπλης και εξαπλης και των λοιπων ϑ τω διαγραμμαϊ γινεται ΤΑϛ. ειτα παλιν τα συν συμπαντα πολλαπλασιοντα το περιεχομενον υπο τε τας Θ και τας ισας πασαις ταις ΑΒΓΔΕΖΗΘ ισουται ισα τω περιεχομενω υπο τε τας Θ και τας ισας πασας. τα τε Α και τα τριπλασια της Β και εξης. εστι γαρ λεγωντο δισ υπο τας Β και τετραπλης της Γ και εξης εταγει συν αυτοις τω τε υπο της Θ και της ισης πασαις των τω ισω αλληλων υπαρχουσων· ὑδιεστερον η οτι τη διπλη της Β. εταγει και ετεραν ως γινεσθαι τριπλην και τη τετραπλη της Γ εταγει και στιμπλον και εξης ομοιως. γινεται ων ως ειρηται η διπλη της Β. και τετραπλη της Γ και εξης των λοιπων ΤΑϛ και εστιν η ΘΒ το υπο δηλον οτι ΧΟΒ η δε ιση πασαις ταις τω ισω αλληλαις υπαρχουσων γινεται ΟΒ α εστι των Β γινεται ΡΜΔ μετα των ΧΟΒ γινεται ΩΙϛ. η δε τριπλη της Β γινεται ΜΒ. και εξης ως υποκεινται εστιν ουν η συγκειμενη εκ της Α και της τριπλης της Β και πενταπλης και των εξης ΥΗ εστι των δυο γινεται ΩΙϛ. αυτη εστι και τα απο των ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

Sequentes lineas cum ſuis ſupputationibus, ad hoc Scholion pertinentes, ideo tranſverſe deſcripſimus, ut idem ordo, quem habent in Codice, ſervaretur.

• Vide pag. 411.

§ Hoc nexu fortaſſe indicatur vox γίνεται, vel γίνονται, et occurrit etiam aliàs inferius, ubi pro γίνεται illud accepimus.

‡ Hunc nexum minime extricare valuimus.


α

π Μ Ιγ
α Μ CNγ

ζ ι

Μ ΙΔ Μ Β
α Μ α Μ

ρζγ Δ
δισυ Μ Νγ

γ κ

Μ ΙΒ Μ Δ
α Μ α Μ

ΡΜΔ Ιγ
δισυ Μ ζγ

δ λ

Μ Ι Μ γ
α Μ α Μ

Ρ Αγ
δισυ Μ ΡΚ

ε μ

Μ Η Μ Η
α Μ α Μ

ΞΔ ΞΔ
δισυ Μ ΡΚΗ

ζ ν

Μ γ Μ Ι
α Μ α Μ

Αγ Ρ
δισυ Μ ΡΚ

η ξ

Μ Δ Μ.ΙΞ
α Μ α Μ

Ιγ ΡΜΔ
δισυ Μ ζγ

θ ο

Μ Β Μ ΙΔ
α Μ α Μ

Δ Ρζγ
δισυ Μ Νγ

η διπλη της Β
Μ ΚΗ

η τετραπλη της Γ
Μ ΜΗ

η εξαπλη της Δ
Μ Ξ

η οκταπλη της Ε
Μ ΞΔ

η δεκαπλη της Ζ
Μ Ξ

η δωδεκαπλη της Η
Μ ΜΗ

η τεσσαρεσκαιδεκαπλη της Θ
Μ Κ.Η

εκ φασων συναγεται ΤΔγ ετι των δυο μετα του υπο της ΘΚ της ισης φασαις ταις τω ισω αλληλων υπεριχουσων τουτεστι ΡΜΔ Μ Ω Ιγ

η Γ της Β
Μ ΜΒ

η Ε της Γ
Μ Ξ

η Ζ της Δ
Μ Ο

η Θ της Ε
Μ ΟΒ

η ΙΑ της Ζ
Μ.Ξγ

η τρι της Η
Μ ΟΒ

η ΙΕ της Θ
Μ Α

η εκ φασων συγκειμενη τριπλης τε και φευταπλης και των λοιπων Μ ΥΗ ετι των δυο γινεται ΩΙγ.

Hoc opus absolutum fuit die XXIII. Mensis Junii, Ann. MDCCLXXXVI.

curante Angelo Maria Bandinio, I.V.D. Mediceæ Bibliothecæ, et Publicæ Marucellianæ

Regio Præfecto, ac Moderatore.

COLLATIO OPERUM
ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN MSS.

BIBLIOTHECÆ REGIÆ PARISIENSIS;

No. 2359, 2360, 2361, 2362.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN IISDEM CODICIBUS;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Litera *A* notatur Codex 2359, Litera *B* Cod. 2360, Litera *C* Cod. 2361, Litera *D* Cod. 2362.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Tit. Αρχιμηδους ισπιτιδων &c.	Tit. • •	Tit. Αρχιμήδης περὶ ισπιτιδων
Pag. 1. l. 1 τῶν	Pag.104. l. 33 • •	deeſt. *A.*
—— l. 2 ἰσορρόπιῖν	—— – ib. • •	ἰσορρόπων. *A.*
—— l. 3 ἰσορροπιῖν ἀλλὰ ῥέπειν	—— l. 34 • •	ἰσορρόπων ἀλλα ῥίπων. *A.*
—— l. 6 ποτιτιθῆ τι	—— l. 36 ποτιτιθῆ	ποτϊτιθῆ τϊ. *A.*
—— l. 7 προστίθη	—— l. 37 • •	ποτϊετίθη. *C.* προστίθη. *D.*
—— l. 11 καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρίων ἐφαμόζειν ἐπ' ἄλλαλα	÷—— l. 39 καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρίων ἐφαρμόζη ἐπ' ἄλληλα	deſunt. *C.*
—— l. 12 ἐφαμοζειν	—— l. 40 ἐφαρμοζῆ	εφαρμοζει. *B. D.*
—— l. 19 ὃ ἀ περίμετρος	—— l. 43 ὃ ἀπερίμετρος	εἰκα ἀπερίμετρος. *B.* ὄκα ἀ περίμῖρος. *C. D.*
—— l. 20 εἶμεν δεῖ	—— l. 44 εἶναι δεῖ	ειι. *A.*
—— 2. l. 2 τὸ λέγει	—— 55. l. 23 • •	τὶ λέγει. *D.*
—— l. 6 βιβλίω	—— l. 26 • •	deeſt. *D.*
—— l. 11 βάρυς	—— l. 31 • •	βαρας. *A.*
—— l. 32 ἐπισκεμμένοις	—— 56. l. 3 • •	ἐπϊσκεπτομένοις. *A. C. D.*
—— l. 35 πᾶσιν	—— l. 5 • •	πασῶν. *A.*
—— l. 44 ΕΘ πρὸς ΘΚ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπιζευχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ.	—— l. 12 ΕΘ πρὸς καὶ ἐπιζευχθωσαν αἱ ΘΛ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ κ᾽ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ	Ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ	—— l. 18 τῶ δὶ Ζ τριγώνω	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. *B. C.*
	—— l. 22 a ΔΕΖ ad ἣ ΒΓ l. ſeq. inc.	deſunt. *D.*
—— 3. l. 1 ΑΒΓ τριγώνῳ· ὅτι κ᾽ ἰσ τῶ	—— l. 27 • •	deſunt. *D.*
—— l. 2 αἱ ἀπὸ τῦ Θ	—— l. 27 ἀπὸ τῦ Θ	αἱ ἀπὸ τῦ Θ. *C. D.*
—— l. 4 ὃ ἀ περίμετρος	—— l. 29 • •	εἶκα ἀ περίμετρος. *B.* ὃ κα ἀ περίμῖρος. *C.* ὄκ ἀ περίμῖρος. *D.*
—— l. 6 ἡμῖν	—— l. 30 • •	deeſt. *A.*
—— l. 7 προειρημένοις	—— – ib. • •	προοιμίοις. *B. C. D.*
—— l. 12 τοῦ ΑΒΓ	—— l. 34 τῦ ΑΒ	τοῦ ΑΒΓ. *C. D.*
—— l. 16 συμπίπτουσιν	—— l. 36 • •	συμπίπῖωσαι. *D.*
—— l. 26 ὅπερ	—— l. 45 deeſt	ὅπιρ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codices Parisien.
Pag. 5.	l. 31 ἰσοῦται	Pag. 104.	l. 45 ἴσονται	ισουται. *B. C.* ἴσωται. *A. D.*
——	l. 39 γὰρ τᾶς	—— 105.	l. 1 τᾶς	γὰς τᾶς. *A. B. C. D.*
——	l. 42 αντιπεπονθὸτες	——	l. 3 • •	αντίπεπονθῶ. *A. B. D.*
——	l. 46 τὸ μεῖζον ἀπὸ	——	l. 4 τὸ ἀπὸ	τὸ ΓΖ ἀπὸ. *A.* τὸ μεῖζον ἀπὸ. *B.* τὸ ΨΖ ἀπὸ. *C. D.*
——	l. 48 ἕτερ μεῖζον τὸ Α	——	l. 5 τὸ Α • ἕτερ	ατερ ΓΖ τὸ ΑΣ. *A. D.* ἕτερ μεῖζον τὸ Α. *B.* ἕτερ ΨΖ τὸ Α. *C.*
——	l. 51 μὴ γὰρ ἕτερ ἐλάττων	——	l. 6 μὴ γίνεται ἕτερ	μὴ γὰρ ἕτερ διαστων. *A. C. D.*
—— 4.	l. 1 ζήλει ἐπὶ τὸ Β	——	l. 8 • •	desinit. *D.*
——	l. 6 ταῦτα	——	l. 14 τὰ αὐτὰ	ταῦτα. *A. B. C. D.*
——	l. 9 μεῖζον	——	l. 17 μείζων	μείζον. *C. D.*
——	l. 13 ἔχοντι	——	l. 19 • •	ἔτι. *D.*
——	l. 15 μεγεθῶν	——	l. 20 • •	μεγεθῶν. *A.*
——	l. 31 ἰσοῤῥοποῦντι	——	l. 31 • •	ἰσορροπουντι. *C. D.*
——	l. 37 κέντρον	—— 56.	l. 46 • •	ἕτερ κέντρον. *A. B. C. D.*
——	l. 47 πάντων	—— 105.	l. 36 • •	πάντων τῶν. *B. C. D.*
—— 5.	l. 2 αὐτῶν κέντρων	——	l. 37 • •	τὸ αὐτὸ κέντρον. *C. D.*
——	l. 3 a κέντρα ad ΑΒΓ l. seq.	——	l. 38 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
——	l. 5 ἴσαι	——	l. 39 • •	deest. *A.*
——	l. 14 δῆλον	——	l. 45 • •	δῆλον ὅτι. *B.*
——	l. 19 ὅτι ὑπόσων καὶ τῶν	——	l. 49 • •	ὑπόσων πάντων. *A.*
——	l. 22 μεγεθους	——	l. 51 • •	μεγεθεα. *A. B. C. D.*
——	l. 24 μεγεθέων	—— 106.	l. 1 μεγεθων	μεγεθῶν. *C. D.*
——	l. 25 κέντρον	——	l. 2 • •	κέντρα. *A.*
——	— ib. a τὸ σαμεῖον ad βάρεως l. 38.	——	— ib. • • ad lin. 15.	desunt. *A. D.*
——	l. 45 καὶ ὡς	——	l. 18 • •	καὶ ἕτερ ὡς. *A. C. D.*
—— 6.	l. 2 Α	——	l. 20 • •	deest. *B.*
——	l. 4 κοινὸν μέτρον	——	l. 21 • •	τῷ κοινὸν μετρον. *B.* κοινὸν κεντρον. *C.*
——	l. 11 ἑκατέρας	——	l. 24 ἑκατέρα	ἑκατέρα. *C.*
——	l. 13 ἡμίσεα	——	l. 26 ἡμίσου	ἡμίσεα. *B. C. D.*
——	l. 20 ἕτερ τὸ	——	l. 34 • •	ἕτερ καὶ τὸ. *B. C. D.*
——	l. 25 πολλαπλάσιον ὂν	——	l. 37 πολλαπλασίων ὂν	πολλαπλάσιον. *A. D.* πολλαπλάσιων ὢν. *B. C.*
——	l. 27 τῷ Ν	——	l. 38 τᾶ Ν	Ν. *A. D.*
——	l. 28 ἴσα ἐστὶ	——	l. 39 • •	ἴσον. *A.* ἴσον. *D.*
——	l. 32 μεγέθεα	——	l. 41 • •	deest. *D.*
——	l. 40 κέντρον	——	l. 45 • •	μέτρον. *A. B. D.*
——	l. 41 ἀλλ' ὧν	——	ib. — • •	ὧν. *A. D.* ἴσαι ὧν. *B. C.*
——	l. 44 διχαχῶ	——	l. 46 • • —— 47 διχάμεν	deest. *C.* —— διχαχῶ. *A. B. C. D.*
—— 7.	l. 6 ἀντιπεπονθότως	—— 107.	l. 1 • •	ἀντιπεπονθότων. *A. B. C. D.*
——	l. 18 ὅτι —τῷ Γ ἢ ὑ	——	l. 9 • • —— 10 • •	ἢ ὅτι. *B.* —— τῷ γη ὅτως. *A.*
——	l. 23 ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἀ ΔΕ	——	l. 16 • •	ποτὶ τὸ ΓΗ ἀ ΔΕ. *A.*
——	l. 25 τὸ Ζ, —— τὸ Δ.	——	l. 17 • • —— • •	τῷ Ζ. —— τῷ Δ. *B.*
——	l. 26 τῷ ΑΒ.	——	— ib. τὸ Α	τῷ. Α. *B.*
——	l. 31 ἐλαττῶν	—— 57.	l. 3 • •	τὸ ἐλαττῶν. *A. C. D.*
——	l. 32 τῶν	——	— ib. • •	τῷ. *B. C. D.*
——	l. 33 Ὥστε	——	l. 4 • •	deest. *A. B. C. D.*
——	l. 42 τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—— 107.	l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῆ·	ἀφαιρεθῆ τι μεγέθεως. *A.* et μέγεθος. *B. C. D.*
——	l. 47 ἐπὶ	——	l. 20 ἐφ' ὃ	ἐφ' ὃ. *D.*
—— 8.	l. 3 ποτὶ τὰν	——	l. 22 πρὸς τὸν	ποτὶ τὸν. *C.*
——	l. 4 τῷ ἀφῃρημένῳ μεγέθιος	——	— ib. • •	τῶν ἀφῃρημένων μεγεθῶν. *A. B. C. D.*
——	l. 20 τμάματα	——	l. 36 • •	τα τμηματα. *B. C. D.*
——	— ib. ἀντιπέπονθε μὲν	——	— ib. ἀντιπεπονπέμεν	ἀντιπέπονθεμεν. *A.* ἀντιπέπονθεν μὲν. *C.* ἀντιπέπονθε μὲν. *D.*
——	l. 22 ἔσαν	——	— ib. • •	ἄρα. *A.*
——	l. 45 Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ	——	l. 51 • •	desunt. *D.*
——	l. 47 αὐτῶν	—— 108.	l. 1 αὐτᾶ	αὐτᾶ in marg. ex manu ead. αὐτῶν. *B.*
—— 9.	l. 7 βάρεος	——	l. 5 βάρη	βάρεος. *D.*
——	l. 16 δίχα τέμνουσα	——	l. 9 τέμνουσα	δίχα τέμνουσα. *C. D.*
——	l. 28 Τὰ ὂν ΑΔΒ, ΒΔΓ	——	l. 21 desunt	τὰ ἄρα ΑΒΔ ΒΔΓ. *A. B.* τὰ δὴ ΑΒΔ ΒΔΓ. *C.* τὰ ἄρα ΑΒΔ. *D.*
——	l. 32 Καὶ τετμάσθω δίχα ἀ ΔΒ κατὰ τὸ Θ,	——	l. 24 • •	desunt. *A. B. C. D.*
——	l. 38 ΑΒΔ	——	l. 29 • •	ΑΒΓ. *D.*
——	— ib. ΒΔΓ	——	l. 30 • •	ΑΔΓ. *D.*
——	l. 39 τᾶς ΑΒ	——	l. 31 • •	τᾶς μὲν ΑΒ. *B. C. D.*
——	l. 42 ΒΔΓ	——	l. 34 ΑΔΓ	ΒΔΓ. *B.*
——	l. 46 τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας· ὅπερ ἐστὶ	——	l. 36 • •	desunt. *D.*
—— 10.	l. 6 σαμεῖα	——	l. 40 σαμεῖον	σαμεῖα. *A.*
——	l. 19 Μὴ γὰρ, ἀλλ', εἰ	—— 109.	l. 2 • •	καὶ γὰρ ἄλλη. *D.*
——	l. 32 τὸ Ν σαμεῖον, ὅπερ	——	l. 8 • •	desunt. *B. C D.*
——	— ib. ὅπερ	——	— ib. • •	ἐστὶν ἄρα. *A.*
——	l. 37 βάσιν	——	l. 10 • •	τὰν βάσιν. *A. B. C. D.*
——	l. 38 ὁμοίως	——	l. 11 ὁμοίας	ὁμοίως. *C. D.*
—— 11.	l. 2 καὶ γεγονέτω ὡς	——	l. 19 • •	καὶ πεποιήσθω. *A.* καὶ πεπονήσθω ως. *B. C.* πεποιήθω. *D.*
——	l. 7 ΑΗΒ	——	l. 28 • •	ΑΗΒ γωνία. *B. C. D.*
——	l. 19 ποτὶ	——	l. 34 • •	ποτὶ τᾶς. *C. D.*
——	l. 20 καὶ	——	— ib. • •	deest. *D.*
——	l. 31 δι' αὐτοῦ	——	l. 39 • •	διὰ τᾶ. *A. C. D.* διὰ τῶ Θ. *B.*
——	l. 32 Αἰὶ δὴ	——	— ib. ἀ εἴδη	αἰὶ δὴ. *C. D.*
——	l. 34 ΒΔ, ΔΓ	——	l. 40 • •	ΒΑ, ΑΓ. *B.*
——	l. 35 παρὰ τὰν ΑΔ	——	— ib. • •	calamo in transversum ducto deleta.
—— 12.	l. 7 λόγος	——	l. 50 • •	deest. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 12. l. 7 λόγος ὁ αὐτὸς ἐστι τῇ ὅλας τῆς ΦΡ πρὸς ΡΠ· διὰ τὸ ἴσους εἶναι τὰ τρίγωνα.	—109. l. 50 • •	μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ΦΡ πρὸς τὰ τρίγωνα. *A. D.*
—— l. 17 τι	—110. l. 4 τὸ	τὸ. *A. C. D.*
—— l. 29 τῇ ἀνωλαφθείσας,	—— l. 20 • •	defunt. *D.*
—— l. 33 διὰ τῦ Χ	—— l. 22 • •	διὰ τῦ Χ. *A.*
—— l. 34 ἐστὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐστὶ,	—— l. 23 • •	ex correctione in marg. ἐστὶ τὰ αὐτὰ πάντα πρὸς ἴσοις ταυτὰ κίνητα. *B.*
—— l. 43 ὡς ἄρα	—57. l. 12 • •	ὥστε. *C.*
—13. l. 5 αὐτὰ	—— l. 20 • •	αὐτὰ τὰ. *C. D.*
—— l. 7 βάσεις. Ἀλλὰ	—— l. 21 • •	βάσεις, πρὸς ἄλλα. *A. D.*
—— l. 15 ἄρα	—— l. 25 • •	deeſt. *A.*
—— l. 17 τὰν	—— l. 26 • •	τᾶς. *A.*
—— l. 18 δῆλον ὅτι	—— l. 28 • •	δηλονότι. *C. D.*
—— l. 20 τῶν μὲν παραλληλογραμμῶν	—— l. 29 • •	τῦ μὲν παραλληλογράμμυ. *D.*
—— l. 27 αἱ ΕΔ, ΖΕ	—110. l. 27 • •	ΕΔ. *D.*
—— l. 28 παρὰ τὰν ΑΘ	—— – ib. • •	παρὰ τὰν ΑΔΒ ΑΘ. *C.*
—— l. 32 τὰν ΒΑ	—— l. 29 τὸν ΒΑ	τὰν ΒΑ. *B.*
—14. l. 8 διὰ τυ	—111. l. 1 • •	δὴ διὰ τῦ. *C.*
—— l. 12 Θ, Κ, Α ἰσ	—57. l. 30 ΘΜ ΑΞ	ΘΚ Αγ, ΘΚ Αγ. *D.*
—— l. 13 ΑΘ, ΕΚ, ΖΔ	—— – ib. ΑΘΕ ΚΖΑ	ΑΘΕ, ΚΖΥ. *D.*
—— l. 23 Ἔστι δὲ	—111. l. 5 αἱ δὲ	ἐστὶ δὲ. *B.*
—— l. 33 ἴσχυι	—— l. 14 • •	ἴσχυν. *C. D.*
—— l. 34 τῇ διπλασίᾳ	—— – ib. τῆς διπλασίας	τὰ διπλασία. *B.*
—— l. 35 τῆς μείζονος μετὰ	—— l. 15 • •	defunt. *D.*
—— l. 44 ΒΑΗ,	—— l. 19 • •	ΒΗ. *A.*
—15. l. 9 ἅπτηαι	—— l. 32 ὑπὸ τᾶς	ἅπτεται. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὅστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος	—— l. 33 • •	defunt. *C.*
—— l. 12 Διὰ ταῦτα δὴ	—— l. 36 • •	Διὰ τὰ Δ. *C.* διὰ τὰν αὐτὰ Δ. *D.*
—— l. 15 τραπέζιον	—— l. 38 τραπεζίου	τὸ τραπέζιον. *B.* τετραπέζιον. *D.*
—— l. 17 καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὅστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τῦ βάρεος	—— l. 39 • •	defunt. *C.*
—— l. 25 ποτὶ δύο τὰς ΑΔ,	—— l. 43 • •	ποτὶ τᾶς ΑΔ. *A.*
—— l. 28 τετάρτυ	—— l. 45 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 39 τᾶς ΒΔ.	—57. l. 40 • •	deſunt. *D.*
—— l. 44 τὰν πλευρῶν	—— l. 44 • •	τᾶς πλευρᾶς. *D.*
—— – ib. ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 45 ἐπιζευγνύμενοι	ἐπιζευγνύμεναι. *A. B. C.* ἐπιζευγνύουσαι. *D.*
—— l. 47 ΑΔ, ΒΔ,	—— l. 46 • •	ΑΔ, ΔΒ. *A.*
—— l. 49 βάσεις	—58. l. 1 βάσις	βάσεις
—16. l. 3 Ὅστε	—— l. 3 • •	ὥστε καὶ
—17. l. 1 ὃς	—127. l. 18 ὡς	ὅς. *B. C.*
—— l. 4 εἰκεῖον	—— l. 19 • •	deeſt. *C.*
—— – ib. ἰλυτόθημεν,	—— l. 20 ἐμπλήθημεν	ἰλυτόθημεν. *B. C. D.*
—— l. 9 ὑφ' ἡμῶν	—— l. 23 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ὑμῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ὑφ' ἡμῶν	—— l. 30 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ὑμῶν. *A. B. C. D.*
—18. l. 15 προκειμένῳ	—— l. 40 • •	προειρημένῳ. *B. C. D.*
—— l. 17 τῶν ἄπειρον τότε	—— l. 41 τοῦ τότε	τῶν ἄπειρον τότου τοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 ἀναγομένων	—— l. 42 ἀναγμένου	ἀναγομένων. *B.*
—— – ib. ὑφ' ἡμῶν	—— – ib. • •	ὑφ' ἁμῶν. *A.*
—— l. 21 ἀποτέλλομεν	—— l. 43 ἀποτέλλομεν	ἀποτέλλομεν. *C. D.*
—— l. 27 ἃ ΑΒΓ, ἧ δὴ ἃ μὲν ΒΔ	—128. l. 1 ἃ ΒΓ, ἡ δὴ ἃ μὲν ΒΔ	ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓ. ἡ δὴ ΒΔ. *A. B. C.* ἐφ' ἃς ΑΒΓ. ἡ δὴ ΒΓ. *D.*
—— l. 29 ΑΔΓ	—— l. 3 • •	ΑΓ. *A.*
—— l. 32 κατὰ τὸ Β· ἰσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ' ἂν ἴσα ᾖ ἃ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἰσοῦνται ἅπτι ΑΓ, καὶ ἃ καλὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κύνου τομᾶς	—— l. 5 καλὰ τὸ Β, ἰσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι	ἴσα ἄρα ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ καὶ ἴσα ἃ ΑΔ παράλληλοι ἰσοῦνται αἵτε ΑΓ καὶ ἃ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τῦ κώνυ τομᾶς. *A. D.* et ἄρα mutato in ἴσαι. *C.* ἴσα ἴσαι ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ καὶ ἴση ἡ ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ παράλληλοι ἰσοῦνται ἅπτι ΑΓ ᾗ ἃ καλὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τῦ κώνυ τομᾶς. *B.*
—— l. 37 ἧ	—— l. 7 • •	deeſt. *C.*
—— l. 38 ΑΒΓ, ἧ δὴ ἃ ΒΔ	—— – ib. ΑΒ, ἧ δὴ ἃ ΒΔ	ΑΒΓ ἧ δὴ ἃ μὲν ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ᾗ ἃ ΓΕ	—— l. 10 • •	ἃ δὴ ΕΓ. *A. B. C. D.*
—19. l. 1 ἡ	—— l. 13 • •	deeſt. *C.*
—— – ib. ΑΒΓ,	—— – ib. ΑΒ	ΑΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 2 αἱ διάμετροι,	—— l. 14 τᾶ διαμέτρῳ	ἃ διάμετρος. *B.*
—— – ib. ἀχθῶσι	—— l. 15 • •	ἄχθωσαν. *C.*
—— l. 3 παρὰ τὰν	—— – ib. • •	deſunt. *A. C. D.* παρὰ τὰν margine. *B.*
—— l. 4 κατὰ τὸ Β	—— l. 16 • •	ἐπιψαύσαι. *B.* corr. marg. ἐπιψαύσαν.
—— – ib. ἐπιψαύσαν	—— – ib. • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 6 μάκει	—— l. 17 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 7 ὅτως δυνάμει	—— – ib. • •	ex correctione μάκει. *B.*
—— l. 17 τίμνουσα	—— l. 24 τίμνουσαν	τίμνουσα. *A.*
	—— l. 25 δὴ των non rep. in Ed.Ox.	διὰ τῶν. *A. C.* διὰ τὰν. *D.*
—— l. 21 Ἀχθω	—— l. 27 ἤχθω	ἄχθω. *C.*
—— l. 22 ΚΗ.	—— – ib. • •	ΚΙ
—— l. 23 τὰν	—— l. 28 • •	deeſt
—— l. 25 ΚΗ	—— l. 29 • •	ΚΙ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει.	—— l. 31 • •	ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ποτὶ τὰν ΔΖ, ὅτως ἃ ΘΖ	—— l. 33 • •	deſunt. *A.* hiatus eſt lineæ dimidio æqualis. *B. C. D.*
—— l. 43 ἐν τῇ ΖΑΓ	—129. l. 1 • •	deſunt. *D.*
	—— l. 2 ἀναλόγον non in Ed. Ox.	ἀνάλογον. *C. D.*
—20. l. 5 παρὰ τὰν	—— l. 4 • •	ποτὶ τὰν. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 20. l. 20 BE. Εἰ μὲν ἓν δίχα τέμοι ἃ ἀχθεῖσα τῶν	Pag. 129. l. 13 • •	desunt. *D.*
—— 21. l. 3 ὡς τῶν εἰσῖται.	—— l. 31 • •	ὡς σύγκεινται. *C.*
—— l. 5 ἰσοῦται	—— l. 33 EK τῇ	in ras fine accentu. *A. C. D.*
—— l. 7 ἀγόμεναι	—— l. 36 • •	ἀγμέναι. *C.*
—— l. 8 καθέτοις	—— l. 39 • •	καθέτοις. *A. B. C. D.*
—— l. 9 διπλασίοια	—— l. 44 • •	διπλάσιον. *A.*
—— l. 10 εἶμεν	—— – ib. • •	ἄει μὲν. *A. D.*
—— l. 14 ἃ μὲν	—— l. 47 ἃ μὲν	μὲν. *C.*
—— l. 17 τριγώνιον,	—— – ib. • •	τρίγωνον. *A.*
—— l. 33 βάσιν	—— 130. l. 7 • •	βάσιν μὲν. *C. D.*
—— l. 37 χωρίων	—— l. 13 • •	deest. *C.*
—— l. 44 γάρ τι	—— l. 18 • •	γάρ τοι. *B. C.*
—— 22. l. 32 κεκμαίδω	—— l. 51 • •	κεκμαίδω. *B. C. D.*
—— l. 34 τὰ Γ, E.	—— – ib. • •	ΓE. *C.* τὰ ΓE. *D.*
—— l. 35 κεκμαίσθω	—— – ib. • •	κεκμαίσθω. *C. D.*
—— 23. l. 18 ἴσχει τὰν EH	—— 131. l. 20 • •	ὃν ἴσχει τὰν EH. *A. D.* ὧν ἴσχει ἡ EH. *B. C.*
—— l. 25 ἰσορροπήσοι	—— l. 24 • •	ἰσορροπήσιτω. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἄρα λόγον ἴσχει	—— l. 26 • •	λόγον ἴσχει. *C. D.*
—— l. 31 ὅπερ ποτὶ τὸ Λ· ἰσεῖ καὶ ἃ AB ποτὶ τὰν BE μείζονα λόγον ἴσχει,	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 31 λόγον ἴσχει, ὅπερ	—— – ib. • •	λόγον ἴσχει τὸ BΔHK τραπέζιον ποτὶ τὸ Z, ὅπερ. *A.*
—— l. 46 τὰ B, H,	—— l. 43 τὸ BH	τὰ BH. *B. C. D.*
—— l. 47 τὸ Z	—— – ib. τῷ Z	corr. τὸ Z. *B.*
—— 24. l. 2 τὸ Z	—— l. 44 • •	Z. *D.*
—— – ib. τῷ Λ.	—— – ib. • •	αὐτῷ Λ. *D.*
—— l. 19 τῷ Λ	—— l. 50 • •	τῷ μὲν Λ. *A. B. C. D.*
—— l. 26 τᾷ Z,	—— 132. l. 5 • •	τᾷ Z. *C.* τὰ Z. *D.*
—— l. 44 ἰσορροπεῖτω	—— l. 26 ἰσορροπούτω	ἰσορροπεῖτω. *B. C. D.*
—— 25. l. 14 καθ' ἃ τέμνουσιν	—— l. 38 • •	κατατέμνουσιν. *C.*
—— l. 17 ΛZ, MH,	—— l. 40 • •	ΛZ MH. *A. D.*
—— l. 21 ἃ ΓB·	—— l. 42 ἃ AB	ἃ ABΓ. *B. C. D.*
—— l. 29 ζυγῷ	—— l. 44 • •	τῷ ζυγῷ. *A. D.* τῷ ζυγῷ. *B. C.*
—— l. 38 TH·	—— l. 45 ΘH	TH. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἃ ΓΔ,	—— l. 48 • •	desunt. *A. D.*
—— 26. l. 4 ἴσχουσα	—— l. 51 ἴσχειν	ἴσχοντι. *A. C. D.* ἴσχουσα. *B.*
—— l. 16 ἴσχον,	—— 133. l. 21 ἴσχων	ἴσχον. *B.*
—— l. 23 τὰ αὐτὰ	—— l. 29 • •	ταῦτα. *C.*
—— l. 27 μὲν	—— l. 30 • •	deest. *B.*
—— l. 29 τὸ δὴ NI τῷ Ω,	—— l. 32 • •	desunt. *D.*
—— l. 31 χωρίω. Ἔστι δὴ τὸ ΓXΨΩΔ	—— l. 33 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 τὸ δὴ ΘH τῷ Ψ,	—— l. 35 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 45 ἰσεῖ τὰ αὐτὰ τᾷ	—— l. 41 ἰσεῖ τὰ τῷ	ἰσεῖ τῷ. *A. D.* ἰσεῖ τὰ αὐτὰ τῷ. *B.*
—— 27. l. 1 τὰν BΓ.	—— – ib. • •	τὰ BΓ. *D.*
—— l. 2 τὸ B·	—— l. 42 τῷ B	τὸ B. *B.*
—— l. 3 ἀπὸ τῷ B ἃ BΔ. Καὶ	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 13 ἴλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ ZΦ, HΘ, IΠ, τᾷ τῷ ΓOI τρ γώνῳ	—— l. 47 • •	desunt. *A, D.*
—— 28. l. 17 MΦ, NP, ΞΘ, ΠO.	—— 134. l. 40 MΦ NP ZΘ	MΦ NP ΞΘ ΠΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τρίγωνον, ἰλάσσονα ἐστὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τᾷ BΓE	—— l. 42 • •	desunt. *D.*
—— l. 25 ΘO,	—— l. 43 • •	desunt. *D.*
—— l. 26 γὰρ	—— l. 44 • •	deest. *A.*
—— l. 28 ΘP· καὶ τὸ XΞ ἴσον τᾷ	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 39 μεῖζον ἢ	—— l. 48 • •	μεῖζον ἂν ἡ
—— 29. l. 10 τμάματος	—— 135. l. 11 • •	χωρίῳ
—— – ib. ἴλασσον εἴη καὶ τὸ ΓBE τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων·	—— – ib. • •	desunt. *A. D.*
—— – ib. εἴη καὶ	—— – ib. • •	εἴη ἂν καὶ. *B.*
—— l. 31 παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει ταν BΓ· καὶ ἃ BΓ ἐστὶ	—— l. 27 • •	desunt. *A.*
—— l. 34 τομᾶς	—— l. 28 τομᾶς	τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— 30. l. 1 δὴ	—— 136. l. 2 μὲν	abest. *D.*
—— – ib. τριπλάσιον· δῆλον	—— – ib. • •	τριπλάσιον ἐστὶ τῷ δὴ BΘΓ τρῴγώνῳ τετραπλάσιον, δῆλον. *A. B. C. D.*
—— l. 2 BΘΓ τμᾶμα BΘΓ τριγώνου.	—— – ib. BΘΓ τμῆμα τῷ BΘΓ τριγώνου	BΘΓ τῷ BΔΓ τριγώνῳ. *A. C. D.*
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 • •	ἀπὸ ἐπὶ τᾶς. *C.*
—— l. 7 ἀγομέναν	—— – ib. ἀπομέναν	ἀγομέναν. *B.*
—— l. 16 εὐθείας τᾷ	—— l. 14 εὐθείας	εὐθείας καὶ. *D.*
—— l. 23 παραλλήλος	—— l. 17 • •	παράλληλοι
—— l. 29 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ ταὶν διάμετρον, ἃ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως, ἃ δὲ ἀπὸ μέσας τὰς ἡμισείας·	—— l. 20 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἔστι μέντοι	—— l. 32 ἔσται μὲν τοι	αἰ μὲν τί. *A. C. D.*
—— l. 44 ἴσχοντι	—— – ib. • •	deest. *C.*
—— l. 45 ZΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐστὶ τᾷ ἃ BΔ τᾶς BΘ μάκει. Φανερὸν	—— l. 33 • •	desunt. *D.*
—— 31. l. 6 Ἔστω γὰρ τὸ ABΓ τμᾶμα,	—— l. 38 • •	desunt. *D.*
—— l. 16 τῶν A, Γ	—— l. 48 • •	τας AΓ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 31. l. 19 τὸ ΑΒΓ	Pag. 136. l. 49 • •	ΑΒΓ. *C.*
—— l. 22 διδυγμένα,	—— l. 50 • •	διδυγμένα. *A.*
—— – ib. δῆλον ὅτι	—— – ib. • •	δηλονότι. *D.*
—— l. 23 περιτεμνόμενα	—— l. 51 • •	περιτεμνόμενα. *A. D.*
—32. l. 1 τμήματος	—137. l. 17 • •	τῆ τμήματος. *A. C. D.*
—— l. 2 τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ	—— – ib. • •	τὸ δὴ ΑΖΒ τρίγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 10 ΑΖΒ	—— l. 21 • •	ΑΖΒ ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 12 τμᾶμα	—— – ib. • •	τμήματος. *C. D.*
—— l. 20 κύκλου τομῆς·	—— l. 28 τομῆς	κύκλου τομῆς. *A.*
—— l. 21 ἐξῆς κείμενα	—— l. 29 • •	ἐξῆσκημένα. *D.*
—— l. 23 δὴ ἔστω τὸ Ζ	—— l. 30 • •	δὴ ἔστω τὸ ἐγγιμένον τῆ ἴσομέρη· μέγιστον δὴ ἔστω τὸ Ζ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 μεῖζον	—— l. 33 μεῖζων	μεῖζον. *A. C. D.*
—— l. 34 δῆλον ὅτι	—— l. 38 • •	δῆλον ὲν. *A.*
—— l. 40 ἴσα ἐστὶ τῆ Θ·	—— l. 43 ἴσων ὄντων ΤΘ	ἴσων ὄντων τῆ Θ. *A. C. D.* ἴσα ἐστὶ τῆ Θ. *B.*
—— l. 42 τῆ Ι	—— – ib. τῆ ΗΩΙ	τῆ σΩΙ. *C. D.* τῆ Ι. *B.*
—33. l. 6 ἐξῆς κείμενα	—— l. 48 • •	ἐξῆσκημένα. *D.*
—— l. 44 μεῖζον,	—138. l. 25 • •	μεῖζον ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 46 ΑΔΒΕΓ	—— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ. *A. B. C. D.*
—34. l. 1 δὴ εἰς	—— l. 30 • •	δὴ ᾗ εἰς. *A.*
—— l. 15 ἐστιν,	—— l. 49 • •	εἶναι. *A. D.*
—— l. 17 Κ	—— l. 51 • •	deest. *D.*
—— l. 26 τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων	—139. l. 4 τῆ μὲν ΖΗΘΙ χωρίω	τῶν μὲν ΖΗΘΙ χωρίων. *B. C.*
—— l. 28 μεῖζον τοῦ Γ· δῆλον ὡς μεῖζονα ἐστὶ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τῆ τμήματος.	—— l. 5 • •	
		desunt. *A. D.*
—35. l. 3 παραβαλεῖν,	—112. l. 2 • •	παραλαβεῖν. *D.*
—— l. 5 αὐτῶν	—— l. 3 • •	τῶν. *D.*
—— l. 7 διαιρέον	—— l. 5 διαιρέον	διαιρεμένας ex corr. in marg. διαιρέοντα. *B.*
—— l. 8 τὰν ἐιρημένων εὐθειῶν,	—— – ib. • •	τὰς ἐιρημένας εὐθείας. *B.*
—— – ib. αὐτῆς ἀντιπεπονθότως	—— l. 6 αὐτῆς ἀντιπεπονθότων	αὐτῆν ἀντιπεπονθότ. *B.*
—— l. 16 βάριος	—— l. 7 • •	βάριος ἔστω. *B. C. D.*
—36. l. 4 ΗΕ	—— l. 10 • •	ΗΘ. *B. C. D.*
—— – ib. ἴσα ἀ ΕΛ. Ἔστω καὶ	—— – ib. • •	ἴσα ἀ ΕΛ ἄρα καὶ. *D.*
—— l. 7 Περιεσολήθω	—— l. 11 • •	παραβεβλήθω. *B. C. D.*
—— – ib. παρὰ	—— l. 12 • •	περὶ. *A.*
—— l. 9 ΜΝ	—— – ib. • •	μὲν. *D.*
—— l. 17 ΘΚ,	—— l. 16 ΑΚ	ΘΚ. *A. C. D.*
—— l. 20 Καὶ τῆ	—— l. 18 Καὶ τῆ	ὥστε καὶ τῆ. *A.*
—— l. 25 εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ	—— l. 20 et 21 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 • •	γνωϊσμῶς. *A.*
—— l. 32 καὶ τὰς ἐξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσῦτᾶι τῆ τμάματος.	—— l. 26 • •	desunt. *C.*
—— l. 33 Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τῆ τμάματος	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 37 δὴ διχτίον	—— l. 33 δίδιχται	δὴ διχτίον. *A. B. C. D.*
—— l. 43 δοθῖσαν	—58. l. 10 • •	δοθῖσαν εὐθεῖαν. *A.*
—37. l. 10 Εἰ δὴ καὶ	—112. l. 34 • •	εἰ καὶ. *A.* εἶκα καὶ. *D.*
—— l. 13 ἐπὶ τᾶς τῆ	—— l. 36 ἐπὶ τῆ	ἐπὶ τᾶς τῆ. *A.*
—— l. 17 τὸ	—113. l. 1 • •	τὸ δὴ. *C.*
—— l. 18 Διάμετρος δὴ τοῦ τμάματος ἔστω ἀ ΒΔ.	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 24 τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ· τῆ δὴ ΖΗΘΙ	—— l. 3 • •	desunt. *A.*
—— l. 26 κέντρον ἐπὶ	—— l. 4 • •	κέντρον τῆ βαρίος ἐπὶ. *C.*
—— l. 33 ἀσαφῆς	—58. l. 19 • •	σαφ. *A.*
—— l. 35 παραβολῆς	—— l. 20 • •	περιβολῆς. *A.*
—— l. 41 ἀγομένη.	—— l. 24 ἀγομένη	ἀγομένην. *A. B. C.* deest. *D.*
—— l. 44 ΖΟ·	—— l. 26 • •	οὐκ. *A. B. C. D.*
—— l. 48 ἰφαπτόμενα	—— l. 29 ἰφαπτόμενα	ἰφαπτόμεναι. *B. C. D.*
—38. l. 1 ς'	—— l. 31 • •	καὶ. *D.*
—— l. 3 πρὸς	—— l. 32 • •	deest. *A.*
—— l. 5 Ἴση ἄρα καὶ	—— l. 33 • •	ἴση ἄρα ἐστὶν. *A.*
—— l. 6 τῆ ΚΓ ἴση ἐστί. Ἴση δὴ ὅλη ἡ ΑΔ τῆ ΔΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῆ ΔΚ·	—— – ib. • •	desunt. *C.*
—— l. 11 ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ·	—— l. 37 • •	αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *D.*
—— l. 13 παρὰ	—— l. 38 • •	περὶ. *C. D.*
—— l. 15 αἱ Τ,ΑΦ, καὶ Π,Δς.	—— l. 39 ϖβ,γ,δ,ς,ς'.	ϖβ,γ,δ,ς,ς'. *B.* Π,Β,Γ,Δ,Ες ς. *C.* Π β,γ,δ,ς,ς ς. *D.*
—— l. 19 ἡ Β,Α,	—— l. 41 • •	ἡ ΒΔ. *B. C. D.*
—— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΔ,	—59. l. 3 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΛ τῶ ἀπὸ Τ,Α.	—— l. 7 • •	διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΤΑ. *D.*
—39. l. 2 ἡ ΣΔ τριῶν,	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 3 καὶ οἶον ἄρα ἡ ΔΒ δικαὶξ, ἡ Β,Δ ἰσία,	—— l. 11 • •	desunt. *B.*
—— l. 11 ἐξῆς ἀριθμὸς τίμνονται.	—— l. 16 ἐξῆς ἀριθμὸς,*	ἐξῆς κημένης ἀριθμὸς. *A.* ἐξῆς κειμένης ἀριθμὸς. *B. C.* ἐξησκημένης ἀριθμὸς. *D.*
—— l. 14 ΑΠΕΤΒΧΖςΓ	—— l. 18 • •	ἀπὸ ΓΒΑΖςΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον.	—113. l. 10 ἴσων	ἴσον. *B. C. D.*
—— l. 36 περισσοὺς λόγους· καὶ ΡΟ, ὁμοίως·	—— l. 17 • •	περισσῶν λόγις καὶ ΠΡΟ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 39. l. 41 ἐξῶντα.	Pag. 113. l. 25 • •	ἐξωτέ. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἐστὶ	—— l. 29 ἐστὶ	καὶ. *D.*
—— l. 47 ΑΜ, Ω ρ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τὸ	—— l. 33 • •	ΜΝ ρΤ ἢ τῷ τὸ ὑ ΒΟΧΟΥ τριγώνου τοῦ, *A. D.*
—— — ib. ΑΜ, Ω ρ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τὸ κέντρον τῶν βαρέων ἰσοσθένει ἡμῶν διαιρίοντα τὰς ΜΝ, ρτ. Ἔστω	—— — ib. • •	ΜΝ, ρΤ. ἔστω. *B. C.*
—— 40. l. 1 αὐτὸν	—— l. 36 • •	τὸν αὐτὸν. *C.*
—— l. 3 γεγραμμένου τὸ κέντρον	—— l. 37 • •	ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον. *B.* ἐγγεγραμμένου τὸ Ο κέντρον. *C. D.*
—— l. 11 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 21 • •	πρὸς ταῖς κορυφαῖς. *C. D.*
—— l. 12 ὅτι	—— l. 22 • •	deeſt. *A.*
—— l. 18 καὶ	—— 113. l. 40 • •	τι καὶ. *D.*
—— l. 43 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ,	—— l. 49 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἐγγεγραμμένου	—— l. 50 • •	ἐγγεγραμμένου ἄρα. *C. D.*
—— l. 48 τῷ ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 51 • •	τὸν τῷ εὐθυγράμμῳ. *A. B. C. D.*
—— 41. l. 2 λοιπῷ	—— 114. l. 3 • •	λοιπὸν. *B. C. D.*
—— l. 7 εἴη	—— l. 16 • •	εἴη ἄν. *B.*
—— l. 15 δικάτῃ	—— 60. l. 4 • •	δευτέρῳ. *B. C. D.*
—— i. 16 τῶν	—— l. 5 • •	τοῦ. *A.*
—— l. 19 τὸ	—— 114. l. 21 • •	deeſt. *C. D.*
—— l. 21 εὐθυγραμμα	—— l. 22 εὐθύγραμμον	εὐθυγράμμου. *B.*
—— l. 23 ἐγγεγράφθω	—— l. 23 • •	γεγράφθω. *D.*
—— l. 25 τὰν ΒΕ	—— l. 24 • •	ἀ ΒΕ. *A.*
—— l. 38 ἀ ΘΙ.	—— l. 39 ἀ ΘΙ ΖΗ	ἀ ΘΙ. *C. D.*
—— l. 39 ᾗ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἀ ΝΗ,	—— — ib. • •	deſunt.
—— l. 40 τοῦ	—— l. 40 • •	deeſt. *C.*
—— l. 45 Ε	—— l. 42 • •	deeſt. *C. D.*
—— 42. l. 3 ΚΑ	—— l. 44 • •	κα. *C. D.*
—— l. 11 ἄλλα	—— l. 48 • •	deeſt. *B.*
—— l. 13 ΑΚΒ	—— l. 49 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ᾗ ἐπιζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἀ ΘΧ τᾷ ΧΜ, ἀ δὲ ΙΤ τᾷ ΤΝ. Ἀλλὰ ᾗ τριῶνος τὸ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΑΓ· τμᾶμα δὲ τὸ ΑΚΒ τμάματι τῷ ΒΑΓ. Δίδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτρητα εἶμεν τῶν τριγώνων.	—— l. 51 • • ad l. 2 pag. ſeq.	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἄν	—— 115. l. 2 • •	ἀν. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ΑΒΓ	—— l. 10 • •	ΑΒΓ τριγώνου. *A. B. C. D.*
—— l. 43 τρίῶνον ποτὶ τὰ ΚΑΒ, ΑΒΓ	—— l. 22 • •	deſunt. *D.*
—— l. 44 τὰ τμάματα·	—— — ib. τμάματα	τὰ τμάματα. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ἐπεὶ	—— 60. l. 6 • •	ἐπὶ. *D.*
—— 43. l. 4 παραβολῆς,	—— l. 9 • •	περιβολῆς. *A.*
—— l. 10 ὅσα	—— l. 14 • •	deeſt. *B.*
—— l. 26 Ἐπεὶ	—— l. 19 ἐστὶ	ἐπεὶ. *B. D.*
—— l. 31 κέντρον	—— l. 22 • •	τὸ κέντρον. *B.*
—— l. 34 ἐς τὸ	—— 115. l. 26 • •	ἐστὶ. *A. D.*
—— l. 36 εὐθείαν	—— l. 27 • •	εὐθείας αν. *A.*
—— l. 37 εἶμεν πάσας τᾶς	—— l. 28 εἶμεν τᾶς	εἶμεν πάσας τᾶς. *A. B. C. D.*
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 • •	τὰ περιλειπόμενα. *B. C. D.*
—— l. 16 ἄλλαν	—— — ib. • •	ἄλλα. *D.*
—— — ib. ἴσαν μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἴσω ἀ ΘΗ.	—— l. 48 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 εὐθυγράμμῳ δὲ τῷ ΑΚΒΑΓ τὸ Ε,	—— l. 49 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἰσσῶντι	—— 116. l. 2 ἐστὶ τὸν.	ὡ ἴσον. *A.* ως τον fine accentu. *B.* ἐς τὸν margine ἴσως. ἴσον. *C.* ἴσον. *D.*
—— l. 27 Ζ. Ἔδει	—— l. 3 • •	Ζ. δεῖ. *C.* ΤΕ δεῖ. *D.*
—— l, 40 κώνῳ	—— l. 4 • •	deeſt. *D.*
—— 45. l. 13 εὐθυγράμμῳ	—— l. 21 • •	deeſt. *D.*
—— l. 21 γνωρίμων·	—— l. 27 • •	γνώρῖμον. *C.*
—— l. 24 ἀ ΒΚ	—— l. 31 ἀ Β.	ἀ ΒΚ. *A. B. D.*
—— l. 29 ΑΒΓ	—— 60. l. 34 ΑΒ.	ΑΒΓ. *A.*
—— — ib. γνωρίμως ἰσοπληθεὶς εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένου	—— — ib. • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 34 κέντρον	—— 116. l. 32 • •	τὸ κέντρον. *D.*
—— l. 38 οἷον	—— l. 34 • •	ὅμοιον. *A. B. D.*
—— l. 43 ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· ᾗ ἤχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ αἱ ΚΖ, ΗΛ·	—— l. 46 • •	ΒΑ ΑΓ ᾗ ἄχθων αἱ ΚΖΗ. *A. C. D.* ΒΑ ΑΓ ᾗ ἄχθωσαν ἀ ΓΚΖΛΗ. *B.*
—— 46. l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 • •	τῶν τμαμάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ταὶν ΚΖ,	—— 117. l. 1 • •	τᾶς ΚΖ. *A. C. D.*
—— — ib. ὕτως ἀ ΘΔ ποτὶ ταὶν ΜΖ. Ἀ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	—— — ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ὁ Θ	ὁ ἥλιος. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τριπλαὶ	—— l. 4 • •	τριπλασία. *C.*
—— l. 23 γὰρ	—— l. 5 τῶς	γὰρ. *A. B. C. D.* In ſchemate, quod ad Propoſitionem hanc pertinet, Θ et Χ mutuo mutantur. *C. D.*
—— l. 41 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	—— l. 15 deſunt	ει : . *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 46. l. 50 ἡ ΔΖ τῆμόνδω ἡ ΑΒ πρὸς τὸ Ζ, ἡ διά τῦ Ζ	Pag. 60. l. 41 • •	καὶ διὰ τοῦ Ζ ΔΖ τετμόνδω ἡ ΑΒ κατὰ τοῦ Ζ. *A. D.*
—— 47. l. 3 παραλλαγμένως	—— l. 43 • •	περὶ τετραγμένως. *A.*
—— l. 25 Τριπλῆ	—— 61. l. 18 • •	διπλὴ. *A. D.*
—— — ib. Τριπλῆ δὲ ἡ ΒΣ τῆς ΣΕ· οἷον ἄρα ἡ ΒΣ τριῶν,	—— — ib. • •	desunt. *C.*
—— l. 35 ΕΔ τριπλασία ἡ ΒΔ.	—— l. 24 ΕΔ τριπλασία	ΒΔ τριπλασία ἡ ΔΒ. *A.* τριπλασία ἡ ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 τοιόντου	—— l. 26 • •	τοιότων. *B. D.*
—— l. 43 συνεχῆ	—— 117. l. 16 • •	σῦνεχία. *A. D.*
—— l. 46 ἃ	—— l. 18 ἃς	ἃ. *B.*
—— l. 47 τῶν ἀνάλογον	—— — ib. τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀνάλογον. *B. C. D.*
—— l. 48 τῶν ἀναλόγων.	—— l. 19 τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀναλογίαν. *A. B. C. D.*
—— 48. l. 11 ἃ ΖΘ	—— l. 27 • •	τὰ ΑΖΘ. *B. C. D.*
—— l. 17 ἡ ΑΓ, ΓΔ,	—— l. 28 • •	desunt. *A.*
—— l. 19 τὰν ΒΔ	—— l. 29 • •	τὰν Β τῆς ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ποτὶ τὰν ΕΒ	—— l. 30 • •	desunt. *D.*
—— l. 24 τὰν ΒΕ.	—— l. 32 • •	τὰ ΒΕ. *D.*
—— l. 25 τῆς ΑΒ,	—— — ib. • •	τῆς Β. *C. D.*
—— l. 29 Ἔξει ὧν	—— l. 35 • •	desunt. *D.*
—— l. 30 ΟΑ	—— — ib. • •	ΘΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ἡ δ' τῆς ΓΒ,	—— l. 36 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἰντιταραγμένα	—— l. 40 ἰντιταραγμένων	ἰντιταραγμένα. *B. C. D.*
—— l. 40 ΟΑ	—— l. 41 • •	Α. *A. C. D.*
—— — ib. τριταπλασία	—— — ib. • •	τῆμπλασία τριπλασία. *A.* ΔΕ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἴκτι τᾶς διπλασίας	—— l. 42 • •	ἴκτι τῦ. *D.*
—— l. 44 Ἀλλ' ἃ	—— l. 43 • •	ἀλλὰ. *C. D.*
—— l. 48 ΓΒ, ΕΔ.	—— 118. l. 2 • •	ΓΒ ΕΔ. *C.*
—— l. 49 ΑΟ	—— l. 3 ΑΟΕ	ΑΟ ἄρα. *A. B. C.*
—— — ib. ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἴχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο.	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— 49. l. 1 ΟΔ	—— — ib. • •	ΘΔ. *A. C. D.*
—— l. 3 τᾷ συγκειμέᾳ	—— l. 4 • •	τὰν σύγκειμέναν. *A. C. D.*
—— l. 5 ΑΔ	—— l. 5 • •	ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 7 ΒΔ.	—— l. 7 • •	ΗΒΔ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῶν λόγων	—— — ib. τὸν λόγον	τῶν λόγων. *C.*
—— l. 9 ΟΔ	—— l. 8 • •	ΘΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τᾶς ΑΒ, μετὰ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 13 ΕΟ	—— l. 10 • •	ΘΕ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ὕτως	—— — ib. • •	ως. *B. C. D.*
—— l. 19 ἃ β′	—— l. 12 • •	ΑΒ. *C. D.*
—— l. 20 ἃ γ′	—— l. 13 • •	Γ. *B. C. D.*
—— l. 24 ΕΟ	—— l. 15 • •	ΕΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τᾶς γ′	—— l. 16 • •	desunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τᾶς δ′	—— — ib. • •	τᾶς Α. *C.*
—— l. 27 ΟΒ	—— l. 17 • •	ΕΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ποτὶ τὰν ΕΒ	—— — ib. • •	πρὸς Β. *B. C. D.*
—— l. 32 ἰκάτω	—— l. 20 • •	ἰκάτω. *D.*
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— — ib. ΓΔ, ΓΑ.	ΓΒ ΒΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 36 ὡς	—— l. 22 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 39 συναμφοτίρω	—— l. 23 συναμφοτίρως	συναμφοτίρω. *C. D.*
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ,	—— l. 24 • •	ΒΔ, ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 43 μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτίρου τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτίρω τᾶς ΑΒΔ,	—— l. 25 • •	repetuntur hæc verba. *A. C. D.*
—— l. 45 τᾶς ΓΒ. Ὅτι ἃ ΕΑ	—— l. 26 • •	τᾶς ΓΕ ὅς τι κὴ ὡς ἃ ΕΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἃ συγκειμένα	—— l. 27 • •	συγκείμενα. *D.*
—— l. 47 ἴκτι τᾶς β′	—— — ib. ἴκτι τᾶς	ἴκτι τῆς Β. *A. B. C. D.*
—— 50. l. 7 δὴ ὡς ΟΒ	—— l. 32 • •	δὴ καὶ ὡς ἃ ΑΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ὡς ἃ ΟΒ ποτὶ ΖΗ,	—— l. 33 ὡς ἃ ΟΒ	ὡς ἃ ΕΒ ποτὶ ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 16 κὴ γ′	—— l. 36 • •	καὶ ἐκ τῦ. *A.*
—— l. 17 κὴ δ′ τᾶς ΓΒ,	—— l. 37 τᾶς ΓΒ	καὶ Δ τᾶς ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 20 κὴ ἃ ΑΟ	—— l. 38 • •	καὶ ἃ Α. *A. C. D.*
—— l. 21 ΒΑ	—— l. 39 • •	ΒΘ. *C. D.*
—— l. 23 ΑΒ.	—— l. 40 • •	ΔΒ. *C. D.*
—— l. 29 πρώτοις	—— 61. l. 32 • •	deeſt. *D.*
—— l. 30 ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸ; ἑπόμενον.	—— — ib. • •	desunt. *A. D.*
—— l. 31 Ὡς ἄρα συναμφότιρος ἡ ΑΓ, ΓΔ, τετίγιν ἡ ΑΔ, πρὸς ΔΕ, ὕτως συναμφοτίρος ἡ ΑΒ, ΓΒ πρὸς ΔΒ.	—— l. 33 • •	desunt. *C.*
—— l. 32 ΑΒ, ΓΒ	—— l. 34 • •	ΑΓ, ΓΒ. *B. D.*
—— l. 33 ΑΒ, ΓΒ	—— — ib. • •	ΑΓ, ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρότερον	—— l. 38 • •	πρότερα. *A. D.*
—— l. 42 ἅπαντα	—— l. 40 • •	ὅτως ἅπαντα. *D.*
—— 51. l. 3 ΓΒ,	—— l. 45 • •	ΓΔ. *B. C. D.*
—— l. 4 β′	—— — ib. • •	Δ. *B.*
—— l. 5 ΓΒ,	—— l. 46 • •	Γτ. *D.*
—— l. 6 ΒΔ,	—— l. 47 • •	ΔΕ. *B. D.* ΑΕ. *C.*
—— l. 19 αὐτὸν	—— 62. l. 5 • •	αὐτὸν λόγον. *D.*
—— l. 31 δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις·	—— l. 12 • •	desunt. *D.*
—— l. 32 ἢ	—— l. 13 • •	deeſt. *D.*
—— — ib. τρὶς	—— — ib. • •	τρίτον. *C. D.*
—— l. 35 ἰ	—— l. 15 • •	deeſt. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisiēn.
Pag. 51. l. 35 ΓΒ, ΒΔ,	Pag. 62. l. 15 • •	ΓΔ, ΒΔ. *C. D.*
—— l. 37 ἐστι	—— l. 16 • •	ἐ. *D.*
—— l. 42 ἐστι	—— l. 19 • •	deeſt. *D.*
—— l. 44 μεγίθεσιν,	—— l. 20 • •	μεγίθων. *D.*
—— l. 47 δ'	—— l. 22 • •	deeſt. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΔΒ' ὡς	—— – ib. ΓΒ, ΔΒ ὡς τι	ΓΒ ΒΔ ὡς τι. *C. D.*
—— l. 50 ί	—— l. 24 • •	ἐ. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΒΔ,	—— – ib. • •	ΓΒ. *D.*
—— 52. l. 1 καὶ τὸ δὶς ἀπὸ τέσσαρα λόγου ἴχει, ὃν αἱ ἀπὸ πρὸς δύο·	—— l. 28 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 7 ὅτι ἡ	—— l. 31 • •	ὅτι τὸ. *A.*
—— l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὴν	μετὰ τῆς. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ἡ ΑΔ πρὸς ὅλοτι τὴν ΔΕ, ὅτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγίθεσιν	—— l. 34 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 15 τετραγμένης ὅστις	—— l. 36 • •	τετραγμένης ὡς ὅστις. *B.* τετραγμένης ὧς ὅστις. *C.* τετραγμένης ἐς. *D.*
—— l. 22 ἀναγράψαντι,	—— l. 41 • •	ἀναγράψαντις. *D.*
—— l. 33 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 47 • •	deſunt. *D.*
—— l. 37 ΓΒ,	—— l. 49 • •	deſunt. *D.*
—— l. 39 Ἔστι δὲ καὶ	—— l. 51 • •	ἐστὶ δὲ ὧν.. *A.*
—— l. 44 ΕΒ. Τὰ γδ	—— 63. l. 2 • • • •	ΕΒ· οἷς ὡς ἄρα ἡ Γ τῆς ΔΒ, ὅτως ἡ Β τῆς δὶ πρὸς τὴν Β τῆς ΕΒ. τὰ γὰρ. *D.*
—— – ib. πολλαπλασίοις	—— l. 3 • •	πολλαπλάσια. *A.*
—— l. 47 τῆς γ'	—— l. 4 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τῆς ΕΒ.	—— l. 5 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 51 μεγίθεσιν ἡ	—— l. 7 • •	μεγίθεσιν ἡγούμενον ἡ. *B. C. D.*
—— l. 52 καὶ β' τῆς ΒΕ,	—— – ib. • •	deſunt. *A. D.*
—— 53. l. 1 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 8 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ΓΔ, καὶ ἡ β'	—— l. 12 • •	ΒΔ καὶ ἡ Δ. *D.*
—— l. 10 πρὸς ΒΕ,	—— l. 13 • •	deſunt. *D.*
—— l. 12 ΓΒΔ,	—— l. 15 • •	ΑΒΔ. *A.*
—— l. 15 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 17 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 μίαν,	—— l. 19 • •	μία. *A.*
—— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ'	—— – ib. • •	ἀφαιρεθεῖσα ἡ Δ. *A. B. C. D.*
—— – ib. γίνεται	—— – ib. • •	γὰρ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ τ' δ' τῆς ΔΒ γ',	—— l. 21 απο τησ ΔΒ, Γ	ἀπὸ τῆς Α τῆς ΔΒΓ. *A. B. D.* ἀπὸ τῆς Α τῆς ΑΒΓ. *C.*
—— l. 24 οὖν	—— l. 22 • •	ὧν καὶ. *A.*
—— l. 26 γ'	—— l. 23 • •	ἡ Γ. *A.*
—— l. 28 ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ	—— l. 24 • •	ΕΔ ΔΙ. *B. C. D.*
—— l. 40 ΔΒΓ	—— l. 32 • •	ΔΒΙ. *D.*
—— l. 41 ΑΒΔ, καὶ ὃς τῇ ΓΒ,	—— – ib. • •	ΒΔΑ καὶ ὡς τῇ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἐστὶν	—— l. 33 • •	εἶναι. *A. D.*
—— l. 43 β'	—— – ib. • •	deeſt. *A.*
—— l. 47 τῆς ΕΒΑ, μετὰ τῆς δ' συναμφοτέρου	—— l. 36 • •	deſunt. *D.*
—— 54. l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	μετὰ. *D.*
—— l. 7 ΓΒ, πρὸς ἑπόμενον, τὴν β' συναμφοτέρῳ τῆς	—— l. 44 ΓΒ προς την β συναμφοτερου της	deſunt. *D.*
—— – ib. δ'	—— – ib. • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 9 τὴν ΖΗ,	—— l. 45 • •	τὰ τρία πίμπλα τῆς ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— – ib. τῆς ΑΒΕ, καὶ ἡ δ' συναμφοτέρῳ	—— – ib. • •	deſunt. *D.*
—— l. 10 τῆς ΓΒΔ	—— l. 46 • •	τῆς ΔΕΓ. *B. C. D.*
—— l. 12 τετραγμένης	—— l. 47 • •	τετραγμένας. *C. D.*
—— l. 13 ΟΒ	—— – ib. • •	ἡ ΕΒ. *A. C. D.*
—— l. 14 καὶ γ' τ' ΓΒ, πρὸς τὰ τρία πίμπλα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β' συναμφοτέρου τ' ΑΒΔ,	—— l. 48 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 16 δ'	—— l. 49 • •	deeſt. *D.*
—— – ib. Ἡ δὲ	—— – ib. ἡ ΔΕ a "καὶ γ" l. 50. ad "ΑΒΔ" l. 51.	ἡ δὲ. *C. D.* repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 25 Ἑκάτερον γδ ἑκατέρῳ	—— 64. l. 3 • •	ἑκατὸν γὰρ ἑκάτερος. *A. B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ	—— l. 4 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. δεκαοκτώ.	—— – ib. • •	δὲ καὶ ὀκτὼ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ἡ μὲν	—— l. 6 • •	ἡμῖν. *A.*
—— l. 39 κείμενον,	—— 118. l. 42 • •	κειμένη. *B.*
—— l. 43 ἔχειν	—— l. 44 ἔχει	ἔχειν. *C. D.*
—— l. 44 ἡμίσους	—— l. 45 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρα, τᾷτε διπλασία· τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων, καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ γειρὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσους τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων τᾷ τόμᾳ,	—— – ib. • •	deſunt. *C.*
—— l. 46 τᾷ μείζονι,	—— l. 46 τὸ μείζονι	τω μειζονι. *B. D.*
—— l. 48 ἡμίσους	—— l. 47 • •	deeſt. *B. D.*
—— l. 49 ἀμφοτέραις,	—— – ib. ἀμφοτέρας	ἀμφοτέρα. *B.* συναμφοτέρας. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 55. l. 2 Διάμετρος δὴ	Pag. 118. l. 49 • •	deſunt. *D.*
—— l. 3 ΑΔΕΓ τόμων διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν	—— – ib. • • "τόμων" excepto	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 διαιρεθείσης	—— l. 51 • •	deeſt. *D.*
—— l. 14 ἴσχυν	—— 119. l. 1 ἴσχυεν	ἴσχον. *A. B. C. D.*
—— – ib. τῆς ΑΖ	—— – ib. τῶν ΑΖ	τῆς ΑΖ. *B.* τῆς ΔΖ. *C. D.*
—— l. 15 τετράγωνον,	—— – ib. τετραγώνων	τετράγωνον. *B. C.*
—— l. 16 ΔΗ,	—— l. 2 • •	ΖΗ. *C. D.*
—— l. 17 ἴσχυν	—— – ib. ἴσχυεν	ἴσχον. *A. B. C.*
—— l. 22 μέσα	—— l. 12 μετὰ	μέσα. *B. C. D.*
—— l. 24 ΤΜ	—— l. 15 • •	ἡ ΤΜ. *B. C D.*
—— l. 25 ὅπου δὲ ἔχονται τὰ ἴτιρον σημεῖον	—— l. 17 • •	ὅπερ ἐὰν ἔχονται τὸ τριὸν. *A. D.* et cum "ὅπου." *C.*
—— l. 26 εἶτα τὴ μεταξὺ τῶν Ζ, Η,	—— l. 19 • •	deſunt. *D.*
—— l. 28 δὴ ἕτοι ἀρχὰ	—— l. 20 • •	ἕτοι ἀρχικὴ. *A. B. C. D.*
—— l. 30 τιταγμένος	—— l. 21 τιταγμέναι	τιταγμένης. *B. C. D.*
—— l. 32 ἰφαπτομένα.	—— l. 22 • •	ἰφαπτόμεναι. *D.*
—— l. 33 τουτέστιν ἡ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἡ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς	—— l. 23 • •	τουτέστιν ἡ ΜΝ Χ ποτὶ ΝΞ δυνάμει τῇ ὡς. *A.*
—— l. 34 ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἡ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ	—— – ib. • •	deſunt. *B. C. D.*
—— 56. l. 2 ποτὶ τὸν ἀπὸ ΑΖ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἡ β̄ τῆς ΔΗ, μετὰ τῆς ΑΖ	—— l. 31 • •	deſunt. *D.*
—— l. 4 ποτὶ ΝΜ·	—— l. 32 • •	deſunt. *D.*
—— l. 8 τῆς διπλασίας	—— l. 34 • •	deſunt. *A. B. D.* διπλασίας. ſolum. *C.*
—— l. 10 ἴλλι τῆς διπλασίας τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ· ὅς τι καὶ ἡ ΤΝ ποτὶ τὰν συκειμέναν	—— l. 35 • •	deſunt. *C.*
—— – ib. τῆς διπλασίας	—— – ib. • •	deſunt. *A. B. D.*
—— l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 38 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 20 τῆς ΝΞ, καὶ	—— l. 41 • •	deſunt. *D.*
—— l. 21 καὶ ἰτίρᾳ	—— – ib. καὶ ἰτίρᾳ	καὶ τῷ ἰτίρῳ. *A.*
—— l. 23 β̄	—— l. 42 • •	ΒΚ. *A.*
—— – ib. γίνηται,	—— – ib. • •	γενήσεται. *A. B. C. D.*
—— l. 28 τῆς ΑΖ, τῇ τῆς ΔΗ, ὅτως ὦ συγκειμέα ἔκτι τῆς β̄	—— l. 45 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ὕτως ἁ	—— l. 48 ὅτος ἡ	deſunt. *D.*
—— l. 35 πιντακλῆ	—— l. 49 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 37 τὰν ΝΤ.	—— l. 50 • •	ΝΤ. *C. D.*
—— l. 42 οὖν	—— 120. l. 2 • •	δὴ. *C.*
—— 57. l. 24 ΡΙ. Καὶ ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον	—— l. 15 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ἰφαπτομένη	—— 64. l. 10 • •	ἰφαπτόμενοι. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ΒΖ.	—— l. 12 • •	ΒΖΗ. *D.*
—— l. 42 πρὸς τὸ τμῆμα,	—— l. 16 • •	deſunt. *D.*
—— l. 43 ἥμισυ	—— l. 17 • •	ἡμίση. *A. B. C. D.*
—— 58. l. 2 παραλληλογράμματα	—— l. 18 • •	παραλληλόγραμμα τὰ. *C. D.*
—— l. 6 πρὸς τὸ τμῆμα	—— l. 21 • •	deſunt. *D.*
—— l. 8 Ὁ γὰρ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΗ	—— l. 22 • •	deſunt. *D.*
—— l. 16 μὲν	—— l. 27 • •	deeſt. *D.*
—— l. 21 πρὸς ΝΜ.	—— l. 30 • •	πρὸς . . . μ. *A.*
—— l. 23 πρὸς ΝΜ,	—— l. 31 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 24 πρὸς ΑΖ.	—— – ib. • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 25 ὅτι ἀπὸ ΜΝ	—— l. 32 • •	ὁ ἀπὸ ΑΝ. *A.*
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διυτίρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 34 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 30 Ὡς δὲ	—— l. 35 ὡς τι	ὡς δὲ. *B. C. D.*
—— l. 32 οὕτως ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν συκειμέναν ἐκ τᾶς β̄ τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ.	—— l. 36 • •	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 40 ΔΗ,	—— l. 40 • •	ΑΖ. *B. C. D.*
—— l. 41 πρῶτον,	—— l. 41 • •	πρῶτον μὲν. *B. C. D.*
—— l. 43 β̄ τῆς	—— l. 42 • •	deſunt. *D.*
—— – ib. δεύτερον	—— – ib. • •	καὶ δεύτερον. *A.*
—— l. 44 ΔΗ κύβος·	—— l. 43 Δ κύβος	ΔΗ κύβος. *B. C.* ΔΗ. *D.*
—— l. 45 ΔΗ	—— – ib. ΑΗ	ΔΗ. *C.*
—— l. 47 λόγῳ	—— l. 45 • •	deeſt. *B.*
—— 59. l. 8 συγκειμένη	—— l. 49 συγκειμένης	ἡ συγκειμένη. *A. C. D.*
—— l. 11 Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ,	—— 65. l. 1 • •	deſunt. *D.*
—— l. 12 τῆς β̄	—— l. 2 • •	deſunt. *D.*
—— l. 20 ΖΚ	—— l. 6 πρὸς ΖΗ	deſunt. *D.*
—— l. 22 ἑ	—— l. 8 • •	deeſt. *D.*
—— l. 23 καὶ ἑ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β̄ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ,	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 24 πρὸς τὴν β̄ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ δ̄ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ.	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ἐκ τῆς ἑ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ἑ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην	—— l. 13 • •	deſunt. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 59. l. 34 καὶ μόνος τῆς ΝΤ, καὶ τῆς β συναμφοῖν ἡ ΜΝΤ,	Pag. 65. l. 14 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 καὶ ἡ τῆς ΝΞ,	—— l. 15 • •	καὶ Δ τῆς parvo cum hiatu. *A. B. C.* desunt. *D.*
—— l. 46 λάβωμεν	—— l. 21 • •	λάβωμεν. *A.*
—— l. 51 ἴχνη,	—— l. 24 • •	ἴξει
—— 60. l. 1 ΝΤ·	—— l. 25 • •	desunt hiatu intercedente. *A. B. C. D.*
—— l. 5 καὶ ἐστι	—— l. 27 • •	ἔστι. *A. C. D.*

In MS. No. 2360. Epistola Archimedis ad Dositheum, Libro 1. de Sphæra et Cylindro præmissa ita se habet:

Ἀρχιμήδης τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου τὸ πρωτομιον λύσιν ἡ πρώτη γὰρ σιλὶς τῷ ἀντιγράφου ἀφανὴς ἦν ὡς ἐμοῖ·

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὐπράττειν· πρότερον μὲν ἀπεσταλκα — ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἴσον ἐστὶ τρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον — περιέχον διαφημάτων — πεπραγμα — τας αποδειξεις — σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ — εἶτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῆ ἐπιφάνεια ἴσος ἐστὶ κύκλος ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τμήματος ἀγομένη ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ᾧ ἐστὶ βάσις τὸ τμήματος πρὸς δὲ τούτοις ὅτι παντὸς σφαίρας ὁ κυλίνδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτὸς τε ἡμίολιός ἐστὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· ταῦτα — τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα — γενομένου ὅτι τούτων τῶν σχημάτων — ἀντιπαραβαλεῖ αὐτὰ — τι διωρισμένα· καὶ πρὸς τὰ λέξαντα τοὶ — ξυ περὶ τὰ γερεὰ διωρισθέντων ὅτι πᾶσα σφαιρὰ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ περίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν αὐτὸν τῷ σφαιρίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τὰ βάσιν ἔχοντος τὸν αὐτὸν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φύσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ — εὐδόξου γεγραμμένων ἀξίων λόγου γραμμῶν συνίδωσιν ὑπὸ πάντων — ειδὶς μηδ' ὑφ' ἑνὸς καταναοῆσαι· ἐξέστω δὲ περὶ τούτου ἐπισκεψάσθαι τοῖς δυναμένοις· ὤφειλεν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα· τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομεν αν μάλιστα δύνασθαι καταναῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἀρμόζουσαι ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδίδοναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημα — ἄλλοι σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες ὑπὲρ ὧν ἐξέστι τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι ἐρρωμένοις.

—— 64. l. 19 ἀποτέτμηται	—— 1. l. 1 • •	deest. *A.* deest hiatu intercedente. *D.*
—— l. 21 Ἔρρωσο.	—— l. 2 • •	ἐρρωμένος. *A. C. D.*
—— l. 22 τάδε ἀξιώματα,	—— l. 3 • •	τόδε ἀξίωμα. *A. D.*
—— l. 24 α'. Εἶσι	—— l. 4 εἰ εισι	εἰσὶ. *B. C.*
—— l. 28 κοίλην	—— l. 6 • •	κοινην. *A.* κοινῶν. *D.* κοιλην altera manu.
—— l. 34 ἐν ἐν	—— l. 10 ἔν ἐν	ἐν ἐν. *B.* ἐν. *D.*
—— – ib. ἔχουσιν	—— – ib. • •	ἔχουσαι. *B. D.*
—— l. 36 ἔχουσιν	—— l. 11 • •	ἔχουσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Τομέα δὲ περιὸν καλῶ,	—— l. 14 • •	τομέα ᾧ περιὸν καλῶ. *C.* τὸ με cum hiatu. *D.*
—— l. 44 ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας,	—— l. 15 • •	τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. *A.* πρὸς τὸ τῆς σφαίρας. *C.* desunt lacuna relicta. *D.*
—— 65. l. 7 Τῶν τὰ	—— l. 19 • •	τῶν τῶν τὰ. *B. C. D.*
—— l. 9 ἐν	—— l. 20 • •	deest. *D.*
—— l. 15 τὴν περιλαμβανομένην.	—— l. 23 • •	τῶν περιλαμβανομένων. *D.*
—— l. 16 Ὁμοίως καὶ	—— – ib. • •	Ὁμοίως δὲ καὶ. *D.*
—— l. 20 ἀνίσας	—— l. 25 • •	ἀνίσους. *B. D.*
—— l. 26 Ἔτι	—— l. 28 • •	ἐπὶ. *A.*
—— l. 27 μεῖζον	—— l. 29 μεταξὺ	μεῖζον. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἑαυτὸ	—— l. 30 • •	αὐτὸ. *A. C.*
—— l. 32 εὑρὼν	—— l. 2 εὑρεῖν	εὑρον. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἐκτίσθαι	—— l. 5 • •	ἐκδίσθαι. *A.*
—— – ib. δυοδιώρητα,	—— – ib. διωρήματα	δυοδιώρηματα. *A.* δυοδιώρητα. *B. C. D.*
—— l. 36 μηδένα τῶν καθεῖναι	—— – ib. μηδένα τῶνα θεῖναι	μηδένατω καθεῖναι. *C.* μηδένα τινα βεῖναι. *D.*
—— l. 39 ἐπὶ τίλνς	—— l. 8 • •	ἐπιτιλύσης. *C.* ἐπῖτίλνς. *D.*
—— l. 40 παρὰ μίλος	—— – ib. παραμένος	παραμίλος. *A. D.* παρὰ μίλος. *B. C.*
—— 66. l. 6 διαμαρτάνον,	—— l. 12 • •	διαμαρτάνων. *A.*
—— – ib. ἴχεις	—— – ib. ἴχει	ἴχεις. *A. C. D.* ἴχειν. *B.*
—— l. 9 μίνοντα	—— l. 15 μίνοντα	μίνοντα. *A. D.*
—— l. 10 τῶν συνήθων	—— – ib. τᾦ συνήθων	τῷ συνήθως. *C.* τῶν συνήθων. *D.*
—— – ib. τηρῶν,	—— l. 16 • •	τῆ. *A. D.*
—— l. 13 βούλεται·	—— l. 17 • •	deest. *D.*
—— l. 14 ἐπιζευγνυσῶν	—— l. 18 • •	ἐπιζευγνυσῶν. *D.*
—— l. 20 ἁπλῶς	—— l. 21 deest	ἁπλῶς. *A. B. C. D.*
—— – ib. τὴν παρὰ τὴν	—— l. 22 παρὰ τὴν	τὴν παρὰ τὴν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἤτοι ἐκπεριφερῶν, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερῶν, κυματύλην ὀνομάζοι.	—— l. 23 • τῆ ΑΒΓΔ	lacuna relinquitur lineæ dimidioque æqualis, et in margine hæc nota ἐν ὅλον σιλίδιον ἡ καὶ δύο λείπει. *B.*
—— l. 26 ὑ τὰς	—— l. 24 • •	ὕσας. *A.*
—— l. 34 ἐπ' αὐτὴν δὲ	—— l. 33 ἐπ' αὐτὴν	ἐπ' αὐτὴν δὲ. *A. C. D.*
—— l. 39 ἐπιφανειῶν.	—— l. 36 • •	τῶν ἐπιφανειῶν. *B.*
—— l. 41 ἐμφανίζων	—— l. 37 • •	ἐμφανίζει. *D.*
—— l. 43 εἰς τὰς	—— l. 38 • •	πρὸς τᾶς. *A. B. C. D.*
—— – ib. κὰξ' αὐτῆς	—— l. 39 • •	ἐξ' αὐτῆς. *D.*
—— l. 45 ἔκτι τῶν	—— l. 40 • •	ἐκ τῶν. *C.*
—— l. 46 αἰτημάτων	—— – ib. • •	τῶν αἰτημάτων
—— l. 51 ὃν	—— l. 44 • •	ὃ. *B.*
—— l. 52 σημεῖον τὸ Ζ· ᾧ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΓΒ. Φανερὸν δή, ὅτι αἱ ΑΓ, ΓΒ	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 54 ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 45 • •	τᾶς ΑΓΒ γραμμᾶς. *A. C. D.*
—— 67. l. 2 ΕΒ.	—— 2. l. 1 desunt	ΕΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 προλαβεῖν.	—— l. 17 • •	προσλαμβάνειν. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ἀνίσους	—— l. 18 • •	deest. *D.*
—— l. 25 περιλαμβάνῃ,	—— l. 20 • •	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 26 περιλαμβάνῃ,	—— l. 21 • •	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 27 περιλαμβάνουσαν	—— – ib. παραλαμβανόσαν	περιλαμβάνουσαν. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 67. l. 28 καὶ ἄλλων	Pag. 2. l. 22 • •	καταλλων. *A. B. C.* κατα δλλον, *D.*
—— l. 42 καὶ	—— l. 36 • •	deest. *A. C. D.*
—— 68. l. 4 ☧ ΑΖΗΘΚ. Ἀλλ' αἱ ΒΘΚ ἐλάττους	—— 3. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 10 μείζους ☧ ΑΖΗΘΚΕ.	—— l. 2 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 15 καὶ	—— l. 4 • •	deest. *A. D.*
—— l. 18 ἀρμόσει	—— l. 6 ἁρμόσει	ἁρμόσει. *C. D.*
—— l. 22 τοιῶδε.	—— l. 9 τοιόδε	τοιῶδε. *B.*
—— l. 24 καὶ ἐπιζεύξει	—— l. 11 καὶ ἀζεύξει	προσζεύξει. *A. C. D.* καὶ προσζεύξει. *D.*
—— l. 29 ὅς	—— l. 15 • •	ὃς. *A.*
—— l. 35 ἑτέραν	—— l. 19 • •	ἑκατέραν. *B. C. D.*
—— l. 37 κεκλάσεως,	—— l. 21 • •	κεκλάσεις. *C. D.*
—— l. 40 ταυτὸ δεῖ	—— l. 23 • •	τὸ δεῖ. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τὰ	—— l. 28 • •	deest. *A.*
—— l. 48 ὑπὸ ἀλλήλων, ὧδὶ ὅτως	—— l. 30 • •	ὑπὸ ἀλλήλων ττ cum hiatu parvo. *A.* ὑπὸ ἀλλήλων πῆ. *C.* ὑπὸ ἀλλήλων πῆ cum parvo hiatu. *D.*
—— l. 49 ἰσότι ἴσαι,	—— l. 31 • •	ἰσότραι ἴσαι. *A.*
—— l. 50 σαφῶς	—— ib. • •	σαφὲς. *A. C. D.*
—— l. 56 ἴση δὴ ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ, τῇ αἱ ΕΖΓ ἄρα τῶν ΑΓ μείζους εἰσί.	—— l. 38 • •	desunt. *B.*
—— 69. l. 2 ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ	—— l. 41 • •	ΑΒΓ αἱ ἄρα ΒΖΓ τῶν ΒΑΖ. *A.*
—— l. 13 τοῦτο ἐστὶ	—— l. 48 • •	τοῦτο τὸ ἐστὶ. *A.*
—— l 26 ΚΔ	—— 4. l. 5 ΚΔ	ΚΑ. *A. C. D.*
—— l. 33 ἐπινοῦμεν δυκεῖον τῇ ἐπὶ τῶν ἐπιφανῶν, ἀεὶ πᾶσι τοῖς προσπιπτουσι, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπινοῦμεν • αἱ λαμβανόμεναι	ut in Edit. Oxon. *A. D.* ἀεὶ πάσι· ἐν ἅπασι. *B. C.*
—— 70. l. 8 ΑΘ· συναμφότερος	—— 1. l. 41 • •	ΑΘ συναμφότερος δὲ ὁ ΑΚ ΚΘ τῆς ΑΚ· συναμφότερος. *C.*
—— l. 17 Ἐστω	—— l. 47 • •	ὥστε. *C.*
—— l. 18 μεῖζον τὸ ΑΒ.	—— 2. l. 1 μεῖζον τὸ ΑΒ	μείζω τὸ ΑΒ. *A.* μείζω τὰ ΑΒ
—— l. 19 αἰσας	—— ib. • •	αἰσους. *B. C. D.*
—— l. 20 Κείσθω τῇ	—— l. 2 κείσθω διὰ τὸ διάστημα τοῦ πρώτου τῶν εὐκλείδου	κείσθω διὰ τὸ διάστημα ☧ πρώτου ☧ εὐκλείδου. *D.*
—— l. 24 τοσαπλάσιός	—— l. 4 • •	τοσαυταπλάσιος. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΗΕ.	—— l. 5 • •	ΖΕ. *A. B. D.*
—— l. 26 ὡς τὸ ΘΑ	—— ib. ὡς ΘΑ	ὡς τὸ ΘΑ. *A.*
—— l. 27 ΗΕ.	—— ib. • •	ΖΕ. *B. D.*
—— l. 29 μείζων	—— l. 6 μείζων	μείζον. *D.*
—— l. 36 Εὑρημένας	—— l. 10 • •	εὑρημέναι. *D.*
—— l. 38 ἴσχυεν	—— l. 12 ἴσχυε	ἴσχυεν. *B. C. D.*
—— l. 40 δὴ	—— 4. l. 24 • •	δὲ. *A.*
—— l. 41 καὶ	—— ib. • •	deest. *A.*
—— l. 42 πολλαπλασιεπι μέριον,	—— l. 25 πολλαπλασιμόριον	πολλαπλὰς ἐπὶ μέριον. *A. D.* πολλαπλασιεπιμόριον. *B. C.*
—— l. 43 πολλαπλασιεπιμερὲς,	—— l. 26 • •	πολλαπλάσιον ἐπὶ μερές. *A. D.*
—— l. 47 Καὶ	—— l. 28 • •	ς· καὶ. *C.*
—— ib. ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ὅτι δὲ ἰὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ,	—— l. 29 • • excepto ἴσχυε pro ἴσχυ	desunt. *C.*
—— 71. l. 1 τέταρτον, τῇ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀναλωθεῖ, δεικθέσεται ὕστις. Ἔστωσαν	—— l. 30 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 10 τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ	—— l. 35 • •	desunt. *D.*
—— l. 21 ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἴσην καὶ τὸ ΘΕ	—— l. 42 ΖΕ καὶ τὸ ΘΕ	ΖΕ πρὸς ΕΘ ἴσαι τὸ ΘΕ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἀναγρίψαντος,	—— l. 47 • •	ἀναγρίψαντι. *A. B. C. D.*
—— 39 τῇ ἄλλο περιγράψας,	—— 2. l. 14 • •	desunt. *A. C.*
—— l. 42 ἴσχυε	—— l. 16 ἴσχυεν	ἴσχυε. *D.*
—— l. 46 δὲ	—— l. 18 • •	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 47 ὥστε τὸν Θ	—— l. 19 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— 72. l. 2 Ἐπεὶπερ	—— l. 25 • •	ἐπεὶ γὰρ. *D.*
—— l. 6 ἡ ΓΝ.	—— l. 27 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 15 ἐστὶ	—— l. 31 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 18 τῇ ΗΞ.	—— 3. l. 1 • •	τῃ, η. ξ. *A.*
—— l. 13 ἣ ἡ ΜΚ	—— ib. • •	ἥπερ η. μ. η. *A.*
—— l. 21 μὲν	—— l. 2 • •	ἢ μὲν. *B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 4 • •	προσεκβληθείσης. *A. C.* προσεκβεβληθείσης. *D.*
—— l. 30 τὸ ΚΧ	—— l. 6 • •	τῦ ΚΧ. *C.*
—— l. 31 Ἔστι	—— ib. • •	deest. *A.*
—— l. 34 καὶ	—— l. 8 • •	deest. *D.*
—— 73. l. 1 δῆλον ὅτι καὶ	—— l. 11 • •	δηλονότι καὶ. *D.*
—— l. 3 μίαν	—— l. 14 • •	μία. *A.*
—— l. 5 ἐστὶν ἰσοπλεύρῳ	—— l. 16 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 γωνίας	—— l. 21 • •	deest lacuna relicta. *A.* deest. *D.*
—— l. 33 Κ γωνίας	—— l. 41 • •	ΚΓ cum hiatu. *A. D.*
—— l. 35 τῶν Λ, Μ	—— l. 42 τῶν ΛΜ	τῦ ΛΜ. *C.*
—— l. 46 ἐστιν.	—— l. 43 • •	ἐστὶν καὶ ἐστὶν. *A. B. C. D.*
—— ib. οὗτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὡς τι καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ	—— ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 41 τὴν τῦ	—— 3. l. 5 τὴν	τὴν τῦ. *A. C. D.*
—— 74. l. 2 τῆς ΚΛ,	—— l. 12 τῆς ΘΛ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 3 ἐπεὶπερ	—— ib. ἐπεὶ ὧν	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 74. l. 9 τῇ	Pag. 3. l. 17 • •	τῆς. *C.*
—— l. 10 ἡ ἀγάγωμεν	—— – ib. • •	ἀγάγωμεν. *B. C. D.*
—— l. 12 ὁμοίᾳ	—— l. 19 • •	ὁμοίως. *A. C. D.*
—— l. 23 μείζων	—— l. 26 • •	μείζων. *C. D.*
—— l. 27 ἀνίσους	—— l. 28 ἀνίσους	ἀνίσως. *C.* ἄνισοι. *D.*
—— l. 30 τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 • •	τὸν Ε πρὸς τὸν Ζ. *A. B. D.* τῆς Ε πρὸς τὸν Ζ. *C.*
—— l. 32 μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η.	—— l. 31 • •	desunt. *D.*
—— 75. l. 8 καὶ	—— 4. l. 5 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 14 πρὸς τὸ ἐγγαφὶν	—— l. 8 • •	desunt. *D.*
—— l. 22 παραδίδονται.	—— l. 12 • •	παραδίδονται. *A. D.*
—— l. 25 ἡ τομία,	—— l. 14 • •	ἡ τὸν τομία. *A. C. D.*
—— l. 27 Ἔστω	—— l. 15 • •	ἔστω. *A.*
—— l. 32 εἶναι	—— l. 18 • •	ἐστὶ. *D.*
—— l. 46 τὸ συναμφότερον,	—— l. 26 • •	τόσον ἀμφότερον. *D.*
—— 76. l. 12 ἄλλα	—— l. 37 • •	ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— l. 13 περιλείμματα	—— – ib. • •	περιλίμματα. *B. C.*
—— l. 19 κύκλον. Ὅτι τὸ	—— 5. l. 47 • •	κύκλον ὑλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον ἐστι. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἐστι	—— l. 48 • •	εἶναι. *A.*
—— l. 32 τρίγωνον τὸ	—— 4. l. 41 • •	βάσιν τὸ. *A.* βάσιν τῶ. *B. C. D.*
—— – ib. ΑΒΓ. Λέγω	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— 77. l. 1 Ἔστω	—— l. 50 • •	ἔστι. *B. C. D.* alterâ manu ἔστω. *B.*
—— l. 2 κύκλος,	—— – ib. • •	deest. *D.*
—— l. 27 τῶν	—— 5. l. 14 • •	deest. *A.*
—— l. 29 διπλάσιον	—— l. 17 • •	διπλάσιον ἐστὶ. *A. D.*
—— l. 39 περὶ τὸν	—— l. 28 περὶ τῶν	περὶ τὸν. *C. D.*
—— l. 40 εἶναι.	—— – ib. • •	ἐστὶ. *D.*
—— 78. l. 1 τῷ κώνῳ	—— l. 31 • •	αὐτῷ κώνῳ. *B. C. D.*
—— l. 20 τῇ ΗΑ.	—— l. 41 • •	τῇ μ. α. *A.*
—— l. 24 τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου	—— l. 43 • •	desunt. *B.*
—— l. 26 διπλάσιον τοῦ ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ,	—— l. 46 • •	desunt. *D.*
—— l. 32 Αἱ ἀπὸ	—— 6. l. 1 • •	αἱ ἄρα ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 50 πρὸ τούτου	—— l. 13 • •	πρώτου τῶ. *A. D.*
—— – ib. τὸ	—— l. 14 • •	deest. *B.*
—— 79. l. 8 ἐκπεσούσης	—— 6. l. 3 • •	ἐκπεσουσης. *B.* ἐμπεσουσης altera manu.
—— l. 13 ἐπιζευχθωσαν	—— l. 6 • •	ἐπιζευχθωσῖν. *C.*
—— l. 19 ἐπιζευχθωσαν	—— l. 7 • •	ἐπιζευχθωσῖν. *C.*
—— l. 21 μείζονα	—— l. 9 • •	deest. *C.*
—— l. 22 Ὧν δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου,	—— l. 10 • •	desunt. *C.*
—— 80. l. 21 ΑΔΓ	—— l. 44 • •	Α'ΔΕ. *A. C. D.*
—— l. 34 γωνία γωνίᾳ·	—— 6. l. 29 • •	γωνία. *D.*
—— l. 41 ὃς ἐστι	—— 6. l. 45 • •	ὅσον. *A. D.*
—— 81. l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἴλατόν ἐστιν ἢ τῶν περιλεμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἴλατόν. Ἔστω πρῶτον οὐκ ἴλατόν. Ἐπεὶ οὖν	—— 7. l. 19 • •	In MSS. *A. B. C.* lacuna relinquitur cujus in media sunt ἤτοι ἴλατόν ἐστιν. sed in *D.* supplentur ante hæc alterâ manu τὸ Θ χώριον. τὸ δὴ χώριον. τὸ δὲ Θ χώριον.
—— l. 41 τὸ Ε,	—— l. 24 • •	τοῦ Ε. *A.*
—— – ib. κωνικὴ	—— – ib. • •	κοινὴ. *C.*
—— l. 48 ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 32 • •	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 33 • •	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΑ. *A. B. C. D.*
—— 82. l. 2 ΖΕΓ	—— l. 35 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 7 ἔστιν	—— l. 36 • •	τίνα. *A.*
—— l. 11 ἔστιν	—— l. 39 • •	τίνα. *A. D.*
—— l. 15 ΖΕΓ	—— l. 40 • •	desunt. *D.*
—— l. 16 ἔστω	—— l. 41 • •	τίνα. *A.*
—— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 βάσιν	—— l. 42 βάσις	βάσιν. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἔστω	—— l. 45 • •	τίνα. *A.*
—— l. 34 Ἤχθω	—— 6. l. 34 • •	ἄχθω. *A.*
—— l. 35 δίχα τμηθείσης	—— l. 35 • •	διατμηθείσης. *C.*
—— l. 36 ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι	—— l. 36 • •	desunt. *A. D.*
—— – ib. ἐστι	—— – ib. • •	γίνεται. *B. C.*
—— l. 40 γωνία ἄρα γωνίᾳ	—— l. 39 • •	ἄρα γωνία. *A. D.*
—— l. 49 τμήματα	—— 7. l. 5 • •	τὰ τμήματα. *A. C. D.*
—— 83. l. 7 ζ' θεωρήματος,	—— l. 9 ς θεωρήματος	καὶ θεωρήματος. *B.*
—— l. 17 ΔΖ ἐστὶ	—— l. 13 ΔΖΕ	ΔΖ ἄρα. *C. D.*
—— l. 19 μείζων	—— l. 14 • •	μεῖζον. *A. B. C. D.*
—— l. 36 περιφερειῶν	—— 8. l. 4 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ΑΒ μείζως	—— l. 5 • •	ΑΒ διαμέτρῳ μείζως. *A. B. C. D.*
—— l. 41 παραλληλόγραμμα,	—— l. 6 • •	παραλληλογράμματα. *A.*
—— l. 52 τμήματα	—— l. 10 • •	τρίγωνα. *A. B. C. D.*
—— 84. l. 4 τρίγωνα,	—— l. 13 • •	ἐπίπεδα. *A.*
—— l. 7 κοίλαι	—— l. 15 • •	κοίλα. *C. D.*
—— l. 13 οὖν	—— l. 21 • •	ἄρα. *A. D.*
—— l. 18 τῷ κυλίνδρῳ.	—— l. 24 • •	κυλίνδρω et fæpe hac paginâ. *D.*
—— l. 19 βάσεις	—— l. 25 βάσις	βάσεις et non infrequente hac prop. *B. D.*
—— l. 20 κυλίνδρῳ,	—— l. 26 • •	τῶ κυλίνδρω. *B.*
—— l. 21 ἀποτεμνομένη	—— l. 27 • •	ἢ ἀποτεμνομένη. *A.*
—— l. 31 οὖν	—— l. 32 • •	πρὸς. *A.*
—— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	—— l. 34 • •	τῶν παραλληλογράμμων. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 84. l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	Pag. 8. l. 35 • •	τὰ παραλληλόγραμμα. *A. B. C. D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 40 • •	μόνα. *A.*
—— 85. l. 7 Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος ἡ τὸ αὐτὸ τῷ ἐπιπέδῳ,	—— l. 47 • •	
		desunt. *C.*
—— l. 16 Λοιπὰ	—— 9. l. 1 • •	λοιπὸν. *A. D.*
—— l. 17 τῶν ΑΓΔΒ	—— – ib. • •	desunt. *A. D.*
—— l. 18 παραλληλογράμμων.	—— l. 2 παραλληλογραμμίων	παραλληλογράμμων. *B. C. D.*
—— l. 19 ὧν	—— l. 3 • •	deest. *D.*
—— l. 21 αἱ ἴσαι βάσεις	—— l. 4 αἱ ἴσαι βάσις	αἱ ἴσαι βάσεῖς. *B.* ἴσαις βάσεῖς. *C.* εἰ ἴσαι βάσεις. *D.*
—— l. 28 ἴσωσαν	—— l. 7 • •	ἴσων. *A.*
—— l. 29 τὰ Α, Γ	—— l. 8 • •	ΑΓ. *B. C.*
—— l. 44 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 • •	τῆς πλευρᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἴσαι,	—— l. 17 • •	εἶναι. *A.*
—— l. 48 χωρίων. Τῶν δὲ Κ	—— l. 19 • •	desunt. *D.*
—— l. 50 ΑΒ, ΒΓ	—— l. 20 ΑΔΒ ΒΘΓ	ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— 86. l. 1 ὧν τῷ	—— l. 24 • •	desunt. *C. D.*
—— l. 4 περίμετροι	—— – ib. • •	περίμετρα. *A.*
—— l. 9 ἀντιπεπόνθασιν	—— l. 27 ἀντιπεπόνθασιν	ἀντιπεπόνθασιν. *B. C. D.*
—— l. 19 ἀντιπεπόνθασιν	—— l. 33 • •	ἀντιπεπόνθασιν. *D.*
—— l. 21 τὸν ΑΒΓ περιφέρειαν,	—— l. 34 • •	τῆς ΑΒΓ περιφερείας. *B. C. D.*
—— l. 24 ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 • •	ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἀντιπεπόνθασιν	—— – ib. • •	ἀντιπεπόνθασιν. *D.*
—— l. 25 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ut in Edit. Oxon. *A.* et *C* εἰρημένων primo omisso.
—— l. 33 περιφέρειαν.	—— l. 39 • •	περιφερείας. *A. D.*
—— l. 35 κύκλῳ	—— l. 40 • •	deest. *A.*
—— l. 43 ἰλάσσονα	—— l. 44 • •	ἰλάσσων. *C.*
—— 87. l. 7 Καὶ	—— l. 52 • •	deest. *D.*
—— l. 29 Νοήθω	—— 10. l. 10 • •	κίσθω. *D.*
—— 88. l. 14 ὅπερ αἱ	—— l. 32 • •	ὅπερ καὶ αἱ. *D.*
—— l. 16 ΤΔ πρὸς τὴν	—— l. 35 • •	ΤΔΖ τὴν. *A.*
—— l. 18 ἐκ τῶν κέντρων.	—— l. 37 • •	ἐκ τῶν κέντρων
—— – ib. ΤΔ πρὸς τὴν	—— l. 38 • •	ΤΔΖ. *A.* ΤΔ πρὸς. *B. C. D.*
—— l. 24 ὅτως	—— l. 44 • •	ὧ. *A.*
—— l. 26 ὑπὸ τῶν ΓΔ,	—— l. 45 • •	ὑπὸ τῶ ΓΔ. *B. C. D.*
—— – ib. τῆς	—— – ib. • •	deest. *B. C.*
—— l. 29 ὡς	—— l. 47 • •	deest. *B. D.*
—— – ib. ὕτως	—— – ib. • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 31 ὅτως	—— l. 48 • •	deest. *A.*
—— l. 33 ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 49 • •	ὁμοίω ἀναγεγραμμένων. *A.*
—— l. 46 τῶν Α	—— 11. l. 3 • •	desunt. *A.*
—— 89. l. 5 τὸ δὲ	—— l. 8 • •	τόπο δὲ. *D.*
—— l. 10 ἐγγεγραμμένον,	—— l. 10 • •	γεγραμμένον. *D.*
—— l. 11 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 12 ἔχειν,	—— l. 11 • •	ἔχει. *A.*
—— l. 15 ἐγγεγραμμένῃ·	—— l. 12 • •	ἐγγεγραμμένον. *C.*
—— l. 17 ἴσῳ	—— l. 13 • •	ἰσὶ. *C. D.*
—— l. 19 ἴσῃ	—— l. 14 • •	deest. *D.*
—— l. 25 τῶν παραλληλογράμμων	—— l. 17 • •	τῶ παραλληλογράμμω. *A.*
—— l. 27 ὃ ἐστι	—— l. 19 • •	ὃς ἐστὶ. *B. C. D.*
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον,	—— 7. l. 17 περιγεγραμμένων ᾧ περὶ	ut in Edit. Ox. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἑτέρῳ	—— l. 19 • •	ἐν ἑτέρῳ. *C. D.*
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 20 περὶ τὸν	περὶ δὲ τὸν. *A. B. C. D.*
—— l. 24 εἰσὶ	—— l. 31 • •	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἴσχυσι	—— l. 34 • •	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ὡς	—— l. 35 ὥς τι	ὡς. *A.*
—— l. 28 πολύγωνα. Καὶ	—— l. 36 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 εἰσὶ	—— l. 38 • •	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 30 γωνιῶν, ὁμοίων	—— l. 39 ὁμοίων	γωνίων ὁμοίων
—— l. 40 πρὸς τὸ ΖΡΔ τρίγωνον.	—— l. 44 desunt	πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. *B.* πρὸς τὸ ΖΡΛ τρίγωνον altera manu.
—— l. 41 αἱ ἐκ τῶν	—— l. 45 ἐκ τῶν	αἱ ἐκ τῶν. *B.*
—— 91. l. 3 ᾗ ἰλάσσονα.	—— 8. l. 4 καὶ ἴλασσον	ἔχον καὶ ἔλασσον. *A. B. C. D.*
—— l. 15 δὴ	—— 11. l. 39 • •	δὲ. *A.*
—— l. 20 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 43 • •	desunt. *A.*
—— – ib. πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 22 ἔχειν,	—— l. 44 • •	ἔχει. *A.*
—— l. 33 ὃν	—— l. 50 • •	ὧν. *A.*
—— l. 34 τῶν κέντρων	—— l. 51 • •	τῶ κέντρω. *B. C. D.*
—— l. 40 γὰρ	—— 12. l. 3 • •	deest. *C.*
—— l. 41 δὲ Δ	—— – ib. Δ	δὲ Δ. *B. C. D.*
—— l. 46 περιγεγραμμένης	—— l. 6 • •	τῆς περιγεγραμμένης. *D.*
—— l. 49 ἰλάσσονα	—— l. 8 • •	ἰλάσσω. *A.*
—— 92. l. 8 ἔστι	—— l. 13 • •	deest. *A. D.*
—— l. 12 ἔχειν	—— l. 16 • •	ἔχει. *A. C. D.*
—— l. 18 τοῖς Α, Β	—— l. 19 • •	τοῖς ΑΒ κύκλοις. *B. C. D.*
—— l. 21 μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ	—— l. 21 • •	desunt. *D.*
—— l. 22 λόγον ἔχει,	—— – ib. • •	desunt. *C.*
—— l. 25 τὴν πλευράν,	—— l. 23 πλευρὰν	τὴν πλευρὰν. *A. C. D.*
—— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	—— l. 24 • •	desunt. *C. D.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 34 ὅτι	ἄρα. *A. B. C. D.*
—— 93. l. 2 Νοείσθω	—— 8. l. 9 • •	νενοήσθω. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 93. l. 9 ἢ παίδιτος γίνεται.	Pag. 8. l. 14 • •	ἤτις παίδευτος γάρ ἐγ[illegible]. *A.* ἤτις παίδευτος γίνεται. *B. C.* ἤτις παίδευτος γάρ. *D.*
—— l. 24 κοινοῦ ὕψους	—— l. 26 κοινοῦ ὕψος	κοινῆς ὑψους. *A.* κοινῶ ὑψους. *B. C. D.*
—— l. 25 λαμβανομένου.	— ib. • •	λαμβανομένης. *A. B. C. D.*
—— l. 38 τῇ δὲ πλευρᾷ	—— 12. l. 39 • •	τῆ διαμέτρῳ. *C.*
—— l. 43 τῶν	—— l. 42 • •	τὸν. *A.*
—— l. 51 διὰ τὸ	—— l. 47 • •	διατῦ το. *A.*
—— 94. l. 3 ἥμισυ	—— l. 49 ἡμίσυ	ἡμίσυ. *A. B. C.*
—— l. 9 ἔτυχεν	—— 13. l. 39 • •	ετυχε. *A.*
—— l. 15 καὶ ὑπὸ	—— l. 43 • •	καὶ τῦ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 16 ΔΖ, ΑΗ.	—— l. 44 • •	ΔΖ ΑΑ. *B. C. D.*
	—— — ib.	In margine εἰ τ' ἴσοιν αἱ ΔΑῶν ἴσαι αἱ τὸ ὑπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. *C.*
—— l. 18 ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ·	—— l. 45 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 37 • •	ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *A. B. D.* ὑπὸ τὸν ΒΔ ΔΖ. *C.*
—— l. 35 ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ	—— l. 38 • •	
—— l. 39 ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ	—— l. 39 • •	desunt. *C.*
—— 95. l. 1 ἐπιφανεία	—— 13. l. 2 • •	desunt. *D.*
—— l. 17 τῶν ΑΒΓ κώνων· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 18 • •	τῆ ἐπιφανεία. *B. C. D.*
—— l. 28 Α	—— l. 33 ΚΔ	desunt. *C.*
	—— l. 37	Α. *A. B. C. D.*
		In margine fine accentuatione αι γαν κυκλοι προς αλληλους εισι προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα. *B.*
—— 96. l. 2 ταῖς βάσεσι. Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον	—— 14. l. 1 • •	
		desunt. *A. D.*
—— l. 5 ἔστιν ὁ	—— l. 2 • •	ἐστὶν ὡς ὁ. *C. D.*
—— — ib. ὡς	—— l. 3 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 9 τῶν ἴσων κώνων	—— l. 5 • •	τῦ ἴσου κώνου. *A. D.*
—— l. 14 ἀλλήλας	—— l. 18 • •	ἀλλήλους. *A. B. D.*
—— l. 31 ὡς ἄρα	—— l. 8 • •	ὥστιε. *C.*
—— l. 35 ΔΘ	—— l. 20 • •	ΕΘ. *A. C. D.*
—— l. 40 τετάρτη ἡ ΔΕ	—— l. 22 • •	ἡ ΔΕ τετάρτη. *A.*
—— l. 41 πρὸς ΘΕ,	—— l. 23 πρὸς ΘΔ	desunt. *C.*
—— — ib. ΔΘ	—— — ib. • •	ΕΘ. *A. C. D.*
—— l. 43 Ὡς ἄρα	—— l. 24 • •	ὥστιε. *C.*
—— 97. l. 24 ὅτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον.	—— 15. l. 4 • •	desunt. *A.*
—— l. 35 Ὡς	—— l. 10 • •	ὥστι. *A. C. D.*
—— 98. l. 1 ΗΘΚ	—— — ib. • •	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 5 ΗΘΚ	—— l. 12 • •	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 13 ἴσον τῇ	—— l. 17 • •	τ τῆ. *A.* τὸ τῆ. *C. D.*
—— l. 23 ἀχθείσης	—— l. 23 ἀχθήσεις	ἀχθείσης. *A.*
—— 99. l. 2 τοῦτο	—— l. 41 • •	τέτοις. *A. D.*
—— l. 6 τοῦ ΜΝΞ κώνου· ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει	—— l. 48 • •	
		desunt. *A. C. D.*
—— l. 9 βάσεσι	—— l. 51 • •	ταῖς βάσεσι. *A. B. C. D.*
—— l. 18 κύκλος κῶνος	—— 16. l. 4 • •	κώνου κύκλος. *A. B. C. D.*
—— 100. l. 1 ΒΑ,	—— l. 12 • •	ΒΔ. *A.*
—— — ib. ἐπ' εὐθείας αὐτῇ.	—— — ib. • •	ἐπευθείαν. *C.* ἐπ' εὐθείαν αὐτῆ. *D.*
—— l. 12 ἐκ τῆς	—— l. 17 • •	ἔκτι τῆς. *B. C. D.*
—— l. 48 ΖΚ·	—— l. 32 ΖΗ	ΖΚ. *A.*
—— 101. l. 9 ᾗ ἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ,	—— 17. l. 7 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 εἷς τῶν λόγων	—— l. 9 • •	τὸν λόγον. *A.*
—— — ib. ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ,	—— l. 10 • •	ἡ ΕΞΑ. *C.*
—— l. 13 Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ὅτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, ὅτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.	—— l. 12 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 14 Ἔστιν	—— l. 13 • •	deeſt. *D.*
—— l. 18 ταὶς	—— l. 21 • •	αἱ ταῖς. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τῷ πολυγώνῳ,	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 37 πρὸς ΒΞ,	—— l. 28 • •	desunt. *A.*
—— l. 42 ἐστὶν ὡς	—— l. 32 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 43 ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ,	—— l. 34 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 εἷς τῶν λόγων	—— l. 35 • •	εἰς τὸν λόγον. *A.*
—— l. 47 Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ,	—— l. 39 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 48 ΖΗ,	—— l. 40 • •	desunt. *D.*
—— 102. l. 6 Α, Γ	—— l. 46 • •	τοῖς ΑΓ. *A. C. D.*
—— l. 8 γεγραμμένων ὀρθῶν	—— l. 47 • •	γεγραμμένω ὀρθὸ. *A.* γεγραμμένων ὀρθὸν. *B. C.* γεγραμμένον ὀρθὸν. *D.*
—— l. 13 τὴν	—— l. 50 τῆ	τὴν. *B.*
—— l. 35 σχῆμα ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 • •	σχῖσμα ἐγγεγραμμένον. *C.* σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— l. 37 ἐπιφάνεια	—— l. 15 • •	ἡ ἐπιφάνεια. *C. D.*
—— l. 48 ἐν	—— l. 30 • •	deeſt. *D.*
—— 103. l. 3 ἐσομένου	—— 8. l. 43 • •	ἐπομένω. *B.*
—— — ib. ἐν τοῖς	—— — ib. • •	ἐν τῆς. *A.*
—— l. 7 παραλλήλους	—— l. 46 παράλληλω	παραλλήλως. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 103. l. 14 ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, ἢ παραλλήλους	Pag. 18. l. 42 (τετραπλεῖρα) παραλλήλους	τετραγώνους. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῷ κέντρῳ	—— 19. l. 6 • • ——	τῷ μὲν κέντρῳ. *D.*
—— 104. l. 6 τῶν	—— l. 12 τὸν ——	τῶν. *D.*
—— l. 12 ΓΔ,	—— l. 14 • • ——	desunt. *C.*
—— — ib. ὅλας	—— l. 15 • • ——	ὅλαις. *D.*
—— l. 32 ἀπὸ	—— l. 24 • • ——	ὑπὸ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 27 ἄρα Ι, ΘΜ ——	ΕΙ ΘΜ. *A. B. C. D.*
—— 105. l. 3 ἴσον	—— l. 31 • • ——	καὶ. *A.*
—— l. 18 Ὁ δὲ Ρ	—— l. 51 ὁ Ρ ——	ὁ δὲ Ρ. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσος	—— 20. l. 4 • • ——	καὶ. *A.*
—— l. 26 ἴσον	—— l. 5 • • ——	καὶ. *A.*
—— l. 34 ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 7 • • ——	τῇ ἐπιφανείᾳ. *A.* τὴν ἐπιφάνειαν. *C. D.*
—— l. 38 ἴσον	—— l. 8 • • ——	καὶ. *A.*
—— 106. l. 4 ἐπὶ	—— l. 12 • •	deest. *B.*
—— l. 11 ΗΜΧ,	—— l. 17 • •	ΝΜΧ. *A.*
—— l. 14 ἴσον	—— l. 21 • •	deest. *A.*
—— l. 15 Ἔτι	—— l. 23 • •	ἐπὶ. *C.*
—— l. 19 ἴσον ἴσῃ κώνῳ	—— l. 30 • •	ἴσον τῷ κώνῳ. *B. C.* τῷ κώνῳ. *D.*
—— l. 22 ἴσον	—— l. 33 • •	deest. *A. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 41 • •	deest. *A. D.*
—— l. 29 ἴσοι	—— l. 43 • •	deest. *A. D.*
—— l. 32 ἐκκειμένῳ	—— l. 45 • •	εἰρημένῳ. *D.*
—— l. 36 τῶν	—— l. 48 • •	τῷ. *A.*
—— l. 39 μὲν	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— l. 48 ἴσον τῇ	—— 21. l. 4 • •	desunt. *A.* τῇ. *D.*
—— l. 49 ἐπιφάνεια	—— l. 6 • •	ἡ ἐπιφανία. *B. C. D.*
—— 107. l. 1 ἐπὶ	—— l. 9 • •	deest. *A. D.*
—— l. 51 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	ἐπὶ τῷ πρώτῳ. *B. C. D.*
—— — ib. Ἔστω ἓν τὸ σχῆμα	—— l. 37 ἐπὶ ἓν τῶν σχημάτων	ἓν. *A. D.* ἔστω ἓν τῷ σχήματι. *B. C.*
—— 108. l. 1 περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ	—— l. 39 • •	desunt. *C.*
—— l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 • •	desunt. *B. C. D.*
—— l. 8 Διηρημένης	—— l. 49 διηρημένως	διηρημένης. *B. C. D.*
—— l. 26 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 • •	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 9 • •	deest. *A. D.*
—— l. 35 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 • •	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 45 Ἔστω γὰρ ἥτις σφαῖρα	—— l. 17 • •	desunt. *C.*
—— 109. l. 1 τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ	—— l. 20 • •	τῇ ΖΕ πρὸς τὴν ΖΕ. *A.*
—— l. 7 τῆς ἴσης πάσαις	—— l. 24 τῆς πάσαις	τῆς ἴσης πάσαις. *B.*
—— l. 12 ἴσον	—— l. 27 • •	deest. *A. D.*
—— l. 14 Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου τῆς ΘΚ.	—— l. 28 • •	desunt. *D.*
—— l. 20 ἡ	—— l. 33 • •	deest. *A.*
—— l. 23 τοῦ	—— l. 38 • •	τῶν. *A. C. D.*
—— l. 26 ΚΖ	—— 9. l. 2 ΚΞ	ΚΖ. *A.*
—— l. 34 ἴσος	—— 22. l. 40 • •	deest. *D.*
—— l. 35 ἴσον	—— — ib. • •	deest. *A. D.*
—— l. 38 ἐν τῇ	—— l. 42 • •	αὐτῇ. *A. D.*
—— l. 40 ἴσος	—— l. 43 • •	deest. *A. D.*
—— l. 41 ἴσον	—— l. 44 • •	deest. *A. D.*
—— l. 42 ἴσον	—— — ib. • •	deest. *A. D.*
—— 110. l. 4 τῶν	—— l. 47 τῷ	τῶν. *A.*
—— l. 5 γὰρ	—— l. 48 • •	deest. *A. D.*
—— l. 12 Μείζων	—— 23. l. 1 • •	μεῖζον. *B. C.*
—— l. 15 ἴσος	—— l. 3 • •	ὁ ἴσος. *A.*
—— l. 16 ἡ τετραπλάσιος	—— — ib. • •	ἤ τι τετραπλάσιος. *A.* τετραπλάσιος. *D.*
—— — ib. εἰρημένου·	—— — ib. • •	εἰρημένου κώνου. *A. C. D.*
—— l. 27 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 • •	desunt. *A. D.*
—— 111. l. 2 ἴσος	—— l. 30 • •	deest. *A. D.*
—— l. 7 τὸ ὑπὸ	—— l. 36 • •	τῷ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῷ πολυγώνου τῷ ἐγγεγραμμένου.	—— l. 38 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἄλλαι	—— l. 45 • •	ἀλλήλας. *B. C. D.*
—— l. 18 τῶν πολυγώνων	—— l. 48 • •	τῷ πολυγώνῳ. *A.*
—— l. 20 ἴσοι	—— l. 49 • •	deest. *B.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 50 • •	τῷ ἐγγεγραμμένῳ. *A. C. D.*
—— 112. l. 4 Τῶν ἄρα	—— 24. l. 9 • •	τῷ ἄρα. *A.*
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 • •	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 11 ἔχει,	—— l. 12 • •	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 14 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 7 • •	ὀρθω. γίνομένων. *A.* ὀρθῶν γινομένων. *B. C. D.*
—— l. 15 ἀρα	—— l. 8 γὰρ	γίνεται. *B.* γὰρ ἐστὶ. *C. D.*
—— l. 16 τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ.	—— — ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 περιγεγραμμένου	—— l. 12 • •	ἐγγεγραμμένῳ. *A. C. D.*
—— l. 26 οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν·	—— l. 14 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 ΕΔ,	—— l. 16 • •	desunt. *B.*
—— l. 36 ΕΔ, οὕτως ·	—— l. 21 • •	ΕΔ ἕτως τὸ ἀπὸ ☉ ἐκ ☉ κέντρου ☉ Μ ἕτως. *C.*
—— l. 37 τὸ ἀπὸ ΑΚ.	—— — ib. • •	τὸ ΑΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἄρα	—— l. 22 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἐκ κέντρου	—— l. 23 • •	ἐκ τῷ κέντρῳ. *C. D.*
—— l. 44 τῶν	—— 24. l. 13 • •	τῷ. *D.*
—— l. 45 Ἔστω	—— — ib. • •	ὡς. *A. C. D.*
—— l. 49 Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτις ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας,	—— l. 16 • •	desunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 113. l. 9 ἐλαῖ	Pag. 24. l. 21 • •	ἐγὶ. *D.*
—— l. 10 πολυγώνῳ,	—— – ib. • •	deest. *D.*
—— l. 17 ἐπιφάνειαν	—— l. 28 • •	deest. *A.*
—— l. 47 Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα	—— l. 50 • •	desunt. *D.*
—— l. 50 γὰρ τῦ	—— 25. l. 2 • •	γὰρ. *D.*
—— l. 52 Οὐκ ἄρα ἀλλ' ἐλάσσων ὁ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας	—— l. 3 • •	desunt. *A. D.*
—— 114. l. 5 βάσιν	—— l. 6 • •	τῦ βάσιν. *A.*
—— l. 13 ἴσην	—— l. 10 • •	deest. *A.*
—— l. 17 λόγον ἐλάσσονα, τῦ	—— l. 12 • •	λόγον, τῦ. *A. C. D.*
—— l. 48 τῦ Κ	—— l. 22 τῦ Κ	τῦ Κ. *D.*
—— 115. l. 19 ὅτι τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου	—— l. 47 • •	desunt. *D.*
—— l. 30 πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ	—— 26. l. 2 • •	desunt. *A. B. C. D.* sed in *B* lacuna relinquitur, et verba Edit. Bas. man. alt. scrib.
—— l. 43 Η. Τὸ	—— 9. l. 26 • •	Η. τὸ. *A.*
—— l. 44 προκείμενον	—— – ib. • •	προκειμένου. *B.*
—— l. 46 Ποιῆται	—— l. 27 ποιῆταί τι	ποιῆται. *A. B. D.* ποιητέον. *C.*
—— 116. l. 2 Η, Θ	—— l. 31 Θ, Ι, Η,	ΟΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 5 τῦ ὃν ἴχνι	—— l. 33 • •	τούτου ἴχνι. *A.* desunt. *D.*
—— l. 11 τῆς Η·	—— l. 37 τὸ Η	τῆς Η. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ὅπερ ὁ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ὁ ΑΒ τῆς Η,	—— l. 38 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 28 σφαίρας.	—— 26. l. 11 • •	σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλιά τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 17 • •	γὰρ. *A. C. D.*
—— 117. l. 15 ὧν, ὅτι ὁ Λ κύκλος	—— l. 50 • •	ὅτι ὁ κύκλος. *B. C. D.*
—— l. 19 Γίνεται	—— 27. l. 1 • •	deest. *A. D.* γίνεσθω. *B.* γὰρ. *C.*
—— l. 31 τῶν	—— l. 6 τῦ	τῶν. *A. D.*
—— l. 33 αἱ	—— l. 7 • •	deest. *A. D.*
—— 118. l. 1 ἴσαι	—— l. 10 • •	ἐγὶ. *D.*
—— l. 7 τμῆμα πολύγωνον	—— l. 12 πολύγωνον	τμῆμα πολύγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 9 περιεχθῇ τὸ	—— l. 14 • •	περιεχθέτω χῆμα. *A.*
—— l. 21 τοῦτι	—— l. 20 • •	τυτέγῖ. *C.*
—— l. 39 ἴσῃ	—— l. 32 • •	ἄῃτι. *A.*
—— 119. l. 1 ὑπὸ	—— l. 39 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσῃ ἔστος τῇ ἀπὸ ΘΑ.	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἐπιφανίᾳ	—— – ib. • •	τῆ ἐπιφανία. *B. C. D.*
—— l. 15 ἴσον	—— 10. l. 6 ἴσων	ἴσον. *A. C. D.*
—— l. 22 τῶν	—— 27. l. 45 • •	τῆ. *D.*
—— l. 25 καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ	—— l. 46 • •	desunt. *C.*
—— l. 28 ΒΕ,	—— l. 47 • •	ΒΑ. *A.*
—— – ib. ποιεῖτω χῆμα τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, ἧ ἀπὸ τοῦ	—— – ib. • •	ποιεῖ τῶ χῆματί ὑπὸ τῆ. *D.*
—— l. 42 χήματι,	—— l. 51 • •	τμήματι. *A. B. C. D.*
—— 120. l. 9 βάσις	—— 28. l. 11 • •	ἡ βάσις. *A. B. C. D.*
—— l. 15 κώνῳ,	—— l. 19 • •	τῶ κώνω. *A. D.*
—— l. 21 ἴσους	—— l. 23 • •	ἴσας. *B. C. D.*
—— l. 24 ἐστὶν	—— l. 25 • •	deest. *D.*
—— l. 43 ἔλασσον	—— l. 39 • •	ελασσων. *B.*
—— l. 46 τομέα	—— l. 43 • •	τὸ μὲν Α. *C.*
—— l. 50 ἐπιφανείας	—— l. 49 • •	ἐπιφάνειαν. *C.*
—— 121. l. 2 γράψουσιν,	—— l. 51 • •	γράψασα. *A.*
—— l. 12 ἴσαι	—— 29. l. 3 • •	ἐγὶ. *A.*
—— l. 26 ἐσί.	—— l. 8 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἐστὶ ἡ	—— l. 11 • •	γδ ἐγὶ ἡ. *A.* γίνεται ἡ. *B.* γδ ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 39 Δ	—— 10. l. 7 • •	ΔΕ. *D.*
—— l. 43 ἐστὶ	—— l. 10 • •	γὰρ. *A. C. D.* γίνεται. *B.*
—— l. 45 κώνου ἐπιφανείας οἰδήσεται,	—— l. 11 ἐπιφανείας ἠδήσεται	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἔχει	—— – ib. • •	ἐπὶ. *A. C. D.*
—— 122. l. 12 πασῶν	—— 29. l. 16 • •	πάσας. *D.*
—— l. 13 ἧ τῆς ἔτι	—— – ib. • •	ἧ ἐπὶ τῆς. *B. C. D.*
	—— l. 17 ἐγγεγραμμένου	deest. *C.*
—— l. 31 ὁ Ν,	—— l. 23 • •	οὗ. *D.*
—— 123. l. 5 Ἐὰν γὰρ	—— l. 38 ἐὰν	ἐὰν γὰρ. *A. B. C. D.*
—— l. 29 περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος,	—— l. 48 • •	περιδιάμετρον τὴν —— ΚΛ κύκλος. *D.*
—— l. 30 ἴσον	—— l. 49 • •	ἴσος. *B. C.*
—— l. 36 οὖν τὸ	—— 30. l. 1 • •	αὐτὸ. *A.*
—— 124. l. 12 ποιήσωσαν	—— l. 13 • •	ποιήσωσαν. *D.*
—— l. 16 ἔχει, ἡ	—— l. 19 • •	inter ἔχει et ἡ parva lacuna relinquitur. *B.*
—— l. 28 Ἔσαι	—— l. 28 • •	ἐγὶ. *D.*
—— l. 37 γωνίας	—— l. 30 αγωνίας	γωνίας. *B. C. D.*
—— – ib. Ἔσαι	—— l. 31 • •	ἐγὶ. *D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα	—— l. 32 • •	ὥσπερ. *C.*
—— l. 43 καὶ ἡ	—— l. 33 • •	desunt. *D.*
—— l. 45 τὴν	—— l. 35 • •	deest. *D.*
—— 125. l. 1 ἐστὶν	—— l. 36 • •	deest. *A.*
—— l. 5 Ἔσαι	—— l. 38 • •	ἐγὶ. *D.*
—— l. 10 ἔστως	—— l. 41 ὡς	ἔστως. *B. C. D.*
—— l. 12 ἔστως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ Ξ κέντρου τῦ Ν κύκλου,	—— l. 42 • •	desunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 125. l. 17 Ὅμοιοι ἄρα	Pag. 30. l. 45 ὅμοιοι	ὅμοιοι ἄρα. *B. D.* ὅμοιοι δὴ. *C.*
—— l. 26 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.	—— 10. l. 25 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 42 τῆς ΕΚ	—— l. 34 τῇ ΕΚ	τῆς ΕΚ. *B.*
—— l. 44 ὑπὸ τῆς ΕΚ, καὶ φασῶν, πρὸς τὸ	—— l. 35 • •	desunt. *D.*
—126. l. 5 ἔστω	—— l. 39 • •	ἔστω. *A. D.*
—— – ib. ΕΔ	—— – ib. ΕΛ	ΕΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 κέντρου ἐπὶ τὸν ἀφὸν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τῆς ἰλάσσονος.	—— l. 40 κέντρου τῆς ἰλάσσονος	κέντρου ἐπὶ τὸν ἀφὸν ἐπιζευχθεῖσαν. τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἰλάσσονος. *B. C. D.*
—— l. 21 τῇ ΑΒΓ κύκλῳ·	—30. l. 51 • •	τὸ ΑΒΓ κύκλος. *C.*
—— l. 23 ἴσον ἐστὶ τῇ ΑΒ. Δεῖ δὴ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος,	—31. l. 1 • •	desunt. *C.*
—— – ib. Δεῖ δὴ δεῖξαι	—— – ib. δέδεικται	δεῖ δὴ δεῖξαι. *B. D.*
—— l. 41 τὸν κύκλον,	—— l. 10 • •	τὸν Ζ κύκλον. *B. C. D.*
—— l. 45 ἔστω,	—— l. 17 • •	ἐστὶν. *D.*
—127. l. 18 περὶ τούτου,	—10. l. 45 • •	περὶ τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ἐστὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων.	—11. l. 2 • •	εἰς τὴν τῶν ἐκτὸς κέντρων. *C.*
—— l. 24 ἄρα	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 26 Ἐὰν	—31. l. 27 • •	καὶ ἐὰν. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἐστὶ	—— l. 28 ἐστὶ	ἐστὶ. *D.*
—— l. 35 ἀπὸ τῶν ΒΓ	—— l. 30 • •	ἀπὸ τῆ Γ. *B.* ἀπὸ τῶν Γ. *C. D.*
—128. l. 25 ὅπως	—32. l. 1 ὅπερ	ὅπως. *A.*
—— – ib. λόγον ἔχει	—— l. 2 • •	λόγον ἔχει. *B. C.*
—— l. 27 πρότερον	—— l. 3 • •	προτερῶ. *D.*
—— l. 30 σημεῖον, πρὸς τὸ	—— l. 4 • •	σημεῖον πρὸς τὰ περιεχόμενα πρὸς τὸ. *D.*
—— l. 33 ἡ πλευρὰ τῦ περιγεγραμμένου πολυγῶνου πρὸς τὴν πλευρὰν	—— l. 5 • •	τῦ περιγεγραμμένου. *D.*
—— l. 42 Ἡ δὴ Δ πρὸς Ε	—— l. 10 • •	ἡ δὴ Δ πρὸς Ζ. *A.*
—129. l. 2 Τὸ ἄρα	—— l. 15 • •	ἢ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 3 ἰλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ γινὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τομέος	—— l. 25 • •	τομεὺς. *A.*
—— l. 30 Δ πρὸς Ε·	—— l. 30 • •	ΔΕ. *C.*
—— l. 35 Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος.	—— l. 33 • •	desunt. *A. D.*
—130. l. 1 ἰλάσσονα λόγον ἔχει,	—11. l. 8 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἠμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 10 • •	desunt. *A. D.*
—131. l. 6 πάσης σφαίρας	—— 33. l. 3 • •	πάσης partim deletâ et marg. alt. man. corr. παντὸς τμήματος. *B.*
—— l. 8 δὴ ὅτι	—— l. 5 • •	δῆλον ὅτι. *C.*
—— – ib. τμήματος	—— – ib. • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 11 δὴ ὅτι	—— l. 7 διότι	δὴ ὅτι. *B.*
—— l. 16 τῆς σφαῖρας·	—— l. 9 • •	desunt. *D.*
—— l. 21 διὰ τούτων θεωρημάτων,	—— l. 12 διὰ τῦ τῶν θεωρημάτων	διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων. *B.* δὴ αὐτῦ. *C.* δὴ αὐτῶν τούτων θεωρημάτων. *D.*
—132. l. 13 ὁ	—— l. 19 • •	deest. *C.*
—— l. 18 Ε	—— l. 22 • •	Β. *A.*
—— l. 39 εὐθειῶν	—— l. 36 • •	deest. *D.*
—— l. 40 τῶν	—— l. 39 • •	τῶν τῆς. *A. B. C. D.*
—133. l. 5 ὅτω τὴν ΗΘ	—— l. 43 • •	τὴν ΗΘ. *B. C.* desunt. *D.*
—— l. 12 ὡς τὸ ἀπὸ	—34. l. 1 • •	ὡς ἀπὸ. *C.*
—— l. 24 δὴ	—11. l. 13 • •	δὴ. *C. D.*
—— l. 26 εἰπεῖν,	—— l. 15 • •	ποιεῖν. *B. C. D.*
—— l. 36 ἔσται	—— l. 22 διὰ	ἔσται. *B. C.* ἄρα. *D.*
—— l. 42 ΑΓ.	—— l. 26 • •	ΑΓ κώνε. *A. B. C. D.*
—— – ib. Ὁ γὰρ κύλινδρος	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—134. l. 1 ὃν δέον	—— l. 36 • •	ὠδὶ ὂν. *A.*
—— l. 7 κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ	—— l. 38 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—12. l. 3 • •	γιγράφθω. *A. B. C. D.*
—— – ib. Ἔσται	—— – ib. • •	ἔστω. *A.*
—— l. 21 τρίτῳ	—— l. 6 • •	τρίγωνω. *C.*
—— l. 22 συνεστάμενοι	—— – ib. • •	ποιησάμενοι. *D.*
—— l. 36 τὴν ΖΗ	—— l. 20 • •	τὸν ΖΗ. *B. D.*
—— l. 40 δὴ δέοι	—— l. 25 δέοι	δὴ δέοι. *A. B. C. D.*
—— l. 55 ΤΥ,	—— l. 36 • •	τῦ ΤΥ. *A. D.*
—135. l. 9 ἐντυχήκαμεν	—— l. 47 • •	ἐντετῦχήκαμεν. *A.*
—— l. 10 γεάφειν.	—— l. 48 • •	γραφὴν. *D.*
—— l. 12 πρὸ	—— l. 49 • •	πρὸς. *D.*
—— – ib. κεχρῆσθαι	—— – ib. • •	κεχρᾶσθαι. *A.*
—— l. 14 χρεῖται·	—— l. 50 • •	χρῆται. *A.*
—— l. 19 συνεχεῖ	—13. l. 3 • •	σῦνεχέα. *B.*
—— l. 27 τὸ ΘΜ.	—— l. 8 • •	τῶ ΘΜ. *D.*
—— – ib. Σωλήνι σχισθεισῶν	—— – ib. σωλῆνι σθεισῶν	σωληνῖσθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 34 Τέτων	—— l. 10 • •	τῶν. *A.*
—— l. 38 οὖ	—— l. 13 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ψαύῃ	—— l. 15 • •	ψαύει. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 136. l. 13 ἀποτέμοι	Pag. 14. l. 7 ἀποτέμοις	ἀποτέμοι εἰς. *B.*
—— l. 14 τὰς	—— l. 8 • •	τὰ. *A.*
—— l. 19 δῆλον ὅτι	—— l. 13 • •	δηλαδή. *D.*
—— — ib. δίχα τέμνεται	—— l. 14 • •	δίχα τέτμηται. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΖΘ, ΘΕ.	—— l. 17 • •	desunt. *D.*
—— l. 27 ἴσον ἐστὶ	—— l. 20 • •	ἴσον. *D.*
—— l. 33 ὅτως	—— l. 23 • •	deest. *D.*
—— l. 35 ἡ ΑΒ. ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.	—— l. 24 • • • •	desunt. *D.*
—— l. 39 δεδεῖσαι	—— l. 26 • •	deest. *A.*
—— l. 41 γεγράφθω	—— l. 27 • •	ἐγγεγράφθω. *C.*
—137. l. 3 ἴσχυι ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης, ὡς εἴρη), τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι	—— l. 34 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 25 καὶ ἡ ΔΑ	—— l. 49 ἡ ΔΑ	καὶ ἡ ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 28 Ἥρωνος κατασκευῆ.	—15. l. 1 ἥρωνος κατασκευῆς	ἥρωνος· τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ λαφθέντι ἐστὶ τῆς ἥρωνος κατασκευῆς. *A. B. C.* in *D.* τω ante λαφθέντι deest.
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 • •	σολόγη. *D.*
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ. ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.	—— l. 8 • • • •	πρὸς τὸ ΚΖ. *A. B. C. D.* desunt. *A.*
—— l. 43 Καὶ κέντρῳ	—— l. 10 κέντρῳ	καὶ κέντρῳ. *D.*
—138. l. 11 παραγομένη	—— l. 21 • •	παραγινομένη. *C.*
—— l. 27 διὰ τὴν ΑΕ	—— l. 35 • •	διὰ τὸ τὸν ΑΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 ΗΖ,	—— l. 45 • •	desunt. *D.*
—— l. 40 ΜΒ,	—— l. 47 • •	αἱ ΜΒ. *A.*
—— l. 46 ἐπὶ τεταγμένα	—16. l. 2 • •	ἐπὶ τὰ γινάμενα. *A. C. D.*
—— l. 47 ὁμοίως	—— — ib. • •	ὁμοίων. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ὡς	—— l. 3 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 50 παραθίσει	—— l. 4 • •	παραθίσεις. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἴσονται ἡ	—— l. 6 καὶ ἡ	ἔστω ἡ. *A. D.*
—139. l. 4 τῇ ἀπὸ τῇ	—— l. 8 • •	τῇ ἀπὸ τῆς. *C. D.*
—— l 6 δύο εὐθεῖαι,	—— l. 9 • •	desunt. *D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 33 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 33 ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι,	—— l. 37 • •	ἐὰν τῶν εὑρεθῆναι τῶν ὀφειλουσῶν μέσων. *A.* ἐὰν τῶν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι. *B. C. D.*
—— l. 40 σημεῖον·	—— l. 45 • •	σημεῖον ἔστω. *A. C. D.*
—— l. 52 μεταξὺ	—17. l. 1 μεταξὺ	μεταξὺ. *C. D.*
—— — ib. μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἵως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτῆ μέρος.	—— — ib. • •	desunt. *B.*
—— — ib. οὗ	—— l. 2 • •	ὃν. *D.*
—140. l. 2 μεταγοντες	—— l. 3 • •	μεταγαγόντες. *C.*
—— l. 4 ΒΔ κύβος,	—— l. 5 • •	desunt. *D.*
—— l. 7 ἐπὶ τὸ Λ,	—— l. 7 ἐστὶ τὸ Δ	ἐπὶ τὸ Δ. *D.*
—— l. 8 τῇ ΔΗ,	—— — ib. • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 10 ΔΓ.	—— l. 8 • •	ΔΓ. *C. D.*
—— l. 15 τῆς	—— l. 11 • •	deest. *A.*
—— l. 20 ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ.	—— l. 14 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 27 ἄρα	—— l. 17 • •	γὰρ. *A.*
—— l. 37 ὡς	—— l. 24 • • initio lineæ	deest. *D.*
—— l. 50 ΜΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΑΜ	—— l. 31 • •	desunt. *A. D.*
—141. ΣΠΟΡΟΣ.	• •	ΠΟΡΟΣ. *B.*
—— l. 1 αἱ δοθεῖσαι	—— l. 34 • •	δύο δοθεῖσαι. *A.*
—— l. 2 μίσας	—— — ib. • •	εὐθείας. *A.*
—— — ib. συνεχεῖ	—— l. 35 • •	σύνεχέα. *B.*
—— l. 20 πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ	—— l. 47 • •	desunt. *D.*
—— l. 22 ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 50 • •	desunt. *D.*
—— l. 23 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 29 τετάρτη ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ,	—18. l. 3 • •	desunt. *D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ΑΒ	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—— l. 35 πρὸς ΒΓ	—— l. 7 desunt	πρὸς ΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ,	—— l. 8 • •	desunt. *D.*
—— l. 40 εἰρημένη.	—— l. 9 γραμμῆ	γεγραμμένη. *A. D.*
—— l. 43 πεπερασμένη	—— l. 11 περασμένη	πεπερασμένη. *B. C. D.*
—— l. 46 αἱ	—— l. 13 • •	deest. *B.*
—— l. 49 τὸ Θ,	—— l. 15 τῆς Θ	τὸ Θ. *A. D.*
—142. l. 20 ἴσον	—— l. 31 • •	ἴσον ἐστὶ. *A.*
—— — ib. Δ, Γ,	—— — ib. • •	ΔΑΖ. *D.*
—— l. 21 ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, Ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΑ,	—— — ib. • •	desunt. *C.*
—— l. 23 Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ, καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε.	—— l. 33 ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε	ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε. *D.*
—— l. 29 πρὸς	—— l. 36 • •	αἱ πρὸς. *A. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 142. l. 34 ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ὅτως ἡ ΔΒ	Pag. 18. l. 41 ἡ ΔΒ	ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ἡ ΔΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 41 τὸν	—— l. 46 • •	τῆς. *A.*
—— l. 42 Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ,	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 43 ἡ ΒΕ	—— l. 47 • • fine lineæ.	desunt. *D.*
—— l. 47 τὸν ΒΔ. Ἤτταν ἄρα ἡ ἐπίρρας δυθείσης τῆς περὶ	—— 19. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 49 Καὶ δυθεῖσα ἄρα	—— l. 2 καὶ δυθεῖσα	δυθεῖσα ἄρα. *A. B.* δυθεῖσα ἢ. *C.* δυθεῖσα. *D.*
—— l. 52 ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4 • •	desunt. *A. B. C. D.*
— 143. l. 3 Τέμνουσι δὲ ἀλλήλας	—— l. 6 • •	τεμοῦσι δὲ ἀλλήλας. *B. D.* τεμνοῦσι δὲ ἀλλήλας. *C.*
—— l. 17 καμαρικῶν.	—— l. 15 • •	μακαρικῶν. *A.*
—— l. 18 αἱ δυθεῖσαι	—— l. 16 • •	δυθεῖσαι. *A. D.*
—— – ib. ΑΔ, Γ.	—— – ib. • •	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 19 ΑΔ, Γ	—— – ib. • •	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 27 τέμνει	—— l. 21 • •	τεμεῖ. *C. D.*
—— l. 33 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 24 • •	τῆς ΑΠ εὐθείας. *A. C. D.*
—— l. 42 τὸ	—— l. 26 • •	τὸ μὲν. *A. B. C. D.*
— 144. l. 5 ΘΒ, ΘΖ,	—— 20. l. 8 • •	ΘΒΖ. *B. C.* ΘΒ. *D.*
—— – ib. ΘΑ, ΘΙ,	—— l. 9 • •	ΘΑΙ. *B. C.* ΘΑ Ι. *D.*
—— l. 7 ΜΑΘ·	—— l. 10 • •	desunt. *D.*
—— l. 10 οὕτως ἡ ΙΑ	—— l. 11 • •	desunt. *D.*
—— l. 17 σηκὸν	—— l. 16 • •	σῖκὸν. *A.*
—— – ib. κίονα	—— – ib. • •	καλῶ. *A. B. C. D.* corr. marg. *B.* man. alt. κίονα.
—— – ib. σφαλεὶς, διπλασιάζων	—— – ib. σφαλῆς, διπλασιάζων	σφαλεῖς, διπλασιάζει. *A. D.*
—— l. 25 πρῶτον	—— l. 21 • •	πρῶτος. *A. C. D.*
—— l. 28 συνεχῆ	—— l. 23 • •	συνεχία. *B.*
—— l. 30 τινά	—— l. 24 • •	τινὰς. *C. D.*
—— – ib. ἐπιβαλομένης νόσου,	—— – ib. • •	ἐπιβαλομένης. *A. B.* ἐπιβαλλομένης. *C.* ἐπιβαλλομένης. *D.*
—— l. 31 ἐπιταχθέντας,	—— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 Διαπεμψομένους	—— l. 26 διαμεμψαμένοις	διαμεμψαμένους. *B. C. D.*
—— l. 34 ἐπιδιδόντων	—— l. 27 • •	ἐπιτιδόντων. *A.*
—— – ib. δοθεισῶν	—— – ib. • •	τῶν δοθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 39 ἐπιβραχύ τι	—— l. 30 ἐπὶ βραχύ τι	ἐπὶ βραχύτητι. *B. C. D.*
—— l. 40 ὀργανικὴ	—— l. 31 • •	ὀργανικὴ λῆψις. *B. C. D.*
—— – ib. εὑρίσομεν,	—— – ib. • •	εὑρίσκομεν. *C.*
—— l. 44 σχηματίζειν,	—— l. 34 • •	μετασχηματίζειν. *A. B. C.* καταχηματίζειν. *D.*
—— l. 45 τὴν κωνὸς,	—— l. 35 • •	desunt. *D.*
—— l. 47 καθιστᾶναι,	—— l. 36 • •	καθιστάσαι. *B. C. D.*
— 145. l. 2 κατατρήσεις,	—— l. 42 • •	καταμητρήσεις. *A.* καταμετρήσεις. *D.*
—— l. 3 μέλλει	—— l. 45 μένει	μέλει. *B. C.* μέλλει. *D.*
—— l. 4 δυνατὰ	—— l. 48 • •	δύναται. *B.*
—— l. 7 συνεχῆ	—— 21. l. 2 • •	*συνεχία. *B.* ut semper
—— l. 20 σημεῖον εὐθεῖα,	—— l. 7 • •	εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 30 τὴν ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ,	—— l. 12 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ὡς ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ,	—— l. 13 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέικται	ἀποδεδειχται. *A. C. D.*
—— l. 39 πενακίσκως	—— l. 18 • •	πυνακίσας. *A.*
—— l. 42 ὡσαύτως	—— l. 20 • •	ὡς αὐτῶ. *A.*
—— l. 47 μεμολυβδοχημένοι.	—— l. 23 μεμολυβδοχημένων	μεμολῦβδοχημένον. *A. C. D.*
—— l. 50 ἴχεις	—— l. 25 • •	ἴχης. *C.*
— 146. l. 2 ἴχη	—— l. 29 • •	ἴχει. *B.*
—— l. 6 ἀλλήλας,	—— l. 31 • •	ἀλλήλας εἰσὶν. *A. D.*
—— l. 7 ΒΖ πρὸς ΓΗ.	—— – ib. • •	ΚΖ πρὸς ΚΗ. *D.*
	—— 22. Carminis titulus	σίχοι ἡρω ιλεγείοι. *A.*
—— l. 18 Φράζεται	—— l. 2 • •	φραζεται. *A.*
—— l. 23 δυσμήχανα	—— l. 7 δισμήχανα	δυσμήχανα. *C. D.*
—— l. 28 κεν	—— l. 12 • •	μὲν. *B.*
—— l. 29 Πτολεμαῖς	—— l. 13 ϖλολεμαῖς	ϖλολεμαῖε. *A. B. C. D.*
—— – ib. συνηθῶν	—— – ib. συνη ων	συνηθῶν. *A. C. D.* σϋνήμων. *B.*
—— l. 37 χρείαν.	—— l. 20 deest	χρίαν. *A.*
—— l. 40 τοῦτε ἀνελλιπεῦς.	—— l. 22 τυτ' ἰαν ἰλλείπους	τυτ' ἰαν ἰλλείπυς. *A.* τῦτε ἀνιλλείπυς. *C. D.*
—— l. 41 Ἐρατοσθένη	—— l. 23 • •	ἐρατοσθένη. *A.*
— 147. l. 3 πελεκινοειδῆ,	—— l. 25 • •	πιλικοειδῆ. *A.*
—— l. 4 μέρος τὸ	—— l. 26 • •	μέρος. *D.*
—— l. 5 τὴν μέσην	—— – ib. • •	πρὸς μέσην. *B. C. D.*
—— l. 6 ὑπερέχον	—— 23. l. 1 • •	ὑπερέχειν. *B.*
—— l. 9 περιβαίνειν	—— l. 2 • •	περϊμαίνειν. *A.*
—— – ib. τῷ	—— l. 3 • •	τῆ. *A.*
—— l. 10 πρὸς δὲ τῷ	—— – ib. • •	πρὸς τῶ. *A. D.*
—— l. 11 ἐγκείσεται εἰς τὸ	—— – ib. ἐγκείσεται εἰς τὸν	ἐγκείσεται εἰς τῖ. *C.*
—— l. 14 πελεκινοειδεῖ	—— l. 4 • •	πίλακι νόει δεῖ. *D.*
—— l. 18 πρὸς Δ	—— l. 5 πρὸς τὸ Ζ	πρὸς τῶ Ζ. *D.* in hac prop. ferme πρὸς τᾶ. in *C*, et *D*.
—— l. 27 ἐπὶ τῷ	—— l. 8 • •	ἐπὶ τὸ. *D.*
—— l. 28 κυλινδρίῳ	—— – ib. • •	κυλίνδριον. *A. D.*
—— l. 29 κυλινδρίῳ	—— l. 9 • •	κῦλίνδρον. *A.*

Edit. Oxon.		Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 147. l. 30	τουμέτρου,	Pag. 23. l. 9 • •	τοῦμετρον. *C.*
—— l. 36	τῇ γραμμῇ	—— l. 14 • •	γραμμῆ. *C.*
—148. l. 3	τοῖς	—— l. 21 • •	deeſt. *D.*
—— l. 10	τοῦτο δὴ	—— l. 26 • •	τοῦτο δὲος. *A.*
—— l. 11	γίνεται	—— ib. • •	γὰς τὸ. *D.*
—— l. 19	ὅπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 ἀδύνατον	ὅπερ ἀδυνάτου. *B. C. D.*
—— l. 20	διαγομένη	—— l. 31 • •	διαλεγομένη. *A.*
—— l. 26	διάγειν	—24. l. 4 • •	διαγαγεῖν. *D.*
—— l. 29	τῷ ΔΘ	—— l. 6 • •	ΔΘ. *D.*
—149. l. 3	τῇ δοθείσῃ.	—— l. 8 • •	δοθέσῃ. *D.*
—— l. 10	ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ.	—— l. 13 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 13	τῇ	—— l. 14 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 16	Μ.	—— l. 16 ΜΓ	Μ. *A. B. C. D.*
—— ib.	ΓΛ	—— ib. ΦΛ	ΓΛ. *A. B. C. D.*
—— l. 25	ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῇ	—25. l. 6 • •	deſunt. *D.*
—— l. 37	σκωδίντι	—— l. 16 • •	συνδιντι. *A.*
—— l. 39	ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Καί ἐστι τῷ μὲν	—— l. 19 • •	deſunt. *A.*
—— ib.	ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ	—— ib. • •	deſunt. *D.*
—— l. 41	ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 • •	ὑπὸ ΒΜ. *B. C.* ἀπὸ ΒΜ. *D.*
—— l. 43	Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ·	—— l. 24 • •	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 44	ἀπὸ	—— ib. • •	deeſt. *A.*
—— l. 48	ἔστως ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ.	—— l. 26 • •	ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. *A.* deſunt. *D.*
—— l. 49	ΓΚ, ἡ ΜΑ	—— l. 27 • •	ΓΚ τῇ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ ἐστὶ δὲ τῇ ὡς ΑΓ πρὸς ΓΚ ἡ ΜΑ. *A.*
—150. l. 5	πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	—34. l. 8 • •	deſunt. *C.*
—— l. 8	τῷ διὰ τῶν	—— l. 9 • •	τῶν διὰ τὸν. *C.*
—— l. 15	ἔχοντες	—— l. 12 • •	ἔχοντα. *A.*
—— l. 18	κινοήθω	—— l. 14 • •	νοίησθω. *A.*
—— l. 21	μὲν	—— l. 15 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 24	Ἔστι	—— l. 17 • •	ἔσται. *B. C.*
—— l. 26	βιβλίῳ.	—— l. 18 • •	ſcribuntur in marg. *C.* ὁ τῶ ΑΖ
—— l. 30	ἐστὶν,	—— l. 20 • •	deeſt. *B.*
—— ib.	ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— ib. • •	repetuntur ἡ ΘΔ mutatis in ἄρα ΘΔ. *A.*
—— l. 36	πρὸς	—— l. 23 πρὸ	πρὸς. *B. C.*
—— l. 37	ἄξονι	—— ib. ἄξωνι	ἄξονι. *A.*
—151. l. 8	ἄρα	—— l. 28 • •	ἄρα ἐστὶν. *A. C. D.*
—— l. 9	κύκλος,	—— ib. κύκλον	κύκλος. *C.*
—— l. 21	ἐστιν ὡς	—— l. 34 • •	ὡς ὁ. *B.* ἐστὶν ὁ. *C. D.*
—— l. 28	τῇ ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται	—— l. 37 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39	τῶ Ν κώνῳ,	—35. l. 5 τῶ κώνῳ	τῶ Ν κώνῳ. *B. C. D.*
—— l. 41	ΒΘΖΑ	—— l. 7 • •	ΒΘ ΖΔ. *A. B. C.* ΚΒ ΖΔ. *D.*
—— ib.	ΒΘΖΚ	—— ib. • •	ΒΘ ΖΑ. *D.*
—152. l. 3	δείξομεν	—— l. 13 • •	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 7	τῆς σφαίρας.	—— l. 17 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22	ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ.	—— l. 23 ΔΘΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ ΔΚ	ΔΚΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. *A. C. D.* et τῶν mutato in τῶ. *C.*
—— l. 24	ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31	ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν	—— l. 26 • •	deſunt. *D.*
—153. l. 16	ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—25. l. 29 • •	deſunt. *D.*
—— l. 22	ΓΒ	—— l. 33 • •	ΓΘΒ. *B. C. D.*
—— l. 23	ἔστως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,	—— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 28	τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— l. 36 τὸ ΒΕ	τὸ ἀπὸ ΒΕ. *C. D.*
—— l. 33	ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 39 • •	deſunt. *D.*
—— l. 40	ἀποδείκνυεν	—— l. 43 • •	ἀποδείκνυμεν. *C. D.*
—— ib.	κώνῳ,	—— l. 44 deeſt	κώνῳ. *C. D.*
—— l. 44	τέμνει	—— l. 46 • •	τέμνη. *D.*
—154. l. 4	ὑπὸ κωνικῆς	—— l. 48 • •	ὑπὸ τῆς κωνικῆς. *A.*
—— l. 6	κώνου.	—— l. 50 • •	κώνου σφαίρας. *A.*
—— ib.	οὖν	—— ib. • •	καὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 13	νενοείσθω	—26. l. 4 • •	νοείσθω. *B. C. D.*
—— l. 18	ὅπερ	—— l. 8 • •	ὅπερ κῶ. *C. D.*
—— l. 21	ἐκ	—— l. 10 deeſt	ἐκ. *A. D.*
—— l. 24	τὸ Α,	—— l. 11 τῶ Α	deſunt. *A.* τὸ Α. *B. C. D.*
—— l. 30	ἐπιφάνειαν τῶ	—— l. 15 • •	ἐπιφάνειαν τῇ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῶ. *D.*
—— l. 36	ἴσος	—— l. 19 • •	ἴση. *A.*
—— l. 45	ΒΑΖ τμῆμα	—— l. 27 • •	ΑΒΓ τμῆμα. *B. C. D.*
—155. l. 1	σφαίρας	—— ib. • •	της σφαίρας. *A. D.*
—— l. 2	ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ·	—— l. 28 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 13	κῶ ἔστω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19	ὡς τὸ	—27. l. 2 • •	ἔστως το. *A. B. C. D.*
—— l. 24	ὑπὸ ΑΕΓ	—— l. 5 • •	ἀπὸ ΑΕΓ. *A.*
—— ib.	ἀπὸ ΕΓ,	—— ib. • •	ὑπὸ ΔΕΓ. *A. C. D.* ἀπὸ ΔΕΓ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 155. l. 25 ἀπὸ Θ Δ, ὅτως τὸ	Pag. 27. l. 6 • •	deſunt. *D.*
—— l. 27 Γ Δ.	—— l. 7 • •	Γ Δ. *B. C. D.*
—— l. 31 τομεῖς,	—— 35. l. 37 • •	τομὴν. *A.*
—— l. 36 τὸν	—— 39. l. 1 • •	deeſt. *D.*
—— l. 38 αἱ Α Δ, Β Δ.	—— l. 2 • •	deſunt. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὸν ἐπιφάνειαν ἣ Δ Β Ε τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Α Ε τμήματος.	—— – ib. • • omiſſo δοθείς	deſunt. *A.*
—— l. 41 ἐστὶ τῇ Α Δ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Β Ε τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσου	—— l. 3 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Δ Β·	—— l. 4 • •	Α Β. *B.*
—— 156. l. 6 Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η· καὶ τετμήσθω ἡ Α Β,	—— l. 10 • •	deſunt. *C.*
—— l. 15 ὁ μὲν Θ ἴσον ἴσχυν τὸν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Α Δ, ὁ δὲ Κ	—— l. 16 • •	deſunt. *D.*
—— l. 19 ὁ δὲ Κ τοῦ Δ Β Ε τμήματος.	—— l. 18 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 23 τουτέστιν ὁ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ Α Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Β,	—— l. 20 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ἀλλήλων	—— 27. l. 9 ἀλλήλοις	ἀλλήλους. *C.*
—— l. 33 πρὸς	—— l. 12 • • initio lineæ	deeſt. *C.*
—— l. 35 τί ἐστιν	—— – ib. • •	ἐστὶν. *B.*
—— l. 38 οὕτως τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Α.	—— l. 14 • •	ἡ Β Δ πρὸς Δ Α. *A. B. C. D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 19 • •	deeſt. *A. D.*
—— 157. l. 1 τὰ τμήματα	—— 36. l. 25 • •	τὰ τμήματα τὰ. *A.*
—— l. 19 ἐπινοήσῃ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὸν Α Γ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς Δ Χ πρὸς Χ Ρ δοθείς.	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 20 τὸν Α Γ	—— – ib. • •	τὸν Α Γ. *B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ ὅλη ἄρα ἡ Ρ Δ πρὸς ὅλην τὴν Κ Δ ἐστὶν, ὡς ἡ Κ Δ πρὸς Δ Δ,	—— l. 35 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 37 ἔσται	—— 37. l. 3 • •	ἐστὶ. *D.*
—— 158. l. 17 Λοιπὸς	—— l. 12 • •	λοιπὸν. *C. D.*
—— l. 18 πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ, οὕτως ἡ Χ Ζ πρὸς Ζ Θ, τυλίσι πρὸς δοθέν.	—— – ib. • •	deſunt. *D.*
—— l. 20 δεῖ	—— l. 13 • •	deeſt. *B.*
—— l. 23 λεγόμενον ἴσχει	—— l. 15 λεγόμενον ὐκ ἴσχει	λεγόμενον ἴσχει. *B. C.* λέγομεν ἴσχει. *D.*
—— l. 26 κατὰ τὸν	—— l. 17 • •	τὸν κατὰ τὸν. *A.*
—— l. 27 ἴσται	—— – ib. • •	ἐστὶ. *D.*
—— l. 35 μεῖζον	—— l. 21 • •	μεῖζονος. *B.* μεῖζων. *D.*
—— 159. l. 4 Ἔστω	—— l. 29 • •	ἐστὶ. *D.*
—— l. 5 ἀπὸ	—— – ib. ὑπὸ	ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 7 Ὡς τι τῇ ὡς τὸ ἀπὸ Κ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Δ, τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ.	—— l. 30 • •	ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ Κ Δ πρὸς Δ Δ ἡ Β Δ πρὸς Δ Χ. *B. C.* bis. *A.* et ter repetita. *D.* et poſtea ut in Edit Baſ.
—— l. 30 οὕτως ἡ Ρ Χ	—— 27. l. 22 • •	deſunt. *D.*
—— 160. l. 1 Ἡ δὲ τῇ ὡς ἡ Δ Χ πρὸς Χ Β,	—— l. 25 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 4 πρὸς Δ Δ.	—— l. 26 • •	deſunt. *D.*
—— l. 5 ἡγούμενα	—— l. 27 • •	τὰ ἡγούμενα. *A. D.*
—— l. 8 ὅτως τὸ	—— l. 28 • •	ὅτως πρὸς τὸ. *A.*
—— l. 10 Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ Ρ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Κ Δ,	—— l. 30 deſunt	ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Ρ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Κ. *A. D.* ἀπὸ ante Ρ Δ omiſſo. *C.* et Δ Κ mutatis in Δ Δ. *B.*
—— l. 20 γὰρ ὡς	—— l. 35 • •	γὰρ ἐστὶν ὡς. *B. C. D.*
—— l. 27 τῆς Δ Β	—— l. 39 • •	Δ Β. *A.*
—— l. 41 διαιρῶντως,	—— l. 48 • •	διαιρῶντως πῶς. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἀποδεικτικῶς,	—— 28. l. 2 ἀποδικτικῆς	ἀποδεικτικῶν. *A.* ἀποδικτικῶς. *B. C.* ἀποδικτικῆ. *D.*
—— l. 45 ὐθὲν ἄτοπον	—— – ib. ὐθένα τόπον	ὐθὲν ἄτοπον. *B. C. D.*
—— – ib. Διατρίψαντας	—— l. 3 • •	ἐνδιατρίψαντας. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τὸν μέσον,	—— l. 5 • •	τὸ μέσον. *A.*
—— l. 55 τῇ περὶ	—— l. 9 • •	περὶ. *A. C. D.*
—— – ib. Ἡρώνας	—— – ib. • •	ἥρων. *B.*
—— 161. l. 3 ὐκ ἔστι	—— l. 12 • •	ὐκ ἐστὶ. *C.* ὐκέτι. *D.*
—— l. 5 εἰ κῇ	—— l. 13 • •	ἢ καὶ. *B.*
—— l. 12 τὸν ἡγούμενον.	—— l. 18 • •	τὸν ἡγεμόνην. *C.*
—— l. 13 ἢ ἡ μονὰς	—— – ib. • •	ἕσα ἡ μονὰς. *B. C. D.*
—— l. 14 ποιεῖ	—— l. 19 • •	ποτὲ. *C.*
—— l. 17 οἱ Α, Β,	—— l. 21 • •	ἡ Α Β. *A.*
—— l. 22 Ε τὸν Δ πολλαπλάσιας τὸν Ζ ποιεῖτω.	—— l. 24 • •	Γ τὸν Δ πολλαπλασίασας τὸν Α ποιεῖ· ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασίασας τὸν Γ· ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασίασας τὸν Ζ ποιείτω. *A. B. C. D.*
—— l. 23 τῷ τῷ	—— l. 25 • •	τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἄρα ὁ Η	—— l. 35 ἄρα Η	ἄρα ὁ Η. *A. C. D.*
—— l. 36 ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα	—— l. 36 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 39 τῷ τῷ	—— l. 38 • •	τῷ. *B. C. D.*
—— l. 46 ὅτι ὁ τῷ	—— l. 43 ὁ τῷ	ὅτι ὁ τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 48 τῶν λόγων	—— l. 45 • •	deſunt. *D.*
—— l. 50 γίνεται	—— l. 46 • •	deeſt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 161. l. 57 πρὸς	Pag. 29. l. 1 • • initio lineæ	deeſt. *A. C. D.*
— 162. l. 1 ὁ	— ib. • •	deeſt. *C.*
— ib. τῷ Θ′	— ib. • •	deſunt. *A.*
l. 2 καὶ	l. 2 • •	ποτὲ. *C.*
l. 3 ἐστὶν	l. 3 • •	deeſt. *B.*
l. 4 τὸν β′	— ib. • •	τὸ B. *A.*
— ib. γίνεται	— ib. • •	deeſt. *A. D.*
l. 5 μονὰς	— ib. μονὰς A	μονὰς μία. *C.*
l. 7 διπλασιεπιτέταρτα,	l. 5 • •	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτου. *A. D.*
l. 9 διπλασιεπιτέταρτα,	l. 6 • •	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτου. *A. D.*
l. 13 ὁμοίως	l. 8 • •	ἢ ὁμοίως. *B. C. D.*
— ib. Συμφανὲς	l. 9 • •	σύμφανες. *A.*
l. 16 ὧν	l. 11 • •	ὧν. *B.*
— ib. οἱ	— ib. • •	ἡ. *A.*
l. 17 κείμενοι,	— ib. • •	κείμενοι ἴσαι. *A. B. C. D.*
l. 19 ἄρων	l. 12 • •	ἴσων ἴσων. *C. D.*
l. 27 ὧν ὁ A	l. 19 • •	ὃν ἴσχυι ὁ A. *A. B. C. D.*
l. 39 γίνεται	l. 27 • •	deeſt. *A.* lacuna relinquitur. *D.*
l. 40 διάδηλον	l. 29 • •	ἴσων δῆλον. *A. D.* ἴσαι δῆλαι. *B. C.*
l. 45 KP	l. 31 • •	KB. *B. C. D.*
l. 46 BP. Ἀναιρήσαντι ἡ PA πρὸς AX ἰλάσσονα ἔχει λόγον, ἥπερ ἡ BZ πρὸς ZP. Ἐὰν	l. 32 ZP. ται	ωι in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
l. 49 ἴσαι πρὸς	l. 33 • •	ἴσων ἄρα. *A.*
— 163. l. 4 ΔX,	l. 38 • •	ΔK. *C. D.*
— ib. ZX·	— ib. • •	ZK. *C. D.*
— ib. ὁ αὐτὸς δὴ τῇ τῆς BZ πρὸς ZΘ ἐστὶ,	— ib. • •	τῷ δὴ αὐτῷ τῷ τῆς BZ πρὸς ZΘ ὁ αὐτὸς ἐστὶ. *A. B. C. D.*
l. 6 λόγῳ·	l. 40 • •	deeſt. *B. C. D.*
l. 12 δὴ δοθεῖσαν τὴν	l. 43 • •	δοθεῖσαν τῆς. *A. D.* ἴσαι δοθεῖσαν τῆς. *B.* ἴσαι δοθεὶς ἀν τῆς. *C.*
l. 13 δεῖ	— ib. • •	δὴ. *C.*
l. 15 ἁπλῶς	l. 45 • •	deeſt. *A.*
l. 16 λεγόμενον	— ib. • •	λόγομεν. *D.*
l. 26 ἔνεστι τόδε	— 30. l. 1 ἔνεστι δὴ τὸ	ἔνεστι τὸ. *B.*
l. 27 Διονυσόδωρον	l. 2 • •	διόνυσον δῶρον. *A.*
l. 29 ἑτέραν	l. 3 ἑκατέραν	ἑτέραν. *A. D.*
l. 30 αὐτὸς	l. 4 αὐτὸ	αὐτὸς. *A. D.*
l. 32 μή ποτε	l. 5 • •	μήτε. *A. C. D.*
— ib. δὴ τὸ	— ib. • •	τὸ. *B.*
l. 34 αὐτὸ	l. 6 • •	αὐτὸς. *C.*
— ib. ἔχον	— ib. • •	ἔχων. *C.*
— ib. προδεδειγμένα	— ib. προδειγμένη	παραδεδειγμένα. *A. C. D.*
l. 35 Διονυσοδώρῳ	l. 7 • •	διονύσῳ δώρῳ. *A.*
l. 36 τῆς	l. 8 • •	deeſt. *B.*
l. 38 ὀλίγον τὸν	l. 9 • •	ὀλίγον μὲν τὸν. *B. C. D.*
l. 51 διορισμῶν.	l. 17 διορισμένων	διορῖσμῶν. *A. B. C. D.*
— 164. l. 12 ὕτως ἡ ΓH	l. 26 • •	ὕτως τὸ ἀπὸ ΓH. *A. B. C. D.*
l. 21 ἀπὸ ZK.	l. 37 • •	ΓZ ZK. *B.*
l. 25 ὕτως	l. 40 • •	ἀλλ' ὡς. *A.*
l. 29 ἄρα	l. 46 • •	ἐστὶ. *C.*
l. 31 δύνασθαι	l. 48 • •	deeſt. *B. C. D.*
l. 32 ἦξεν	— ib. • •	ἦξεν. *B.*
— ib. ἴσαι	— ib. • •	deeſt. *A. D.*
l. 38 γραφῇ ὑπερβολὴ,	— 31. l. 2 • •	ἡ γραφὴ περιβολὴ. *A. D.* ἡ γραφὴ ὑπερβολὴ. *B.* ἡ γραφὴ ὑπὸ περιβολῆς. *C.*
l. 42 ἡ KB.	l. 4 • •	ἡ. HK. *B.* H. K. *C.* ἡ K. *D.*
l. 43 Ἤχθω δὴ κατὰ θέσει δεδομένης παραβολῆς.	l. 5 • •	deſunt. *B.*
l. 47 ἄρα	l. 7 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
l. 48 βάσεις	l. 8 • •	βάσῖς. *C. D.*
— ib. καὶ	— ib. • •	ποτὲ. *C.*
— 165. l. 4 ὁμοίως	l. 10 • •	ὁμοίων. *D.*
l. 10 τεμεῖν	l. 14 • •	τέμνειν. *C.*
l. 13 μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς BE ἐπὶ τὴν EA, ἢ ἔσον ἢ ἐλασσον. Εἰ μὲν οὖν	l. 16 • •	deſunt. *A. D.*
l. 15 ἀναλύσει	l. 17 ἀναλήσει	ἀναλύσει. *C. D.*
l. 22 κατὰ συμπιπτέτω τῇ ΓE	l. 21 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
l. 24 ZΘ	l. 22 • •	ZB. *A.*
l. 25 E	l. 23 • •	deeſt. *D.* delin. huj. fig. Z ſuperior Edit. Baſ. eſt Ξ. *D.*
l. 41 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓZ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓZH, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓZN πρὸς τὸ ἀπὸ HM. Καὶ ἐναλλαξ,	l. 38 • •	deſunt. *C.*
l. 45 ὕτως	l. 44 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
— 166. l. 6 τοῦ δευτέρου βιβλίου	— 32. l. 1 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
l. 7 BΞK,	l. 2 BK	deſunt. *C.*
l. 14 ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, ἥξει	l. 6 ἐπιζευχθῆ ἥξει	ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα ἥξει. *B. C. D.*
l. 20 τῷ	l. 9 τὸ	τὸ. *B.* corr. τῷ
— ib. τὸ Δ	— ib. • •	ἴσον το Δ. *A.*
l. 25 Ὅτι	l. 12 • •	ὅτι δὴ. *A. B. C. D.*
l. 27 ἐπὶ τῆς	l. 13 • •	ἐπὶ τὴν. *C. D.*
— ib. ἐν τῇ	— ib. ἐν τῆς	ἐν τῇ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 166. l. 37 πάντων	Pag. 32. l. 29 • •	πάντων τῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 44 κατὰ τὸ Ν· ἡ διὰ ℱ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΝΓΗ,	—— l. 42 • •	τὰς τὰς. ΝΓΗ. *D.*
—167. l. 3 τῆς ΚΘ·	—33. l. 2 • •	—— desunt. *D.*
—— l. 8 Ἡ ἄρα ΟΚΠ	—— l. 5 • •	—— desunt. *D.*
—— l. 9 παραβολῆς,	—— – ib. • •	ὑπερβολῆς. *C. D.*
—— l. 15 δὴ	—— l. 7 • •	deeſt. *D.*
—— l. 34 ἡ διὰ τοῦ Τ	—— l. 10 • •	καὶ διὰ τόπων. *C.* deſunt. *D.*
—— l. 29 ἄρα τὸ	—— l. 12 γὰρ τὸ	γὰρ ἐστὶ. *A.* γίνεται τὸ. *B.* γὰρ ἐστὶν τὸ. *C.*
—— l. 34 ἐστὶ	—— l. 13 • •	deeſt. *A.*
—— l. 52 καὶ ἐπὶ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολὴν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γ, ᾗ ἡ περὶ τὴν ΑΗ· ἃ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ	—— l. 24 • •	——
——	——	—— deſunt. *D.*
—168. l. 2 Β, ΗΜ·	—— l. 26 • •	—— ΒΗΩ. *B. C. D.*
—— l. 3 τὸ ἀπὸ	—— l. 27 • •	—— deſunt. *D.*
—— l. 8 Βϛ ἐπὶ τὸν ϛ Α, ἴσον	—— l. 29 • •	—— Βϛ ἐπὶ τὸν ΓΑ καὶ μείζων ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὸν ΕΑ ℱ ἀπὸ Βϛ ἐπὶ τὸν ϛ Α ἴσον. *D.*
—— l. 12 τῶν Ε, Α λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ	—— l. 32 • •	—— repetuntur hæc verba. *D.*
—— – ib. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Β	—— – ib. • •	—— repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 13 τῶν Ε, Β	—— – ib. • •	—— τῶν ΑΕ. *C.*
—— – ib. λαμβανομένων.	—— – ib. • •	—— deeſt. *B.*
—— l. 15 Ἐπιζεύξαι	—— l. 34 ϛ ἐπιζεῦξαι	—— ἐπιζεῦξαι. *A. D.* ἐπιζεῦξαι ſine lacuna. *B.*
—— l. 19 ἀπὸ τῆς ΒΕ	—— l. 37 • •	—— ἀπὸ τοῦ τῆς ΒΕ. *B. C.* τῆς ΒΕ. *D.*
—— l. 21 γίνεται	—— l. 38 • •	—— deeſt. *A. D.*
—— l. 31 ἐστὶ	—— l. 43 • •	—— ἄρα. *B.*
—— l. 35 τῶν Ε, Β,	—— l. 46 • •	—— τῶν ΕΒ. *A.*
—— l. 44 ἡ δὲ	—34. l. 2 • •	—— deſunt. *A.*
—169. l. 2 ἐπὶ τὸν ΒΖ,	—— l. 5 • •	—— deſunt. *D.*
—— l. 6 εἶχον	—— l. 8 • •	—— εἶχεν. *C. D.*
—— l. 8 τῆς ΖΒ, καὶ ℱ μείζονα εἶναι τὸν ΒΖ	—— l. 9 • •	—— deſunt. *D.*
—— – ib. μείζονα	—— – ib. • •	—— μείζον. *A.*
—— l. 12 μείζονα	—— l. 12 • •	—— μείζον. *A.*
—— l. 14 προκειται	—— l. 14 • •	—— προβαίνη. *A. B. C. D.*
—— l. 25 μείζονα	—— l. 27 • •	—— μείζον. *A.*
—— l. 27 ἴσαι	—— l. 28 • •	—— deeſt. *A. D.*
—— l. 32 ἐστὶ	—— l. 31 • •	—— deeſt. *C.*
—— l. 34 Ὡν τὸ	—— l. 32 • •	—— ὧς τὸ. *A.*
—— l. 37 ἀπογράμμωθα.	—— l. 34 • •	—— ἀπογραψάμεθα. *A. B. D.*
—— l. 38 ὑδαμῶς	—— l. 35 • •	—— ὑδαμῆ. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἑτέραν	—— l. 36 • •	—— ἑκατέραν. *D.*
—— l. 44 ὑφαιρούμενας	—— l. 40 ὑφαιρούμενη	—— ὑφαιρῆσθαι. *B. C. D.*
—170. l. 9 ΖΒΚ	—35. l. 2 • •	—— ΒΚ. *D.*
—— l. 11 ΑΒ	—— l. 3 Α ΑΒ	—— ΑΒ. *B. C. D.*
—— – ib. διὰ τῶν Η, Α	—— – ib. • •	—— deſunt. *A. D.* δὲ ΗΑ. *B. C.*
—— l. 14 ΑΒΚ,	—— l. 4 • •	—— αἱ ΑΒΚ. *A.* ἑξ ΑΒΚ
—— l. 33 ἡ ΜΑ	—— l. 10 • •	—— ὕτως ἡ ΜΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 38 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ,	—— l. 13 • •	—— deſunt. *C.*
—— l. 41 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς ἣ κύκλου, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν	—— l. 15 • • ἄρα omiſſo	—— ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ καὶ ὡς πρὸς τὸν. *A. C. D.* ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ inde ſequitur lacuna lineæ dimidio æqualis et ᾧ ὡς πρὸς ἣ. *B.*
—— l. 43 οὗ	—— l. 16 • •	—— deeſt. *D.*
—— l. 46 τὴν ΑΗ,	—— l. 18 • •	—— τῇ ΑΗ. *D.*
—— – ib. ἴσος	—— – ib. • •	—— ἴση. *A.*
—171. l. 1 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 20 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 7 ὕψος δὲ τὴν ΖΜ,	—— l. 24 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 9 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 26 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 11 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 27 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 25 τμήματι.	—36. l. 7 • •	—— τμήματος: *A.*
—— l. 29 καὶ	—— l. 9 • •	—— deeſt. *B. C. D.*
—— l. 33 ΜΖ	—— l. 11 • •	—— ΜΒΖ. *D.*
—— l. 34 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 12 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 36 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 13 • •	—— ὕψος δὲ τῇ. *B.*
—— l. 39 τῇ	—— l. 15 • •	—— deeſt. *A.*
—— l. 42 τὴν αὐτὴν	—— l. 17 • •	—— κύνω τὴν. *A.*
—— l. 43 κορυφῆς	—— l. 18 • •	—— κορυφὴν. *A.*
—172. l. 15 βάσις	—— l. 27 • •	—— βάσις ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 26 δοθέντα·	—— l. 34 • •	—— δοθέντων. *A.*
—— l. 28 εὐθεῖαν	—— – ib. • •	—— εὐθεῖαν. *A.*
—— – ib. πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν	—— – ib. • •	—— deſunt. *C.*
—— ll 29 δοθεῖσαν	—— l. 35 • •	—— δοθεῖσαν εὐθεῖαν. *A. B. D.*
—— l. 42 ἐκβεβλήθωσαν	—37. l. 6 • •	—— ἐκβληθεῖσαν. *A.*
—— l. 48 τῇ	—— l. 9 • •	—— πρὸς. *A.*
—— l. 50 οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ.	—— l. 11 • •	—— repetuntur hæc verba, ΑΒΕ mutatis in ΜΒΕ. *C.*
—— l. 52 ΑΒΕ, ᾧ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ ἴσον	—— l. 12 • •	—— ΑΒ ἴσον. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 172. l. 56 συναμφότερος δὴ ἡ ΑΒΕ ἴσον τῇ ΕΗ συναμφοτέρῳ δὴ ΚΑΕ ἴση τῇ ΡΕ,	Pag. 37. l. 14 * *	desunt. *D.*
—— 173. l. 2 ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ.	—— l. 21 * *	ΖΕΣ. *D.*
—— l. 9 Τὸ ζ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἰδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ.	—— l. 28 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 18 αὐτῇ κατὰ Τ, Υ.	—— l. 32 * *	τῇ κατὰ τὸ ΤΥ. *B.* αὐτὴ κατὰ τὰ ΤΥ. *D.*
—— l. 19 διῃρήσθω	—— ib. * *	διῃρήσθω. *B. C. D.*
—— l. 23 τὰ Τ, Υ. Διῃρήσθω ἄρα ἐστὶν ἡ	—— l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 29 ΣΕ	—— l. 38 ΣΥ	ΣΕ. *A. C. D.*
—— l. 30 ΟΥ, οὕτως	—— l. 39 * *	ΟΥ οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ ἐστω. *A. B. C. D.*
—— l. 35 τῷ ἀπὸ ΒΕ.	—— l. 42 * *	desunt. *D.*
—— l. 36 τοῦ	—— ib. * *	τὸ. *A.*
—— l. 38 Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασίων τῆς Γ πρὸς τὴν Δ.	—— l. 43 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 40 ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ	—— l. 44 * *	desunt. *D.*
—— l. 42 ᾧ δίδοται ἡ τῆς διπλασίας τῆς Γ πρὸς τὴν Δ	—— l. 46 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 47 γωνίᾳ,	—— l. 49 γίνεται	γωνία. *D.*
—— l. 48 παρὰ τὴν	—— l. 50 * *	περὶ τὴν. *A. D.*
—— 174. l. 9 διδόσθαι,	—— 38. l. 5 * *	διδόσθω. *A. C. D.*
—— l. 10 ἀσυμπλώτους.	—— ib. * *	ἀσυμπλώτους. *C.*
—— ib. Γεγράφθω,	—— l. 6 * *	γεγράφθαι. *B.*
—— l. 16 ἐπὶ τῆς	—— l. 10 τῆς ἐπὶ	ἐπὶ τῆς. *C. D.*
—— l. 17 ἡ	—— ib. * *	deest. *D.*
—— l. 26 παρὰ	—— l. 16 περὶ	παρὰ. *A. B. D.*
—— l. 28 ἀσυμπλώτους	—— l. 17 ἀσυμπλώτοις	ἀσυμπλώτους. *B. C.*
—— ib. ΑΚ, ΚΜ,	—— ib. * *	ΑΒ ΚΜ. *C.*
—— l. 30 ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὴ τοῦ Ξ τῇ ΑΒ παράλληλος	—— l. 19 * *	ἐπὶ τὸ Ξ καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ καθήτω. *A. D.*
—— l. 47 πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ	—— l. 28 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον, διὰ τὸ ᾗ τὸ	—— l. 30 * *	desunt. *D.*
—— 175. l. 3 ἥμισυ·	—— l. 33 * *	ἥμισυ. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἴση γὰρ ἡ ΞΟ	—— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 15 Γ πρὸς τὴν Δ,	—— l. 40 Γ τὴν Δ	Γ πρὸς τὴν Δ. *C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 42 * *	deest. *D.*
—— l. 45 τιμείτω	—— 39. l. 6 τιμείτωσαν	τιμείτωσαν. *D.*
—— l. 52 ἴσην	—— l. 7 * *	deest. *A.*
—— 176. l. 3 πρὸς ΑΖ.	—— l. 12 * *	desunt. *D.*
—— l. 7 πρὸς	—— l. 15 * *	καὶ. *A.*
—— l. 23 ᾗ τῷ	—— l. 31 * *	καὶ τὸ. *A.*
—— l. 27 παρὰ τὴν ΕΗ	—— l. 34 περὶ τὴν ΕΗ	παρὰ τὴν Η. *A. C. D.*
—— l. 36 διὰ τὸ	—— 40. l. 3 * *	δι' αὐτὸ. *D.*
—— l. 46 οὕτως	—— l. 10 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 47 πρὸς ΧΒ. Ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΡΒ,	—— l. 11 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 τῷ Ζ	—— l. 12 * *	τῷ Β. *B. C. D.*
—— l. 51 ἐκτὸς τοῦ Θ·	—— ib. * *	ἐκτὸς τῷ ΘΔ. *B. D.* ἐκ τούτου ΘΔ. *C.*
—— ib. ὁμοίως	—— l. 13 * *	ὅμοιον. *C.*
—— 177. l. 2 μεγεθῶν	—— l. 17 * *	τῶν μεγέθων. *A. D.*
—— l. 9 τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἐπόμενον	—— l. 21 * *	desunt. *D.*
—— l. 12 ΡΛ	—— l. 22 * *	ἡ ΡΛ. *C. D.*
—— l. 13 ἄλλῳ	—— 38. l. 2 * *	ἄλλο. *C. D.*
—— l. 22 αὐτῷ	—— l. 6 * *	αὐτῷ. *C.*
—— l. 27 κίντρα τὰ Π, Ρ, Σ.	—— l. 8 * *	τὰ πρὸς κίντρα. *A.*
—— l. 35 ΩΦ	—— l. 11 * *	ΟΦ. *A.*
—— l. 37 βάσεις	—— ib. βάσις	βάσις. *B.*
—— l. 38 διαμέτρους	—— ib. διάμετρον	διαμέτρους. *B.*
—— l. 41 Ἔστι	—— l. 12 * *	ἔσται. *D.*
—— 178. l. 5 ὅμοιος	—— l. 18 * *	ὁμοίως. *D.*
—— l. 11 ἄρα	—— l. 21 * *	deest. *A.*
—— l. 17 ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΑΒ	—— l. 24 * *	ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ. *A. D.*
—— l. 28 ΗΟ·	—— 39. l. 3 * *	ΗΘ. *A.*
—— ib. τὰ Π, Σ.	—— ib. * *	αὐτῶν Πς. *B.*
—— l. 31 ΩΦ	—— l. 4 * *	ΟΦ. *A.*
—— l. 43 Ἔστι	—— l. 10 * *	deest. *D.*
—— ib. τμήμα	—— ib. τμήματι	τμήμα. *A. B. C. D.*
—— l. 47 ΡΞ, ΞΤ	—— l. 12 ΡΞΤ	ΡΞ ΞΤ. *A.*
—— 179. l. 1 ΨΘΚ	—— l. 13 * *	ὁ ΨΘΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 15 ἄλλῳ	—— l. 20 * *	ἄλλο. *B. C. D.*
—— l. 27 οὕτως	—— 40. l. 28 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 πρὸς ΦΟ,	—— l. 29 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 43 πρὸς ΦΖ,	—— l. 44 * *	desunt. *D.*
—— 180. l. 5 συνθέντι ὡς	—— 41. l. 8 * *	συνθέντι ὁ. *C. D*
—— l. 7 Δίδοται ἄρα	—— l. 9 καὶ δίδοται ἄξα	καὶ δίδοται ἡ ΦΗ· δίδοται ἄρα. *A. B. C.* καὶ δίδοται ΦΗ δίδοται ἄρα. *D.*
—— ib. Ἀλλὰ μὴν	—— l. 10 ἀλλὰ μὴν	ἀλλὴν. *A.*
—— l. 11 ἐστὶ	—— l. 12 * *	ἄρα. *A.*
—— l. 14 δοκῇ	—— l. 14 δοκεῖ	δοκῆ. *B.*
—— l. 26 ἡ ΦΗ.	—— l. 21 * *	ἡ Φ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 180. l. 28 οὗτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΥΤ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΤ πρὸς Δ· ἐναλλὰξ ἡ ΥΤ πρὸς ΧΤ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΥΤ πρὸς ΧΤ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσον γὰρ ὄντων τῶν κύκλων	Pag. 41. l. 22 • •	repetuntur hæc verba. *D.* et cum "ὡς" post "ἐναλλὰξ." *A.*
—— l. 32 αἱ βάσεις	—— l. 24 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἀλλήλας,	—— — ib. ἀλλήλων	ἀλλήλας. *B. C.*
—— l. 34 ὡς ἄρα	—— l. 25 • •	ὥστε. *C.*
—— l. 41 Ἐπειδὴ	—— l. 29 • •	ἐπειδὴ δὲ. *D.*
—— l. 43 ἰὼν	—— l. 30 • •	deest. *C.*
—— l. 46 ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ'	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— 181. l. 23 τῇ EZ.	—— 39. l. 31 • •	τῇ AM τῷ κύκλῳ ὅτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ EZ. *A. C.* τῇ AM τῷ κύκλῳ· ὅτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AM τῷ κύκλῳ· ὅτως ἡ ἐκ τῷ κέντρῳ ἴση ἐστὶ τῇ EZ. *D.*
—— l. 26 τμημάτων	—— l. 33 • •	τῶν τμημάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῇ EZ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ KΛM	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 35 δοθείς.	—— l. 37 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 36 δοθείς.	—— l. 38 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— 182. l. 18 κύκλῳ ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	—— 40. l. 10 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τῇ AM, ἴσος ἐστὶ	—— l. 12 • •	desunt. *A.*
—— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ τμήματος·	—— l. 14 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ἐστι	—— 41. l. 37 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ἡ ΘB πρὸς ΘΓ, ὅτως ἡ ΔN πρὸς MN. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ MN πρὸς NP, διὰ τὴν	—— l. 38 • •	ἡ ΘB πρὸς ΘΠ ὅτως ἡ ΔH πρὸς HP διὰ τὴν. *A. C. D.* ἡ ΘE πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΔN πρὸς NP διὰ τὴν. *B.*
—— l. 41 ᾗ ὀρθὴν	—— l. 43 • •	καὶ αἱ ὀρθὴν. *D.*
—— l. 43 πρὸς EZ	—— l. 44 • •	desunt. *C.*
—— 183. l. 4 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ BΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, ὅτως τὸ ἀπὸ AP πρὸς τὸ ἀπὸ PM.	—— 42. l. 3 • •	desunt. *D.*
—— l. 6 ἡ ΠB πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΔP, πρὸς PM·	—— — ib. ἡ ΠB πρὸς ΠΑΡ πρὸς PM	ἡ ΠB πρὸς ΠΓ ἡ ΔP πρὸς PM. *A. B. C. D.*
—— l. 34 EΔ, ΔB τρὶς ἡ EΔ· ἡ δὲ BΔ δὶς ἡ EΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ EΔ, ΔZ πρὸς	—— 40. l. 26 • •	desunt. *A.* et excepto "πρὸς." *D.*
—— l. 35 δὶς	—— — ib. • •	δύο. *B. C.*
—— l. 47 πρὸς ΔB.	—— l. 36 • •	desunt. *A.*
—— 184. l. 14 τῷ ABΓ	—— 41. l. ℓ • •	desunt. *A. C. D.*
—— l. 18 συναμφότερος	—— 42. l. 7 • •	συναμφοτέρου. *A.*
—— l. 19 ἰὼν διδομένου μήκους	—— l. 8 ἰὼν μήκους	ἰὼν διδομένου μήκους. *A. B. C. D.*
—— l. 20 λόγου	—— l. 9 • •	deest. *D.*
—— l. 22 πρὸς	—— l. 10 • •	deest. *C.*
—— l. 25 γὰρ	—— l. 12 • •	ἄρα. *A.*
—— l. 35 πρὸς ΔB.	—— l. 19 • •	desunt. *D.*
—— l. 41 ΔZ	—— l. 22 ΘZ	ΔZ. *C. D.*
—— l. 46 ἔλασσον,	—— 41. l. 12 • •	deest. *A. C. D.*
—— l. 48 τὸν τῷ	—— l. 13 • •	τῷ. *D.*
—— 185. l. 17 τὸ ἀπὸ AΔ,	—— l. 22 • •	τὸ AΔ. *B. C. D.*
—— l. 33 μεῖζον	—— l. 30 • •	μείζων. *B. C. D.*
—— 186. l. 1 Ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘZ, ZH, ᾧ ἀπὸ ZK. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘZ, ZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH,	—— l. 34 • •	ἐλάσσονα ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH. *D.*
—— l. 3 τῷ δὲ ἴσχει	—— l. 36 • •	desunt. *D.*
—— l. 7 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἴσχει ἡ KZ πρὸς ZH. Ὡς δὲ ἡ KZ πρὸς ZH, ἡ BZ πρὸς ZΔ. Ἡ ΘZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἴσχει	—— l. 37 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἴσχει ἡ KZ πρὸς ZH ἡ KZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἴσχει	
—— l. 15 ὑπὸ τῶν	—— 42. l. 4 ὑπὸ τῷ	desunt. *A. D.* ὑπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 26 ABΓ	—— l. 8 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 τμήματος.	—— l. 10 • • fine lineæ	deest. *C.*
—— 187. l. 3 ἡ BΓ,	—— l. 18 • •	πρὸς HBΓ. *B. C. D.*
	—— l. 21 Marg. MS. δηλαδὴ τῶν κώνων μίσων λαμβανομένων. *C.*	
—— l. 22 AΘ, ΘH ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 30 • •	HAΘ ἐστὶν πρὸς τὴν ΘΓ. *A. C.*
—— l. 23 ΘΓ,	—— l. 32 • •	HΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ	—— l. 33 • •	ἐστὶν πρὸς. *A. B. C. D.*
—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘZ· ὁ δὲ ὑπὸ τῶν HΘ, ΘA ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν HΘ, ΘA ἐπὶ τὴν ΘA, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘH, ὁ ᾧ ἀπὸ τῷ ΘA ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ ὁ δὲ τῶ ὑπὸ τῶν HΘA ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘH· ὁ τῷ ἀπὸ τῷ ΘA ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ	ὁ τ῀ ἀπὸ τῆς ΘA ἐστι ποτὶ τὴν ΘH. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 187. l. 26 ἐπὶ	Pag. 42. l. 33 * * fine lineæ.	πρὸς. *B. D.*
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 34 * *	desunt. *A. B. D.*
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— ib. * *	πρὸς τὴν ΘΗ. *A. B. D.* ut vid. supra in. *C.*
—— l. 32 ΖΘ,	—— l. 35 * *	ΑΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 33 διπλασίου, ὃς	—— ib. διπλάσιον	διπλασίων. *B. C.*
—— l. 39 Φημὶ δὴ ὅτι	—— l. 37 Φημὶ δ' ὅτι	φημὶ δότι sed marg. ut videtur ex scriptoris ipsius manu φημὶ δὴ ὅτι. *B.*
—— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	—— l. 38 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 45 κύβου	—— l. 40 * *	κύκλου. *A. C. D.*
—188. l. 1 κύβου.	—— ib. * *	κύκλου. *A. C. D.*
	Lineæ MS. quæ concordant eum iis inter 36 et 41. Edit. Bas. paginæ hujus, duobus asteriſmis notantur et manu eâdem ac supra scribuntur hæc verba	ευθυμία σιλδε τῦ ἀστῦγράφυ οὗτω σῦγκιῦμένη ϗ τεταραγμένη ὅσα ἐπεγχαινω ὧς αὗτε. *B.*
—— l. 4 ὁ αὐτὸ ᾧ	—— l. 42 * *	ὁ τῆς. *A. C. D.*
—— l. 5 ὁ τῦ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 43 * *	ὁ τῦ ΑΘ. *C.*
—— ib. ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ ὁ τῆς	—— ib. * * ὅταν pro ὁ ᾧ excepto	desunt. *D.*
—— l. 6 ὁ τῆς	—— ib. ὅταν	ὁ τῆς. *B. C.*
—— l. 9 ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ	—— l. 45 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 12 τὴν ΘΗ	—— l. 46 * *	τῶν ΘΗ. *A.*
—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ	—— ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ.	—— l. 50 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ἡμῖν	—— l. 51 * *	μεῖναι. *B. C. D.*
—— l. 25 δεῖ, ὅτι	—43. l. 1 * *	διότι. *A. C. D.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— l. 2 ὑπὸ	ἀπὸ. *B. C. D.*
—189. l. 18 ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον τὸ ἀπὸ	—42. l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 32 πρὸς τὴν ΔΖ,	—— l. 46 * *	πρὸς ΔΖ. *C. D.*
—— l. 42 οὕτως	—43. l. 4 * *	deest. *A. B. C.*
—— ib. οὕτως τὴν Β	—— ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 43 ἴσαι πρὸς	—— l. 5 * *	desunt. *A. D.*
—190. l. 1 πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ	—— l. 11 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 9 τῦ ὑπὸ	—— l. 15 * *	τῶν ὑπὸ. *A. D.*
—— l. 11 γίνεται	—— ib. * *	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 14 ἀπυτίρων	—— l. 17 * *	ἀπυτίρω. *B.*
—— l. 16 πρὸς ΔΖ.	—— l. 18 * *	desunt. *D.*
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα	—— l. 22 καὶ ὁ ΑΕ	καὶ ὁ ἄρα. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ἄνισοις	—— l. 34 ἀνίσας	ἀνίσοις. *A. D.*
—— l. 46 ΝΚ, τετίρων	—— l. 37 * *	ΝΚ τουτίρων ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ τουτίρων. *A.* ΝΚ τουτίρων ἡ ΘΒ πρὸς ΘΚ τουτίρων. *B.* ΝΚ τετίρων ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ τετίρων. *C. D.*
—191. l. 10 διπλάσιός	—— l. 44 διπλάσιον	δὶπλάσιος. *B.*
—— l. 13 ὡς ἡ Ε	—— l. 46 * *	desunt. *D.*
—— ib. ἡ Γ	—— ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 18 λόγον ἔχει τὴν τῆς Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.	—— l. 50 desunt	λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *A. D.* λόγον ἔχει τῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ· ὥστε ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *B. C.*
—— l. 22 τὴν Β πρὸς τὸ	—44. l. 2 τὴν Β πρὸς τὸ	τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ τὴν Β πρὸς τὸ. *D.*
—— l. 30 τὴν Ω. Ἐπεὶ ὃν τὸ ὑπὸ τὴν ΑΒ ὁ Κ ἐστὶν, ὁ δὴ Κ τὴν Β πολλαπλασιάσας	—— l. 7 * *	desunt. *A.*
—— l. 34 τὸ ἄρα Ν ἐστὶν ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β. Πάλιν ἐπὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Δ ἐστὶν, ὁ δὴ Δ τὴν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ο ποιήκειν·	—— l. 8 * * τὸ initio mutato in ὁ	desunt. *D.*
—— l. 41 ὁ αὐτός	—— l. 11 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τὴν Ν, Ξ	—— l. 12 * *	τῶν ΝΞ. *B. C. D.*
—— l. 46 τῶν Β, Δ	—— l. 13 * *	τὸν ΒΔ. *A.*
—192. l. 2 Κ πρὸς	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—— ib. Καὶ ὁ τῦ Κ	—— l. 16 * *	καὶ ἐστὶν ὁ τῦ Κ. *B. C. D.*
—— l. 16 ληφθῆ τὸ	—— l. 24 * *	ληφθῆ τὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 καὶ τῦ ΒΓΔ	—— l. 31 * *	καὶ ΒΓΔ. *A.*
—— ib. λαμβανομένων τῶν	—— ib. * *	συλλαμβανομένων. *D.*
—— l. 32 ἐν ἑαυτῷ	—— l. 33 * *	ἐν αὐτᾶ. *C.*
—— l. 33 τῆς σφαίρας,	—45. l. 1 * *	τῦ τῆς σφαίρας. *B. C. D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	—— l. 2 * *	desunt. *D.*
—— l. 41 καὶ τῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ.	—— l. 6 * *	desunt. *B. C.*
—— ib. ΘΖ.	—— ib. * *	ΘΓ. *D.*
—193. l. 1 καὶ τῦτο συναποδέδικται ἐν τῷ προληφθέντι. Ὁ ἄρα ὅλ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ.	—— l. 11 * *	desunt. *C.*
—— l. 5 διπλάσιον	—— l. 13 * *	διπλασίονα. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 193. l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ	Pag. 45. l. 14 • •	ὅτι ὁ τῷ ἀπὸ ΑΒ. *A. B. D.*
—— l. 8 ὃν	—— l. 15 • •	deeſt. *A.*
—— l. 13 ἀπὸ	—— l. 18 • • initio lineæ	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 18 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	—— l. 20 • •	deſunt. *C.*
—— l. 23 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὴ τὸ αὐτὸ	—— l. 23 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 26 μείζων	—— l. 25 • •	μείζων ἐστὶ. *C.* μείζων ἐστὶ. *D.*
—— l. 30 τῆς ΘΗ μείζων ἐστὶ,	—— l. 27 • •	deſunt. *D.*
—— l. 32 Ὥστε	—— l. 28 ὡς δὴ	ὥστε. *B. C.* ὡς τε. *D.*
—— l. 35 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ.	—— l. 30 • •	τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C.* τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος ἐπιλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 43 τοῦ	—— l. 34 • •	τὸ. *A.*
—194. l. 2 ὃν	—— l. 35 • •	deeſt. *D.*
—— l. 5 τὸ	—— l. 37 • •	deeſt. *D.*
—— l. 7 τὸν	—— l. 38 • •	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 11 κύκλου	—— l. 41 • •	κύκλου. *D.*
—— — ib. ΒΓ κύκλου· τουτέστι, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ κύκλον. Τῷ γὰρ τῆς	—— — ib. ΒΓ κύκλου τῷ γὰρ τῆς	deſunt. *D.*
—— l. 15 ἀπὸ τῆς ΑΒ κύκλου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύκλον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν	—— l. 42 • • κύκλου omiſſo	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 16 κύκλου,	—— l. 43 • •	κύκλος. *C.*
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ	τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ΑΘ κύκλος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	—— l. 50 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ὁ τῷ ἀπὸ	—— — ib. ὁ ἀπὸ	ὁ τῷ ἀπὸ. *A. B. C.*
—— l. 31 προσλαβὼν	—46. l. 2 • •	λαβὼν. *B.*
—— l. 32 ἐστι	—— — ib. • •	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 38 μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,	—— l. 5 • •	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 40 Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ	—— l. 6 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—195. l. 1 τῷ τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 10 • •	deſunt. *D.*
—— l. 7 ἀπὸ	—— l. 14 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 20 • •	deeſt. *D.*
—— l. 20 ἴλασσον	—— l. 21 • •	μείζον. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ὥστις ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 23 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 37 ἥπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 31 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 47 ἥπερ	—— l. 37 • • initio lineæ	deeſt. *A.*
—196. l. 4 ἥπερ ἡ ΚΑ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 39 • •	deſunt. *D.*
—— l. 6 τῇ	—— l. 40 • •	τῆς. *C. D.*
—— l. 16 ΘΒ.	—— l. 46 • •	ΑΘ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 • •	ὑπὸ ΓΘΒ. *B. C. D.*
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὸν ΘΗ,	—— l. 50 • •	ὅτως τὸ ἀπὸ ΑΘ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπὸ ΓΘ	—47. l. 1 ὑπὸ ΓΘΒ	ὑπὸ ΓΘ. *A.*
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 2 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 σύγκειται	—— — ib. • •	deeſt. *D.*
—— l. 28 καὶ τῷ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 3 • •	deſunt. *D.*
—— l. 29 ὑπὸ ΒΘΓ·	—— — ib. • •	ΒΘΓ. *C.*
—— — ib. ὁ ᾧ τῷ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ	—— — ib. • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 τῷ τῆς ΒΘ	—— l. 4 • •	τῷ τι ΒΘ. *C.*
—— l. 31 ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 5 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	—— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	ἐπὶ τὴν ΘΖ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ κύκλον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 9 • •	πρὸς τὴν ἀπὸ ΑΘ. *D.*
—— l. 42 κύκλου λόγος,	—— l. 11 κύκλου λόγον	κύκλου λόγος. *A. D.* κύκλον λόγος. *B. C.*
—197. l. 1 ἐπὶ	—43. l. 7 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 8 ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου.	—— l. 10 • •	deſunt. *D.*
—— l. 16 αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω δὴ	—— l. 14 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν	—— l. 16 • •	deſunt. *A.*
—198. l. 11 ΑΡ, ΡΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου	—44. l. 1 • •	deſunt. *D.*
—— l. 15 ΑΚ, ΓΞ·	—— l. 2 • •	ΑΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τι μεῖζόν ἐστι	—— l. 4 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ	—— l. 7 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ΑΝ.	—— l. 8 • •	ΑΗ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 199. l. 4 ΑΚ τοῦ ἀπὸ ΚΒ, τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ	—— 47. l. 18 • •	deſunt. *D.*
—— l. 8 Ἕτερ τῇ	—— l. 21 • •	ἕτερ παὶ τῇ. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἴσον	—— l. 27 • •	deeſt. *A.*
—— l. 18 μὲν	—— – ib. • •	deeſt. *D.*
—— l. 23 ἄλλο τῇ ἄλλο	—— l. 31 • •	ἄλλο παὶ. *D.*
—— l. 32 περὶς	—— l. 36 • •	deeſt. *C*
—— l. 37 τῇ συναμφοτέρῳ.	—— l. 39 • •	deſunt. *C.*
—— l. 38 τῇ ἀπὸ ΑΡ,	—— – ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 40 • •	ΑΡΓ. *A.*
—— l. 41 τῇ ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 41 • •	τῷ μὲν ὑπὸ ΑΡΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 γίνεται τὸ	—— l. 42 • •	γὰρ ἐπὶ τῷ. *A. D.* γὰρ ἐπὶ. *C.*
—— l. 43 τῷ ὑπὸ ΑΚΓ,	—— – ib. • •	τῷ ἀπὸ ΚΓ. *B.*
—— – ib. τῷ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΓΗ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ,	—— – ib. • •	deſunt. *C.*
—— – ib. μετὰ τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΓΗ. Ἀπὸ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ,	—— – ib. • •	deſunt. *D.*
—— l. 44 γίνεται	—— l. 43 • •	γὰρ ἐπὶ. *C.* γὰρ. *D.*
—— l. 48 ὑπὸ ΑΚΗ. Τῇ δὲ	—— l. 45 • •	deſunt. *D.*
—— 200. l. 1 ΗΚΑ	—— – ib. • •	ΗΑΚ. *C.*
—— l. 2 συνθέντι	—— l. 46 • •	σύνθετα. *A.*
—— l. 4 ΗΚΑ	—— l. 47 • •	ΗΑΚ. *C. D.*
—— l. 6 ΓΑΡ.	—— l. 48 • •	ΑΓΡ. *C. D.*
—— – ib. ΓΑΡ	—— – ib. • •	ΑΓΡ. *C. D.*
—— l. 12 ὅπερ ἡ τρίτη ἡ ΚΓ πρὸς τετάρτην τὴν ΑΡ. Καὶ ἐναλλαξ, ἡ ΓΑ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— 48. l. 3 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 15 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ.	—— l. 4 ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ	ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ. *B. C.* et *D.* τῆς omiſſo.
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 26 ΑΡ.	—— l. 10 • •	ΑΡΚ. *D.*
—— – ib. ἥμισυ,	—— – ib. • •	ἡμίσυ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἡμίσεια	—— l. 11 • •	ἢ ἡμίσεια. *A. C. D.*
—— l. 38 μὲν	—— l. 17 • •	deeſt. *D.*
—— 201. l. 1 αὐτῆς	—— l. 23 • •	deeſt. *C.*
—— l. 2 καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὸν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι	—— l. 24 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 4 ΑΒΔ	—— l. 25 • •	ΕΖΘ. *A.*
—— l. 5 Εὐτοκιοῦ Ἀσκαλωνίτου ὑπομνήμα εἰς τὸ δεύτερον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἠμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 26 • •	deſunt. *D.*
—— 203. l. 4 ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.	—— 44. l. 17 • •	τριγώνου τοῦ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ	—— l. 22 • •	deſunt. *D.*
—— 204. l. 5 ἰλάτλων	—— l. 25 • •	μείζων. *A. D.*
—— l. 6 Ε	—— – ib. • •	deeſt. *D.*
—— l. 14 τομεῖς	—— l. 31 • •	τομεῖ. *D.*
—— l. 15 τρίγωνον	—— l. 33 • •	deeſt. *D.*
—— l. 16 Ἔστιν	—— l. 34 • •	ἔστι. *B. C. D.*
—— l. 17 ἔστι	—— l. 36 • •	ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 25 ὑπεξεργασίας	—— 49. l. 3 • •	ὑπεργασίας. *D.*
—— l. 28 αὐχῆς	—— l. 5 ἴχνες	αὐχῆς. *B.* αὐχῶς. *D.*
—— – ib. ἀξίως	—— – ib. • •	ἀξίως. *A.*
—— l. 34 γνωρίζομεν.	—— l. 8 • •	γνωρίζομεν. *B. C. D.*
—— l. 36 πρὸς τῶν	—— l. 10 • •	καὶ τῶν. *C.*
—— – ib. ἐζητημένον.	—— – ib. ἐζητημένων	ἐζητημένον. *C. D.*
—— l. 37 ὅτι τὸτ'	—— – ib. ὅτι τὸ	ὅτι τῷ τὸ. *A. C. D.*
—— l. 38 ἐπιμελῶς.	—— l. 11 ἐπιμελῆς	ἐπιμελῶς. *A. D.*
—— l. 52 ἀναλλειπῶς	—— l. 20 • •	ἀναλλειπῶν. *D.*
—— 205. l. 1 δ' ἔτι	—— – ib. δὲ τι	δι τιῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 5 λαβεῖν,	—— l. 23 • •	λαβωσιν. *C.*
—— l. 6 ὅμως	—— l. 24 • •	ὁμῶ. *A.*
—— l. 7 ὑπ'	—— – ib. • •	deeſt. *D.*
—— – ib. Εἶναι	—— – ib. • •	ποτὶ. *C.*
—— l. 8 τὸ μέγεθος	—— – ib. • •	τῖ μέγεθος. *B. C. D.*
—— l. 12 αὐτῇ,	—— l. 27 • •	αὐτὸ. *B. C. D.*
—— – ib. ἐστι	—— – ib. • •	deeſt. *A.*
—— l. 13 τρίγωνον	—— l. 28 • •	τὸ τρίγωνον. *B. C. D.*
—— l. 15 ὑδρμιᾶς	—— l. 29 ὑδρμίαι	ὑδρμίας. *B. C.*
—— l. 17 ῥαδίαν	—— l. 31 • •	ῥαδίως. *D.*
—— l. 29 ΓΗΔ·	—— 45. l. 1 • •	ΓΗ. *A. D.*
—— 206. l. 13 ΕΗ	—— l. 20 • •	ΕΝ. *A.*
—— l. 14 Μ λδυ πρὸς Μ βγυδ·	—— – ib. μ ϑυν πρὸς μ γυθ	ΛΔΜ ΘΥΝ πρὸς Μ ΤΓΘ. *A.* Μ ΘΥΝ πρὸς Μ ΓΤΘ. *C.* ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς ΜΒ ΤΓΘ. *D.*
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 24 • •	μείζων. *A. D.* μείζον. *B. C.*
—— l. 28 ὀρθῆς ἐστὶ μή. Κείσθω ἓν αὐτῇ ἴσον, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΕΜ,	—— l. 26 • •	deſunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 206. l. 31 πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου	Pag. 45. l. 27 • •	τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ. *A. B. C. D.*
—— 207. l. 2 ϡχνγ΄	—— 46. l. 1 • •	ϡχνγ. *C.*
—— l. 10 Μ ϡχπ΄	—— l. 3 μ ϡχπ	Μ Δ ΧΠΗ. *C.*
—— l. 18 τρίτου ἐρθῆς.	—— l. 7 • •	τρίτῳ ἐρθῆ. *A.*
—— l. 19 μπη΄	—— l. 8 • •	πη. *A.*
—— l. 20 ϡξ περὶ ψπ΄.	—— l. 14 • •	ϡΑΦΞΖ ΨΠ. *C.*
—— l. 21 Τετμήσθω	—— l. 15 • •	deeſt. *B. C.*
—— l. 23 ἄρα,	—— l. 16 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἄρα ἴση	—— l. 18 • •	ΣΞΓ. *B. C. D.*
—— l. 33 ϡνγ΄ δ΄	—— l. 21 ϡ ΤΙ λς περὶ μα ϡιβ δ΄	ϡΤΑς΄ περὶ ϡΙΖ δ΄. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ΘΓ,	—— l. 22 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 36 ϡπηδ΄ δ΄	—— l. 23 • •	ϡ ῶ ο΄ ια΄. *A. B. C.* ϡ θ΄ ια΄. *D.*
—— l. 38 ἐπὶ τὸ Μ,	—— l. 24 • •	deſunt. *D.* ϡ θ΄ ια΄. *A. B. C.* In tractatu hocce pro τρίτου ἐρθῆς in Edit. Bas. ſemper eſt τρίτῃ vel τρίτῳ ἐρθῇ. *D.*
—— l. 39 ΕΖ· ϡ	—— l. 2 ΕΖ καὶ ϡ	ΕΖ ϡ. *A. D.* ΕΖ ἴσῃ ϡ. *B. C.*
—— l. 47 πδ΄ Μ	—— l. 7 • •	τῷ Γ. *C. D.*
—— 209. l. 7 Μ	—— l. 11 • •	μίγνθω. *D.*
—— l. 8 ἀπὸ ΕΖ	—— l. 12 • •	ΕΖ. *D.*
—— l. 11 ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 13 ἀπὸ Ε	ἀπὸ ΕΓ. *A. B. C. D.*

In MSS. 2359 et 2362 Multiplicationes quæ ſubjiciuntur ad illuſtrandas propoſitiones, ſcribuntur (forte ad unius exemplaris communis imitationem) more perturbate et ſine ullâ curâ diviſionum limites ſervandi; quamobrem earum collatio viſa eſt et perdifficilis et infructuoſa, præſertim eo magis quia in MS. 2362 notantur ut falſæ, lineis calamo ſuperductis.

	—— l. 18 col. 3. ἐπὶ ἐξολείπει ἄρα Μβ.	ἐπὶ ἐξ[λείπει ἄρα Μβ *B.*
—— l. 18 col. 1 αωλς΄	—— l. 19 col. 1. μωΛς	ϡΔωΛς. *C.*
—— ib. col. 2 ϡχο΄	—— ib. col. 2. ϡχο	ϡβΦΡΝΓ. *B. C.*
—— l. 19 col. 1 Μ ϡγχλς΄	—— l. 20 col. 1. Μ ϡγΧΛς	Μ Γϡχαις. *C.*
—— ib. col. 2 νιθ΄	—— ib. νιθ.	τριθ. *B.* ϡτριθ. *C.*
—— l. 20 —ib. Μ ϡγιθ΄	—— l. 21 col. 2. Μ ϡγΤΘ	Μ ϡΓΥΘ. *B. C.*
—— l. 25 Καὶ συνθέντι,	—— l. 22 • •	deſunt. *A.*
—— l. 28 ΖΓ,	—— l. 23 ΖΗ	ΖΗ ex corr. alt. man. ΖΓ. *B.*
—— l. 30 μείζον εἰσι	—— l. 25 μείζον εἰσὶν	μείζων ἐστὶν. *C.* μείζων ἐστὶ. *D.*
—— l. 36 δέδεικται,	—— 51. l. 2 δέδται	δίκται. *A.* δέδικται. *B. C. D.*
—— l. 38 δὶ	—— l. 3 • •	deeſt. *A.*
—— l. 40 ἴσται Μ ϡνν·	—— l. 4 • •	μ Μ ϡΘΝ. *D.*
—— l. 41 φϛα΄ η΄	—— l. 5 ΦϛΑ ἴσον	ΦϛΑ η΄. *C. D.*
—— l. 44 φϛα΄ η΄	—— l. 6 ΦϛΑ ἴσον	ΦϛΑ η΄. *B. C. D.*
—— 210. l. 4 col. 1 Μ ϡϡδο΄	—— l. 11 col. 1. Μ ϡδλο	ϡφξβζ. *B. C.*
—— l. 3 col. 3 ϡφξβλ΄	—— ib. • •	ϡδλ. *B.* ϡβλ. *C.*
—— l. 4 col. 2 ϡβΦρ΄	—— ib. ϡβΦΡΝ	ϡπΦΡΝ. *C.*
—— l. 5 —ib. τρϟ΄	—— l. 12 • •	ΓΡΝΘ. *C.*
—— l. 7 col. 3 ϡθυκηλ΄ δ΄ ξδ΄	—— l. 14 ΥΚΗ ζ΄ δ΄ ΞΔ	ΥΚΗ ζ δ΄ δ΄ ΞΔ. *B.* υκηζδξδ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 210. l. 12 τῇ ΘΕ.	Pag. 51. l. 18 • •	τῶν ΘΕ. *A.*
—— l. 13 μ ξβ′ η′	—— – ib. μ ΞΒ ἴσων	ΑΡΞΒΗ. *A. D.*
—— – ib. Γίνονται	—— l. 19 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 18 μορίων	—— l. 21 μέρων	μορίων. *A. B. C. D.*
—— l. 19 Μείζονες	—— l. 22 • •	μείζονες. *A.*
—— – ib. ὅντες	—— – ib. • •	deeſt. *D.*
—— l. 23 μροβ′ η′	—— l. 24 ΑΞΒΗ′	ΑΡΟΒΗ′. *B. C. D.*
—— l. 26 Μ φλδ′ ξϑ′	—— l. 26 Μ ΦΛΔΞ′ ξ ϑ	Μ φλδξϑ. *A.* Μ ΦΔΔ ΞΥ. *B.* Μ ΦΔΔ ΞΔ′. *C.* Μ ΦΔΔ. *D.*
—— l. 28 ἴσται	—— l. 27 • •	χ. *D.*
—— – ib. Μ γΠμγ′ ξϑ′	—— – ib. Μ ΓΠΜΓ ξ ϑ	Μ ΓΑΜΓξΥ. *C.* Μ ΓΑ ΜΓΓ ΞΔ. *D.*
—— l. 29 μροβ′ η′ ἐγγίστω	—— – ib. ΑΡΟΒ	ΑΡΟΒ η′ ἐγγίστω. *A. B. C. D.*

Multiplicationum formulæ prout inveniuntur in MSS. *B. C.*

ἡ ΕΓ ΑΡΞΒ η′	ἡ ΘΓ ΡΝΓ	μροβ η′	ἡ ΕΓ μρξβη′	ἡ ΘΓ ΡΝΓ	μροβη′
ἐπὶ μ ξξβη′	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ μροβη′	ἐπὶ μρξβη′	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ μριβη′
Μ Μ Μ β ΡΚΑ	Μ α μτ	Μ Μ ι Μ βρκε	Μ Μ Μ βΡΚΕ	μα μτ	Μ μι Μ βρκε
Μ Μ γτβζ	μ βφρν	Μ Μ ζτιβζ	Μ Μ γσιβζ	μ βφρν	Μ Μ ζσιβζ
Μ γ Γ πχρκζL	Μ τῦ	Μ ζ ϑΠμηζϑ	Μ γ πχρκ ζL	τρν θ	Μ ζ Δ λγμκζϑ
βτρκδ ϑ		βρμδϑ	B. βσρκΔΔ′	Μ τυ	βρμδΔ
ΡΚΕ ιβL′ ζL ϑ ξϑ		ερκ ιβL ηζϑδξϑ	ΡΚΕ ΙΒ L′ ΖL Δ′ ξϑ		ρκιιβL ηζΔΔξϑ
Μ φλδL ξϑ		Μ ελζτυυζξϑ	τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		Μ ε λζτυυζξϑ
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		ἐλλείπει ἄρα τῦ ἀκριβῦς	ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ Μ γ		ἐλλείπει δὲ τυ ἀκριβῦς
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ Μ γ		Μ ξτL	ΠΜγζξϑ		Μ ξτL.
ΠΜΓξϑ					

C.

—— 211. l. 3 ὑπὸ —— l. 40 • • deeſt. *D.*
—— l. 7 ἔστι μορίων —— l. 42 • • ἐστὶ μορίων. *C. D.*
—— l. 18 τῦ ἀκριβῦς —— 52. l. 3 • • τῦς ἀκριβῦς. *A.*
—— 20, &c.

ἡ ΕΒ τλδϑ	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	βτλθϑ	ἡ ΕΒ τλδΔ′	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	βτλθϑ
Μ Μ ηφ		ἐπὶ βτλθϑ	Μ Μ ηφ		ἐπὶ βτλθϑ
Μ Μ θα μγοι		Μ Μ Μ Μ ηφ	Μ Μ θα μγ οι		Μ Μ Μ Μ ηφ
ἐπὶ βτλδϑ		Μ Μ θ βψοι	ἐπὶ ζτλΔϑ		Μ Μ θ ζψοι
Μ ϑΠρκζL		Μ ϑΠ γοζL	Μ ϑΠρκζL		Μ δσγοζL
			B. ηαγρκγιγα		Μ κ βψσυπαβϑ
μ μα γφκγιγα		Μ η βψγσυπαβϑ	φοιζL αις		φοιζγβΔ′ ις′
φοιζL αις		φοιζγβϑ′ ις′	Μ η ψκΓις′		Μ βγL ις′
Μ κ ψκΓις		Μ βγL ις′	ἐκ τύτων συνάγεται τὸ		ἐλλείπει δὲ τῦ ἀκριβῦς
ἐκ τύτων σῦνάγεται τὸ		ἐλλείπει ἀρα τῦ ἀκριβῦς	ἀπὸ ΕΚ Μ βρλδις′		Μ μαL
ἀπὸ ΕΚ Μ βρλβις		Μ Μ αL : ~			

C.

—— l. 37 ἡ δὲ ΕΓ, μορίου βτλδ′ ϑ′ καὶ ἔτι —— 52. l. 17 • • desunt. *C.*
—— – ib. μορίου τινός· —— – ib. μορίου μορίου τινός. *A. D.*
—— l. 38 μείζων —— l. 18 • • μείζων ἐστὶν. *A. C. D.*
—— 212. l. 3 ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὥς τε μὴ ἐστί· —— l. 22 • • desunt. *C.*
—— l. 4 μὴ —— l. 23 ΜΗ μὴ. *A.*
—— l. 8 ΛΕΓ, ζ′ —— l. 25 ΛΕΓ ζ′ ΛΕΓ ΟΒ. *B. C. D.*
—— – ib. ὁρϑῶν. —— – ib. • • ὀρῶν. *D.*

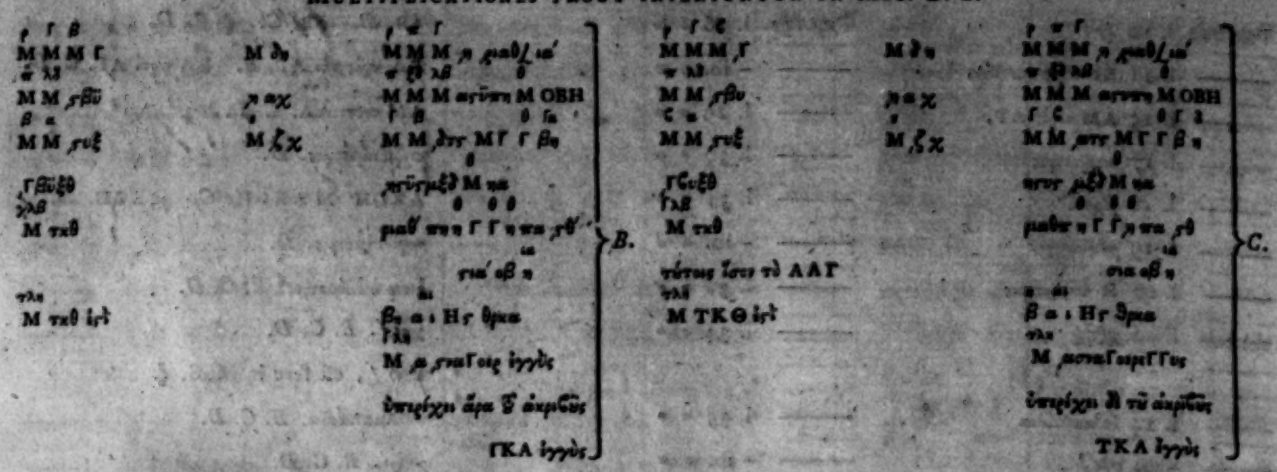
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 212. l. 10 ζ′.	Pag. 52. l. 26 • •	ζB. *B.* ϛB. *C.* ζϛβ. *D.*
—— l. 11 ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ,	—— – ib. • •	ΕΑ πρὸς τὴν ΑΓ. *B.* ΕΑ ποτὶ ΑΓ. *C. D.*
—— l. 15 ΑΜ πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 • •	ΑΜ ποτὶ ΑΔ. *C. D.*
—— l. 17 περίμετρος	—— l. 30 • •	περιλάμτρος. *D.*
—— l. 18 ΔΧΟΗ·	—— l. 31 • •	ΔΧΟΗ· Μ ΑΧΟΗ. *C.* ΔΧΟΗ. *D.*
—— l. 19 περίμετρος	—— – ib. • •	περιλάμτρος. *D.*
—— l. 20 Ἡ περίμετρος	—— l. 32 • •	ἴσαις ἡ διάμετρος. *B. C. D.*
—— l. 22 χξζ′.	—— l. 34 • •	χξζ′. *B. C. D.*
		Pro ζ, est fere in MSS. ξ.
—— l. 24 ἐπιπεπλάσια	—— l. 35 • •	πολλαπλάσια. *B. C. D.*
—— – ib. χξζ′,	—— – ib. • •	χξζ′. *B. C. D.*
—— l. 26 περίμετρος	—— l. 36 • •	τρίμετρος. *D.*
—— l. 37 Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον	—— l. 42 • • τρίτου mutato in τρίτῳ	desunt. *D.*
—— l. 43 Μ	—— l. 46 • •	Μ. *B. C.* Μ. *D.*
—— l. 44 Μ ρκδ′.	—— l. 47 • •	Μ ΜΤ. *D.*
—— l. 45 Μ	—— l. 48 • •	Μ. *B. D.* Μ. *C.*
—213. l. 3 col. 1 Μ Μ Μ , Μ	—53. l. 5 • •	Μ λυ Μ Μ. *B. C.*
—— l. 4 col. 3 Μ	—— l. 6 • •	Μ. *B. C.*
—— l. 6 col. 1 Μ ,χχ′	—— l. 8 Μ ,χχ	Μ ,τχ. *B. C.*
—— l. 8 —ib. ΒΓ ἀπὸ ΖΗ ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 ΒΓ ἀπὸ τῆς ΑΓ	ΑΓ ἀπὸ τῆς ΓΒ. *B. C.*
—— l. 12 ΗΓΒ	—— l. 14 • •	ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 18 ὑπὸ	—— l. 17 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσας	—— – ib. • •	deest. *A.*
—— l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 καὶ ἡ ΔΗ	ἡ ΑΝ. *A.* ἡ ΑΗ. *D.*
—— l. 30 καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ	—— l. 24 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 32 ,γλδκα′.	—— l. 25 • •	,ΓΚΑ. *D.*
—— l. 33 Μ βτκα′.	—— l. 26 • •	Μ ΒΤΚΑ. *B.* Μ ,ΒΤΚ. *C.* Μ ,ΒΤΚΑ. *C.*
—— l. 34 ,γνγλ′ ϑ′	—— – ib. • •	ΝΓΟΓλ ϑ′. *B. C.* γνλ ϑ′. *D.*
—— l. 36 ,γνγλ′ ϑ′	—— l. 28 • •	,ΓΙΤς ϑ′. *B. C.* ΠΙΤς Δ. *D.*

MSS. *B. C.*

ἡ ΑΗ, ΒΓΔΑ	ἡ ΗΓ ΨΠ	ΓιΓζϑ	ἡ αηβΓΔα	ἡ ΗΓ ΨΠ	ΓιΓΖΔ′
ἴσαι βΓΔια	Μ Μ ,ς	ἴσαι ΓιΓζϑ	ἴσαι βΓΔια	Μ Μ ,ς	ἴσαι ΓιΓλΔ′
Μ Μ ,βΓΔ	Μ ,Γ ,ς ,ςυ	Μ Μ οαψλ	Μ θρι	Μ ,Γ ,ς ,ςυ	Μ Μ οαφλ
Μ θρι	,θ Μ ηυ	θλααις′ λϑ	βΓΔια	,θ Μ ηυ	θλααις′λΔ
βΓΔια		,αφια′λϑ′ ηυ	αηζ Μ ,ΓΔκα		,αφια′λΔη′ις′
αηζ Μ ,ΓΔκα		ψηβλ′ις′ϑ′ η′ις′	τα απο των ΑΗ ΗΓ		Μ βχπθις
τα απο των ΑΗ ΗΓ		θ Μ βχπθις	τη Μ βτκα		ὑπερίχει τῆ ακριβῆς
τη Μ βτκα		ὑπερίχει τῆ ακριβῆς			ο Μ τξηις′
		ο Μ τξηις′			
	B.			C.	

—214. l. 2 πρὸς τὴν	—— l. 38 • •	καὶ τὴν. *B.*
—— l. 4 ΗΑΓ	—— l. 39 • •	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 7 ΗΑ, ΑΓ	—— l. 41 ΡΑ ΑΓ	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 9 ὅπερ ,γλδ καὶ λ′ ϑ′ πρὸς ψπ′. Ὡς τι ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— l. 43 • •	desunt. *B.*
—— l. 11 υπ′	—— – ib. • •	Γπ. *D.*
—— l. 12 ιγ′.	—— l. 44 • •	ΙΓ κ′. *B. C. D.*
—— l. 15 ,γτκϑ′.	—— l. 46 γλδ ΚΘ	,γΔχθ. *C.* ,Γχθ. *D.*
—— l. 16 Μ ,χχ′	—— – ib. • •	μέρος μ,χχ. *A. D.* μ ,χχ. *B.* μέρος ΚΖΧ. *C.*

MULTIPLICATIONES PROUT INVENIUNTUR IN MSS. *B. C.*



Edit. Oxon. | Edit. Basil. | Codices Parisien.

Pag. 214. l. 47 μ M | —— 54. l. 19 • • | μ M. *B. C.* μ M. *D.*

—— l. 48 ὑπερέχει γὰρ τῶ ἀκριβῶς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M ιβ' γ' λς'. | —— ib. desunt | ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβῶς M ι' β' γ' χ' ς'. *A. B. C. D.*

—215. l. 3 col. 2 ,γχτξ | —— l. 23 • • | ,γχτζ. *C.*

—— l. 4 col. 1 ,ξμθ' τξλς' | —— l. 24 • • | ,ζ τξατ. *C.*

—— l. 5 — ib. ,δμθ' | —— l. 25 • • — et δτ Nτ | ΔΜΟ. *C.* — sunt ut in Edit. Oxon. in col. 2.

—— l. 8 col. 3 λς'. | —— l. 27 • • | λγ'. *B. C.*

—— l. 18 αὐτῆς τῆ | —— l. 33 • • | αὐτῆ τῆς. *A.*

—— l. 23 col. 1 ,βτλη' γ' | —— l. 38 ,Β ,ΤΑ ςγ' | ,βτλζγ'. *B. C.*

—— l. 25 — ib. M ,βξλτα' ,δτις' M ,δομθα ζ' θ' | —— l. 40 • • | ,βχλτα ς ,δτις θζ δ. *B.* M ,βχλτα ς ,δτις θζθ'. *C.*

—— l. 26 col. 3 ζ' α ζ' θ' | —— l. 41 • • | ζατθ'. *B. C.*

—— l. 27 — ib. M ,θσ,ζζ' ις' | —— l. 42 ,θσ,ζΖζις' | M ,θιεςζζις'. *B. C.*

—— l. 29 — ib. M. ,γζ' κθ' | —— l. 44 M ΙΓ ζκ' | M Γζκ'. *B. C.*

—— l. 31 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα | —— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα | ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*

—— l. 32 ξς' πρὸς | —— l. 46 Ξς πρὸς Ξς πρὸς | Ξς πρὸς. *A. C. D.*

—— l. 35 πλευρὰ, | —— l. 47 • • | πλευρὰς. *C. D.*

—— l. 36 κύκλῳ | —— l. 48 • • | κυλίνδρω. *A.*

—— l. 37 ἐστι | —— l. 49 • • | deeſt. *A.*

—— l. 38 δίκα ἰσοδομηκογομόνων· | —— 55. l. 1 • • | δικαισοδομηκογομόνων. *C.*

—— l. 41 δίκα ἰσοδομηκοσόμονα | —— l. 2 • • | δικαισοδομηκογόμονα. *C.*

—— l. 42 ὧν ἐνεχώρει, | —— l. 3 • • | ἐγχωρεῖ. *B.* ὧν ἐγχωρεῖ. *C.*

—— l. 43 ἠσαφνίσθησαν | —— — ib. ἰσαφνίσησαν | ἰσαφνισθησαν. *C. D.*

—216. l. 1 Ὠκυτοκίου, | —— l. 4 • • | ὠκυτοκίου. *A. D.* ὠκϋτοκίω. *B. C.*

—— l. 11 τῶν κδ'. | —— l. 10 τῶν ιθ' | τῆ ΙΘ. *C.*

—— l. 23 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα, εἰς τὴν Ἀρχιμήδους τῆ Κύκλου Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἠμετέρῳ διδασκάλῳ. | —— l. 19 • • | desunt. *D.*

—— l. 25 τῷ ἠμετέρῳ | —— l. 21 • • | ἠμετέρω. *C.*

—217. l. 1 ποτὶ Κώνεια | —81. l. 28 • • | ποτὶ κώνων. *A.*

—— l. 5 καὶ | —— l. 30 • • | deeſt. *A.*

—— l. 11 ἀρχᾶ | —— l. 34 • • | ἀρχεῖ. *B.*

—— l. 13 λαῶν | —— l. 35 • • | λαῶ. *A.*

—— l. 14 κῷ ἄδηλα | —— l. 36 • • | ἀδηλα. *A. B. C. D.*

—— l. 15 εὑρὼν, | —— — ib. • • | εὑρεῖν. *A.*

—— — ib. ἐξευρὼν, | —— — ib. • • | ἐξεῦρεν. *A. D.*

—— l. 16 Γεωμετρίαν. | —— l. 37 • • | γεωμετρίας. *A. B.*

—218. l. 1 Κώνωνος | —— l. 38 κώνων | κώνωνος. *A. D.*

—— l. 5 εἶμεν κεχωρισμέναι, | —— l. 40 μὴν κεχωρισμένων | μὴ κεχωρῖσμένα. *A. D.* μὴν κεχωρισμένα. *B. C.*

—— l. 6 ὅπως | —— l. 41 ὅπερ | ὅπως. *A. B. C. D.*

—— l. 7 οἱπόδ' ὁμολογηκότες | —— l. 42 ἀπὸ δ' ὁμολογηκότες | ἃ ποδ' ὁμολογηκότες. *B. C.* ἀποθομολογηκότες. *D.*

—— l. 11 ἰμφανίσω | —— l. 44 ἰμφανίσαι | ἰμφανίξω. *B.* ἰμφανίξαι. *C. D.*

—— l. 26 τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας | —— 82. l. 6 • • | repetuntur hæc verba. *D.*

—— l. 35 μὲν τῶν | —— l. 11 • • | μὲν ὧν τῶν. *A. B. C. D.*

—— l. 38 εἰς ἄνισα, | —— l. 13 ἴσαι ἴσα | εἰς ἄνισα. *A. B. C. D.*

—— l. 41 ἐστι. | —— l. 15 • • | deeſt. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 218. l. 43 εἰς ἄνισα	Pag. 82. l. 15 ἴσων ἴσα	εἰς ἄνισα. *A. B. C. D.*
—— l. 46 Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα	—— l. 17 • •	desunt. *C.*
—— l. 47 τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ὅλαστον,	—— – ib. • •	ἃ μὲν ἀ. *B. C. D.*
—— l. 48 ἐλάσσονα μὲν ἢ ἡμιόλιον.	—— – ib. • •	διπλασιόνα. *B.*
—219. l. 8 ἐστὶ	—— l. 25 • •	εἰσὶ. *C.*
—— l. 13 ἐπιψαῦον	—— l. 28 • •	ἐπιψαύομεν. *A. D.*
—— l. 14 ἀποτέμνῃ τὶ	—— – ib. • •	ἀποτέμνετι. *B.*
—— l. 20 ἀποτμηθὲν	—— l. 31 ἀποτμηθὲν	τὸ ἀποτμηθὲν. *B. C. D.*
—— l. 23 ἀποτμηθέντι	—— l. 33 ἀποτμηθέντι	ἀποτμηθέντι. *D.*
—— – ib. ὑποσοῦν	—— l. 33 • •	ὅπως ἂν. *D.*
—— l. 24 ἐξηγωνίων κώνων	—— l. 34 • •	ἐξηγωνίου κώνου. *C.*
—— l. 25 αἷπα τὰ ἀποτέμνοντα	—— – ib. ἴσα τὰ ἀποτέμνοντα	εἰ κατὰ ἀποτέμνον τὰ. *C.*
—— l. 31 ἴλικος	—— l. 37 • •	ἕλῖκας. *A. C.*
—— l. 33 ἐπίκοινον ἔχόντω	—— l. 38 ἐπικοίνων ἴόντα	ἐπῖκοινωνέον. *B.*
—— l. 34 ἀποδίξεις	—— l. 39 ἀποδίξεως	ἀποδίξεις. *A.*
—— l. 37 εὐθεῖαι γραμμαὶ	—— l. 40 ἰυθεῖαι γραμμαὶ	εὐθεῖα γραμμὰ. *B. C. D.*
—— l. 42 ὑπὸ	—— l. 43 • •	ὑπότι. *B. C. D*
—— l. 43 ἀπὸ καταγαθέσας	—— l. 44 • •	ἀποταθέσας. *A.*
—— l. 44 κέντρῳ	—— – ib. κέντρων	κέντρον. *A. C. D.* κέντρῳ. *B.*
—220. l. 1 περιφερῆ.	—— l. 49 • •	περῖφερεία. *B.C. D.*
—— l. 6 ἀποτιλαφθέντος ὑπὸ τῆς ἴλικος, τὸ μὲν ἐν τῷ τρίτῳ	—83. l. 1 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 7 ἐσσεῖδαι	—— l. 2 ἐσσεῖται	ἐσσεῖσθαι. *C. D.*
—— l. 10 ἐξῆς ἀριθμὸς	—— l. 3 • •	ἐξεσαρίθμος. *C.*
—— – ib. ἐσσεῖδαι,	—— – ib. • •	deest. *C.*
—— l. 12 Τὸ δὲ ἐν τῷ αὐτῷ περιφερεῖ ἀποτιλαφθὲν χεῖλος	—— l. 4 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 13 τῦ	—— l. 5 τᾶ	τῦ. *B.*
—— l. 14 ἐπὶ	—— – ib. • •	περὶ. *A.*
—— – ib. ἴλικος	—— – ib. ἴλικας	ἴλικος. *B.*
—— l. 18 γεγεγραφέντι	—— l. 7 • •	περῖγεγεγραφθέντι. *A.*
—— l. 32 Τύτων	—— l. 14 τῦτον	τύτων. *B. C. D.*
—— l. 35 χρείαν	—— l. 16 • •	τὰς χρείας. *B.*
—— l. 38 ἀνίσαν	—— l. 17 • •	ἴσαν. *A. B.* (margine alt. manu ἄνισαν) *C. D.*
—— l. 51 Γ Δ	—— l. 24 Α Γ	Α Δ. *B. C. D.*
—— l. 52 χρόνος	—— l. 25 • •	ὁ χρόνος. *B. C. D.*
—221. l. 19 Β Δ	—— l. 38 • •	ΒΔ γράμμας. *D.*
—— l. 23 ΖΗ, ΗΘ	—— l. 40 • •	ΖΗ. *D.*
—— – ib. καθαντινοῦν	—— – ib. • •	καθατινοσῦν. *A.*
—— l. 26 συνθεῖσαν	—— l. 41 • •	συντεθεῖσαν. *A. B. C. D.* sed in *C.* τ. deletur.
—— l. 31 αὐτῷ ἑαυτῷ	—— l. 44 • •	αὐτᾶ ἑαυτᾶ. *C.*
—— l. 38 τῷ ΑΒ	—— l. 48 τᾶ ΑΒ	τᾶ ΑΒ. *B.*
—222. l. 9 δοθέντων ὑποσῶν	—84. l. 11 • •	δυὸ δοθέντων ὑποσῶν. *A.* δυὸ δοθέντων ὑποσων ἂν. *D.*
—— l. 14 μείζων ἴσης πασῶν	—— l. 13 • •	μείζων ἄρα. *A.*
—— l. 15 περιφερειῶν.	—— – ib • •	περιφερεῖαν. *A.*
		Inter tertiam et quartam propositiones, atramento rubro, scribuntur hæc verba, δέδικται γὰρ ἐν τῷ α΄ διωρέματι τᾶ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. *A.* et in marg. *B. C.* et τᾶ ante περὶ mutato in τᾶ. *D.*
—— l. 20 ὑπερεχὰ,	—— l. 16 ὑπερέχα	ἃ ὑπερεχὰ. *B. C. D.*
—— l. 23 ἴσης	—— l. 17 • •	ἰσσεῖται. *B.* ἂν. *D.*
—— l. 26 μεῖζον	—— l. 19 • •	μείζων, *C.*
—— l. 34 ποτὶ	—— l. 24 ὑπὸ τὶ	ποτὶ. *A. D.*
—— l. 44 τῦ κέντρῳ	—— l. 27 • •	τῦ Κ κέντρου. *C. D.*
—223. l. 3 ὃν ἃ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἰλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 32 • •	desunt. *C.*
—— l. 14 τᾶς περιφερείας	—— l. 43 • •	τῦς τι περιφερείας. *C. D.*
—— l. 26 δὲ καὶ ἀπὸ	—— l. 49 • •	δὲ ἀπὸ. *A. C. D.*
—— l. 30 ποτὶ τὰν ΓΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἃ ΚΓ	—— l. 51 • •	desunt. *C.*
—— l. 32 ἐχέτω ἃ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΑ.	—85. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 Ἐχέτω πρὸς τὰν	—— – ib. ἐχέτω τὰν	ἐχέτωσαν. *A.*
—— l. 40 ΒΚ	—— l. 5 • •	ΚΓ. *B. C. D.*
—224. l. 5 ἴσῳ	—— l. 18 • •	ἴσωτι. *C.*
—— l. 16 νενοίσας	—— l. 24 • •	νύσσαν. *B. C. D.*
—— l. 28 ἀπὸ τᾶς	—— l. 40 • •	ἀπὸ τῆς τᾶς. *C.*
—— l. 36 ἴσῳ	—— l. 50 • •	deest. *A. D.*
	—— – 86. 1. in marg.	ἡ γὰρ ΚΓ πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς ΞΓ κ᾽ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἡ ΞΓ τ᾽ ΓΑ. *B.C.*
—— l. 50 ἄλλαν	—— 86. l. 3 ἀλλάλαν	τοτ᾽ ἄλλαν. *A.* ἄλλαν. *B. C.*
—225. l. 2 ΞΙ, ΙΑ	—— l. 4 • •	ΞΙΛ. *C. D.*
—— l. 4 τᾶν	—— – ib. τῶν υ	τᾶ. *A.*
—— – ib. ΚΙ, ΙΝ	—— – ib. υ ΚΙΙΝ	ΚΙΝ. *B. C. D.* in margine. *B.* ἴσον γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΙΚ ΝΙ τῷ ὑπὸ ΞΙ ΙΛ ἐν κύκλῳ γὰρ δυὸ εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας τὸ δὲ ὑπὸ ΚΙ ΓΑ τῷ ὑπὸ ΚΕ ΙΛ τρίγωνοι γάρ εἰσι· τὸ ΙΚΛ. Καὶ παρὰ μίαν ἦκται ἡ ΕΓ ἀνάλογον ἄρ᾽ ἐστὶν ὡς ΙΝ πρὸς ΚΕ ἡ ΙΛ πρὸς ΛΓ καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τ᾽ μέσων et *C.* ΙΚΝΙ mutatis in ΘΚΝΜ et πρὸς inter ΙΛ et ΛΓ omisso.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 225. l. 9 ὧν ἃ Η	Pag. 86. l. 7 ὧν ἃ	ὧν ἃ Η. *A.*
—— l. 14 λόγου.	—— l. 9 • •	deest. *B*
—— l. 21 ἴχνη.	—— l. 13 ἴχνη	ἴχνη. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ΞΓ	—— l. 15 • •	ΞΓ. *D.*
—— l. 44 τῷ μὲν	—— l. 28 • •	τὸ μὲν. *B. C. D.*
—— l. 50 οὗτως	—— l. 35 • •	deest. *B. C. D.*
—226. l. 18 ἰσουῦνται	—— l. 44 • •	ἰσοῦνται. *A.*
—— l. 20 Ἔστω	—— l. 45 • •	ἔστωσαν. *A.*
—— l. 32 τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.	—— l. 51 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 38 δυσὶ	—87. l. 3 δυὸ	δυσὶ. *B.*
—— — ib. ἑνὸ	—— — ib. • •	ἑνὸ. *D.*
—— l. 39 περιεχομένοις	—— — ib. περιεχομένου	περιεχομένοις. *B.*
—— l. 40 ἴσα	—— l. 5 • •	deest. *D.*
—— l. 41 δυσὶ	—— l. 6 δυὸ	δυσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 περιεχομένοις.	—— — ib. περιεχομένου	περιεχομένοις. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἢ τὰ	—— l. 7 • •	desunt. *D.*
—— l. 44 Ο συνδεδύοντα	—— l. 8 • •	ΟΠ ὅτι δεδύοντα. *C. D.*
—— l. 47 ἑκατέρᾳ	—— l. 11 • •	ἑτέρᾳ. *D.*
—227. l. 2 ἴσα τοῖς	—— l. 14 • •	ἴσα ἐστὶ τοῖς. *A. B. D.*
—— l. 4 ἑνὸ	—— l. 16 • •	ἀπὸ. *D.*
—— l. 5 ἑνὸ	—— — ib. • •	ἀπὸ. *D.*
—— — ib. ἑνότι	—— l. 17 • •	ἀπότι. *D.*
—— l. 9 καὶ τᾶς	—— l. 19 • •	καὶ. *D.*
—— l. 10 τᾶς Δ, διὰ τὸ ταὐ	—— — ib. • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 11 εἶμεν.	—— — ib. • •	εἶμεν τᾶς Θ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἴσας	—— l. 23 ἴσου	ἴσας. *A. C. D.*
—— — ib. τριπλασίᾳ	—— — ib. • •	τετραπλασίᾳ. *D.*
—— l. 33 Β, Γ, Δ,	—— l. 29 • •	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— — ib. ἴσαν	—— — ib. • •	deest. *D.*
—— l. 34 Β, Γ, Δ,	—— l. 30 • •	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— l. 39 ἑνὸ	—— l. 32 • •	ἑνότι. *B.*
—228. l. 1 τᾶς μεγίστας	—— l. 40 ταῖς μεγίστας	τῆς μεγίστας. *C.* τᾶς μεγίστας. *D.*
—— l. 9 ἰσουῦνται,	—— l. 44 • •	ἰσοῦνται. *A.*
—— l. 16 τῷ δὶ	—— l. 48 τῶ	τᾶ δὶ. *C.*
—— l. 28 Ἔστω γᾶ	—— 88. l. 3 • •	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν γὰρ. *B. C. D.*
—— — ib. ὀπτοσαιῦν	—— — ib. ὀπτοσῦν	ὀπτοσαιῦν. *A. B. C.*
—— l. 29 ἐξῆς κείμεναι	—— l. 4 • •	ἐξηκοστημόναι. *D.*
—— l. 30 ἃ ΔΕΖ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 31 ἃ δὶ ΙΚ	—— — ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 32 ταὐ ΓΔ	—— l. 5 • •	τὰ ΓΔ. *A. D.* τᾶ ΓΔ. *C.*
—229. l. 4 λόγου	—— l. 18 • •	τὸν λόγον. *A. B. C. D.*
—— l. 6 τετραγώνου· ᾗ τὸ ἀπὸ	—— l. 20 • •	τετραγώνου· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 9 ᾗ τὰ ἀπὸ τᾶν	—— l. 22 ἀπὸ τᾶν	καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 συναμφότερα	—— l. 27 • •	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἐκδιχθῇ	—— l. 28 ΚΑ διχθῇ	καταδιχθῇ. *A.* καταδιχθῆ. *D.*
—— l. 21 τετραγώνων	—— l. 29 • •	τῶν τετραγώνων. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἴσον	—— l. 33 • •	ἴσα. *C. D.*
—— l. 37 τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 • •	τᾶν ΒΦ. *B. C. D.*
—— l. 44 ΓΟ	—— l. 40 • •	ΓΘ. *B. D.*
—— l. 50 ἀπὸ τᾶν	—— l. 42 ἀπὸ τῶν	ἀπὸ. *A.*
—230. l. 3 τετράγωνα	—— l. 43 • •	τὰ τετράγωνα. *D.*
—— l. 18 ἀναγραφίωντι	—— 89. l. 1 ἀναγραφίντι	ἀναγραφίωντῖ. *B.*
—— l. 20 ἴδια πάντα	—— l. 2 • •	εἰ δὶ ἅπαντα. *C. D.*
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	—— — ib. ἴσου	τῷ ἴσου. *A.*
—— l. 32 ἰσοταχίως	—— l. 7 • •	ἰσοταχῆ. *A. C. D.*
—— l. 35 ἑαυτὸ	—— l. 9 • •	ἑαυτῷ. *B. C.*
—— l. 38 μένου	—— l. 10 • •	μὲν. *D.*
—— l. 42 τᾷ πρώτᾳ	—— l. 12 τᾶ πρώτα τᾶ	τᾶ πρώτα. *B. C. D.*
—— l. 45 διαύσᾳ,	—— l. 13 διαύσει	διαύσει. *B. C. D.*
—231. l. 9 γεγραμμίναι	—— l. 22 • •	γεγραμμίνα. *A.* ὀπτοσαιῦν γεγραμμίνα. *C.* ὀπτοῖα ἐν γεγραμμίνα. *B.* ὀπτοῦν γεγραμμίνα. *D.*
—— l. 11 ὀπτοιαιοῦν,	—— l. 23 • •	ὀπτοσαιῦν. *C, D.*
—— l. 21 τᾶς ΑΒ·	—— l. 27 ταὐ ΑΒ	τᾶς ΑΒ. *B.*
—— l. 50 περιέχοντι	—— l. 46 περιέχουσι	περιέχοντι. *A.*
—— — ib. πρὸ ἀλλάλας.	—— — ib. ὑπὸ τ' ἀλλάλας	ποτ' ἀλλάλας. *A. C. D.*
—232. l. 1 διπλασίαι	—— l. 47 διπλασίας	διπλασίαι. *B. C. D.*
—— l. 3 διπλασίας.	—— l. 49 διπλασίας	διπλασίαι· *B. C. D.*
—— l. 5 Θ, Α	—— l. 51 • •	Θ Α. *B. C. D.*
—— l. 6 τι	—— — ib. • •	deest. *C.*
—— — ib. ΓΗ	—— — ib. • •	ΓΘΗ. *A. B. C.*
—— l. 8 ΕΖ	—— 90. l. 1 • •	ΕΗ margine manu eâdem. ΕΖ. *B.*
—— l. 17 ταὐ	—— l. 6 • •	ταὐ δὶ. *B.*
—— l. 22 ποτιπιπλίστων	—— l. 9 ποτιπιπλίστων	ποτιπίπλων τῶν. *A.*
—— l. 33 φερόμενον	—— l. 16 • •	περιφερόμενον. *C.*
—— l. 45 Αἶκα ποτὶ	—— l. 25 • •	εἰ δὶ κατὰ. *A. C. D.* εἰ δὶ καὶ. margine alterâ manu. ποτὶ *B.*
—— l. 46 ποτιπιπλίωντι	—— — ib. ποτιπιπλόπλωντι	ποτιπίπλωντι. *C.* ποτιπίπλου τι. *D.*
—233. l. 1 μιᾷ ὅλας	—— l. 27 • •	καθ' ὅλας. *A.*
—— l. 5 ποτιπιπτίτωσαν	—— l. 28 ποτιπίπλοπι	ποτιπιπτόντων. *B.* ποτιπίπτωντι. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 233. l. 11 αυτὴ ΘΚΗ μεθ' ἃς τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας.	Pag. 90. l. 31 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 22 αὐτῷ	—— l. 41 • •	ἑαυτῷ. *B. C. D.*
—— l. 27 διεχθόντων,	—— l. 45 • •	διδυσιν cum parvo hiatu. *C.*
—— l. 28 αυτιπιπτωσι	—— l. 46 • •	αυτιπίπτωσι. *A. D.*
—— l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— – ib. εἰρημέναι	αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι. *A. C. D.* αἱ εἰρημέναι. *B.*
—— l. 35 ὁ ἐπὶ διάσων	—— l. 49 ὁ διάσων	ὁ διάσων. *A. D.* ἐπὶ διάσων. *B.* ὁ διάσων. *C.*
—234. l. 7 τὰν	—91. l. 10 τὰ	τὰν *B. C.*
—— l. 8 ὁ τοὺς	—— l. 11 ἐντὸς	ὁ τῶ. *A.*
—— l. 12 τὰς μὲν ὁ τοῖς περαγομένοις μείζονας	—— l. 14 • •	τὰν μὲν ὁ τοῖς περαγομένοις μείζονα. *B.*
—— l. 13 τοὺς δὲ ὁ τοῖς ἐντὸς ἴσας διάσονας	—— l. 16 • •	τὰν δὲ ὁ τοῖς ἐντὸς ἴσα διάσονα. *B.*
—— l. 21 ἢ· Ἔστω γὰρ, εἰ	—— l. 20 ἢ ἔστω γὰρ	ἔστως ἔστω γὰρ εἰ. *A. C.* ἔστως ἔστω γὰρ. *D.*
—— l. 37 Ὅτι δὲ ἡ ΣΗΚΘ περιφέρεια αυτὴ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν,	—— l. 32 • •	defunt. *C.*
—— l. 44 δὲ	—— l. 33 in marg.	ὁ τῶ ιβ. *B.* ὁ τῶ ιδ'. *C.*
—— l. 46 συμβάσσεται.	—— l. 36 • •	deeſt. *C. D.*
—235. l. 18 περιφέρεια	—— l. 37 • •	σύμβασσθαι. *B.*
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλω περιφέρειαν	—— l. 48 περιφέρειας	περιφέρεια. *A. B. C. D.*
—— l. 42 Ὁμοίως δὲ διεχθόντων, καὶ αἴκα τᾶς ὁ ὑποίασαν γεγραμμένας ὔλικος ἐπιψαύῃ	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειαν —92. l. 13 • •	ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειας. *B.* ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειας. *C. D.* alterâ manu in marg. *A.* ἐντᾶνθα ἁ ΑΒΓΔΘ. *B.* ἁ ΑΒΓΔΘ. *C.*
—236. l. 5 ἁ ΑΒΓΔ·	—— l. 25 • •	ἁ ΑΒΓ. *D.*
—— l. 30 ποτιβαλεῖν	—— l. 41 ποτιβαλεῖν	ποτιβαλεῖν. *B. C. D.*
—— – ib. τὰν	—— – ib. τὰν τᾶν	τᾶν. *D.*
—— l. 48 ἄρα	—93. l. 3 • •	deeſt. *C. D.*
—— l. 52 ΘΗΚ.	—— l. 5 • •	deſunt. *C.*
—237. l. 50 ἀρχᾶς	—— l. 43 • •	ἀρχᾶς καὶ. *A. C. D.*
—238. l. 16 γεγραμμένα	—— l. 51 • •	γραμμὰ. *B.*
—— l. 17 λόγον	—94. l. 1 • •	deeſt. *A.*
—— l. 26 ἴσχειν	—— l. 7 ἴσχει	ἴσχειν. *B.*
—— l. 39 διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ	—— l. 15 διπλάσιαν τῦ Μ	διπλασίαν τῦ ΜΝ. *A.* Μ. *D.*
—239. l. 5 ἐντὸς ψαύῃ	—— l. 37 ἐντὸς ψαύει	ἐντὸς ψαύῃ. *B. C. D.*
—— l. 10 αὐτῷ	—— l. 39 • •	deeſt. *A.*
—— l. 18 τῷ	—— l. 43 • •	deeſt. *D.*
—— l. 24 περαγομένα	—— l. 46 περαγμένα	περαγμένα. *A.*
—— l. 25 τας περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τῷ ἀρχῷ	—— l. 47 • •	deſunt. *C.*
—— l. 29 ΔΕΖ	—— l. 48 • •	ΑΕΖ. *A.*
—— l. 34 ἰρθά	—— l. 50 • •	ἰρθὰν. *A. D.*
—— l. 37 Ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Διῄρθω δή τις ἁ ΑΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας διάσονι,	—95. l. 1 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 44 ἴσην ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν	—— l. 8 ἴσᾳ ἀπὸ τῦ Α ποτιβαλεῖν	ἀπὸ τῦ Α ποτιβαλεῖν. *D.*
—— l. 49 ΑΑ.	—— l. 15 • •	deſunt. *D.*
—240. l. 1 ἴσᾳ	—— l. 18 • •	deeſt. *D.*
—— l. 4 ἢ ἁ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἁ ΔΡ	ἢ ἁ ΔΡ. *C.*
—— l. 10 Ὃν ἧ λόγον ἴσχει ἁ ΚΜΡ πρὸς τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν,	—— l. 25 • •	deſunt. *C.*
—— l. 11 ΚΜΡ	—— – ib. ΚΜΝ	ΚΜΡ. *B. D.*
—— l. 17 ἴσᾳ	—— l. 26 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 26 τᾶς	—— l. 30 • •	deeſt. *B.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— – ib. • •	καὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 31 περιφορᾷ	—— l. 32 • •	περιφορᾶς. *B. C. D.*
—— l. 32 κατασκευαδίωντι·	—— l. 33 • •	καλασκευασθέντι. *A.*
—241. l. 2 ἓξ τομέως	—— l. 43 • •	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 3 τῦ τομέως	—— l. 44 • •	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 4 Καὶ ἔστω γεγραμμένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ διάσονι ἓξ προτεθέντος	—— – ib. • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 5 Διηρήθωσαν δὴ αἱ	—— l. 45 διαιρήσθωσαν δὴ αἱ	διαιρίσθωσαν δὴ αἱ. *B.*
—— l. 9 ἀχθέντι.	—— l. 47 ἀχθῶσι	ἄχθωσαν. *B.*
	—— l. 49 καὶ συμπιπτούσαι τᾶ	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 ἴσᾳ· ἀλλ'	—— – ib. ἴσαι καὶ	corr. in marg. manu ead. ἴσᾳ· ἄλλ'. *B.*
—— – ib. τῷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ,	—— l. 50 τᾶ ΘΑ καὶὰ τὸ ΟΑΟΜ	τὰ ΘΗ κατὰ το Ο ἁ ΟΜ. *C.* τᾶ ΘΑ καὶὰ το Ο ἁ ΟΜ *D.*
—— l. 19 ΘΝ	—— l. 51 • •	ΘΚΗ. *C.*
—— l. 20 ἴς τ' ἀν ΘΚ	—96. l. 1 ἴσαι καὶ	καὶ. *A. D.* ἴσᾳ· ἄλλ'. *B.*
—— l. 21 τῦ κύκλω	—— – ib. • •	τῦ κύκλω τᾶ ΘΚ.
—— l. 29 ἰς τ' ἀν	—— l. 4 • •	ἴσᾳ· ἀν. *B. C.*
—— l. 45 λίλαπται	—— l. 21 • •	λίλειπται· *B.*
—— l. 47 μείζων	—— l. 22 • •	μείζον. *B. C. D.*
—— l. 52 ἰλάσσων	—— l. 25 ἰλάσσον εἶμεν	ἰλασσονῖ. *B.*
—242. l. 4 ὑπότις	—— l. 28 ὑπὸ	ὑπότις. *B.*
—— l. 15 ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εἰθεῖα τᾶν ὁ τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.	—— l. 42 • •	deſunt. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 242. l. 20 ΑΗ, ΖΙ	Pag. 96. l. 46 ΓΗΖΙ	ΑΓΗΖΙ. *A. C. D.*
—— l. 31 τῷ	—— 97. l. 1 τὸ	τῦ *D.*
—— l. 35 Μεῖζον γὰρ ἰσοῦται τῷ ὑπεροχῇ ᾗ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ.	—— l. 3 μεῖζον γὰρ ἰσοῦται ὃ ὑπεροχὴ ἃ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ	
—— l. 39 καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζόν εἶμεν τῦ ἐγγραφέντος σχήματος πάντες τῦ περιθέντος χωρίου	—— l. 5 • • σχήματος πάντες omiſſo	deſunt. *D.*
		deſunt. *C.*
—— l. 40 σχήματος πάντὸς	—— l. 6 deſunt.	σχήματος ὑπάρχοντι πάντες. *A. B. D.*
—— l. 47 ὅς τι τὸ	—— l. 9 • •	ἴσον τὸ. *C.* ἴσον δὲ. *D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 10 • •	εἶναι. *C.*
—— — ib. ὑπάρχοντες πάντὸς τῦ περιθέντος χωρίου	—— — ib. • •	deſunt. *C.*
— 243. l. 3 τὰν ἀρχὰν τᾶς ἴλικος,	—— l. 14 • •	deſunt. *D.*
—— l. 4 τᾶν ἀπὸ τοῦ περάτος τὰς ἴλικος	—— — ib. • • περάτος mut. in περάτων	deſunt. *C.* τὰν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἴλικος. *D.*
—— l. 8 μεῖζον	—— l. 16 μείζων	μείζον. *A. D.*
—— l. 18 ϝ ΘΑΖ ὄγκα τετμημένων,	—— l. 19 ΘΑ ὄγκα τετμημένων	ΘΑΖ ὄγκα τετμημένων. *A. B.* ΘΑΖ ὄγκα διατετμημένων. *C.* ΘΑΖ ὄγκα τετμημένου. *D.*
—— l. 22 ΘΑΚ	—— l. 20 • •	ΘΑΚ τῦ. *B. C. D.*
—— l. 28 τὸ Θ·	—— l. 24 τὰ Θ	τῦ Θ. *B.*
—— — ib. ἴκαται	—— l. 25 ἴκατα	ἰκάτας. *B.*
—— l. 33 Καὶ τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 31 • •	deſunt. *D.*
—— l. 36 ἴσον,	—— l. 34 • •	deeſt. *D.*
—— l. 38 ὡς	—— l. 36 • •	ὅτι. *B. C. D.*
—— l. 47 ΑΒΓΔΕΘ,	—— l. 41 ΑΒΓΔΘ	ΑΒΓΔΕΘ. *A. B. C. D.*
— 244. l. 2 ϛ κύκλῳ.	—— l. 43 ἴσον κύκλῳ	ϛ κύκλῳ. *A. B.* ¿. *C.* ϛ. *D.*
—— l. 3 ἰλάσσων,	—— l. 44 ἰλάσσων	ἰλάσσων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ϛ	—— l. 47 ἴσος	ϛ. *A. B.* ¿. *C.* Γ. *D.*
—— l. 12 ἰλάχιστος δὴ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 48 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 13 οὖν	—— — ib. • •	δὲ ὅτι. *B.*
—— l. 15 κύκλῳ,	—— l. 49 • •	ϛ κύκλῳ. *A. B. C.*
—— l. 18 ἰς τ' ἂν	—— — ib. • •	ἰς' ἄν. *B.* ἰς τὰν. *C. D.*
—— l. 25 ἰλαχίστα	—— l. 51 • •	ἀ ἰλαχίστα. *A.*
—— l. 28 ταῖλαις,	— 98. l. 2 • •	ταύτων. *C.*
—— l. 35 οἱ τομίες	—— l. 12 • •	οἱ μὲν τομίες. *B. C. D.*
—— l. 49 ὡς τι	—— l. 28 • •	ὡς. *A. D.*
—— l. 50 ᾧ	—— l. 30 • •	ὃ. *D.*
— 245. l. 2 ἰλάσσων	—— l. 35 • •	ἰλάχιστος. *B.*
—— — ib. ἢν,	—— — ib. • •	δὲ ὅτι. *B.*
—— l. 5 ἴς τ' ἂν	—— l. 38 • •	ἴσ' ἄν. *C.*
—— l. 11 ποτιπίπλωσαι, ὧν ἴσι μεγίστα μὲν ἀ ΘΑ, ἰλαχίστα δὲ ἀ ΘΕ, καί ἴσι ἀ ἰλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δ' καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τῦ Θ ποτὶ τὰν τῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπλωσαι τῷ μὲν	—— l. 42 ποτιπίπτουσαι τῦ μὲν	ut in Edit. Oxon. τινὲς omiſſo et ΑΖΗΙ addito ante κύκλῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἀναγεγράφθαι	—— l. 43 • •	ἀναγεγράφθαται. *B.*
—— l. 47 τῦ β' κύκλῳ.	— 99. l. 6 • •	deſunt. *D.*
— 246. l. 1 Ἐστω ἴλιξ, ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ διντέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα·	—— — ib. deſunt.	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ἴσω,	—— l. 9 • •	ἴσωσαι. *B.*
—— l. 19 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου	—— l. 28 • •	deſunt. *D.*
—— l. 30 γεγράφθαι	—— l. 33 • •	περιγράφθαι. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ᾧ ὑπερέχει	—— l. 34 • •	ὅπερ ἔχει. *D.*
—— l. 36 ΘΟΛ.	—— l. 36 • •	ΘΟΔ. *B, C. D.*
—— l. 38 ποιῦσαι	—— l. 37 • •	ποιῦνται. *D.*
—— — ib. ἴς τ' ἂν	—— — ib. ἐς τὰν	ἴσ' ἂν. *D.*
—— l. 41 ποτιπίπλωσι,	—— l. 39 ποτιπίπλωντι	ποτιπίπλωντι. *A.* ποτιπίπτουσαι. *B.*
—— l. 45 μιᾷ ἰλάσσονες ἑαυτᾶν,	—— l. 40 μιᾶ ἰλάσσων ἑαυτᾶν	μῖα ἰλάσσων ἑαυτῦ. *A. D.* μῖα ἰλάσσους ἑαυτᾶν. *B.*
—— l. 47 ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν	—— l. 41 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 48 ὑπεριχυσᾶν, χωρὶς τῦ ἀπὸ τᾶς ἰλαχίστας. Οἱ ἄρα τομίες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὺς τομίας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπεριχυσᾶν. χωρὶς	—— l. 42 ὑπεριχυσᾶν χωρὶς	ὑπεριχυσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἰλαχίστας ὐκ ἀναγράφεται· οἱ ἄρα τομίες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τὰ μεγίστα ποτὶ τὺς τομίας τῦς ἀπὸ τᾶν τῦ ἴσου ἀλλάλαν ὑπεριχυσᾶν χωρὶς. *A. B. C. D.*
— 247. l. 4 τοῖς μὲν τομεῦσι	—— l. 44 τοῖς μὲν τομέσι	deſunt. *D.*
—— l. 5 ἀλλάλαις	—— l. 45 ἀλλάλας	ἀλλάλαις. *A.*
—— l. 6 ΑΖΗΙ	—— — ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B.*
—— l. 15 ΑΖΗΙ	—— l. 50 ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B. C. D.*
—— l. 45 ἴς τ' ἂν	— 100. l. 23 ἰς τὰν	ἴσ' ἂν. *C.* ἰσ' τὰν. *D.*
—— l. 51 μιᾷ	—— l. 29 μία	μίαν. *D.*
—— — ib. ἑαυτᾶν,	—— l. 30 αὐτῇ	ταύτῃ. *C. D.*
— 248. l. 8 τρίτον μέρος τῦ	—— l. 34 τρίτῳ τῦ	τρίτον μέρος. *B.* τρίτου. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 248. l. 9 τοῖς μὲν	Pag. 100. l. 34 τὸ μὲν τοῖς	τοῖς μὲν. *A. B. C. D.*
—— l. 12 οὖσ	—— l. 36 • •	deest. *C.*
—— – ib. AZHI	—— – ib. AZH	AZHI. *C. D.*
—— l. 15 μέρος	—— l. 37 • •	deest. *A.*
—— l. 20 AE εὐθείας.	—— l. 40 εὐθείας	AE εὐθείας. *A.*
—— l. 29 κατὰ τῷ μὲν ἰσὸ	—— l. 45 κατὰ τὸ μὲν	κατὰ μὲν ἰσ. *B.* κατὰ μὲν ἰσ. *C.* κατα-μεσιν. *D.*
—— l. 33 τῶς ἀπ τοῦ κέντρου τοῦ διάστασις κύκλου τῶν εἰρημένων σημεί	—— l. 46 desunt	ut in Edit. Oxon. *A. C. D.* et τῶς mutato in τὰν. *B.*
—— l. 50 τῶν ἀπὸ	—101. l. 4 τῶ ἀπὸ	τῶν ἀπὸ. *A.* τῶν ἀπὸ. *D.*
—— l. 53 ἔχει τὸ A, E.	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—249. l. 7 ὃν	—— l. 14 • •	ὃν ἔχει. *A. B. C. D.*
—— l. 8 σημεῖ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῶς	—— l. 16 • •	desunt. *D.*
—— l. 13 τὸ κέντρου	—— l. 21 • •	τῷ κέντρῳ. *B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 22 τῶ Θ	τῷ Θ. *B. C. D.*
—— l. 36 διάστων	—— l. 33. • •	διάστων. *A. B. C. D.*
—— l. 43 διάστονες ταυτᾶν, τῇ ΔΓ	—— l. 36 διάστων ταύτας τῶ	διάστων ταύτας τῷ ΔΓ. *A. C. D.* διάστονες ταύτας τῷ ΔΓ. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 37 ἀπὸ τῶ	ἀπὸ τῷ Θ. *A. B. C. D.*
—250. l. 25 διάστων,	—102. l. 3 • •	διάστων. *A.*
—— l. 26 X	—— l. 4 XE	Xξ. *C. D.*
—— l. 28 μὲν	—— l. 5 • •	εἶμεν. *C.*
—— l. 29 ἐγγεγραμμένου	—— l. 6 γεγραμμένου	ἐγγεγραμμένου. *B. D.*
—— l. 45 τῶς	—— l. 18 • •	deest. *B. C. D.*
—— l. 46 τὰς μεγίστας τῶν τῷ ἴσῳ	—— l. 19 τὰν μεγίστας τῶ ἴσω	τὰν μεγίστας τῷ ἴσω. corr. alt manu τᾶς μεγίστας τῶν ἴσω. *B.*
—— l. 49 τῶν ἴσῳ	—— l. 23 • •	τῶν τῷ ἴσω. *B.*
—251. l. 1 Ὡς τι	—— l. 24 • •	ἴσῳ. *A. D.*
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἰσὸν	—— l. 26 οὐκ ἴσῳ	οὐκ ἄρα ἰσὸν. *C. D.*
—— l. 10 ᾧ	—— l. 29 • •	deest. *D.*
—— l. 22 ᾧ	—— l. 36 • •	deest. *D.*
—— l. 35 K ϛ′	—— l. 48 • •	K καὶ. *A.*
—— – ib. ᾧ δὴ δέικνυται.	—— l. 49 ὃ δὴ δίκνυται	ὃς δὴ δίκνυται. *A. D.*
—— l. 36 Ἐπειδὴ	—— l. 50 ἐπεὶ δὴ	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

51 In marg. MS. hæc nota eſt ὅτι ᾧ ^{a} Β ἴλιξ ἀρὸς Γ ^{a} Β κύκλου λόγου ἔχει ὃν Ζ ἀρὸς ΙΒ κῇ ἀναντίου δέδικται· οὐχ ἥτλου δὲ καὶ νῦν δι' ἀριθμῶν ἐπιζῆσαι· ὅπως καὶ τὰ ἐφεξῆς ἀκαταμελοήθητα γένηται· ἐπεὶ γὰρ ἰδίκνυτο ἡ Β ἴλιξ ἀρὸς τὸν Β κύκλου λόγου ἔχουσα ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ ΓΘ ΒΘ ΘΑ καὶ τὸ τρίτου μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἀρὸς τὸ τετράγωνον τᾶς ΑΒ, ὑποκείσθω ἁμῖν ἡ ΑΘ μονάδων οὖσα ΙϚΒ· δῆλον τὴν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒΓ· ἐπὶν ὃν τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ· τὸ δὲ τρίτου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ μονάδων ΠΕΓ· ἁμῶ γίνονται Μ ΦζΖΓ· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ΑΚΔ κῇ ἴσχει τὰ ΦζΖΓ· ἀρὸς ΑΚΔ λόγου ὃν ἐστὶ ἀρὸς ΙΒ : *B.*

Inter paginas 230 et 231 Codicis 2361 inſeritur folium, tres notas continens, quas proxime ſubjungimus. Ὅτι ᾧ ^{a} ἴλιξ ποῖ Γ ^{a} κύκλου ἔχει ὃν Ζ ποτὶ ΙΒ κῇ ἀναντίου δέδικ[ται]· ὐχ ἥτλου δὲ κῇ νῦν ἐξ ἀριθμῶν ἐπιζῆσαι, ὅπως καὶ τὰ ἐφεξῆς ἀκαταμελοήθη τὰ γίνηται· ἐπεὶ γὰρ ἰδίκνυτο ἡ ^{a} ἴλιξ ποτὶ τὸν ^{a} κύκλου λόγου ἔχουσα, ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ ποτὶ τ.ζ/ τῆς ΑΒ· ὑποκείσθω ἁμῖν ἡ ΑΘ μονάδων ὖσα Ιϛ^{a}· δῆλον, τὴν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒ· γίνεται δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ τὸ δὲ τρίτου τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ Μ ΠΕΓ ὁμοῦ γίνονται Μ ΦζΖΓ· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ΑΚΔ καὶ ἔχει τὰ ΦζΖΓ ποτὶ ΑΚΔ λόγου ὃν ἐστὰ ποτὶ ΙΒ. Secunda fine referentia, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῦ κέντρου τῦ ^{a} κύκλου Μ ΑΚΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῦ κέντρου τῦ ^{a} κύκλου Μ ΣΝϛ· κῇ ἔχει ποτὶ ἀλλήλα λόγον ὃν ΙΒ ποτὶ Γ τὰ λοιπὰ δῆ φανερά· συνάγει] γδ ἐν τῷ δι' ἴσου· κῇ διελόῃ. tertia cum referentia ad p. 103. l. 6. Ed. Baſ. Δῆλον ὅτι ἰπλαῦθα ποτὶ ὑπακυτέον καὶ δι' ἴσου τῦ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ, λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία ποτὶ τὰ ΚΛ· ταύτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὰ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ ποτὶ Ζ· τὸ Γ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ Μ ἰϛ· ΑΦΛϛ· τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ Μ ΠΕ Γ ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΣΗϛ ΑΓΚΑ Γ ἐϛὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ ΦζΖΓ· ἄπιρ ποτὶ ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν Θ ποτὶ ΖΙ. *C.*

—— l. 39 ἐστιν	—103. l. 1 • •	ὅτι. *D.*
—— l. 41 ἕκτου ἄρα	—— l. 2 ἴσου ἄρῳ	καὶ ἄρα. *A.*
—— – ib. τοῦ Α.	—— – ib. • •	τῦ Α. *B. C. D.*
		In marg. ſed fine ulla referentiâ, eſt nota, quæ ω′ mutato in ^{ω} et α′ in ^{α}, ſecunda eſt ſupra, exhibita. *B.*
—— l. 46 ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς	—— l. 5 • •	desunt. *D.*
—252. l. 1 ΒΘ, ΘΑ,	—— l. 6 • •	In marg. nota eſt quæ ſequitur, et quæ pauculis mutatis eſt tertia 2361 ſupra ſcripta, Δῆλον ὅτι ἰπλαῦθα προσϋπακουτέον καὶ δι' ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ ἀρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῦ Γ′ μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία πρὸς τὰ ΚΛ. Ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῦ Γ′ μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ πρὸς Ζ τὸ Γ′ τῦ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μονάδων ἐϛὶ ΑΦΛϛ τὸ δὲ Γ′ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ Μ ΠΕ Γ′ ἐπεὶ κῇ τὸ ἀπὸ τῆς ϛΗϛ ΑΧΚΑ Γ′ ἐϛὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ′ μέρους τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ ΦζΖΓ ἄπιρ πρὸς ἄλλήλα λόγον ἔχει ὃν Θ πρὸς ΖΙ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 252. l. 6 λόγου	Pag. 103. l. 7 * *	τὸν λόγον. *A.*
—— l. 11 ὃν ὅτι	—— l. 9 * *	ὁτὶ κῇ. *D.*
—— l. 22 ΚΛΜΝ	—— l. 15 * *	κλνλον. *D.*
—— – ib. τοῦτον ἴχνη	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 24 ΘΔ, ΘΓ,	—— l. 16 * *	ΘΔ. *D.*
—— l. 28 ΔΘ, ΘΓ,	—— l. 18 * *	ΘΕ ΘΔ. *A.* ΑΘ ΘΓ. *D.*
—— – ib. καὶ τὸ τρίτον μέρος	—— – ib. * *	κῇ το τριτον μερος του απο τας δι, ουτι τι υπο των ΑΘ ΘΓ απο το τριτον μέρος, &c. et a ουτι hujus variationis ad ΕΔ Edit. Baſ. lin. 20. repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 29 διελόῖν, κῇ τὸ Ε χωρίον ουτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόῖον ἴχει, ὃν ὦ ὑπιροχὴ, τοῦ τι ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, κῇ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρους, τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ουτὶ τι τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	—— – ib. διελόντι κῇ τὸ Ε χωρίον ουτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἴχει ὃν ὁ ὑπιροχὴ τῦ τι ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τῦ τριτῦ μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, πρός τι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	διελόντι κῇ τὸ Ε χωρίον ουτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἴχει ὃν ὁ ὑπιροχὴ τῦ τι ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ ουτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. διελόῖι κῇ τὸ Ε χωρίον τῦῖ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἴχει ὃν ὁ ὑπιροχὴ τῦ τι ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τῦ τρίτου μέρους τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ πρός τι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτου μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. *D.*
—— l. 38 ὃν τὸ	—— l. 22 * *	ὦ τι τὸ. *B.* ὃ τι. *C. D.*
—253. l. 2 ουτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ,	—— l. 25 * *	ουτὶ τὸ ΘΓ δῆλον ὅτι καὶ συνδῖῖ ΘΒ. *C.* In marg. δῆλον ὃ ὅτι καὶ σῦνδῖῖ. *B.*
—— l. 12 τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 30 τὸ ὑπὸ τὸ	τὸ ὑπὸ τᾶν. *A. D.* τὸ ὑπὸ τᾶν. *B.*
—— l. 14 ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ουτὶ τὸ	—— l. 31 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 22 τὰν ΑΘ.	—— l. 36 τὸν ΑΘ	τὰν ΑΘ. *B.*
—— l. 28 εὐθεῖας	—— l. 39 * *	αἱ εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 29 διαγημάσοι	—— l. 40 διαγήματι	διαγήμασι. *C.*
—— l. 34 ἴξει τὸν	—— l. 42 * *	ἰξῦῖ. *B.*
—— l. 40 ἰλάσσονος	—— l. 45 * *	τῦ ἰλάσσονος. *A. D.*
—— – ib. ουτὶ τὰν ἐκ τῦ κέντρου τῦ ἰλάσσονος κύκλου,	—— l. 46 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—254. l. 1 ἐπιζευχθῶσαι εὐθεῖαι	—— l. 48 ἐπιξευχθῶσιν εὐθεῖαι	ἐπιζεύχθωσαι εὐθεῖαι. *C.* ἐπιξεύχθωσαι. *D.*
—— l. 10 ΗΘ, ΑΘ,	—104. l. 1 * *	ΗΘ. *D.*
—— l. 18 ΝΠ	—— l. 7 ΝΠΞ	ΝΠ. *D.*
—— – ib. ΝΠΞ	—— – ib. ΝΞ	ΝΗΞ. *D.*
—— l. 27 ΘΗ ουτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 12 * *	desunt. *D.*
—— l. 28 τομία	—— l. 14 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 31 χωρίον	—— l. 17 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. συναμφότερα,	—— l. 18 * *	συναμφότερον. *B.*
—— l. 33 ουτὶ	—— l. 20 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 * *	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—255. l. 2 ΘΑ, ΗΑ	—— l. 29 * *	ΘΗΑ. *B. C. D.*
—— l. 4 κῇ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ, ουτὶ συναμφοτέραι, τὰν ΘΑ,	—— l. 30 * *	repetuntur hæc verba. *A.* et *D.* ΘΑ mutato in ΘΗ.
—— l. 6 ουτὶ τὸ Ν χωρίου	—— l. 31 * *	desunt. *D.*

In hac Propoſitione plurimæ ſunt variationes ejuſdem generis, tranſpoſitione literarum factæ, quæ in ſchemate ad finem hujuſce collationis, De Helicibus, deſcripto repreſentantur.

—— l. 11 σαφνειδῆ	σαφνι ἰαδῆ. *A.*
—— – ib. ὑπογραφθωσαν	ὑπογεγράφθωσαν. *B.*
—— l. 12 εἶναι κῇ σωδέντι	εἶναι καὶ σωδέντι. *A. D.* ἰσὸν ὃν συνδέντι. *B.*
—— – ib. ἀπὸ	ὑπὸ. *D.*
—— – ib. ὑπιρίχοντα	ὑπιρεχουσῶν. *B.*
—— l. 14 ἀπὸ τῆς Β	ὑπὸ τῆς Β. *B.*
—— l. 15 τοῖς πασῶν	τοῖς τιτραγώνοις πασῶν. *B. C.*
—— – ib. αὐτὸ Θ	αὐτόθι. *C.* αὐτῦ Θ. *D.*
—— l. 16 γραμμικῶν	γραμμικῶν. *D.*
—— l. 17 τὰ ἰξῆς	τῦ ἰξῆς. *B.*
—— – ib. ἀναγραψαντίσοι	ἀναγράψαντῖ ἴσοι. *A. B. C. D.*
—— l. 19 γίνηται	γὰρ. *A. D.* γὰρ ἰσὶ. *B.*
—— – ib. ΚΗ	ΚΒ. *D.*
—— – ib. ἴσον εἶναι τῦ Ι	ἴσην εἶναι τὴν Ι. *B. C.*
—— – ib. τῆς Θ γὰρ	τῦ Θ γὰρ. *B.* τᾶς Θ γίνεται. *C.*
—— l. 20 ΓΧΜΝ	ΥΧ ΜΗ. *A.* γίνεται ΜΗ. *B. C.* ΓΧ. *D.*
—— – ib. ΔΓΧΞ	ΔΥ ΧΞ. *A.* Δ γίνε) Ξ. *B. C. D.* Ν.Β. γχ. ſemper γίνεται in *B. C. D.*
—— – ib. ὡς ἡ τι	ὥστι ἡ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 Θ τῦ δὶ γράμματι	ἰν τῦ διαγράμματι. *B. C.*
—— – ib. ΣΜΝ πάντα	ΣΜΗ πάντῖ. *A.* σύμπαλα. *B. C.* ΣΜΗ πάντα. *D.*
—— l. 22 τᾶς Θ	τᾶς ἴσας Θ. *C.*
—— – ib. ἴσσεται ἴσα τῶν περιεχομένω	ἰσσῦῖλαι ἴσα τῶ περιεχομένω. *B.* ἰσσῦῖλαι. *C.*
—— l. 23 τριπλασία	τρῖπλάσιονα. *A.*
—— – ib. καὶ ἰξῆς	καὶ τὰ ἰξῆς. *B.*
—— l. 24 ἰν αὐτοῖς	σῦν αὐτοῖς. *B. C. D.*
—— – ib. πάσαις τῶν	πάσαις ταῖς. *B.*
—— – ib. ὑπιριχυσῶν	ὑπιριχύσαις. *B.*
—— l. 25 ἰτίραν.	ἴτιρον. *A.*
—— – ib. ab ἰπαῖσι ad φ Γ. lin. ſeq.	deſunt. *C.*
—— – ib. πίμπτην	πεντακλῆν. *B.*
—— l. 26 ἡ ἁπλῆ	ἁπλῆ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 255. – ib. ὑπὸ δύο ὅτι		ὑπὸ δηλοῦτι. *B.*
—— l. 27 ἀλλήλαις ὑπερεχούσῶν		ἀλλήλων ὑπερεχούσαις. *B.* ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν. *C.*
—— – ib. OBA		OB ă. *B. C.*
—— l. 29 ΓH		ΥH. *B. C. D.*
—— l. 31 M ϛ′ M ϛ		MH MH. *A. B. C. D*
—— – ib. M M ϡ		MB MIΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ω M ρμϛ′.		ω M. *B.* ρ ζϛ ρμδ. *B. C.* ω ϖ M. *B.* Iϛ
—— – ib. ω M ρ M ϡ ω M ιϛ′		P. *B. C. D.* ϖ υ. *A.* ὑπὸ. *B.*
—— l. 33 ϛ bis.		PK. *A. B. C. D.* semper eſt K. MSS.
—— l. 34 »		M MN. *C.* ſed tota linea deeſt. *A.*
—— l. 35 ρμϛ′. Κ. Β. χ.		ἰστὶ τὸν. *B. C.*
—— l. 37 M M ϛ		μετὰ τῶν. *A. D.* μετὰ τῦ. *B. C.*
—— l. 38 ἰστὶ τὰ		Θ καὶ. *B. C.*
—— – ib. μετὰ τῆς		τῦ ἴσυ. *B. C.*
—— – ib. ΘK		ὑπερεχόσαις. *B.*
—— – ib. τῶν ἴσυ		γινίτας. *B.*
—— – ib. ὑπερεχουσῶν		τὸν δύο. *B. C.*
—— l. 30 ſ′ et 42.		
—— l. 42 τὰ δύο		

Schema ſupra memoratum ex MS. 2359.

α	ιϛβ	Γ ΙΔ Pζϛ	ΙΒ	μ ϡ	ϡ ζ	ξ η ϛ η	ο θ ϑ θ		τῶν ἀπὸ τῶν ἴσων τῆ Α
									μετὰ τῶν ἀπὸ τῆς
									αι ψ β ΤΔ
	ΠαΣNϛ		ΠPMΔ	ΠP	ΠΞΔ	ΠΛϛ	ΠIϛ	β ΠΔ	

τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν ψ. ΩΟΙϛ.

τὸ ἀπὸ τῆς Θ καὶ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν Π′ β υ′ MM

α	β ϊ	γ ιι	δ λ
M ιϛ	M IΔ M β	M ιβ ϑ	M I M ϛ
ΠaM ΣNϛ	ΠaM ρζϛ ΠaM Δ	ΠaM ρμϑ	ΠaM P ΠaM λϛ
	δὶς ὑπὸ M ζϛ	δὶς υ M ζϛ	δὶς υ M PK
	ἡ διπλῆ τῆς B M MH	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ M MH	ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ M Ξ

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΔϛ· ἰστὶ τῶν δὺο μετὰ τῶν ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης H

ἡ γ′ τῆς B M MΔ ἡ E τῆς Γ M Ξ ἡ Z τῆς Δ M O

ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῶν τι καὶ πανταπλῶν καὶ τῶν ἀλλήλων M ΥKH

ε η	ϛ ϡ	η ξ	θ ο
M η M η	M ϛ M P	M Δ· M ιβ·	M β M IΔ
ΠaM· ΞΔ· ΠaM ΞΔ·	ΠaM Λϛ· ΠaM P	ΠaM ιϛ· ΠaM PMΔ·	ΠaM γ. ΠaM Pζϛ
δὶς υ M PHH	δὶς υ M PH	δὶς υ M ζϛ	δὶς υ M ζϛ
ἡ ὀκταπλῆ τῆς E M ΞΔ·	ἡ δεκαπλῆ τῆς Z M Ξ·	ἡ δωδεκαπλῆ τῆ H M MH·	ἡ τεσσάρις κὴ δεκαπλῆ τῆ ΘM MH

πάσαις ταῖς τῆς IE ἀλλήλων ὑπερεχούσων τν τῆ PMΔ

Ex MS. 2360.

α	β ϊ	Γ ιι	δ λ
M Iϛ	M IΔ M B	M IB Δ	M I M ϛ
ΠaM ζNϛ	ΠaM Pζϛ ΠaM Δ	ΠaM PMΔ	α π MP ΠaM Λϛ
	δὶς ὑπὸ M νϛ	δὶς ὑπὸ M ζϛ	δὶς ὑπὸ M PK
	ἡ διπλῆ τῆς B KH.	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. M MH	ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Ξ.

ι	μ	ζ	ν	ξ	ο	π
Μ Η	Μ Ψ	Μ Γ	Μ Ι	Μ Δ	Μ ΙΒ	Μ Β	Μ ΙΔ
Π Μ ΞΔ	Π Μ ξδ	Π Μ ΔΓ	Π Μ Ρ	Π Ι Γ	Π Μ ΡΜΔ	Π Μ Δ	Π Μ ρζΓ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ ζΓ		δὶς ὑπὸ ΝΓ	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ.		ἡ δικαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ.		ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ.		ἡ τεσσάρων κ᾽ δικαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ	

ἐκ πασῶν συναγονται ΤΔΓ ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης Η Μ ΤΗ ἐπὶ τὸν δύο γίνεται Ω Ι Γ

ἡ τριπλῆ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Μ Ξ· ἡ πενταπλῆ τῆς Δ Μ Ο

ἐκ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ.

α	β	γ	δ
Μ Ιϛ	Μ ΙΔ	Μ ΙΒ	Μ Δ	Μ Ι	Μ ϛ
Π Μ ϛΝϛ′	Π Μ Ρζϛ	Π Μ Δ	Π Μ ρμδ	Ι ϛ	Π Μ Ρ	Π Μ ΔΓ
	δὶς ὑπὸ Μ· Νϛ		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
	ἡ δἰπλῆ τῆς Β Μ· ΚΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Μ°· Ξ

ε	ϛ	ζ	η	θ	ι
Μ Η	Μ Η	Μ ϛ	Μ Ι	Μ Δ	Μ ΙΒ	Μ Β	Μ ΙΔ
Π Μ ΞΔ	Π Μ ΞΔ	Π Μ ΔΓ	Π Μ Ρ	Π Μ Ιϛ	Π Μ ΡΜΔ	Π Μ Δ	Π Μ Ρζϛ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς ὑπὸ Μ Νϛ	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ		ἡ δικαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ		ἡ δωδικαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ		ἡ τεσσάρες κ᾽ δικαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ	

ἐκ πασῶν συναγεται ΤΔϛ ἐπὶ τὸν· δύο μεθ᾽ ὃ ὑπὸ τ᾽ Θ κ᾽ τ᾽ ἴσης πάσαις ταῖς τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπεριχούσαις τουτέστι ΡΜΔ γίνεται Μ ΩΙϛ ἡ γ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ ε τ᾽ Γ Μ Ξ· ἡ ζ τῆς Δ Μ Ο· ἡ θ τῆς Ε Μ ΟΒ· ἡ ιᾱ τῆς Ζ Μ Ξϛ· ἡ ιγ τῆς Η Μ ΝΒ· ἡ ιε τῆς Θ Μ Λ.

ἡ ἐκ πασων συγκειμενη τριπλης τε και πενταπλης και των λοιπων Μ ΤΗ επι τον δυο γίνεται Ω Ιϛ

Ex MS. 2361.

α	β	γ	δ
Μ Ιϛ	Μ ΙΔ	Μ Β	Μ ΙΒ	Μ Ι	Μ ϛ
Π Μ ΣΝϛ	Π Μ Δϛ	Π Μ Ρζ	Π Μ ΡΜΔ	Π Μ Ρ	Π Μ Δϛ
	δὶς ὑπὸ Μ Νϛ		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
	ἡ δἰπλῆ τῆς β Μ ΚΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Μ ΜΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Δ Μ Ξ

ι	μ	ζ	η	θ	ι
Μ Η	Μ Η	Μ ϛ	Μ Ζ	Μ Δ	Μ ΙΒ	Μ Β	Μ ΙΔ
Π Μ ΞΔ	Π Μ ΖΔ	Π Μ Δϛ	Π Μ Ρ	Π Μ Ιϛ	Π Μ ΡΜΔ	Π Μ Δ	Π Μ Ρζϛ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ Μ ζϛ		δὶς ὑπὸ Μ Νϛ	
η οκταπλη της ε Μ ΞΔ		ἡ δικαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ		ἡ δωδικαπλῆ τῆς η· Μ ΜΗ		ἡ τεσσερακα δικαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ	

Ἐκ πασῶν συναγεται ΤΔϛ ἐπὶ τῶν Νο μετὰ τὸ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης η ἡ Γ τῆς Β Μ ΜΒ· ΗΕ της Γ Μ Ξ η Ζ τῆς Δ Μ Ο

ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ τέτραπλῆς καὶ τ᾽ λοιπῶν Μ ΥΚΝ πάσαις τ᾽ τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπεριχουσῶν τουτέστιν ΡΜΔ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 257. l. 6 ὑπάρσα·	Pag. 47. l. 4 • •	ὑπάρσα. *B. C. D.*
—— l. 13 παραμέκια,	—— l. 9 παραμήκια	ἄρα μηκία. *C.*
—— l. 20 διάμετρον	—— l. 12 • •	deest. *C.*
—— l. 25 τὶ τμῆμα	—— l. 15 τὸ τὶ τμῆμα	τῖ τμῆμα. *B.* τὶ τμῆμα. *C.* τῖ τμήμα. *D.*
— 258. l. 3 Προσβάλλοντο	—— l. 19 • •	προβάλλετο. *B.* προβάλλω τὸ. *C.* προσβάλλετο. *D.*
—— l. 9 ἀποτμαθέντι	—— l. 22 ἀποτμαθέντα	ἀποτμαθέντῖ. *B. C. D.*
—— l. 10 ὅτιτων	— ib. • •	ὅτιτος ὧν. *D.*
—— l. 14 τομὴ, ᾗ ἀ διάμετρος αὐτῆς, καὶ αἱ ἔγγιστα τῆς τῦ ἀμβλυγωνίου	—— l. 24 • • ἀ omisso	desunt. *C.*
—— — ib. ἀ διάμετρος	— ib. διάμετρος	ἀ διάμετρος. *D.*
—— l. 21 ἀ μεμετακῦσα	—— l. 28 ἀμεμετακῦσα	ἀ μὲν ἄκυσα. *A.*
—— l. 24 ταὶ μεμετακῦσαι	—— l. 29 • •	τα μὲν ἄκυσα. *A.*
—— l. 32 ἐπίπεδον ἐπιφανὲς, παρὰ δὲ τὸ ἐπιφανοῦν ἐπίπεδον ἄλλο	—— l. 33 • • ἄλλο mutato in ἄλλου	desunt. *D.*
—— l. 33 ἄλλο	—— l. 34 ἄλλου	ἄλλο. *A. B. C.*
—— l. 39 δὲ ταὶ	—— l. 37 ταὶ	δὲ ταὶ. *B. C. D.*
—— l. 42 ποτεῦσαι	—— l. 38 • •	ποτὶ ἰὸ ἔσαι. *D.*
—— l. 48 ἀποτμαθῇ	—— l. 41 ἀποτμαθῦ	ἀποτμαθῇ. *B. C.*
—— l. 51 ὧι	—— l. 43 • •	deest. *A.*
— 259. l. 20 καριφὰν	— 48. l. 10 καριφὴν	καρῦφὰν. *A. C.*
—— l. 24 ἀποτεμῦν	—— l. 13 • •	ἀποτέμνειν. *A.*
—— l. 30 καθ' ἃ	—— l. 16 καθ' ἃς	καθ' ἃ. *B.*
—— l. 33 τὰς καριφὰς	—— l. 17 • •	τὰ τὰς καρῦφὰς. *C. D.*
—— l. 52 Αἶκα δὲ	—— l. 27 εἶκα δὲ	semper εἰ δῖκα aut εἰ δὲ κὰ. *B. C. D.*
— 260. l. 1 κῶνον ταὶ	—— l. 29 • •	κῶνον τὸν ταὶ. *B. C. D.*
—— l. 3 ἡμισίᾳ	—— l. 30 • •	ἡμίσει. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἄξεσι τῦ	— ib. • •	ἄξεσι τῶ τῦ. *B. C. D.*
—— l. 5 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἰλάσσονος τμάματος·	—— l. 31 • •	desunt. *D.*
—— l. 16 ἀπότμαμα	—— l. 36 • •	ἀπὸ τμάματος. *A. D.*
—— l. 25 τὸ χᾶμα	—— l. 41 • •	desunt. *D.*
—— l. 31 ἀπότμαμα κώνε.	—— l. 44 ἀπὸ τμαμακώνε	ἀπὸ τμάματος κώνε. *A. D.* ἀπότμαμα τοῦ κώνε. *B.* ἀπότμαμα κώνε. *C.*
—— l. 37 δὴ ὅτι,	—— l. 48 διότι	δὴ ὅτι. *B.*
—— — ib. ἰσοσφαιροειδέων	— ib. • •	ἴσων σφαιροειδῶν. *A. B. D.*
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	— ib. ὑπὸ τῶν	ἀπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 52 ἀ τομὰ,	— 49. l. 5 • •	ἡ τομὰ. *A.*
—— l. 54 καρυφᾶ, κῶνος ἰσοσκῆτης. Αἶκα δὲ ἀ τομὰ γίνηται ὀξυγωνίου κώνε τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῦ κώνε χᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τῦ κώνε	—— l. 6 • • αἶκα in εἶκα, τᾶ in τῆ mutatis	repetuntur hæc verba. *A. B. D.*
— 261. l. 9 δυσὶν ἐπιπέδοισιν	—— l. 11 • •	δύοις ἐπῖπέδοις. *B. C. D.*
—— l. 15 ὀξυγωνίων κώνων	—— l. 14 • •	ὀξυγωνίω κώνω. *A. D.*
—— l. 19 ὑπὸ ταῖς	—— l. 16 • •	ὑπὸ ταῖς τῶν. *B. C. D.*
—— — ib. ὀξυγωνίων κώνων	— ib. • •	ὀξυγωνίω κώνω. *A.*
—— l. 23 τῇ ἴσῃ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλάλων	τῶ ἴσω ἀλλάλοις. *A. B. D.* τῶ ἴσω ἀλλάλοις. *C.*
— 262. l. 36 ἴχονται	— 50. l. 1 • •	ἴχονται corr. man. ead. marg. ἴχωντῖ. *B.* ἴχωντι. *C.*
—— l. 41 Α, Μ μηδίων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγωντι	—— l. 3 ΑΜ λέγονται	ΑΜ τὰ μὲν ΗΘΙΚΑ λέγονται. *A. B. C.* et *D.* λέγονται excepto.
—— l. 47 ὑποσαῃ δὴ	—— l. 6 • •	ὑποσαιῶν. *D.*
—— l. 50 ἀλλάλαν	—— l. 8 • •	ἀλλάλοις. *A.*
— 263. l. 5 τᾶτι	—— l. 13 • •	τῶ. *C.*
—— l. 6 ἡμισίᾳ	—— l. 15 ἡμίσια	ἡμίσια. *B.*
—— l. 9 Ἔστω	—— l. 20 • •	ἔστωσαν. *B. C. D.*
—— l. 13 ἔστων	—— l. 25 • •	ἔστωσαν. *B.*
—— l. 25 ἔστω	—— l. 36 • •	deest. *D.*
—— l. 28 ποτὶ	—— l. 38 πυτὶ	ποτὶ. *B. C. D.*
—— l. 30 ταὶ ΙΚ· ποτὶ δὲ	—— l. 40 • •	desunt. *D.*
—— l. 39 διπλασίονα,	—— l. 47 • •	διπλασίων. *A.*
— 264. l. 1 ὑπιροχὰ ἴσα	—— l. 49 • •	ὑπιρέχυσαι ἴσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ὑπιρεχυσᾶν,	— 51. l. 1 • •	ὑπιρέχυσαι. *B. C. D.*
—— l. 10 ἐν οἷς	—— l. 3 • •	ἐν οἷς τὰ. *B. C. D.*
—— l. 11 ἐστὶν·	—— l. 4 • •	ἐντὶ. *B.*
—— l. 14 ἐστὶ·	—— l. 5 • •	ἐντὶ. *B.*
—— l. 19 μείζονα	—— l. 8 μείζων	μείζον. *C. D.*
—— l. 22 ἄλλαν εὐθεῖαν	—— l. 9 • •	desunt. *D.*
—— l. 27 ἰσοστῆται τὸ	—— l. 12 • •	ἐπὶ τότι. *B.* ἔπειτα. *C.* ἐπίτι. *D.*
	Lineæ quæ respondent iis inter 12 et 17 notantur duplici asterismo et margine Scriptore ipso	ἐν τῷ Γ τῦ ἀπολλωνίω κωνικῶν θεωρημάτων Κ. *B.* ead. Κ omisso fine propositionis. *A.* et cum κ sed ἐν mutato in ὲκ fine prop. marg. *C.*
—— l. 32 ὑποσαοῦν,	—— l. 14 ὑποσῶν	ὑπῶς ὧν. *D.*
—— l. 36 καλέω	—— l. 16 • •	καλέσω. *C.*
—— l. 42 ἔστω	—— l. 19 • •	ἔστωσαν. *B. C. D.*
—— l. 46 ἀ ΘΓ	—— l. 27 • •	ἀ ΒΓ. *A.*
—— l. 48 παρ' ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	παρ ἂν δύναιλαι. *A.* παρ' ἂν δύνανται. *B. C.* παρανδύνανται. *D.*
— 265. l. 11 τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τιτράγωνον	—— l. 41 • •	desunt. *D.*
—— l. 22 Ν, ᾧ τᾶς	—— l. 45 • •	desunt. *D.*
—— l. 23 ὑπὸ τᾶς ΒΗ·	—— l. 46 ὑπό τι τᾶς ΒΗ	τᾶς ΒΗ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 265. l. 34 τὸ ΑΔΕ τριᾶπι· τοῦ ϛ ΘΕΓ τριγώνου ἐνίστητου	Pag. 51. l. 51 • •	
—— l. 39 τῇ διαμέτρῳ	—— 52. l. 3 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 45 ἐστι	—— l. 6 • •	τάμνει. *A. D.* τεμνει. *B.* τεμεῖς. *C.*
—— 266. l. 2 τοτ' ἐστὶ	—— l. 9 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 5 ΑΓ, ἃ δὴ διάσουσι ἴφ' ἑαυτάς	—— l. 10 • •	desunt. *B. C. D.*
—— — ib. ἴσου	—— — ib. • • ad finem lineæ	desunt. *D.*
—— l. 12 ἴσος ἐστὶν ὁ Ρ	—— l. 13 • •	ἴσου δή. *B. C. D.*
—— l. 28 εἰθύγραμμον	—— l. 22 • •	desunt. *D.*
—— l. 42 ἐν τῷ	—— l. 36 ἐν τῷ	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ὀξυγωνίου κώνου	—— l. 42 ὀξυγωνίου	ἐν τῷ τῷ. *B. C.*
—— 267. l. 10 οὖν	—— l. 49 • •	ὀξυγωνίου κώνου. *A. B. C. D.*
	Ad finem hujusce propositionis	deest. *A.*
—— l. 20 τι χωρίον	—— 53. l. 3 • •	ΕΞ[α] ἡ Κ Γζ[Α]. *B.* ΕΞ[α] ἡ Κ γζ[α]. *C.*
—— l. 26 τὸ	—— l. 5 • •	τὸ χωρίον. *B. C. D.*
—— l. 39 ΕΖ.	—— l. 18 ΕΔ	deest. *C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἀλλαλα,	—— l. 20 • •	ΕΖ. *A. D.*
—— 268. l. 23 ἴσχυῃ ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἴσχυῃ δυνάμει ποτ' ἀλλάλας	—— l. 40 ἴσχυῃ δυνάμει πρὸ ἀλλάλα ὃν	ποτὶ τὰ ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— l. 32 κώνου	—— l. 44 • • ad medium lineæ	ut in Edit. Oxon. *B. D.* et *A.* ὃν omisso, et *C.* cum ἴσχυεν
—— l. 41 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	deest. *C. D.*
—— 269. l. 2 ΑΔ, ΔΒ	—— 54. l. 5 • •	γεγραμμένα. *A.*
—— l. 7 ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 ΓΑΖ	ΑΔ ΔΒ. *C. D.*
—— l. 13 κώνου	—— l. 14 • •	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C.* ΑΓ ΑΖ. *D.*
—— l. 23 ΓΑΖ.	—— l. 22 • •	κώνου τόπου. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΑΖ	—— l. 23 • •	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 27 περιφερείας	—— l. 24 • •	ΑΓΖ. *A.*
—— l. 34 ᾗ	—— l. 28 • •	περιφανείας. *C.*
—— — ib. ΑΔ, ΔΒ,	—— — ib. • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ΑΕ, ΕΖ	—— — ib. • •	ΑΔ ΑΒ, *C. D.*
—— l. 36 ΠΕ, ΕΡ,	—— l. 29 • •	ΑΞ ΕΖ. *C.*
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 • •	ΠΕ ΠΡ. *C.*
—— l. 47 τᾶν	—— l. 35 • • ad initium lineæ	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— 270. l. 1 Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΑ τετράγωνον	—— — ib. • •	deest. *C. D.* repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19 ὃ ἐστιν	—— l. 45 ἐστὶν	ὃ ἐστὶν. *C.*
—— l. 20 ἀ ϐ	—— l. 46 • •	αὐτᾶ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐν ᾧ ἐστιν	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶν	ἐν ᾧ ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 41 ὧν ἴσα	—— l. 2 ὧν σα	ὧν ἴσα. *A. B. C. D.*
—— 271. l. 13 ἰσοσκελῆταί τι	—— l. 29 • •	τι. *A. D.* ἰσοσκελῆται. *C.*
—— l. 24 ΕΑ, ΑΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 34 • •	desunt. *D.*
—— l. 35 ΑΜ τριγώνου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΑ, ΑΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 39 • •	desunt. *D.*
—— l. 36 ὑπὸ τᾶν	—— l. 40 ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τὰν. *C.* ὑπὸ τᾶν. *D.*
—— l. 38 ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 41 • •	ὃν ποτ' ἀ ΚΒ. *A.* ὃν ποτ' ἀ ΚΒ. *B. C. D.*
—— 272. l. 17 ἄχθω	—— 56. l. 3 • •	ἄχθωσαν. *A. D.*
—— l. 27 ΖΗ·	—— l. 13 ΖΟ	ΖΗ. *A. B, C. D.*
—— l. 37 ἀ ΘΚ.	—— l. 19 • •	τᾷ ΖΗ καθιτὸς. *A.* desunt. *B. C.*
—— l. 40 τᾷ ΖΗ,	—— l. 20 τᾶς ΖΗ	τᾶ ΖΗ. *B.*
—— l. 42 τᾶ ἡμικυκλίῳ	—— l. 21 • •	τᾶτ᾽ ἡμικυκλίῳ. *B.*
—— l. 45 ᾗ τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔΒ περιεχόμενον,	—— l. 23 • •	desunt. *C.*
—— l. 48 λόγον,	—— l. 25 • •	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ὑπὸ τᾶν	—— — ib. ὑπὸ τᾶς	ὑπὸ τᾶν. *B.*
	In Marg. MSS.	Διὰ τὸ κ' ϛ' πρῶτον τ' κωνικῶν ἀπολλωνίου. *B. C.*
—— 273. l. 5 παρὰ	—— l. 28 περὶ	παρὰ. *B. C. D.*
—— l. 6 ὅτι	—— l. 29 • •	ἐστὶ. *A.*
—— l. 12 ἀγμένα	—— l. 31 ἀγμένας	ἀγμένα. *B. C. D.*
—— l. 18 ποτὶ	—— l. 39 • •	ποτὶ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 30 τᾶς ἡμισείας τᾶς	—— l. 51 τᾶς ἡμισείας τᾶ	τᾶς ἡμισείας τᾶς. *C.* ἡμισεία τᾶς. *D.*
—— l. 36 ἐστὶ	—— 57. l. 6 • •	ἐν. *A. C. D.*
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 • •	τᾷ κυλίνδρῳ. *A. D.*
—— l. 52 ΖΗ,	—— l. 19 ΖΜΗ	ΖΗ. *B.*
—— 274. l. 4 ἐστὶ ἀ	—— l. 21 • •	ἐν τῇ. *A.*
—— l. 12 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 26 • •	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *A. C. D.*
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 27 • •	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *D.*
—— l. 18 ἐστὶ	—— l. 28 • •	ἐν τῇ. *C. D.*
—— l. 25 ἐκ τᾶ τᾶν	—— l. 33 ἐκ τᾶν	ἐκ τᾶ τᾶν. *B. D.* ἐκ τᾶν τᾶν. *C.*
—— l. 37 αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ	—— l. 39 αὐτᾶ τᾶ περιλαμβανούσα	αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα. *C.* et corr. marg. man. ead. *B.*
—— 275. l. 4 εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ· εἰ ᾗ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τᾶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ἐκ ὁμοία. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἰσοσκελὴς ἃ κοινὰ τομὰ τᾶν ἐπιπέδων τᾶ τέμνοντος τὸ χᾶμα,	—— l. 44 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.* N. B. in *D.* prima sex verba ter scribuntur.
—— l. 12 ὁποτερᾶν	—— l. 49 • •	ὁποτέρων ἔν. *B. D.* ὁποτερονῦν. *C.*
—— l. 13 ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ τομὰ ἰσοσκελῆται ὀξυγωνίου κώνου τομά· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— — ib. • •	desunt. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 275. l. 20 ἄξονα, ἀ τομὰ κύκλος	Pag. 58. l. 2 ἄξονα κύκλος	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἀγόμεναι	—— l. 4 • •	ἀγμέναι. *B.*
—— l. 34 διάμετρος	—— l. 9 • •	ἀ διάμετρος. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ΓΑ	—— l. 16 • •	ΓΔ. *A.*
—— l. 46 τῇ ΑΑ,	—— l. 24 ἀ ΑΑ	corr. marg. τῆ ΑΑ. *B.*
— 276. l. 12 γίνεται	—— l. 38 • •	γὰρ. *A. C. D.*
—— l. 19 ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ΑΘΓ	ΑΘ ΘΓ. *C. D.*
—— l. 21 τὸ ἀπὸ τῶς ΝΤ, ἀπὸ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 • • τῶς mutato in τῶν	desunt. *D.*
—— l. 24 ΒΜ.	—— l. 42 • •	ΤΜ. *A.*
—— l. 34 Ὁμοίως διχθήσονται	—— l. 46 • •	ὅμοια διχθήσονται. *A. C.* ὅμοια διχθήσονται. *D.*
—— l. 35 ἀγομένων	—— – ib. • •	ἀγομένων. *A.*
—— l. 37 ἴσχυται	—— l. 47 • •	ἴσχυτι. *C. D.*
—— l. 39 διάμετρος	—— l. 49 διάμετρος	διάμετροῖ. *B.*
—— l. 40 ἀ μὲν μείζων	—— – ib. • •	desunt. *A.*
—— l. 42 ἰσοπλεύρου	—— l. 50 • •	deest. *A. C. D.*
— 277. l. 13 τὸ ἰσόπλευρον	— 59. l. 7 • •	τῶ ἰσοπλεύρω. *D.*
—— l. 28 διχθησοῦνται	—— l. 14 • •	διχθησοῦνται. *B.* διχθήσονται. *C. D.*
—— l. 32 ἴσχυται	—— l. 16 • •	deest. *A. D.*
—— l. 33 ἴσον	—— l. 17 • •	ὅτι. *A.*
—— l. 36 συμπίπτωσι.	—— l. 18 • •	σύμπτωμα. *A. B. C. D.*
— 278. l. 4 σφαιροειδῆ	—— l. 23 σφαιροειδὴς	σφαιροειδῆ. *B. D.*
—— l. 6 ἐφ᾽ ᾧπερ τὸ τίμνον ἰσόπλευρον. Εἰ μὲν οὖν κατμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— l. 24 • •	repetuntur hæc verba, τίμνον in repetitione mutato in θίμνον. *D.*
—— l. 8 κατμαθῇ	—— – ib. κατμαθῇ	κατατμηθῇ. *C.*
—— l. 24 ΜΑ	— 60. l. 2 ΝΑ	ΜΑ. *A. B. D.*
—— l. 25 Ὁμοίως	—— – ib. • •	ὅμοια. *C.*
—— – ib. διχθησοῦνται	—— l. 3 • •	διχθησόνται. *B.*
—— l. 27 ἀγομένας,	—— – ib. ἀγομένας	ἀγμένας. *B. C. D.*
—— l. 36 ἴσι	—— l. 8 • •	ὅτι. *D.*
—— l. 47 χημάτισσιν,	—— l. 13 • •	χήμασῖν. *A.*
— 279. l. 3 Ἐν τῷ	—— l. 16 εἶκα τῶ	ἐν τῶ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 τῶ ἐπὶ τᾶς	—— l. 20 • •	τῶν ἐπὶ τᾶς. *A. D.*
—— l. 15 ἐπὶ τὰ θάτερα,	—— l. 22 • •	ἐπὶ φάτερα. *A.* ἐπὶ θάτερα. *B. C. D.*
—— l. 18 αὐτῶ	—— l. 23 • •	αὐτῶν. *D.*
—— l. 19 τῷ κωνοειδῆ	—— l. 24 τὸ κωνοειδὴς	τῶ κωνοειδῆ. *A. D.*
— 280. l. 4 τίμνειν.	—— l. 49 • •	τίμνον. *B.*
—— l. 5 καὶ διὰ	—— l. 50 • •	καὶ τὸ διὰ. *A.*
—— l. 9 ἰσοῦνται κύκλων τομαὶ,	— 61. l. 1 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 τὸ πέρας	—— l. 2 • •	τότο πέρας. *D.*
—— l. 27 τότε	—— l. 9 • •	deest. *B.*
—— l. 32 τὸ	—— l. 11 τῶ	το, *C.*
—— – ib. ᾧ	—— – ib. • •	deest. *D.*
—— l. 42 διὰ	—— l. 17 • •	deest. *D.*
—— l. 50 τίμνειν.	—— l. 21 • •	τίμνον. *B.*
—— l. 51 ἅψεται.	—— – ib. • •	ἅψεσθαι. *D.*
— 281. l. 4 ὁποιουοῦν	—— l. 23 • •	ὁποῖον ἂν. *D.*
—— l. 13 Ἐπὶ	—— l. 27 ἐπὶ	ἐπὶ. *D.*
—— l. 14 ἐπὶ	—— l. 28 • •	deest. *D.*
—— l. 16 τινὸς	—— l. 29 • •	ἐν τίνος. *A.*
—— l. 22 ποτὲ	—— l. 32 πρὸς	ἐπὶ. *D.*
—— l. 25 ἀφᾶν	—— l. 33 • •	τῶν ἀφῶν. *B. C. D.*
—— l. 27 ὐκ	—— l. 34 • •	οὖν ὐκ. *A.*
—— l. 35 Αἱ δὲ	—— l. 39 εἰ δῆκα	εἰ δὲ καὶ. *B.*
—— l. 47 Τίμνει	—— l. 50 • •	τιμεῖ. *D.*
—— – ib. τὸ	—— – ib. • •	τότι. *C. D.*
— 282. l. 12 ἀγομένα·	— 62. l. 4 • •	ἀγμένα. *B. C.* ἀγμέναι. *D.*
—— l. 15 αἱ ΕΖ, ΗΘ·	—— l. 5 • •	ΕΖΗΘ. *D.*
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 • •	ἄκται παράλληλα. *A.* ἄκται παράλληλος. *B. C.* αὗται παράλληλος. *D.*
—— l. 22 τὰ	—— l. 9 • •	deest. *D.*
—— l. 29 τετμαμένου, ἢ ποτ᾽ ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῇ ἄξονι. Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται,	—— l. 13 τετμημένου ἢ ποτ᾽ ὀρθὰς τῶ ἄξονι, εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται	desunt. *A. D.*
— 283. l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 • •	καὶ τὸ λοιπὸν. *A. D.*
—— l. 18 ταὶν δὲ	—— l. 44 τὰ δὲ	τᾶν δὲ. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ Β· τὸ δὲ	—— l. 49 • •	desunt. *D.*
—— l. 28 τῇ Ε τῇ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ Δ.	—— – ib. • •	τὸ Ε τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *A.* το Ε τῶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *D.*
—— l. 29 ἰκατέρῳ	—— l. 50 ἰκατέρου	ἰκατέρων. *B.*
—— l. 31 διὰ τ᾽ αὐτὰ	—— – ib. διὰ ταῦτα	διὰ τὰ αὐτὰ. *B.*
—— l. 41 τμάματος, τομὰ	— 63. l. 6 • •	τμάματος τομᾶς. *A. C. D.*
—— l. 42 ἀποτίμνοντος	—— – ib. • •	ἀποτετμηκότος. *A. B. C. D.*
— 284. l. 8 ἔχων	—— l. 21 • •	ὁ ἔχων. *C. D.*
—— l. 23 ἐγγεγραμμένου	—— l. 29 • •	γεγραμμένου. *A. C.*
—— l. 25 ἐπὶ τὸ Δ· καὶ ἄλλο	—— l. 30 • •	ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο περιγεγραμμένου συγκειμένου ἴκτι τῶν κυλίνδρων συγκειμένου τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ᾽ ἃ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο. *A. D.* et *B.* συγκειμένου primo loco omisso.
—— – ib. καὶ	—— l. 31 • •	deest. *A. C D.* ἴσου. *B.*
—— l. 27 διῆχαι,	—— l. 32 • •	ἐπὶ διῆχαι. *C. D.*
—— l. 28 τῷ ἐγγεγραμμένῳ	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 41 ἡμίσεα·	—— l. 39 • •	ἡμικυκλίε. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 284. l. 42 ὁμοίων	Pag. 63. – ib. ὁμοίου	ὁμοίως. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἴσου	—— l. 40 • •	deest. *A. D.*
—— – ib. ὥστε	—— l. 41 ἕνα	ὥστε. *A. D.*
—— l. 45 ἐγγεγραφέντος	—— – ib. • •	ἐγγεγραμένου. *A. C. D.*
— 285. l. 4 ΓΑ	—— l. 44 • •	ΓΔ. *B.*
—— l. 12 παρὰ	—— l. 48 • •	περὶ. *D.*
—— l. 38 βάσιν	— 64. l. 12 βάσιας	βάσιν. *C.*
—— l. 42 κατὰ	—— l. 17 • •	τῶ κατὰ. *B. C. D.*
—— l. 44 τομὰν τὰν	—— l. 21 τομὰν	τομὰν τὰν. *D.*
—— l. 47 τῷ ΔΕ·	—— l. 24 • •	τᾶ Δ. *C.*
—— l. 48 παρὰ	—— l. 25 • •	περὶ. *C.*
— 286. l. 1 ταῦτα	—— l. 29 • •	ταύταν. *B.*
—— l. 7 τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες	—— l. 32 • •	τῶ Β ἄξονα ἔχοντος. *D.*
—— l. 11 ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἰσάσσαν ὑπερέχει τοῦ προτιθέντος κύκλου μεγέθους. Δειχθήσεται ϗ ὁμοίως τῷ περὶ ἴρμ,	—— l. 34 • • ἰσάσσαν mutato in ἴσασσαν	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ΓΑ	—— l. 43 • •	ΓΔ. *C.*
—— l. 38 ἥμισυς ὅλα	—— l. 47 ἡμίσεος ὅλα	ἡμίσεος ὅτι. *A.* ἡμίσλεος. *B.*
—— l. 42 μεῖζον.	—— l. 49 μείζων	μείζον. *B. D.*
—— l. 45 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὲν	περὶγραφὲν. *C. D.*
—— l. 50 τὰν ΑΓ,	— 65. l. 2 τὸν ΑΓ	τὰν ΑΓ. *B. C. D.*
—— – ib. δὴ,	—— – ib. • •	μὲν. *D.*
— 287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 • •	ὁ ὅλος. *B. C. D.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένα	—— l. 24 • •	περιγεγραμμένα. *A. B. C. D.*
—— l. 23 μεῖζον	—— l. 25 μείζων	μείζον. *B. C. D.*
—— l. 29 τῷ ὃν ἴχνι ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ	—— l. 27 • •	desunt. *D.*
—— l. 33 ἴχνων	—— l. 30 εἴχνι	ἴχνι. *B.* ἴχνιν. *C.*
—— l. 36 ἴξει τοῦτον τὸν	—— l. 31 • •	desunt. *D.*
—— l. 38 ἀπολελαμμίναν	—— l. 32 • •	ἀπολελαμμένους. *A.*
—— l. 42 ἐγγεγραμμέναν	—— l. 34 • •	γεγραμμένων. *B. D.*
—— l. 48 μείζονες	—— l. 37 μείζων	μείζος. *A.*
—— l. 52 μείζων ἐστὶ ἡ διπλασίων	—— l. 39 • •	μείζες ἐστὶ ἡ διπλασίας. *D.*
—— l. 53 διπλασίων.	—— l. 40 • •	διπλασία. *D.*
— 288. l. 6 σφαίραν	—— l. 43 πάλιν κὰν	πάλιν κύκν. *A. D.* σφαίραν. *B.* πάλιν. *C.*
—— l. 17 κυλίνδρου,	—— l. 48 • •	κύλινδρον. *A.*
—— l. 26 λόγον,	— 66. l. 2 • •	τὸν λόγον. *D.*
—— l. 34 οἱ βάσιες	—— l. 6 • •	αἱ βάσιες. *D.*
—— l. 36 σὺν τῷ	—— l. 7 σὺν τᾶν	τὸν τᾶ. *B. D.*
—— l. 40 κύκλον	—— l. 9 • •	κυλίνδρον. *A.*
—— l. 43 διπλασίων	—— l. 11 • •	διπλασίων. *A. B. C. D.*
—— l. 44 Τὸ δὴ	—— – ib. • •	τὸ. *A.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 12 • •	deest. *A.*
— 289. l. 6 ὀρθογωνίου κώνου	—— l. 18 ὀρθογωνίου	ὀρθογωνίου κώνου. *B.*
—— l. 10 Τίμιοι	—— l. 20 • •	τίμιοι. *D.*
—— l. 12 τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει	—— – ib. καὶὰ τῶ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει	ut in Edit. Oxon. *B. C.* τῶ κατὰ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει ἐπιψαίσει. *D.*
—— l. 18 κώνου τομᾶς	—— l. 23 τομᾶς	κώνου τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τᾷ	—— l. 30 • •	τᾶς. *C.*
—— l. 39 ἴχον	—— l. 39 ἴχοντα	ἴχον. *C. D.*
— 290. l. 2 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἰχόντων	— 67. l. 3 • •	ἄλλω περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρω τομῶν ὕψος ἴσον ἴχον τὰ. *A.*
—— l. 5 ὑπερίχειν	—— l. 4 • •	ὑπερίχει. *D.*
—— l. 16 τομαῖ,	—— l. 10 • •	τομαὶς. *A.*
—— l. 20 μηκει·	—— l. 12 δυνάμει	μάκει. *A. C. D.*
—— l. 22 κατὰ τὸ	—— l. 13 κατὰ τὰν	deest. *A.*
—— l. 25 τὸν ἐν τῷ	—— l. 15 • •	τῶν ἐν τῷ. *D.*
—— l. 28 ἰχόντων	—— l. 16 ἴχοντα	ἴχοντων. *B.*
—— l. 31 αὐτῦ	—— l. 18 • •	αὐτῶν. *A. D.*
—— l. 33 ὁμοίως	—— – ib. ὁμοία	ὁμοιως. *A. B. D.* ὁμοίου. *C.*
—— l. 36 ἰὼν	—— l. 20 • •	ἴστι. *A.*
—— l. 45 Αἴκα	— 67. l. 25 εἴκα	εἴκα τᾶ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἀποτματίωντι ἐπιπέδοι,	—— – ib. ἀποτμητίων τὶ ἐπιπέδις	ἀποτμηθίωντι ἐπιπέδοις. *B.* ἀποτμηθίωντῖ ἐπιπέδοις. *C.* ἀποτμηθίον τῖ ἐπιπέδοις. *D.*
—— l. 48 ἰσσεῖται	—— l. 26 • •	ἰσσεῖται. *A. D.*
— 291. l. 8 ἴσω	—— l. 30 • •	ἴσωσαν. *A. B. C. D.*
—— l 29 ἴχον	— 68. l. 2 • •	ἴχοιος corr. mar. eâd. man. ἴχον. *B.* ἴχοι. *D.*
—— l. 32 καὶ	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 34 ΔΖ	—— – ib. • •	ΑΖ. *A.*
—— l. 37 ἴχοντι	—— l. 5 ἴχωντι	ἴχοντι. *D.*
—— – ib. ποτ' ἄλλαλα	—— – ib. • •	ποτὶ τ' ἀλλάλα. *A.* ποτὶ τὰ ἀλλάλα. *D.*
— 292. l. 6 ἴχει	—— l. 15 ἴχοι	ἴχει. *B.*
—— l. 11 ΛΚ ποτὶ ΛΜ.	—— l. 17 • •	ΛΝ ποτὶ ΛΚ. *D.*
—— l. 13 ἀ ΛΚ ποτὶ τὰν ΛΜ	—— – ib. • •	ἀ ΛΝ ποῖ τὰν ΑΚ. *C. D.* N fæpe pro M. *C.*
—— l. 21 ἀγμένοις,	—— l. 22 ἀγμένων	ἀγμένοις. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τῷ μὲν	—— l. 24 • •	τὰ μὲν. *A.*
—— l. 26 ἄξονι	—— l. 25 • •	ἄξον. *A.*
—— l. 30 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἴσω τομὰ ἀ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἀ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἀ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὸ ἄξονα. Τὸ δὴ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος,	—— l. 27 • •	repetuntur hæc verba. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 292. l. 43 ὅτι	Pag. 68. l. 31 • •	εἴη. *A. D.*
—— – ib. ἰσοῦνται	—— – ib. • •	ἰσοῦται. *A. D.*
—— l. 44 ᾗ	—— l. 32 • •	ἴσου. *A. B. C. D.*
—— 293. l. 3 δύο κώνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κώνοι βάσιν	δύο κώνοι βασῖας. *B.* δὴ κώνοι βάσῖας. *C.* κῶνοι βάσῖας. *D.*
—— l. 11 μάκει.	—— l. 47 μάκιν	μάκει. *B.*
—— l. 14 καὶ ἐν τῷ ὃν ἴσχει ἡ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ.	—— l. 49 • •	
—— l. 25 τῷ Α· καὶ	—— 69. l. 4 • •	desunt. *D.*
—— l. 29 τετράγωνος,	—— l. 6 τετράγωνος Ε	desunt. *D.*
—— l. 32 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῷ	τετράγωνος Κ Ε. *A. C. D.* τετράγωνος. *B.*
—— l. 36 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τι ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τῷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεύσας τῷ ἄξονι.	—— l. 10 • •	ὀρθῷ. *A. D.*
—— l. 44 ἀ ΑΓ.	—— l. 13 • •	desunt. *A.*
—— 294. l. 30 ἐγγεγραμμένω, ᾗ	—— l. 44 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῶ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 46 • •	ἐγγεγραμμένω. *A. B. C.* περιγεγραμμένω. *D.*
—— l. 43 ἴξει ἄρα ἀνομοίως	—— l. 50 ἴξει ἀμέτριαν ὁμοίως	desunt. *A. D.* ἴξει ὃν ἀμέτριᾶ ὁμοίως. *A. D.* ἴξει ἀμετρῖᾶ ὁμοίως. *B.*
—— l. 45 ὃν	—— l. 51 • •	deest. *A.*
—— – ib. ΘΡ. Ἔστω	—— 70. l. 1 • •	ΘΟ ἔστωσαν. *B. C. D.*
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ	—— – ib. ἐφ' αὐτὰ	ἐφ ἂν τα. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ἴσον	—— l. 3 • •	ἰν. *A. B. C. D.*
—— l. 51 ἴσον	—— – ib. • •	ἰν. *B. C. D.*
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 • •	ἢ τῶ ἴσω. *A. C. D.*
—— 295. l. 2 ἃ δὴ ᾧ ἐλαχίστου ἴσα τᾷ ΒΟ.	—— l. 6 • •	desunt. *D.*
—— l. 11 ΖΔΒ,	—— l. 10 • •	ΖΔ ΒΔ. *A. C. D.*
—— – ib. ὑπὸ τᾶν	—— l. 11 • •	ὑπὸ τᾶς. *C. D.*
—— l. 14 πλαγία	—— l. 12 • •	πλασία. *A.*
—— l. 16 ΞΜ	—— l. 13 • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἴσον ἔστι τὸ ΞΝ. Ἀ γὰρ Ξ	—— – ib. • •	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρὶς	χωρίον. *D.*
—— l. 35 τῶν	—— l. 23 τῶν δὴ	τὼν τε. *C. D.*
—— l. 42 ἰν	—— l. 26 • • ad finem lineæ	deest. *D.*
—— l. 45 Δέδικται	—— l. 28 δικτίον	δέδικται. *A. C. D.*
—— – ib. ὅτι	—— – ib. • •	deest. *A.*
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 • •	συναμφοτέραις. *A. B. C. D.*
—— 296. l. 14 σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσον ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 38 • •	
—— l. 23 ΔΕ,	—— l. 43 • •	desunt. *D.*
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ	—— l. 44 • •	desunt. *D.*
—— l. 27 Ξ	—— l. 45 • •	λόγον τὸ. *A. C. D.*
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	deest. *D.*
	ab ἔλασσον ἐστὶ τῷ Ψ. l. 39 ad σχῆμα lineâ 47.	ἐστὶ. *D.* repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 περιγεγραμμένον	—— l. 47 • •	ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— 267. l. 1 ὃν ἃ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τι	—— 71. l. 7 • •	ὃν αἱ συναμφοτέραι ἴσαι τῶτι. *A. D.* ὃν αἱ συναμφοτέραις ἴσαι τῶτι. *B.* ὃν αἱ συναμφοτέραι ἴσαται τῶ. *C.*
—— l. 15 Τίμεις	—— l. 14 • •	τιμεὶ. *C. D.*
—— l. 21 ἐπεὶ τὸ	—— l. 17 • •	ἰσσοῦται. *B. D.* ἰσσοῦται τὸ. *C.*
—— l. 24 Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 • •	οὖσα ἄλλη ὀξυγωνίω κώνω τομὰ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τᾷ ΒΔ,	—— l. 27 • •	τᾶν ΒΔ. *D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 41 • •	deest. *A.*
—— 298. l. 1 γᾶν	—— l. 45 • •	γὰρ. *D.*
—— l. 7 κυλίνδρων	—— l. 48 • •	κυλίνδρω. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ὑπερέχειν	—— l. 49 • •	περιέχειν. *D.*
—— l. 12 σχήματος,	—— l. 51 • •	τμήματος. *A. B. C.*
—— l. 16 ποτὶ	—— 72. l. 2 • •	ποτὶ τὴν. *B. C. D.*
—— – ib. τῶ τόμω,	—— – ib. • •	τόμω. *D.*
—— l. 24 ἴσον	—— l. 6 • •	ἴσοι. *A.*
—— l. 26 ὄντερ	—— l. 7 • •	εἴπερ. *A.*
—— l. 27 ὀξυγωνίων κώνων	—— – ib. • •	ὀξυγωνίω κώνω. *A. D.*
—— l. 28 ἀλλαίας,	—— l. 8 ἀλλάλας	ἀλλάλας. *B. C. D.*
—— l. 30 ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 • •	desunt. *C.*
—— l. 41 ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσαν τᾷ ΔΕ,	—— l. 14 • •	
—— l. 45 Ξ	—— l. 16 • •	desunt. *A. D.* ΝΞ. *B. C. D.*
—— l. 50 ἄλλας	—— l. 19 • •	ἀλλάλας. *A.* ἀλλήλως. *D.*
—— 299. l. 4 τοῖς λόγοις,	—— l. 21 • •	τοῖς αὐτοῖς λόγοις. *A.*
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 • •	τὰ χωρὶς. *D.*
—— l. 9 ΜΞ	—— l. 23 ΓΞΝ	ΞΝ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ποτὶ. *A.*
—— l. 14 Ξ,	—— l. 26 • •	ΕΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 18 Οὐκ ἐστὶν ἔν μεῖζον τὸ τῦ κωνοειδίος τμᾶμα τῦ Ψ κώνω.	—— l. 28 • •	
—— l. 37 σχῆμα	—— l. 38 • •	desunt. *D.* τμῆμα. *B. C. D.*
—— l. 40 σχήματος	—— l. 39 • •	τμήματος. *A. C. D.*
—— 300. l. 9 τὸν αὐτὸν,	—— l. 47 τὸν ταὺ τῶ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν	τὸν αὐτὸν. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 300. l. 16 ὑπερίχει	Pag. 72. l. 51 • •	ὑπερίχον. *A.*
—— l. 19 ἔλασσον ὑπερίχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς	—— 73. l. 2 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 22 τῷ ἡμίσους	—— l. 3 • •	τῶ ἡμίσους. *C.* ἡμίσους. *D.*
— 301. l. 3 Ἔστω δὴ	—— l. 11 • •	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν δὴ. *B. D.* ἔστω δὴ. *C.*
—— l. 4 ἐφ' ἃν τὰ	— ib. ἐφ' αὑτῆ	ἐφ' ἃν τὰ. *B.* ἐφᾶν τὰ. *C.*
—— — ib. τᾶς	—— l. 12 • •	τοῖς τᾶς. *C. D.*
—— l. 9 παρ' αὐτῷ τετραγώνου	—— l. 14 • •	παρὰ τῶν τετραγώνων. *B.*
—— l. 14 ἰσὰ	—— l. 16 ἴσον	ἁ. *C. D.*
—— — ib. πρὸ	—— l. 17 πρώτω	πρὸ. *C.* πρὸ τῦ. *D.*
—— l. 23 ἴσχοντα	—— l. 21 • •	ἴσχοντι. *A. C. D.*
—— l. 24 ὧν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ἅτις πρὸς ἃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον,	—— — ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 27 κύλινδρον	—— l. 23 • •	κύλον. *A.*
—— l. 34 γνώμονα,	—— 74. l. 2 γνώμονα	γνώμονα. *A.*
—— l. 35 ἀφαιρημένον.	—— — ib. ἀφαιρημένου	ἀφαιρημένον. *B. C. D.*
—— l. 38 κατὰ	—— l. 4 • •	τὰ. *D.*
—— l. 42 ἀφαιρημένους,	—— l. 6 • •	ἀφαιρημένους τὰ. *B. C. D.*
— 302. l. 3 ΞΦ,	—— l. 13 • •	ΞΦ ΞΥ ΞΩ. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ὑπερεχᾶ.	—— — ib. ὑπερεχομένα	ὑπερεχᾶ. *A. B. D.* τῦ ὑπερεχᾶ. *C.*
—— l. 6 τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ οὖν	—— l. 14 τῦ μεγίστω τὰ οὖν	τῦ μεγίστω τὰ οὖν. *A. D.* τᾶ μεγίστα τὰ οὖν. *B. C.*
—— l. 14 τριπλάσια	—— l. 18 • •	διπλασία. *A.*
—— l. 15 μείζονά ἐστι	—— l. 19 • •	να ἐστὶ. *A. B. D.* να ἐστὶ. *C.*
—— l. 16 μείζονα	—— — ib. • •	μείζονα ἐστὶ. *C. D.*
—— l. 17 μὲν	—— l. 20 • •	deest. *B.*
—— l. 18 ἢ ἡμιόλιος	—— — ib. • •	ἡμίσους. *A. D.* ἡμίσιως. *B. C.*
—— l. 30 τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι	—— l. 26 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
— 303. l. 1 ἢ	—— l. 38 • •	deest. *D.*
—— l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρὶς. *A. B. C. D.*
—— l. 16 τῦ βάσιν	—— l. 46 βάσιν	τῦ βάσιν. *A. D.*
—— l. 22 ἐπιπέδω	—— l. 49 • •	deest. *B.*
—— l. 27 ἀγμένον.	—— 75. l. 1 • •	ἀγμένον. *C.*
—— — ib. Ἄχθω	—— — ib. • •	ἄχθωσαν. *B. D.* ἄχθων. *C.*
—— l. 31 ταῦτα	—— l. 3 • •	τα αὐτὰ. *C.*
—— l. 32 ἐπιζευχθεῖσα.	—— — ib. ἐπιζευχθεῖσαι	ἐπιζευχθεῖσα. *B. C. D.*
—— l. 38 κυλίνδρω	—— l. 19 • •	κῦλίνδρος. *C. D.*
—— l. 45 ἀμίσιον	—— l. 23 ἡμίσιον	τὸ ἡμίσιον. *C. D.*
—— l. 49 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 • •	ἐγγεγραψα. *A. C. D.* ἐγγράψω. *C.*
—— l. 51 περιγεγράφθω	—— l. 26 • •	περίγεγραψα. *A. C. D.*
— 304. l. 2 ἐλάσσων ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει	—— l. 27 • •	defunt. *D.*
—— l. 11 καὶ ὁ τόμος	—— l. 29 • •	ἡμιόλιος. *A.*
—— l. 15 ἡμιόλιος	—— l. 30 καὶ ὁ τόμος	ἡμιόλιος. *C. D.*
—— l. 16 ἀμισίῳ	—— l. 31 ἡμισίῳ	ἡμισίῳ. *B.* ἡμίσιος. *D.*
—— l. 17 ἴσαι	—— — ib. • •	ἄρα. *D.*
—— l. 29 ἀμιόλιος.	—— l. 36 • •	ἡμίσιος. *D.*
—— — ib. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται ἓν ὑδὶ ἔλαττον τὸ ἥμισυ	—— — ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 36 ὧν	—— l. 41 ἃ	ὧν. *B.*
—— l. 38 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμαίματος.	—— l. 42 • •	defunt. *D.*
—— l. 40 τι	—— — ib. • •	deest. *B.*
—— — ib. σχήματος,	—— — ib. • •	τμήματος. *A. B. C. D.*
—— l. 42 τμαθέντος	—— l. 43 τμηθέντος	τμήματος. *D.*
—— l. 45 ἄξων	—— l. 44 • •	ἄξων τῦ. *B. C. D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	ἐστὶ. *D.*
— 305. l. 6 ποτὶ τὰν	—— l. 49 • •	ποτὶ τὰ. *C. D.*
—— l. 10 ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ	— 76. l. 1 • •	defunt. *D.*
—— l. 17 τμᾶμα	—— l. 9 τμῆμα	κώνε τμῆμα. *B.*
—— l. 21 ἐστὶ τὸ	—— l. 16 • •	ἐστὶ καὶ τὸ. *A.*
—— l. 27 τᾶς ΒΘ, ᾧ ἃ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἴσαι καὶ	—— l. 20 • •	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 • •	ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. *A. C. D.*
—— l. 45 Ἔσωσαν	—— l. 31 ἴσω	ἴσωσαν. *A. B. D.* ἴσων. *C.*
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ	—— — ib. ἐφ' αὑτᾶ	ἐφ' ἃν τὰ. *B. D.* ἐφ' ἃν τὰ. *C.*
—— l. 47 ἐν τᾷ ΒΔ,	—— l. 32 • •	τᾶς ΒΔ. *B.* τᾶ ΒΔ. *C.* τὰ ΒΔ. *B.*
—— l. 48 τᾶν	—— — ib. • •	τὰ. *A.*
—— l. 49 Τᾶν ἓν	—— l. 33 • •	τὰ ἓν. *A. D.*
—— l. 51 τῶν	—— l. 34 • •	τὸν. *B.*
—— l. 52 διαμίτρω	—— — ib. • •	διαμίτρως. *B. C. D.*
—— l. 51 γνώμων	—— l. 35 • •	γνώμονος. *C.*
— 306. l. 5 ἀφαιρημένω. Ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τῦ πρώτου χωρίου γνώμων	—— l. 37 • •	defunt. *C.*
—— l. 8 ΝΟ,	—— l. 39 • •	Θ. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 306. l. 10 Ὁ ἢ	Pag. 76. l. 40 • •	deſunt. *D.*
—— l. 15 τό τε	—— l. 42 • •	deſunt. *D.*
—— l. 20 τοῖς	—— l. 45 τοῦς	τοῖς. *B. C.*
—— l. 23 τὸν	—— l. 46 • • ad finem lineæ	τῶν. *B.*
—— l. 25 ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΕ.	—— l. 48 • •	ΔΕ. *D.*
—— l. 32 κατ' αὐτὸν	—— l. 51 • •	κατὰ τὸν. *A. C. D.*
—— l. 34 ὧν	—77. l. 1 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλα χωρία,	—— l. 6 • •	deſunt. *D.*
—307. l. 7 ἴσου	—— l. 14 ἴσας	ἴσαι. *C.*
—— l. 8 δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ἂν ἴσιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,	—— ib. • •	
—— l. 9 ἂν ἴσιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πολὺ πάλιν τὰ ἴτιρα χωρία	—— l. 15 • •	deſunt. *C.*
—— l. 18 τῇ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ χῆμα τὸ ἐγγιγραμμίνον ἐν τῷ τμάματι,	—— l. 19 • •	deſunt. *D.*
—— l. 36 ὑπιρέχιν	—— l. 28 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 37 μιῖζον	—— l. 29 • •	ὑπερέχει. *C. D.*
—— ib. ὁ Ψ	—— ib. • •	μείζων. *B.*
—— l. 45 τὸν ἐν	—— l. 33 • •	τὸ Ψ. *C.*
—— l. 46 λόγον,	—— ib. • •	τῶν ἐν. *B.*
—— l. 48 ΒΔ,	—— l. 34 ΒΕ	τὸν λόγον. *A. D.*
—— l. 53 παπληκότων,	—— l. 37 • •	ΒΔ. *A. C. D.*
—308. l. 8 λιγομίνου τοῦ	—— l. 41 • •	παραπληκότων. *A. C. D.*
—— l. 25 τῷ τι ἡμισίᾳ	—— l. 50 ταῖς τι ἡμισίαις	λεγόμενον. *C.* λέγομεν τοῦ. *D.*
—— l. 31 ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος	—78. l. 2 • •	ταῖς ἡμίσεσι. *D.*
—— l. 33 ἢ	—— l. 3 • •	deſunt. *A. D.* in *C.* ἄρα ſolum deeſt.
—— l. 35 ἄρα	—— l. 4 • •	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 39 τὸ σφαιροειδὲς,	—— l. 6 • •	deeſt. *C.*
—— l. 51 ἄχθων	—— l. 13 • •	σφαιροειδὲς. *D.*
—309. l. 3 κατὰ τὰ	—— l. 14 • •	ἄχθωσαν. *A.*
—— l. 15 καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ἀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἃ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ.	—— l. 21 • •	κατὰ τὸ. *C. D.*
—— l. 23 ᾗ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ	—— l. 27 • •	deſunt. *B.*
—— l. 25 ἔχον	—— l. 28 ἔχων	deſunt. *D.*
—— ib. τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν. Δεικτέον ὅτι τὸ	—— l. 29 • •	ἔχοντος. *B.* ἔχον. *C.* repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 51 ὕψος ἴσον	—— l. 48 ὕψος	ὕψος ἴσον. *B.*
—310. l. 3 ἔλασσον	—— l. 50 • •	χῆμα ἔλασσον. *D.*
—— l. 6 ἔχων,	—— l. 51 • •	ἔχει. *A. D.*
—— l. 29 ὃν ἃ ΕΗ	—79. l. 13 • •	ὃν ἔχει ἃ ΕΗ. *B. C. D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 14 • •	ἀπὸ τῆς. *B. C.*
—311. l. 3 ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 33 • •	deſunt. *C.*
—— l. 7 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ	—— l. 35 • •	deſunt. *C.*
—— l. 9 ΞΔ, ΘΒ	—— l. 36 • •	ΞΔ ΘΔ. *A.* ΞΔ. *D.*
—— l. 10 ΒΘΔ,	—— ib. • •	ΘΔ. *D.*
—— l. 30 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 46 • •	deſunt. *C.*
—— l. 32 ὁ ἐν	—— l. 47 • •	ἐν. *D.*
—— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσιον	—— l. 48 τῦ ἥμισυ	τὸ ἔλασσον τῦ ἥμισυ. *A. C. D.* τὸ ἔλασσον τῆς ἡμίσεως. *B.*
—— l. 36 τὸν ἐν τῷ ἡμισίῳ	—— l. 50 τὸν ἐν τῶ ἥμισυ	τὸν ἐν τῷ ἡμίσειν. *B.* ἥμισυ. *D.*
—— l. 43 ἔχοι	—80. l. 2 • •	ἔχει. *B.*
—312. l. 2 ποτὶ	—— l. 5 πρὸς	corr. marg. καὶ. *B.*
—— l. 3 δὶ τὸ	—— ib. • •	δὶ τῦ. *A. B. C. D.*
—— ib. τοῦ	—— ib. • • ad finem lineæ	ἃ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἃ ΖΕ	—— l. 10 ὃν τὸ ἃ ΖΕ	ut in Edit. Oxon. excepto ΒΕΔ pro ΒΕ ΕΔ et ΖΘ pro ΖΕ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἐν αὐτῷ	—— l. 13 • •	ἐν τῷ αὐτῷ. *A. D.*
—— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	—— ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΕΔ.	—— l 15 • •	deſunt. *A.*
—— l. 27 ΕΔ·	—— l. 16 • •	parva lacuna relinquitur. *C.* deſunt. *D.*
	—— l. 17 (ΕΔ)	deſunt. *B.* ΕΔ. *C. D.*
—— l. 29 Ἀ γὰρ	—— ib. • •	αἰ γὰρ. *C. D.*
—— l. 32 τι εἶμεν τᾷ ΗΔ.	—— l. 19 • •	εἶμεν τᾶν Δ. *D.*
—— l. 35 ΞΔ, ΕΔ,	—— l. 20 • •	ΞΕ ΕΔ. *C. D.*
—313. l. 5 ἴξει	—— l. 29 • •	ἴχει. *A. D.*
—— l. 6 τᾷ	—— ib. • •	τᾶ τι. *B.*
—— l. 10 ἐπιπίδῳ ἄλλῳ διὰ	—— l. 32 • •	ἐπιπίδω, ἀλλὰ καὶ. *D.*
—— l. 26 Ἀχθῶ οὖν ἃ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τῶν γινομένων τμαμάτων ἃ ΒΔ.	—— l. 43 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 28 δὶ	—— l. 48 • •	deeſt. *D.*
—— l. 29 τὸ ἡμίσειον	—— l. 50 τῶ ἡμίσειον	τὸ ἡμίσειον. *C. D.*
—— l. 30 ἃ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ,	—— l. 51 • •	τᾶς ΔΗ ἴσα ἃ ΔΘ. *C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 313. l. 37 παραλλήλω	Pag. 81. l. 2 παραλλήλω	παραλλήλω. *A.*
—— l. 39 κώνου, κορυφὰν ἴχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἴχει λόγον ἡ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἴχετω ἡ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὲ τῷ πρότερον διειχθήσεται, τόδε ἀπότμαμα	—— l. 3 * *	desunt. *D.*
—— l. 42 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 5 * *	σφαιροειδέος. *D.*
—— l. 43 ἐγγεγραμμένω,	—— – ib. ἐγγεγραμμένου	ἐγγεγραμμένου. *B. C. D.*
—— l. 44 ἐν τῷ	—— l. 6 * *	αὐτοῦ. *D.*
—— – ib. αὐτὸν	—— – ib. * *	deest. *D.*
—— l. 48 τὸ ἐν ᾧ	—— l. 8 * *	τοῦ ἐν ᾧ. *B.*
—— l. 49 ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 * *	desunt. *D.*
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν	—— l. 10 ὑπὸ τυ	ὑπὸ τᾶν. *B. C. D.*
—— l. 5 ΖΗ, ΖΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΖΔ.	—— l. 12 * *	ΒΕ ΖΔ. *D.*
—— l. 6 ἑκατέρω	—— l. 13 * *	deest. *D.*
—— l. 12 ΖΗ, ΖΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 16 * *	repetuntur hæc verba. *B. C. D.*
—— l. 20 ἴχον	—— l. 20 * *	ἴχειν. *C.*
—— l. 22 ἐλάσσων	—— l. 21 * *	μείζων. *B. C.*
—— – ib. ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου,	—— – ib. * *	desunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τᾶν	—— l. 23 τούτων	τὸν τῶν. *A.*
—— l. 30 τῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένω,	—— l. 25 * *	τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον. *A. B. C. D.*
—— l. 32 τοῦ	—— l. 26 * *	τὸ. *A.*
— 319. l. 1 Βασιλεῦ Γίλων,	— 120. l. 18 βασιλευγίλων	βασιλεῦγιλῶν. *A.* βασιλεῦ Γιλῶν. *B. C. D.*
—— l. 5 Ἐντὶ	—— l. 20 ἐν	deest. *B.*
—— l. 6 μὲν εἶμεν	—— l. 21 εἰμεν	ἢ εἰμεν. *A. C.* ἢ ἴσ μὲν. *B.* εἰσμεν. *D.*
—— l. 8 ὕτως	—— l. 23 οὐ	ὕτως. *C.*
—— l. 9 εἰ νοῆσαιεν	—— – ib. * *	ἢν νοῆσαι ἐν. *D.*
—— l. 10 ἀλίκος	—— l. 24 ἀλίκαν	ἀλὰ καν. *C.*
—— l. 11 τᾶν τι	—— – ib. * *	τᾶν. *B.*
—— l. 14 μηδ' ἐν ἀκαρεῖ	—— l. 26 μὴ δ' ἐν ἀκαριῖ	μηδένα κάρη. *A. C.* μηδένα βάρη. *D.*
—— l. 15 τῦτο	—— – ib. * *	τῦ. *A. B. D.*
—— l. 19 ἀριθμὸν	—— l. 29 ς′	καὶ. *B. D.*
—— – ib. τῦ μήκεθος	—— – ib. τῦ μεγέθιος	τῦ μήκεθος. *B. D.* μήκεθος. *C.*
—— l. 23 κέντρον μὲν	—— l. 31 * *	μέτρον μὲν. *D.*
—— – ib. κέντρω ἴσα τᾷ εὐθειᾷ	—— – ib. κέντρω εὐθεῖαί	κέντρω αἱ εὐθεῖαι. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ὑποθισιῶν	—— l. 33 * *	ὑποθισιν τινὰ. *A.* ὑποθισίων τινῶν. *C.* ὑποθισιν. *D.*
— 320. l. 4 ταλικαύταν	—— l. 37 * *	ταλίκαν. *B.*
—— l. 5 ὡς τι τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν	—— – ib. ἰςὶ ὡς τι τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν	ἴςω τὸν κύκλον καθ' ἂν τὰν γᾶν. *A.* ἐν ᾧ τὸν κύκλον καθ' αὐτᾶν γᾶν. *B.* ἐς τῦ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *C.* ἴςω τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *D.*
—— l. 8 δὴ εὔδηλον	—— l. 39 δ' εὔδηλον	γὰρ δῆλον. *A.* γ' εὔδηλον. *C. D.*
—— l. 11 αὐτό.	—— l. 41 * *	αὐτὸν. *A.*
—— l. 16 καθ' ὃν	—— l. 43 * *	καθ' ὃ. *A.*
—— l. 17 ὑποτίθεται	—— – ib. ὑποτίθενται	ὑποτίθεται. *A. C. D.*
—— – ib. τᾶν ἀπλανίων	—— l. 44 τῶν ἀπλῶν	τῶν ἀπλανῶν. *A. B. C.* ἀπλανῶν. *D.*
—— l. 23 ταλικαύτα	—— l. 46 * *	ταλίκα. *B.*
—— l. 24 ἀπλανίων	—— l. 47 * *	πλανίων. *A.*
—— l. 25 ὕτως τινὰς	— 121. l. 1 ὐ τινὰς	ὕτως τινὰς. *C. D.*
—— – ib. διειχθήσεθαι	—— – ib. διειχθεῖσι	διειχθεισῶν. *A.*
—— l. 26 κατονομασίαν	—— – ib. κατονομαζιῶν	κατ' ὄνομα ἀξίων. *C.*
—— l. 28 ἴχοντος	—— l. 2 ἴχον τὸ	ἴχοντος. *A. B. D.*
—— l. 29 μὲν,	—— – ib. * *	μὲν τᾶν. *A. B. C. D.*
—— l. 30 τ′	—— l. 3 τῶν	T. *D.*
—— l. 31 πειραμένων	—— – ib. * *	πεπειραμένων. *B. C. D.*
—— l. 34 δικαπλασίων	—— l. 5 δικαπλασίων	δικαπλασίον. *D.*
—— l. 35 τ′	—— l. 6 τῶν	T. *D.*
—— – ib. μυριάδων τριδίων ᾗ μὴ μείζω.	—— – ib. λ'λ τριδίων καὶ μείζων	μοιριάδων τριδίων ᾗ μὴ μείζω. *A. D.* Μ τριδίων καὶ μὴ μείζων. *B. C.*
—— l. 37 εἶμεν	—— l. 7 ἔκειμεν	εἶμεν. *B.*
—— l. 39 λαμβάνων	—— l. 8 * *	λαμβάνω. *A.*
—— l. 43 Εὐδόξω μὲν,	—— l. 10 εὐδοξῶμεν	εὐδόξω μὲν. *D.*
—— l. 49 ἀναμφίλογον	—— l. 14 ἀμφίλογον	ἀναμφίλογον. *C. D.*
—— l. 51 τριακονταπλασίαν	—— – ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασίαν. *B. C. D.*
—— l. 52 μειζόνα.	—— l. 15 μειζόνων	μείζω. *A. D.* μείζονα. *B.* μείζων. *C.*
— 321. l. 5 εἰκοσὸν	—— l. 17 * *	εἰκὸς. *C.*
—— l. 7 ἐναρμόζει,	—— l. 18, * *	ἐναρμόζη. *D.* ut fere semper
—— l. 8 ἔχουσαν	—— l. 19 ἔχουσα	ἔχουσαν. *D.*
—— l. 10 λαβεῖν,	—— l. 20 * *	διαλαβεῖν. *A. C. D.*
—— l. 15 ἐς ἂν ὁ	—— l. 23 αἷς ἂν ἡ	αἷς ἂν ὁ. *A. C. D.* ἐς ἂν ὁ. *B.* ut semper in hoc tractatu.
—— l. 16 ἐναρμόζῃ,	—— – ib. * *	ἐναρμόζει. *B. C. D.* ut semper in hoc tractatu. *B.*
—— l. 17 ἅ τίς	—— l. 24 ἅ τις	ἃ τίς. *A.* ἄ τις. *B. C. D.*
—— l. 18 ἐς ἂν	—— – ib. ἅς ἂν	ἂν. *A. D.* ἐς ἂν. *B.*
—— – ib. ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν	—— – ib. * *	ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἴχουσα. *B.*
—— l. 21 ἥμελλεν	—— l. 25 ἥμεινεν	ἥμελλεν. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἀνατελεῖν	—— – ib. * *	ἀνατέλλειν. *B. C.* ἅμα τέλλειν. *D.*
—— l. 22 τεθέντος	—— l. 26 τεθὲν	τεθέντος. *A. C. D.*
—— l. 23 ὀρθοῦ,	—— – ib. * *	corr. marg. ὄρθρε. *B.* ὄρθρῳ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 321. l. 25 ἐπιγεγράφη	Pag. 121. l. 27 • •	ἐπιγεγράφη. *B.*
—— l. 26 ἀ ὀψὶς	—— l. 28 • •	ἀψὶς. *B. C. D.*
—— l. 29 ἄρξατο	—— l. 30 • •	ἀρξάσθω. *A. D.*
—— l. 38 αἱ ὄψιες ὐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου	—— l. 34 αἱ ὄψιες ὐκ ἀφανῆ σημεῖον	αἱ ὄψιες ὐκ ἀφαν σημεῖον. *A.* ὄψιες ὐκ ἀφανὲς σημεῖον. *D.*
—— l. 40 ὄψιος·	—— l. 35 ὄψις	ἡ ὄψις. *B.* ὄψις. *C.*
—— l. 42 ἀχθωσᾶν	—— l. 36 ἀχθῆσα	ἄχθη ἀ. *B.* ἀχθεῖσα. *C. D.*
—— l. 46 ὄψιος,	—— l. 38 • •	τᾶς ὄψιος. *A. B. C. D.*
—— l. 47 τὸν τρόπον	—— l. 39 τρόπον	τὸν τρόπον. *A.*
—— — ib. ἀναλαμβάνεται	—— — ib. • •	λαμβάνεται. *D.*
—— l. 48 ἀλλάλαν,	—— — ib. ἀλλήλαν	ἀλλαίοις. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ὃ λευκὸν ὃς ἐστὶ	—— l. 40 ὃ λευκὸν ὃς ἐστὶ	λευκὸν ὅσον. *A. D.*
—— l. 51 ὄψιος,	—— l. 41 • •	ὄψιας. *C. D.*
—— l. 53 περιλαμβάνεται ὑπὸ	—— l. 42 • •	περλαμβάνεται περὶ. *D.*
— 322. l. 4 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	—— l. 44 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	τὺ ἐγγὺς τᾶς. *B.* τᾶς ἐγγὺς. *C.*
—— l. 9 Ἀ δὲ γωνία,	—— l. 47 ἁδὲ γωνία	ut in Edit. Oxon. *B. C. D.*
—— l. 12 καινοῖν,	—— l. 48 • •	καινόος. *A.*
—— l. 14 ὅλῳ ἀλίῳ,	—— l. 49 • •	ὅλω τῦ ἀλίω. *B. C. D.*
—— l. 15 ἐπιψαυούσᾶν	—— l. 50 ἐπιψαυούσᾶν	ἐπιψαίουσα. *B.*
—— l. 17 γίνεται	—— l. 51 • •	γαὶ. *A. C. D.*
—— l. 21 εἰς ξξ', ἐλάττων ἢ ὢν μέρος τούτων·	— 122. l. 2 • •	εἰς ΡΞ ΔΘ εἰς Σ μείζων Η (ἡ. *D.*) ὢν μέτρος τούτων, δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἀγώνια ἃς ἂν (ἰς ἄν. *D.*) ὁ ἥλιος ἐναρμόζῃ (ἐναρμοζῆ. *D.*) τὰν καρυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾶ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἡ διαθερίσας (διαιρεθείσας. *D.*) εἰς ρξδ τέτων. *A. D.*
—— l. 22 διαιρεθείσας	—— — ib. διαιρεθῖσα	διαιρεθεισῶν. *B.*
—— l. 23 ἓν μέρος	—— l. 3 • •	ἐν μέτρος. *A.* ἔνμετρος. *D.*
—— — ib. τούτων. Δῆλον ὄν,	—— — ib. • •	τέτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἀγώνια ἃς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζῃ τὰν καρυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾶ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἡ διαθερίσας εἰς ΡΞΔ τούτων. ἃ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ἐρθῶν εἰς Σ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων, δῆλον ὄν. *C.* vide ſupra.
—— l. 24 ἐς ἂν	—— — ib. ἃ ἴσαν	ἐς ἂν. *B.*
—— — ib. ἐναρμόζῃ,	—— — ib. • •	ἐναρμόζει. *D.*
—— l. 26 ἓν μέρος·	—— l. 4 • •	ἔνμετρος. *D.*
—— l. 27 ἓν μέρος.	—— l. 5 • •	ἔμμιτρος. *A. D.*
—— l. 28 ἃ διάμετρος	—— — ib. διάμετρος	καὶ ἃ διάμετρος. *B. C. D.*
—— l. 39 Δ	—— l. 11 • •	deeſt. *C. D.*
—— l. 43 Ἔστι	—— l. 12 • •	ἴσω. *C.*
—— l. 49 ἓν μέρος.	—— l. 16 • •	ἔμμετρος. *A. D.*
—— l. 50 ἐστὶ	—— — ib. • •	εἰσὶ. *D.*
—— l. 53 ἓν μέρος·	—— l. 18 • •	ἔμμετρος. *D.*
— 323. l. 4 τᾶ ΑΒΓ κύκλῳ,	—— l. 20 • •	deſunt. *D.*
—— l. 7 ἐχεῖν,	—— l. 22 ἔχει	ἔχειν. *B.*
—— l. 12 οὖν	—— l. 23 lacuna relinquitur	lacuna relinquitur. *B. D.*
—— l. 16 Ἴσαν γὰρ	—— l. 26 • •	deſunt. *D.*
—— l. 18 ΣΗ	— 123. l. 1 ΑΒΓ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
—— l. 20 διάμετρος	—— l. 2 γωνία	corr. man. alt. διάμετρος. *B.*
—— — ib. ΣΗ	—— — ib. ΑΒΗ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
—— l. 21 τᾶ ΣΗ κύκλῳ,	—— l. 3 • •	deſunt. *C.*
—— l. 23 Ὡς τι	—— — ib. • •	ὡς. *D.*
—— l. 24 ΥΣ	—— l. 4 ~Σ	ΥΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΘΚ	—— — ib. ΘΚ˜	ΘΚΥ. *A. C. D.* ΘΡ. *B.*
—— — ib. ΘΡ,	—— — ib. • •	ΘΧ. *B.*
—— — ib. ΣΥ	—— l. 5 ΣΝ	ΣΥ. *B. C. D.*
—— l. 26 ϗ	—— — ib. • •	deeſt. *B.*
—— l. 27 τὰν ΔΤ,	—— — ib. τᾶ ΔΤ	τὰν ΔΤ. *B. B.*
—— l. 28 τριγώνων	—— l. 6 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
— 324. l. 1 ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν	—— l. 7 • • τᾶν mutato in τῶν	deſunt. *C.*
—— l. 4 ἀ ΘΡ	—— l. 8 • •	ΘΡ. *C.*
—— — ib. Εἰ γὰρ κα	—— l. 9 εἰ γὰρ ΚΑ	εἰ γὰρ κα. *B. C. D.*
—— l. 5 δυῶν	—— — ib. • •	δύο, *A.*
—— l. 7 αἴτιραν	—— l. 10 • •	θάτιραν. *C.*
—— l. 9 τᾶν	—— l. 11 τᾶ	ἀ τᾶν. *B.*
—— l. 10 ποτὶ	—— — ib. • •	deeſt. *A. C. D.*
—— — ib. ἰλάτλονα	—— l. 12 • •	deeſt. *D.*
—— l. 20 ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἀ γωνία ἀ περιεχομένα	—— l. 16 ΔΛ ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ἢ εἶκα ἀγωνία ἃ περιεχόμενα	deſunt. *A. D.*
—— l. 21 ἐσσεῖται	—— l. 17 ἢ εἶκα	εἶη κα. *B.*
—— l. 23 δισμύρια,	—— — ib. δισμύρια	δὶς μύρια. *A. B.* δἴσμύρια. *C.* δυσμύρια. *D.*
—— l. 27 Τᾷ δὲ	—— l. 20 ταὶ δὲ	τᾶ δὲ. *D.*
—— l. 34 μείζων εἶμεν ἢ τριακοντάπλασίονα	—— l. 24 μείζων εἶμεν ἢ τριακονταπλασίων	μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα. *B.*
—— l. 36 σιλήνας,	—— l. 25 ἰλινᾶς	σιλήνας. *B. C. D.*
—— — ib. μείζω	—— — ib. μείζων	μείζω. *B.*
—— l. 37 σιλήνας·	—— — ib. ἰλινᾶς	σιλήνας. *B. C. D.*
—— l. 44 Ἁ δὲ διάμετρος τᾶ ἀλίᾳ	—— l. 29 • •	deſunt. *D.*
—— l. 46 ἢ	—— l. 31 • •	deeſt. *C.*
— 325. l. 2 ἰσόπλευρον ἰὸν	—— l. 34 εἰς ὁ ΕΘ πλείρειον	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἰὸν. *C.*
—— — ib. ἰσόπλευρον ἰὸν κὴ πολυγωνιώτερον τοῦ ἐξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ εἴη· κὴ ἀ διάμετρος	—— — ib. εἰς ὁ ΕΘ πλείρειον κὴ πολυγώνιον ὅτι τᾶ ἐξαγώνᾳ ἐγγεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη καὶ ἀ διάμετρος.	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἰὸν ἄμετρος. *A. D.*

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codices Parisien.
Pag. 325.	l. 13 δῆλον, ὡ	Pag. 123.	l. 40 • •	δῆλον ὡς ὰ. *A. B. C. D.*
———	l. 20 μεῖζον	———	l. 44 μείζων	μείζον. *B.*
———	l. 23 τετρακοσαμόριον	———	l. 45 τέτρακον τὸ μόριον	τετρακον τομόριον. *C.* τετρακοσμόριον. *D.*
———	l. 24 Ἐτεδεν	———	l. 46 • •	ἐτεδειτο. *B.* ἐκτεῖδων. *D.*
———	l. 32 Χρήσιμον	———	l. 50 • •	χρήσῖμα. *A.*
———	l. 44 καὶ ἀπὸ τῶν	— 124.	l. 5 καὶ ἑκατὸν	καὶ αἱ ἀπὸ τῶν. *B.*
———	l. 45 καὶ ἑκατοντάδες,	———	l. 6 • •	desunt. *D.*
———	l. 46 εἰς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	———	– ib. ἴσαι μυρίων μυριάδων πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	desunt. *D.*
———	l. 49 τρίτων	———	l. 8 τριῶν	τρίτων. *D.*
———	l. 51 εἰς τὰς μυρίας	———	l. 9 ἴσαι μυρίαι	ιτι μυριαι fine accentu. *B.* ἴσαι μυρίαι. *C. D.*
— 326.	l. 1 ἀριθμῶν μύριαι	———	l. 10 • •	οὖν μυρίαι. *A.*
———	l. 7 τοσούτων	———	l. 12 • •	τοσούτων. *C.*
———	l. 10 πρώτας	———	l. 14 deest	πρώτας. *B.*
———	l. 14 δευτέρων	———	l. 15 • •	τῶν δευτέρων. *D.*
———	l. 17 ἰχόντων,	———	l. 17 • •	ἴχοντες. *B.*
———	l. 19 ἀριθμὸς	———	l. 18 • •	καὶ. *B.*
———	l. 20 πειράδω,	———	– ib. • •	deest. *D.*
———	l. 24 ἐξῆς κείμενοί,	———	l. 21 ἐξοστημένοι	ut in Edit. Oxon. *B. C.*
———	l. 25 οἱ ὀκτὼ	———	– ib. τὶ ὀκτὼ	ἢ ὀκτὼ. *B. D.*
———	l. 30 Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκταδῶν ἀριθμῶν	———	l. 24 • • ὁ mutato in ὰ	desunt. *D.*
———	l. 31 ὄγδοός	———	– ib. • •	ὁ ὄγδοος. *B. C. D.*
———	l. 40 ὅτι πολλαὶ	———	l. 29 • •	ἰστὶ καὶ πολλαὶ. *A. C. D.* ἰστὶ ὅτι καὶ πολλαὶ. *B.*
———	l. 45 πολλαπλασιαξάντων	———	l. 32 • •	πολλαπλασιαζάντων ut semper. *C.*
———	– ib. ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἰλάτλων	———	– ib. • •	ὅσους ἰλάτλων. *D.*
———	l. 50 Ἐσων	———	l. 34 • •	ἴσασαν. *B.*
———	l. 52 παραπολλαπλασιάδω	———	l. 35 • •	πολλαπλασιάδω. *D.*
— 327.	l. 1 ἴσος	———	l. 37 ἴσαν	ἴσος. *B. C.* ἴσον. *D.*
———	l. 2 ἴσον	———	l. 38 • •	ἴσων *C. D.*
———	l. 7 ἴσος	———	l. 40 • •	ἴσον. *A.*
———	– ib. γινόμενος	———	– ib. • •	ὁ γινόμενος. *A.*
———	l. 9 πολλαπλασιαξάντων	———	l. 41 • •	τῶν πολλαπλασιαξάντων. *A. B. D.* πολλαπλασιαζάντων. *C.*
———	l. 10 ἰλάτλων	———	– ib. • •	ἴχων. *A.*
———	l. 16 τοσοῦτοι	———	l. 44 τοσοῦτοις	τοσοῦτοι. *B. C. D.*
				In Marg. μονας μοναδες δεκαδες εκατονταδες χιλιαδες μυριαδες. *C.*
———	l. 19 μὴ	———	l. 46 • •	deest *D.*
———	l. 20 δῆλον	———	– ib. • •	deest. *B.*
———	l. 26 ποτὶ ἀλλάλας	———	l. 50 ποτὶ ἀλλάλαν	σὺν ἀλλάλας. *B.* ποτὶ ἀλλάλας. *C. D.*
———	l. 30 καὶ εἴη ὁ ἀριθμὸς	— 125.	l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	ὁ ὧν. *A. D.* καὶ ᾧ ὁ ἀριθμὸς. *B.* καὶ ὁ ἀριθμὸς. *C.*
———	l. 32 ἀριθμὸς,	———	l. 2 • •	ἀριθμοὶ. *A.*
———	l. 37 ταὶ	———	l. 4 τὸν	τὰν. *B C.* τῶν. *D.*
———	– ib. ἐπὶ	———	l. 5 ἴφη	ἐφ' ᾗ. *D.*
———	l. 38 λόγον ἴχειν	———	– ib. ἴχειν	λόγον ἴχειν. *A.*
———	l. 39 ἀλλάλας	———	– ib. ἀλλάλαν	ἀλλάλας. *A. B C. D.*
———	l. 43 πολλαπλασιαθεισᾶν	———	l. 7 πολλαπλασθήσαν	πολλαπλασϊασθεῖσᾶν. *C.* πολλαπλασθεῖσαν *D.*
———	l. 47 ἐν τᾷ	———	l. 9 ἔντι	ἐν δὲ. *C. D.*
———	– ib. ὅρων	———	– ib. • •	ὁ P. *C.*
———	l. 49 δῆλον ὡς ὁ γινόμενος ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας	———	l. 10 • •	desunt. *C.*
———	l. 52 ἢ ὅσος	———	l. 12 ασσος	ἃ ὅσος. *B.* ασσος fine accentu. *C.*
———	– ib. συναμφοτέρων	———	– ib. συνάμφο	συναμφότερα. *A. D.* συνάμφω. *C.*
———	l. 5 μυριάδες τῶν δευτέρων	———	l. 15 μυριάδες	μυριάδες δευτέρων. *A. B. C. D.*
———	l. 6 Φανερὸν ὄν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τῇ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ῥ' δακτύλων ἐχούσᾳ, ἐλατίον ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	———	– ib. φανερὸν ὂν ὅτι τῷ ψάμμῳ τὸ πλῆθος τῷ μέγεθις ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾶτι τὰν διάμετρον P δακτύλων ἐχεσῃ ἐλάτλων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	desunt. *A. D.*
———	l. 7 μέγεθος	———	– ib. μέγεθις	μέγεθος. *C.*
———	l. 11 πολλαπλασία	———	l. 17 • •	πολλαπλασία ἐστὶ. *A. B. C. D.*
———	l. 14 μυριάδων	———	l. 19 • •	μῦρίων. *B. C. D.*
———	l. 16 τᾶν χιλιᾶν	———	l. 20 τάνχιαν	τᾶν χιλίαν. *A. C. D.* τᾶν χιλίων. *B.*
———	l. 20 ἀναίλογον·	———	l. 22 ἀναλογίας	ἀναλογίαι. *A. B.* ἀναλογίαν. *D.*
———	l. 22 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μοναδος.	———	l. 23 • •	desunt. *C.*
———	l. 25 αὐτὲς,	———	l. 25 τῶς	τύτες. *C.*
———	l. 28 μέγεθος	———	l. 26 μεγέθως	μέγεθος. *B.*
———	l. 26 σφαίρα τὰν	———	l. 27 • •	σφαίρα τᾶ τὰν. *B. C. D.*
———	l. 34 μέγεθος	———	l. 29 μεγέθεος	μέγεθος. *B. C. D.*
———	l. 44 Καὶ ἐπεὶ εἰ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες	———	l. 35 • •	desunt. *A. D.*
— 329.	l. 1 μοναδες	———	l. 40 μυριάδες	μοναδες. *D.*
———	l. 3 μέγεθος	———	l. 41 μεγέθεος	μέγεθος. *C. D.*
———	l. 4 μοναδες τῶν	———	l. 42 μοναδες τῶν δὲ	μοναδες τῶν. *A. B. D.* μυριαδες τῶν. *C.*
———	l. 10 ἴλασσον	———	l. 45 ἰλάσσων	ἴλασσον. *C. D.* et corr. marg. *B.*
———	l. 12 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν	———	l. 46 • •	πολλαπλασιασθεισῶν τῶν χιλίων. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 329. l. 22 ἄλλαι	Pag. 125. l. 51 • •	αἱ ἄλλαι. *B. C. D.*
—— l. 25 μονάδες	—— 126. l. 2 μονάδων	μονάδες. *B.*
—— l. 26 μέγιθος	—— – ib. μεγέθης	μέγεθος. *B. C.*
—— l. 30 μυριάδων	—— l. 4 • •	μυριάδες. *A. D.* μυριάδας. *B. C.*
—— l. 33 ταλικαύτα,	—— l. 6 • •	ταλικαύτα τὸ μέγεθος. *A. B. C.*
—— – ib. ταλικαύτα, ἀλίκα ἐστὶ ἀ σφαῖρα	—— – ib. • •	desunt. *D.*
—— l. 36 πολλαπλασιασθησᾶι τᾶι δέκα	—— l. 7 πολλαπλασιασθείσαι τᾶι ϛ	πολλαπλασιασθησᾶι τῶν δέκα. *A. D.* πολλαπλασιασθησᾶι τᾶι δέκα. *B. C.*
—— l. 37 μονάδων	—— – ib. • •	μονάδας. *D.*
—— l. 41 δῆλον,	—— l. 10 • •	δῆλον οὖν. *D.*
—— l. 44 καλεμένων	—— l. 11 καμένων	καλεμένων. *A. B. D.*
—— l. 49 χίλιαι	—— l. 14 • •	deest. *A. D.*
—— 330. l. 2 ἴλασσόν	—— l. 15 ἰλάσσων	ἴλασσον. *D.*
—— l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 • •	σφαίρας. *A.*
—— l. 9 μυριαδῶν·	—— l. 19 • •	μυριάδας. *B.*
—— – ib. ἴλασσον	—— – ib. ἰλάσσων	ἴλασσον. *B. C.*
—— l. 11 πολλαπλάσιαδθισᾶι	—— l. 20 πολλαπλάσιον	πολλαπλασιασθισᾶι. *B.*
—— – ib. τᾶι χιλιᾶι	—— – ib. χιλίαι	τᾶι χιλίαι. *B. C.* τῶν χιλίων. *D.*
—— l. 12 ταῖς ρ μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν	—— l. 21 • •	desunt. *A. D.*
—— l. 14 ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον·	—— – ib. • •	ἀπὸ μονάδων. *D.*
—— l. 15 ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γινόμενος ἰσοσεῖται ἕκτῳ καὶ τετρακοσιοστὸς ἀπὸ μονάδος.	—— l. 22 • •	desunt, *C.*
—— l. 18 ὀκτὼ μὲν	—— l. 23 εἶμεν	εἰ μὲν ὀκτὼ. *B.*
—— l. 19 αὐτὸς,	—— l. 24 τῦς	τούτους. *A. C. D.*
—— l. 25 μέγεθος	—— l. 27 μεγέθεος	μέγεθος. *B. C. D.*
—— l. 27 μυρίων,	—— l. 28 • •	μῦρϊάδων. *C.*
—— l. 30 μυριάκις μυρίων,	—— l. 30 μυριάδας μυρίας	μῦρϊάκῖς μῦρίων. *B.*
—— l. 31 ρ μυριάδισσιν	—— – ib. • •	P μῦρίασιν. *A.* μῦρϊάσιν. *D.*
—— l. 34 μυριάδων ρ΄	—— l. 32 μυριάδων	μῦρϊάδων P. *A. B. C. D.*
—— – ib. τὸ	—— – ib. • •	deest. *C.*
—— l. 36 πολλαπλασιαδθισᾶι	—— l. 33 πολλαπλασίων	πολλαπλαδϊασθισᾶι. *B.*
—— l. 37 μυριάδισσιν.	—— – ib. μυριάδις	μῦρϊαδ. *B.*
—— l. 40 ἀπὸ μονάδος	—— l. 36 • •	desunt. *C.*
—— l. 49 ἴσων	—— l. 40 ἴσα	ἴσων. *B. C. D.*
—— 331. l. 2 ἴλασσόν	—— l. 41 ἰλάσσων	ἴλασσον. *A.*
—— l. 4 μυριάδων	—— l. 42 • •	• • sed in marg. μυρίων. *B.*
—— l. 7 μὲν ὁμοίως	—— l. 43 • •	μὲν ὁμοίως. *B. C. D.*
—— l. 18 ἂν	—— l. 49 • •	deest. *A.*
—— l. 21 μυριοπλασίων·	—— l. 51 μυριοπλασίων	μυριοπλασία. *D.*
—— l. 25 ἀλλάλας	—— 127. l. 2 ἀλλάλων	ἀλλάλας. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἂν	—— l. 3 • •	deest. *A.*
—— l. 28 ϛ, τὸ	—— l. 4 γὰρ τὸ	δὲ τὸ. *C. D.*
—— l. 29 ἴλασσόν	—— – ib. ἰλάσσων	corr. marg. ἴλασσον. *B.*
—— l. 33 εἶμεν	—— l. 6 • •	deest. *C.*
—— l. 36 μυρίαις	—— l. 7 • •	μυρίες. *A.*
—— l. 37 ἑβδόμων ἀριθμῶν	—— l. 8 ἑβδόμων	ut in Edit. Oxon. *B.*
—— l. 38 μονάδες,	—— – ib. • •	μυριάδες. *C.*
—— l. 44 τοίνυν	—— l. 12 • •	οὖν. *C.*
—— 332. l. 4 ὠήθην	—— l. 17 • •	ὠήθων. *A.* ὠήθειν. *D.*
—— – ib. ἀνάρμοστον	—— – ib. • •	ἄν ἄρμον. *A. D.*
—— l. 5 ἐπιθεωρῆσαι	—— – ib. ἐπιθεωρῶνται	ἐπιθεωρῆσαι. *D.*

ΤΕΛΟΣ.

Erratis levioribus quæſumus ignoſcat Lector, graviora ſic corrigat.

PAG. iii. lin. 46. *lege* prout. p. xxvi. lin. 8. *l.* appoſitam. p. 7. lin. 25. *l.* ipſa AB. p. 8. lin. 7. *l.* ἀφηρέσθω. p. 12. lin. 8. *l.* ad PΠ. p. 13. lin. 23. *l.* triangulorum. p. 21. lin. 9. *l.* hæ. lin. 15. *l.* κεκμάσθω. p. 24. lin. 1. *l.* διιχθέσα). p. 26. lin. 11. *l.* τραπεζίου. p. 29. lin. 23. *l.* ſeſquitertium. p. 33. lin. 35. *l.* ſeſquitertium. p. 41. lin. 5. *l.* ὁ. lin. 28. *l.* ſeceturque. p. 48. lin. 44. *dele* ad utriuſque ΓB, BΔ: et in lin. 51. *poſt* decupla, *inſere* ipſarum ΓB, BΔ. p. 73. lin. 12. *l.* æqualis. p. 74. lin. 7. *l.* Δελείφθω. p. 80. lin. 47. *l.* τρίγωνα. p. 90. lin. 19. *l.* ex centris. p. 99. lin. 17. *l.* ἰσοσκελῶν. p. 115. lin. 11. *l.* major. p. 120. lin. 34. *l.* circumferentiam. p. 132. lin. 30. *l.* eſt, axem habet. p. 141. lin. 21. *dele* ad. p. 160. lin. 41. *l.* ἀλλαχθέντες. p. 179. lin. 53. *pro* reciprocantur *lege* proportionales ſunt. p. 183. lin. 21. *l.* ſphæræ. lin. 25. *l.* ad. p. 222. lin. 19. *l.* περιφερείας. p. 223. lin. 4. *l.* circumferentia. lin. 21. *l.* κυκλῷ. p. 234. lin. 8. *l.* ἰδίᾳ. p. 320. lin. 24. *l.* ſphæram. p. 321. lin. 9. *l.* omnino. lin. 18. *l.* alium.